

Zadatak 261 (Tomislav, tehnička škola)

Napon između horizontalnih ploča kondenzatora je 10 V, a razmak ploča je 0.1 m. Mikroskopski vidljiva kapljica ulja mase 10^{-13} kg lebdi u električnom polju. Naboj kuglice je:

A. 10^{-14} C B. 10^{-21} C C. 10 C D. 1 C E. 1 mC

(ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 261

$$U = 10 \text{ V}, \quad d = 0.1 \text{ m}, \quad m = 10^{-13} \text{ kg}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad Q = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Ako se u polju jakosti E nalazi naboj Q, silu kojom polje djeluje na naboj možemo izračunati iz izraza

$$F = Q \cdot E.$$

Polje između dviju nabijenih paralelnih ploča udaljenih d između kojih je napon U ima svuda jednaku jakost i paralelne silnice, a naziva se homogeno polje.

$$E = \frac{U}{d}.$$

Kapljica ulja lebdi u električnom polju jer je njezina težina G po iznosu jednaka električnoj sili F_{el} . Sile imaju suprotne smjerove.

$$G = F_{el} \Rightarrow m \cdot g = Q \cdot E \Rightarrow \left[E = \frac{U}{d} \right] \Rightarrow m \cdot g = Q \cdot \frac{U}{d} \Rightarrow Q \cdot \frac{U}{d} = m \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q \cdot \frac{U}{d} = m \cdot g \quad | \cdot \frac{d}{U} \Rightarrow Q = \frac{m \cdot g \cdot d}{U} = \frac{10^{-13} \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.1 \text{ m}}{10 \text{ V}} = 10^{-14} \text{ C}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 261

Napon između horizontalnih ploča kondenzatora je 10 V, a razmak ploča je 1 dm. Mikroskopski vidljiva kapljica ulja mase 10^{-13} kg lebdi u električnom polju. Naboj kuglice je:

A. 10^{-14} C B. 10^{-21} C C. 10 C D. 1 C E. 1 mC

(ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: A.

Zadatak 262 (Josip, tehnička škola)

Fotografska bljeskalica sadrži kondenzator kapaciteta 200 μF koji se pomoću elektronskog sklopa napuni na napon 250 V. Jednim bljeskom napon padne na 200 V. Odredi energiju bljeska i naboj koji prođe bljeskalicom.

Rješenje 262

$$C = 200 \mu\text{F} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ F}, \quad U_1 = 250 \text{ V}, \quad U_2 = 200 \text{ V}, \quad \Delta W = ?, \quad \Delta Q = ?$$

Energija nabijenog kondenzatora jednaka je

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2,$$

gdje je C kapacitet kondenzatora, U napon između ploča.
Naboj kondenzatora je:

$$Q = C \cdot U,$$

gdje je C kapacitet kondenzatora, U napon između ploča.
Energija bljeska iznosi:

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_1^2 \\ W_2 &= \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_2^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow [\Delta W = W_1 - W_2] \Rightarrow \Delta W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_1^2 - \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot (U_1^2 - U_2^2) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ F} \cdot ((250 \text{ V})^2 - (200 \text{ V})^2) = 2.25 \text{ J}.$$

Količina naboja je:

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= C \cdot U_1 \\ Q_2 &= C \cdot U_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow [\Delta Q = Q_1 - Q_2] \Rightarrow \Delta Q = C \cdot U_1 - C \cdot U_2 \Rightarrow \Delta Q = C \cdot (U_1 - U_2) =$$

$$= 2 \cdot 10^{-4} \text{ F} \cdot (250 \text{ V} - 200 \text{ V}) = 0.01 \text{ C} = 10^{-2} \text{ C}.$$



Vježba 262

Fotografska bljeskalica sadrži kondenzator kapaciteta $200 \mu\text{F}$ koji se pomoću elektronskog sklopa napuni na napon 280 V . Jednim bljeskom napon padne na 220 V . Odredi energiju bljeska.

Rezultat: 3 J.

Zadatak 263 (Branko, srednja škola)

Dvije nabijene kugle nakon dodira imaju naboje $Q_1 = 400 \text{ nC}$ i $Q_2 = 200 \text{ nC}$. Kako se odnose njihovi obujmovi?

Rješenje 263

$$Q_1 = 400 \text{ nC} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ C}, \quad Q_2 = 200 \text{ nC} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C}, \quad V_1 : V_2 = ?$$

Potencijal točaka na površini nabijene kugle polumjera R jednak je

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{R}.$$

Obujam kugle polumjera R računa se po formuli

$$V = \frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V}{4 \cdot \pi}}.$$

Dvije nabijene kugle nakon dodira imaju jednake potencijale.

