

Zadatak 221 (Fizičarka, gimnazija)

Zadan je kapacitet pločastog kondenzatora u zraku 10 pF. Povećamo li razmak između ploča kondenzatora za 1 cm, kapacitet kondenzatora smanji se na vrijednost 8 pF. Kolika je površina ploča kondenzatora i početna udaljenost između ploča?

Rješenje 221

$$C_1 = 10 \text{ pF} = 10 \cdot 10^{-12} \text{ F}, \quad d_1 = d, \quad d_2 = d + 1 \text{ cm} = d + 0.01 \text{ m}, \\ C_2 = 8 \text{ pF} = 8 \cdot 10^{-12} \text{ F}, \quad d = ? \quad S = ?$$

Kapacitet pločastog kondenzatora u zraku upravo je razmjernan površini S jedne ploče, a obrnuto razmjernan udaljenosti d između ploča:

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d},$$

gdje je dielektričnost praznine $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$.

Računamo početnu udaljenost između ploča kondenzatora d tako da postavimo sustav jednažbi.

$$\left. \begin{array}{l} C_1 = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d_1} \\ C_2 = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} C_1 = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \\ C_2 = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d+0.01} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednažbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{C_1}{C_2} = \frac{\epsilon_0 \cdot \frac{S}{d}}{\epsilon_0 \cdot \frac{S}{d+0.01}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{C_1}{C_2} = \frac{\epsilon_0 \cdot \frac{S}{d}}{\epsilon_0 \cdot \frac{S}{d+0.01}} \Rightarrow \frac{C_1}{C_2} = \frac{\frac{1}{d}}{\frac{1}{d+0.01}} \Rightarrow \frac{C_1}{C_2} = \frac{d+0.01}{d} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{10 \cdot 10^{-12} \text{ F}}{8 \cdot 10^{-12} \text{ F}} = \frac{d+0.01}{d} \Rightarrow \frac{10 \cdot 10^{-12} \text{ F}}{8 \cdot 10^{-12} \text{ F}} = \frac{d+0.01}{d} \Rightarrow \frac{10}{8} = \frac{d+0.01}{d} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{10}{8} = \frac{d+0.01}{d} \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{d+0.01}{d} \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{d+0.01}{d} \cdot 4 \cdot d \Rightarrow 5 \cdot d = 4 \cdot (d+0.01) \Rightarrow \\ \Rightarrow 5 \cdot d = 4 \cdot d + 0.04 \Rightarrow 5 \cdot d - 4 \cdot d = 0.04 \Rightarrow d = 0.04 \text{ m}.$$

Računamo površinu ploče S kondenzatora.

$$C_1 = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d_1} \Rightarrow C_1 = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \Rightarrow \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} = C_1 \Rightarrow \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} = C_1 \cdot \frac{d}{\epsilon_0} \Rightarrow S = C_1 \cdot \frac{d}{\epsilon_0} = \\ = 10 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \frac{0.04 \text{ m}}{8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}} = 0.045 \text{ m}^2.$$

Vježba 221

Zadan je kapacitet pločastog kondenzatora u zraku 5 pF. Povećamo li razmak između ploča kondenzatora za 10 mm, kapacitet kondenzatora smanji se na vrijednost 4 pF. Kolika je početna udaljenost između ploča?

Rezultat: 0.04 m.

Zadatak 222 (Larisa, gimnazija)

Odredi relativnu permitivnost sredine u kojoj točkasti naboj od 0.45 nC stvara električno polje jakosti 20 N / C na udaljenosti 5 m. (dielektričnost praznine $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$)

Rješenje 222

$$Q = 0.45 \text{ nC} = 4.5 \cdot 10^{-10} \text{ C}, \quad E = 20 \text{ N / C}, \quad r = 5 \text{ m}, \quad \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2},$$

$$\epsilon_r = ?$$

Ako je izvor električnog polja točkasta množina naboja Q smještena u sredstvu relativne dielektričnosti ϵ_r , onda je jakost električnog polja u nekoj točki polja na udaljenosti r od naboja dana (prema Coulombovu zakonu) izrazom

$$E = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{Q}{r^2},$$

gdje je dielektričnost praznine $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$.