1. inačica

$$\varphi_1 = \varphi_2 \Rightarrow k \cdot \frac{Q_1}{R_1} = k \cdot \frac{Q_2}{R_2} \Rightarrow k \cdot \frac{Q_2}{R_2} = k \cdot \frac{Q_1}{R_1} \Rightarrow k \cdot \frac{Q_2}{R_2} = k \cdot \frac{Q_1}{R_1} \cdot \frac{R_1}{k \cdot Q_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{Q_1}{Q_2} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{4 \cdot 10^{-7} \text{ C}}{2 \cdot 10^{-7} \text{ C}} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{4 \cdot 10^{-7} \text{ C}}{2 \cdot 10^{-7} \text{ C}} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = 2.$$

Promatramo kako se odnose obujmovi.

$$\begin{aligned} \frac{V_1}{V_2} &= \frac{\frac{4}{3} \cdot R_1^3 \cdot \pi}{\frac{4}{3} \cdot R_2^3 \cdot \pi} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3} \cdot R_1^3 \cdot \pi}{\frac{4}{3} \cdot R_2^3 \cdot \pi} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1^3}{R_2^3} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 \Rightarrow \left[\frac{R_1}{R_2} = 2\right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 2^3 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 8 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{8}{1} \Rightarrow V_1 : V_2 = 8 : 1. \end{aligned}$$

2. inačica

$$\begin{aligned} \varphi_1 = \varphi_2 &\Rightarrow k \cdot \frac{Q_1}{R_1} = k \cdot \frac{Q_2}{R_2} \Rightarrow k \cdot \frac{Q_1}{\sqrt[3]{\frac{3 \cdot V_1}{4 \cdot \pi}}} = k \cdot \frac{Q_2}{\sqrt[3]{\frac{3 \cdot V_2}{4 \cdot \pi}}} \Rightarrow k \cdot \frac{Q_1}{\frac{\sqrt[3]{3 \cdot V_1}}{\sqrt[3]{4 \cdot \pi}}} = k \cdot \frac{Q_2}{\frac{\sqrt[3]{3 \cdot V_2}}{\sqrt[3]{4 \cdot \pi}}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow k \cdot \frac{Q_1 \cdot \sqrt[3]{4 \cdot \pi}}{\sqrt[3]{3 \cdot V_1}} = k \cdot \frac{Q_2 \cdot \sqrt[3]{4 \cdot \pi}}{\sqrt[3]{3 \cdot V_2}} \Rightarrow k \cdot \frac{Q_1 \cdot \sqrt[3]{4 \cdot \pi}}{\sqrt[3]{3 \cdot V_1}} = k \cdot \frac{Q_2 \cdot \sqrt[3]{4 \cdot \pi}}{\sqrt[3]{3 \cdot V_2}} \cdot \frac{1}{k \cdot \sqrt[3]{4 \cdot \pi}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{Q_1}{\sqrt[3]{3 \cdot V_1}} = \frac{Q_2}{\sqrt[3]{3 \cdot V_2}} \Rightarrow \frac{Q_1}{\sqrt[3]{3 \cdot V_1}} = \frac{Q_2}{\sqrt[3]{3 \cdot V_2}} \cdot \sqrt[3]{3} \Rightarrow \left(\frac{Q_1}{\sqrt[3]{3 \cdot V_1}}\right)^3 = \left(\frac{Q_2}{\sqrt[3]{3 \cdot V_2}}\right)^3 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{Q_1^3}{3 \cdot V_1} = \frac{Q_2^3}{3 \cdot V_2} \Rightarrow \frac{Q_2^3}{3 \cdot V_2} = \frac{Q_1^3}{3 \cdot V_1} \Rightarrow \frac{Q_2^3}{3 \cdot V_2} = \frac{Q_1^3}{3 \cdot V_1} \cdot \frac{3 \cdot V_1}{Q_2^3} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{Q_1^3}{Q_2^3} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)^3 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{4 \cdot 10^{-7} \text{ C}}{2 \cdot 10^{-7} \text{ C}}\right)^3 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{4 \cdot 10^{-7} \text{ C}}{2 \cdot 10^{-7} \text{ C}}\right)^3 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 2^3 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 8 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{8}{1} \Rightarrow V_1 : V_2 = 8 : 1. \end{aligned}$$

Vježba 263

Dvije nabijene kugle nakon dodira imaju naboje $Q_1 = 600 \text{ nC}$ i $Q_2 = 300 \text{ nC}$. Kako se odnose njihovi obujmovi?

Rezultat: 8 : 1.