Relativna permitivnost sredine iznosi:

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{Q}{r^2} \Rightarrow E = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \frac{\epsilon_r}{\epsilon_r} \Rightarrow \epsilon_r = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot E} \cdot \frac{Q}{r^2} = \\ &= \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2} \cdot 20 \frac{N}{C} \cdot (5 \text{ m})^2} \cdot \frac{4.5 \cdot 10^{-11} \text{ C}}{C} = 0.008. \end{aligned}$$

Vježba 222

Odredi relativnu permitivnost sredine u kojoj točkasti naboj od 0.9 nC stvara električno polje jakosti 40 N / C na udaljenosti 5 m. (dielektričnost praznine $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$)

Rezultat: 0.008.

Zadatak 223 (Marko, tehnička škola)

Točka K ima električni potencijal 900 V, a točka L ima električni potencijal 1800 V. Koliki rad treba obaviti pri pomicanju naboja 2 mC iz K u L?

- A. 1.8 mJ B. 54 mJ C. 1.8 J D. 54 J

Rješenje 223

$$\Phi_K = 900 \text{ V}, \quad \Phi_L = 1800 \text{ V}, \quad Q = 2 \text{ mC} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ C}, \quad W = ?$$

Rad što se utroši pri prijenosu naboja Q iz točke potencijala φ_1 u točku potencijala φ_2 jednak je promjeni potencijalne energije naboja, tj.

$$W = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2).$$

$$W = Q \cdot (\varphi_L - \varphi_K) = 2 \cdot 10^{-3} \text{ C} \cdot (1800 \text{ V} - 900 \text{ V}) = 1.8 \text{ J}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 223

Točka K ima električni potencijal 1100 V, a točka L ima električni potencijal 2000 V. Koliki rad treba obaviti pri pomicanju naboja 2 mC iz K u L?

- A. 1.8 mJ B. 54 mJ C. 1.8 J D. 54 J

Rezultat: C.

Zadatak 224 (Marko, tehnička škola)

Elektron naboja e i mase m ubrzava iz stanja mirovanja kroz razliku potencijala U . Konačna brzina v elektrona je:

$$A. v = \sqrt{\frac{U \cdot e}{2 \cdot m}} \quad B. v = \frac{U \cdot e}{m} \quad C. v = \sqrt{\frac{U \cdot e}{m}} \quad D. v = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot e}{m}}$$

Rješenje 224

$$Q = e, \quad m, \quad v_1 = 0 \text{ m/s}, \quad v_2 = v = ?$$

Razlika potencijala ($\varphi_1 - \varphi_2$) naziva se naponom U i možemo ga izračunati kao

$$\varphi_1 - \varphi_2 = U.$$

Rad što se utroši pri prijelazu naboja Q iz točke potencijala φ_1 u točku potencijala φ_2 jednak je promjeni potencijalne energije naboja, tj.

$$W = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \Rightarrow W = Q \cdot U.$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Elektron u prolazu poljem obavlja rad protiv sile polja. Taj je rad jednak promjeni kinetičke energije elektrona.

$$\begin{aligned} \Delta E_k = W &\Rightarrow E_{k2} - E_{k1} = Q \cdot U \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = e \cdot U \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot 0^2 = e \cdot U \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = e \cdot U \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = e \cdot U \quad | \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot e \cdot U}{m} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}} \quad | \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod D.

Vježba 224

Elektron naboja e , mase m i početne brzine v_1 ubrzava se kroz razliku potencijala U . Konačna brzina v_2 elektrona je:

$$A. v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{U \cdot e}{2 \cdot m}} \quad B. v_2 = v_1 + \frac{U \cdot e}{m}$$
$$C. v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{U \cdot e}{m}} \quad D. v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{2 \cdot U \cdot e}{m}}$$

Rezultat: D.

Zadatak 225 (Domagoj, srednja škola)

Snop elektrona prolazi između dviju elektroda. S jedne na drugu elektrodu tijekom 2 s prijeđe 10^{11} elektrona. Kolika struja prolazi između elektroda? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C)

Rješenje 225

$$t = 2 \text{ s}, \quad n = 10^{11}, \quad e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad I = ?$$

Jakost električne struje I kvocijent je električnog naboja Q i vremenskog intervala t u kojemu taj naboj prođe određenim presjekom vodiča.

$$I = \frac{Q}{t}.$$

Električni naboj elektrona i protona ima isti iznos: $1.602 \cdot 10^{-19}$ C. To je najmanja količina naboja koju su fizičari dosad otkrili pokusima i zove se **elementarni naboj**. Utvrđeno je da se električni naboji javljaju samo u cjelobrojnim višekratnicima tog elementarnog naboja. Kažemo da je naboj **kvantiziran**, sastavljen od osnovnih kvanta elektriciteta

$$Q = n \cdot e,$$

gdje je n cijeli broj, e elementarni naboj.