Zadatak 264 (Branko, srednja škola)

Dvije kugle polumjera R_1 i R_2 , a istog naboja Q , dovedemo u dodir. Kako se među njima podijele naboji?

Rješenje 264

$$R_1, \quad R_2, \quad Q_1 : Q_2 = ?$$

Potencijal točaka na površini nabijene kugle polumjera R jednak je

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{R}.$$

Dvije nabijene kugle nakon dodira imaju jednake potencijale.

$$\varphi_1 = \varphi_2 \Rightarrow k \cdot \frac{Q_1}{R_1} = k \cdot \frac{Q_2}{R_2} \Rightarrow k \cdot \frac{Q_1}{R_1} = k \cdot \frac{Q_2}{R_2} \cdot \frac{R_1}{k \cdot Q_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow Q_1 : Q_2 = R_1 : R_2.$$

Vježba 264

Dvije kugle polumjera $R_1 = 8 \text{ cm}$ i $R_2 = 2 \text{ cm}$, a istog naboja Q , dovedemo u dodir. Kako se među njima podijele naboji?

Rezultat: $Q_1 : Q_2 = 4 : 1.$

Zadatak 265 (Marijana, maturantica)

Imamo na raspolaganju dva kondenzatora kapaciteta C i jedan kapaciteta $C/2$. Koliko je puta veći ukupni kapacitet ako ih spojimo paralelno u odnosu na ukupni kapacitet kada ih spojimo serijski?

A. 10 B. 6 C. 2 D. 7 E. 5

Rješenje 265

$$C_1 = C_2 = C, \quad C_3 = C/2, \quad C_p : C_s = ?$$

Ukupni kapacitet od n usporodno (paralelno) spojenih kondenzatora možemo naći iz izraza

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i.$$

Vrijednost kapaciteta ekvivalentnog kondenzatora jednaka je zbroju vrijednosti kapaciteta svakog pojedinog kondenzatora.

Kapacitet C za n serijski spojenih kondenzatora možemo izračunati prema formuli:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.$$

Recipročna vrijednost kapaciteta ekvivalentnog kondenzatora jednaka je zbroju recipročnih vrijednosti kapaciteta svakog pojedinog kondenzatora.

Paralelni spoj C_p iznosi:

$$\begin{aligned} C_p = C_1 + C_2 + C_3 &\Rightarrow C_p = C + C + \frac{C}{2} \Rightarrow C_p = \frac{C}{1} + \frac{C}{1} + \frac{C}{2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow C_p = \frac{2 \cdot C + 2 \cdot C + C}{2} \Rightarrow C_p = \frac{5 \cdot C}{2}. \end{aligned}$$

Serijski spoj C_s iznosi:

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} &\Rightarrow \frac{1}{C_s} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{\frac{C}{2}} \Rightarrow \frac{1}{C_s} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{2}{C} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{C_s} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{2}{C} \Rightarrow \frac{1}{C_s} = \frac{4}{C} \Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow C_s = \frac{C}{4}. \end{aligned}$$

Računamo koliko je puta veći ukupni kapacitet ako ih spojimo paralelno u odnosu na ukupni kapacitet kada ih spojimo serijski.

$$\frac{C_p}{C_s} = \frac{\frac{5 \cdot C}{2}}{\frac{C}{4}} \Rightarrow \frac{C_p}{C_s} = \frac{5 \cdot C}{2} \cdot \frac{4}{C} \Rightarrow \frac{C_p}{C_s} = \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{1} \Rightarrow \frac{C_p}{C_s} = \frac{20}{2} \Rightarrow \frac{C_p}{C_s} = \frac{20}{2} \Rightarrow \frac{C_p}{C_s} = 10.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 265

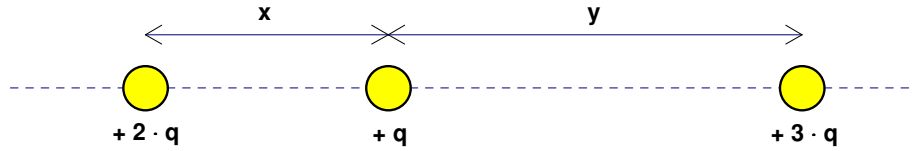
Imamo na raspolaganju dva kondenzatora kapaciteta $8 C$ i jedan kapaciteta $4 C$. Koliko je puta veći ukupni kapacitet ako ih spojimo paralelno u odnosu na ukupni kapacitet kada ih spojimo serijski?

A. 10 B. 6 C. 2 D. 7 E. 5

Rezultat: A.

Zadatak 266 (Marijana, maturantica)

Slika prikazuje tri pozitivna točkasta naboja. Ako je rezultantna električna sila na središnji naboj jednaka nuli, kolika je vrijednost y / x ?



- A. $\frac{4}{9}$ B. $\sqrt{\frac{3}{2}}$ C. $\sqrt{\frac{2}{3}}$ D. $\frac{3}{2}$ E. $\frac{9}{4}$

Rješenje 266

$$Q_1 = +2 \cdot q, \quad Q_2 = +q, \quad Q_3 = +3 \cdot q, \quad \frac{y}{x} = ?$$

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) dana je relacijom:

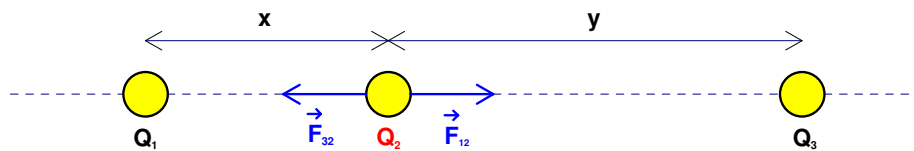
$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su Q_1 i Q_2 naboji, r njihova međusobna udaljenost, k konstanta u vakuumu (a praktično i u zraku). Električna sila kojom naboj Q_1 djeluje na naboj Q_2 je

$$F_{12} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{x^2} \Rightarrow F_{12} = k \cdot \frac{2 \cdot q \cdot q}{x^2} \Rightarrow F_{12} = k \cdot \frac{2 \cdot q^2}{x^2}.$$

Električna sila kojom naboj Q_3 djeluje na naboj Q_2 je

$$F_{32} = k \cdot \frac{Q_3 \cdot Q_2}{y^2} \Rightarrow F_{32} = k \cdot \frac{3 \cdot q \cdot q}{y^2} \Rightarrow F_{32} = k \cdot \frac{3 \cdot q^2}{y^2}.$$



Budući da je rezultantna električna sila na središnji naboj Q_2 jednaka nuli, sile F_{12} i F_{32} jednake su po iznosu, a suprotnih smjerova.

$$\begin{aligned} F_{12} = F_{32} &\Rightarrow k \cdot \frac{2 \cdot q^2}{x^2} = k \cdot \frac{3 \cdot q^2}{y^2} \Rightarrow k \cdot \frac{2 \cdot q^2}{x^2} = k \cdot \frac{3 \cdot q^2}{y^2} \cdot \frac{y^2}{2 \cdot k \cdot q^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{y^2}{x^2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \left(\frac{y}{x}\right)^2 = \frac{3}{2} \Rightarrow \left(\frac{y}{x}\right) = \frac{3}{2} \sqrt{} \Rightarrow \frac{y}{x} = \sqrt{\frac{3}{2}}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod B.

Vježba 266

Malo se odmorite!

Rezultat: 😊

Zadatak 267 (Marijana, maturantica)

Tri otpornika otpora $6 \text{ k}\Omega$ spojena su serijski na bateriju od 4.5 V . Dodavanjem još jednog

otpornika otpora $18\text{ k}\Omega$ u paralelu s ostalim otpornicima ukupan otpor će biti:

- A. $10\text{ k}\Omega$ B. $36\text{ k}\Omega$ C. $20\text{ k}\Omega$ D. $4.5\text{ k}\Omega$ E. $9\text{ k}\Omega$

Rješenje 267

$$R_1 = R_2 = R_3 = 6\text{ k}\Omega = 6 \cdot 10^3\ \Omega, \quad U = 4.5\text{ V}, \quad R_4 = 18\text{ k}\Omega = 1.8 \cdot 10^4\ \Omega, \quad R = ?$$

Ukupni je otpor od n serijski spojenih vodiča

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$

Ukupni otpor što ga pruža n vodiča spojenih u paralelu možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

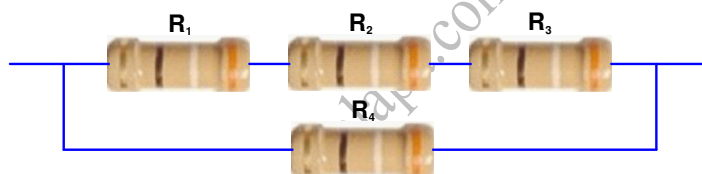
Ukupan otpor tri serijski spojena otpornika iznosi:

$$R_S = R_1 + R_2 + R_3 = 6 \cdot 10^3\ \Omega + 6 \cdot 10^3\ \Omega + 6 \cdot 10^3\ \Omega = 18 \cdot 10^3\ \Omega = 1.8 \cdot 10^4\ \Omega.$$

Dodavanjem još jednog otpornika u paralelu s ostalima dobije se ukupan otpor R.