Električni naboj jedna je od osnovnih osobina elementarnih čestica. Jedinica za električni naboj je coulomb (C). Najmanja količina električnog naboja, elementarni naboj, iznosi:

$$e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}.$$

Dakle, ukupni naboj bilo kojeg tijela jednak je cijelom broju pomnoženome s elementarnim nabojem. Računamo struju koja prolazi između elektroda.

$$\left. \begin{array}{l} Q = n \cdot e \\ I = \frac{Q}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow I = \frac{n \cdot e}{t} = \frac{10^{11} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{2 \text{ s}} = 8.01 \cdot 10^{-9} \text{ A}.$$

Vježba 225

Snop elektrona prolazi između dviju elektroda. S jedne na drugu elektrodu tijekom 4 s prijeđe $2 \cdot 10^{11}$ elektrona. Kolika struja prolazi između elektroda? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C)

Rezultat: $8.01 \cdot 10^{-9}$ A.

Zadatak 226 (Luka, srednja škola)

Koju bi brzinu postigla kuglica mase 10 g i naboja $4 \mu\text{C}$ kad bi se gibala s mjesta potencijala 20000 V na mjesto potencijala 5000 V? Početna brzina kuglice je nula.

Rješenje 226

$$m = 10 \text{ g} = 0.01 \text{ kg}, \quad Q = 4 \mu\text{C} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ C}, \quad \varphi_1 = 20000 \text{ V}, \quad \varphi_2 = 5000 \text{ V}, \\ v_1 = 0 \text{ m/s}, \quad v_2 = ?$$

Rad što se utroši pri prijenosu naboja Q iz točke potencijala φ_1 u točku potencijala φ_2 jednak je promjeni potencijalne energije naboja, tj.

$$W = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Promjena kinetičke energije jednaka je radu što se utroši pri prijenosu naboja Q iz točke potencijala φ_1 u točku potencijala φ_2 .

$$\begin{aligned} \Delta E_k = W &\Rightarrow E_{k2} - E_{k1} = W \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot 0^2 = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v_2^2 = \frac{2 \cdot Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)}{m} \Rightarrow v_2 = \frac{2 \cdot Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)}{m} \cdot \sqrt{} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot (20000 - 5000) \text{ V}}{0.01 \text{ kg}}} = 3.46 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vježba 226

Koju bi brzinu postigla kuglica mase 20 g i naboja $8 \mu\text{C}$ kad bi se gibala s mjesta potencijala 20000 V na mjesto potencijala 5000 V? Početna brzina kuglice je nula.

Rezultat: 3.46 m / s.

Zadatak 227 (Ivana, srednja škola)

Koliki je broj jednakih kondenzatora kapaciteta $1 \mu\text{F}$ koje treba usporedno povezati u bateriju da bi se uz napon 2.5 kV u nju mogao spremi naboje od 0.1 C ?

Rješenje 227

$$C_1 = C_2 = C_3 = \dots = C_n = C = 1 \mu\text{F} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ F}, \quad U = 2.5 \text{ kV} = 2500 \text{ V}, \quad Q = 0.1 \text{ C},$$
$$n = ?$$

Kapacitet pločastog kondenzatora iskazujemo jednačinom

$$C = \frac{Q}{U},$$

gdje je Q naboj na jednoj ploči kondenzatora, U napon među pločama kondenzatora.

Ukupni kapacitet od n usporedno (paralelno) spojenih kondenzatora možemo naći iz izraza

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i.$$

Vrijednost kapaciteta ekvivalentnog kondenzatora jednaka je zbroju vrijednosti kapaciteta svakog pojedinog kondenzatora.

Ako n kondenzatora, svaki kapaciteta C , spojimo paralelno ekvivalentni kapacitet iznosi:

$$C_e = n \cdot C.$$

Za naboj baterije vrijedi:

$$C_e = \frac{Q}{U}.$$

Iz sustava jednačina dobije se n .

$$\left. \begin{array}{l} C_e = n \cdot C \\ C_e = \frac{Q}{U} \end{array} \right\} \Rightarrow n \cdot C = \frac{Q}{U} \Rightarrow n \cdot C = \frac{Q}{U} \cdot \frac{1}{C} \Rightarrow n = \frac{Q}{U \cdot C} = \frac{0.1 \text{ C}}{2500 \text{ V} \cdot 1 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 40.$$

Vježba 227

Koliki je broj jednakih kondenzatora kapaciteta $2 \mu\text{F}$ koje treba usporedno povezati u bateriju da bi se uz napon 2.5 kV u nju mogao spremi naboje od 0.2 C ?