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} &= \frac{1}{R_S} + \frac{1}{R_4} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{R_4 + R_S}{R_S \cdot R_4} \Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow R = \frac{R_S \cdot R_4}{R_4 + R_S} = \\ &= \frac{1.8 \cdot 10^4\ \Omega \cdot 1.8 \cdot 10^4\ \Omega}{1.8 \cdot 10^4\ \Omega + 1.8 \cdot 10^4\ \Omega} = 0.9 \cdot 10^4\ \Omega = 9 \cdot 10^3\ \Omega = 9\text{ k}\Omega. \end{aligned}$$

Odgovor je pod E.



Vježba 267

Tri otpornika otpora $6\ \Omega$ spojena su serijski na bateriju od 4.5 V . Dodavanjem još jednog otpornika otpora $18\ \Omega$ u paralelu s ostalim otpornicima ukupan otpor će biti:

- A. $10\ \Omega$ B. $36\ \Omega$ C. $20\ \Omega$ D. $4.5\ \Omega$ E. $9\ \Omega$

Rezultat: E.

Zadatak 268 (Draž, srednja škola)

Elektron u točki električnog polja s potencijalom 6000 V gibajući se u smjeru polja ima brzinu $3 \cdot 10^7\text{ m/s}$. Odredite potencijal točke u kojoj će brzina elektrona biti 0. (masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31}\text{ kg}$, naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}\text{ C}$)

- A. 0 V B. 2560 V C. 2600 V D. 3441 V E. 6000 V

Rješenje 268

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= 6000\text{ V}, & v_1 &= 3 \cdot 10^7\text{ m/s}, & v_2 &= 0\text{ m/s}, & m &= 9.11 \cdot 10^{-31}\text{ kg}, \\ Q &= e = 1.602 \cdot 10^{-19}\text{ C}, & \varphi_2 &= ? \end{aligned}$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.

- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Razlika potencijala ($\varphi_2 - \varphi_1$) naziva se naponom U i možemo ga izračunati kao

$$\varphi_2 - \varphi_1 = U.$$

Rad što se utroši pri prijelazu naboja Q iz točke potencijala φ_1 u točku potencijala φ_2 jednak je promjeni potencijalne energije naboja, tj.

$$W = Q \cdot U \Rightarrow W = Q \cdot (\varphi_2 - \varphi_1).$$

Prema zakonu očuvanja energije rad sile električnog polja jednak je promjeni kinetičke energije elektrona. Ako je brzina elektrona u električnom polju smanjena od v do 0, možemo pisati

$$\begin{aligned} Q \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \Rightarrow e \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 0^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow e \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) &= -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \Rightarrow e \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \cdot \frac{1}{e} \Rightarrow \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{m \cdot v_1^2}{2 \cdot e} \Rightarrow \\ \Rightarrow \varphi_2 &= \varphi_1 - \frac{m \cdot v_1^2}{2 \cdot e} = 6000 \text{ V} - \frac{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \left(3 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 3441 \text{ V}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod D.

Vježba 268

Elektron u točki električnog polja s potencijalom 6 kV gibajući se u smjeru polja ima brzinu $3 \cdot 10^4$ km / s. Odredite potencijal točke u kojoj će brzina elektrona biti 0. (masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C)

- A. 0 V B. 2560 V C. 2600 V D. 3441 V E. 6000 V

Rezultat: D.

Zadatak 269 (Ante, srednja škola)

Koliki je naboj kuglice mase 1 g koja lebdi u vakuumu iznad druge kuglice s nabojem $7.04 \cdot 10^{-9}$ C na udaljenosti 5 cm? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81$ m / s²)

Rješenje 269

$$m = 1 \text{ g} = 0.001 \text{ kg}, \quad Q_2 = 7.04 \cdot 10^{-9} \text{ C}, \quad r = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \\ Q_1 = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Coulombov zakon

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) u vakuumu dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su Q_1 i Q_2 naboji, r njihova međusobna udaljenost, konstanta k za vakuum

$$k = 8.99 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}.$$

Budući da kuglica mase m i naboja Q_1 lebdi u vakuumu iznad druge kuglice naboja Q_2 , sila teža na prvu kuglicu po iznosi jednaka je Coulombovoj sili između kuglica. Sile su suprotnih smjerova.

$$G = F \Rightarrow F = G \Rightarrow k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = m \cdot g \Rightarrow k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = m \cdot g \cdot \frac{r^2}{k \cdot Q_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_1 = \frac{m \cdot g \cdot r^2}{k \cdot Q_2} = \frac{0.001 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot (0.05 \text{ m})^2}{8.99 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot 7.04 \cdot 10^{-9} C} = 3.875 \cdot 10^{-7} C.$$

Vježba 269

Koliki je naboj kuglice mase 1 g koja lebdi u vakuumu iznad druge kuglice s nabojem $7.04 \cdot 10^{-9} C$ na udaljenosti 0.5 dm? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $3.875 \cdot 10^{-7} C.$

Zadatak 270 (Marijana, medicinska škola)

Razmak između ploča pločastog kondenzatora u vakuumu iznosi 0.75 mm. Kada se kondenzator stavi u ulje i razmak između ploča poveća na 1.8 mm kapacitet kondenzatora ostane isti. Kolika je relativna permitivnost ulja?

Rješenje 270

$$S, \quad d_1 = 0.75 \text{ mm} = 7.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}, \quad d_2 = 1.8 \text{ mm} = 1.8 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad \epsilon_r = ?$$

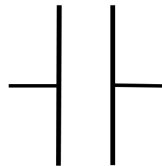
Kapacitet pločastog kondenzatora upravno je razmjeran površini S jedne ploče, a obrnuto razmjeran udaljenosti d između ploča:

$$C = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d},$$

gdje je konstanta $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} C^2 / (N \cdot m^2)$, ϵ_r relativna permitivnost sredstva (u vakuumu $\epsilon_r = 1$, u zraku $\epsilon_r \approx 1$).

$$\left. \begin{array}{l} C_1 = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d_1} \text{ u vakuumu} \\ C_2 = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d_2} \text{ u ulju} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{uvjet} \\ C_1 = C_2 \end{array} \right] \Rightarrow \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d_1} = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d_2} \Rightarrow \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d_1} = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d_2} \cdot \frac{d_2}{\epsilon_0 \cdot S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \epsilon_r \Rightarrow \epsilon_r = \frac{d_2}{d_1} = \frac{1.8 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{7.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}} = 2.4.$$



Vježba 270

Razmak između ploča pločastog kondenzatora u vakuumu iznosi 1.5 mm. Kada se kondenzator stavi u ulje i razmak između ploča poveća na 3.6 mm kapacitet kondenzatora ostane isti. Kolika je relativna permitivnost ulja?

Rezultat: 2.4.

Zadatak 271 (Tomislav, maturant)

Kroz koje vrijeme mirni elektron postigne brzinu $c / 10$ u električnom polju jakosti 100 V / m ? (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m / s}$, naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$)

- A. $1.71 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ B. $2.55 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ C. $1.75 \cdot 10^{-1} \text{ s}$ D. 3.27 s E. 9.11 s

Rješenje 271

$$v = c / 10 = 3 \cdot 10^7 \text{ m / s} \quad E = 100 \text{ V / m}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m / s}, \quad Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \\ m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad t = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = a \cdot t \Rightarrow a = \frac{v}{t},$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Ako se u polju jakosti E nalazi naboj Q , silu kojom polje djeluje na naboj možemo izračunati iz izraza

$$F = Q \cdot E.$$

$$\left. \begin{array}{l} F = Q \cdot E \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = e \cdot E \\ F = m \cdot \frac{v}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow e \cdot E = m \cdot \frac{v}{t} \Rightarrow e \cdot E = m \cdot \frac{v}{t} / \frac{t}{e \cdot E} \Rightarrow t = \frac{m \cdot v}{e \cdot E} = \\ \Rightarrow t = \frac{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 3 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 100 \frac{\text{V}}{\text{m}}} = 1.71 \cdot 10^{-6} \text{ s}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 271

Kroz koje vrijeme mirni elektron postigne brzinu $c / 10$ u električnom polju jakosti 0.1 kV / m ? (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m / s}$, naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$)

- A. $1.71 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ B. $2.55 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ C. $1.75 \cdot 10^{-1} \text{ s}$ D. 3.27 s E. 9.11 s

Rezultat: A.

Zadatak 272 (Tomislav, maturant)

Koliko elektrona treba oduzeti izoliranoj metalnoj kugli u vakuumu s promjerom 0.5 m da se njezin potencijal poveća za 1 V ? (dielektrična konstanta vakuuma $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$, naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

- A. $9.35 \cdot 10^5$ B. $3.55 \cdot 10^7$ C. $1.74 \cdot 10^8$ D. $2.03 \cdot 10^{10}$ E. $2.17 \cdot 10^{15}$

Rješenje 272

$$2 \cdot r = 0.5 \text{ m} \Rightarrow r = 0.25 \text{ m}, \quad \phi = 1 \text{ V}, \quad \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2), \\ e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad N = ?$$

Elektron je negativno nabijena subatomska (izgrađuje atom) čestica. Elektroni se nalaze u elektronskom omotaču atoma. Naboj jedne čestice elektrona iznosi $-1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Proton je subatomska (izgrađuje atom) nukleonska (sastavni dio jezgre atoma) pozitivna čestica, naboja $+1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Električni naboj elektrona i protona ima isti iznos: $1.602 \cdot 10^{-19}$ C. To je najmanja količina naboja koju su fizičari dosad otkrili pokusima i zove se **elementarni naboj**. Utvrđeno je da se električni naboji javljaju samo u cjelobrojnim višekratnicima tog elementarnog naboja. Kažemo da je naboj **kvantiziran**, sastavljen od osnovnih kvanta elektriciteta

$$Q = N \cdot e,$$

gdje je N cijeli broj, e elementarni naboj.

Električni naboj jedna je od osnovnih osobina elementarnih čestica. Jedinica za električni naboj je coulomb (C). Najmanja količina električnog naboja, elementarni naboj, iznosi:

$$e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}.$$

Ako je izvor električnog polja točkasta množina naboja Q ili nabijena kugla, onda je potencijal u točki na udaljenosti r od naboja, odnosno središta kugle, za vakuum jednak

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r},$$

gdje je

$$k = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2},$$

a u sredstvu

$$\varphi = \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{r},$$

gdje je ϵ_r relativna permitivnost sredstva (relativna dielektrična konstanta.

$$\left. \begin{array}{l} Q = N \cdot e \\ \varphi = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r} \end{array} \right\} \Rightarrow \varphi = \frac{N \cdot e}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r} \Rightarrow \frac{N \cdot e}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r} = \varphi \Rightarrow \frac{N \cdot e}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r} = \varphi \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r}{e} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = \frac{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r \cdot \varphi}{e} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot 0.25 \text{ m} \cdot 1 \text{ V}}{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 1.74 \cdot 10^8.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 272

Koliko elektrona treba oduzeti izoliranoj metalnoj kugli u vakuumu s promjerom 50 cm da se njezin potencijal poveća za 1 V? (dielektrična konstanta vakuuma $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$, naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C)

- A. $9.35 \cdot 10^5$ B. $3.55 \cdot 10^7$ C. $1.74 \cdot 10^8$ D. $2.03 \cdot 10^{10}$ E. $2.17 \cdot 10^{15}$

Rezultat: C.

Zadatak 273 (Miroslav, gimnazija)

Dva jednaka točkasta negativna naboja u istom dielektriku udaljena su 0.2 m. Kolika je jakost električnog polja na pola puta između njih?

- A. $1 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ B. $0.1 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ C. $10 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ D. $0 \frac{\text{V}}{\text{m}}$

Rješenje 273

$$Q_1 = Q_2 = Q, \quad r = 0.2 \text{ m}, \quad E = ?$$

Ako je izvor električnog polja točkasta množina naboja Q smještena u praznini, onda je jakost električnog polja u nekoj točki polja na udaljenosti r od naboja dana (prema Coulombovu zakonu) izrazom

$$E = k \cdot \frac{Q}{r^2},$$

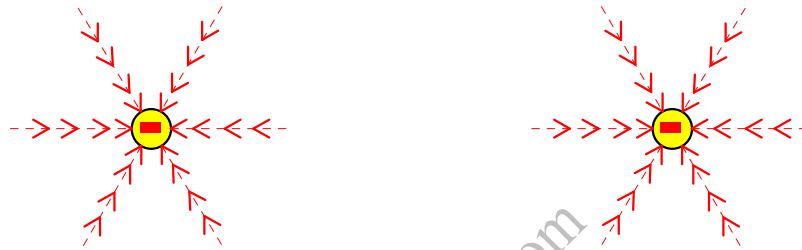
gdje je

$$k = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}.$$

Nalazi li se izvor u sredstvu relativne dielektričnosti ϵ_r , izraz za jakost polja bit će

$$E = \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{r^2}.$$

Svaki je naboj okružen električnim poljem. Električno polje je prostor oko električno nabijenog tijela u kojem se očituje djelovanje sile. To je **vektorsko polje**. Kada polje stvaraju dva točkasta naboja Q_1 i Q_2 (ili više naboja) onda vrijedi **načelo superpozicije**. Ukupno polje tih naboja u proizvoljnoj točki T prostora dobije se kao vektorski zbroj pojedinih polja. Uočimo da se u točki T nalazi pozitivni probni naboj na koji djeluje ukupna sila koju možemo izmjeriti.



$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \text{ (vektorski zapis)} \Rightarrow E = E_1 - E_2 \text{ (skalarni zapis)} \Rightarrow \\ \Rightarrow E &= \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q_1}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} - \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q_2}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} \Rightarrow E = \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} - \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} \Rightarrow \\ E &= \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} - \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} \Rightarrow E = 0 \frac{V}{m}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod D.

Vježba 273

Dva jednaka točkasta negativna naboja u istom dielektriku udaljena su 0.7 m. Kolika je jakost električnog polja na pola puta između njih?

A. $1 \frac{V}{m}$ B. $0.1 \frac{V}{m}$ C. $10 \frac{V}{m}$ D. $0 \frac{V}{m}$

Rezultat: D.

Zadatak 274 (Asterix, gimnazija)

Mala plastična kuglica mase m nabijena nabojem Q lebdi između horizontalno postavljenih ploča koje su priključene na napon od 500 V. Kuglica se nadomjesti drugom dvostruko veće mase $2 \cdot m$ pa se napon između ploča poveća na 2000 V. Uzgon zanemarite. Koliki je naboj kuglice ako i ona lebdi?

A. Q B. $2 \cdot Q$ C. $\frac{Q}{2}$ D. $\frac{Q}{4}$

Rješenje 274

m , Q , $U = 500 \text{ V}$, $m_1 = 2 \cdot m$, $U_1 = 2000 \text{ V}$, $Q_1 = ?$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu. Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Ako se u polju jakosti E nalazi naboj Q , silu kojom polje djeluje na naboj možemo izračunati iz izraza

$$F = Q \cdot E.$$

Polje između dviju nabijenih paralelnih ploča udaljenosti d između kojih je napon U ima svuda jednaku jakost i paralelne silnice, a naziva se **homogeno** polje.

$$E = \frac{U}{d}.$$

Sila F , kojom na kuglicu mase m i naboja Q djeluje električno polje E , uravnotežava težinu G kuglice.

$$F = G \Rightarrow Q \cdot E = m \cdot g \Rightarrow Q \cdot \frac{U}{d} = m \cdot g \Rightarrow Q \cdot \frac{U}{d} = m \cdot g \quad / \cdot d \Rightarrow Q \cdot U = m \cdot g \cdot d.$$

Sila F_1 , kojom na kuglicu mase m_1 i naboja Q_1 djeluje električno polje E_1 , uravnotežava težinu G_1 kuglice.

$$F_1 = G_1 \Rightarrow Q_1 \cdot E_1 = m_1 \cdot g \Rightarrow Q_1 \cdot \frac{U_1}{d} = 2 \cdot m \cdot g \Rightarrow Q_1 \cdot \frac{U_1}{d} = 2 \cdot m \cdot g \quad / \cdot d \Rightarrow Q_1 \cdot U_1 = 2 \cdot m \cdot g \cdot d.$$

Iz sustava dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} Q \cdot U = m \cdot g \cdot d \\ Q_1 \cdot U_1 = 2 \cdot m \cdot g \cdot d \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{Q_1 \cdot U_1}{Q \cdot U} = \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot d}{m \cdot g \cdot d} \Rightarrow \frac{Q_1 \cdot U_1}{Q \cdot U} = \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot d}{m \cdot g \cdot d} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{Q_1 \cdot U_1}{Q \cdot U} = 2 \Rightarrow \frac{Q_1 \cdot U_1}{Q \cdot U} = 2 \quad / \cdot \frac{Q \cdot U}{U_1} \Rightarrow Q_1 = 2 \cdot \frac{Q \cdot U}{U_1} \Rightarrow Q_1 = 2 \cdot \frac{Q \cdot 500 \text{ V}}{2000 \text{ V}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_1 = \frac{Q \cdot 1000 \text{ V}}{2000 \text{ V}} \Rightarrow Q_1 = \frac{Q \cdot 1000 \text{ V}}{2000 \text{ V}} \Rightarrow Q_1 = \frac{Q}{2}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 274

Mala plastična kuglica mase m nabijena nabojem Q lebdi između horizontalno postavljenih ploča koje su priključene na napon od 1000 V. Kuglica se nadomjesti drugom dvostruko veće mase $2 \cdot m$ pa se napon između ploča poveća na 4000 V. Uzgon zanemarite. Koliki je naboj kuglice ako i ona lebdi?

- A. Q B. $2 \cdot Q$ C. $\frac{Q}{2}$ D. $\frac{Q}{4}$

Rezultat: C.