Rezultat: 40.

Zadatak 228 (Mario, tehnička škola)

Kondenzator kapaciteta $1000 \mu\text{F}$ nabija se konstantnom strujom od 10 mA . Koliko je vremena potrebno da se kondenzator nabije na napon od 40 V ?

Rješenje 228

$$C = 1000 \mu\text{F} = 0.001 \text{ F}, \quad I = 10 \text{ mA} = 0.01 \text{ A}, \quad U = 40 \text{ V}, \quad t = ?$$

Kapacitet pločastog kondenzatora iskazujemo jednačinom

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow Q = C \cdot U,$$

gdje je Q naboj na jednoj ploči kondenzatora, U napon među pločama kondenzatora.

Jakost električne struje I kvocijent je električnog naboja Q i vremenskog intervala t u kojemu taj naboj prođe određenim presjekom vodiča.

$$I = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = I \cdot t.$$

$$\left. \begin{array}{l} Q = I \cdot t \\ Q = C \cdot U \end{array} \right\} \Rightarrow I \cdot t = C \cdot U \Rightarrow I \cdot t = C \cdot U \cdot \frac{1}{I} \Rightarrow t = \frac{C \cdot U}{I} = \frac{0.001 \text{ F} \cdot 40 \text{ V}}{0.01 \text{ A}} = 4 \text{ s.}$$

Vježba 228

Kondenzator kapaciteta 1000 μF nabija se konstantnom strujom od 20 mA. Koliko je vremena potrebno da se kondenzator nabije na napon od 80 V?

Rezultat: 4 s.

Zadatak 229 (Mario, tehnička škola)

Razlika potencijala između ploča kondenzatora kapaciteta C_1 je 300 V, a razlika potencijala između ploča kondenzatora kapaciteta C_2 je 100 V. Koliki je omjer njihovih kapaciteta, ako je nakon njihovog paralelnog spajanja razlika potencijala 250 V?

Rješenje 229

$$C_1, \quad U_1 = 300 \text{ V}, \quad C_2, \quad U_2 = 100 \text{ V}, \quad U = 250 \text{ V}, \quad \frac{C_1}{C_2} = ?$$

Kapacitet pločastog kondenzatora iskazujemo jednadžbom

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow Q = C \cdot U,$$

gdje je Q naboj na jednoj ploči kondenzatora, U napon među pločama kondenzatora.

Ukupni kapacitet od n usporedno (paralelno) spojenih kondenzatora možemo naći iz izraza

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i.$$

Vrijednost kapaciteta ekvivalentnog kondenzatora jednaka je zbroju vrijednosti kapaciteta svakog pojedinog kondenzatora.

Na prvom kondenzatoru pohranjena je količina naboja

$$Q_1 = C_1 \cdot U_1,$$

a na drugom

$$Q_2 = C_2 \cdot U_2.$$

Kapacitet paralelno spojenih kondenzatora je

$$C = C_1 + C_2$$

pa je ukupna količina naboja

$$Q = C \cdot U.$$

Budući da za ukupnu količinu naboja vrijedi

$$Q = Q_1 + Q_2,$$

dobivamo:

$$Q = Q_1 + Q_2 \Rightarrow C \cdot U = C_1 \cdot U_1 + C_2 \cdot U_2 \Rightarrow [C = C_1 + C_2] \Rightarrow (C_1 + C_2) \cdot U = C_1 \cdot U_1 + C_2 \cdot U_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (C_1 + C_2) \cdot 250 = C_1 \cdot 300 + C_2 \cdot 100 \Rightarrow (C_1 + C_2) \cdot 250 = C_1 \cdot 300 + C_2 \cdot 100 \quad /: 50 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 \cdot (C_1 + C_2) = 6 \cdot C_1 + 2 \cdot C_2 \Rightarrow 5 \cdot C_1 + 5 \cdot C_2 = 6 \cdot C_1 + 2 \cdot C_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 \cdot C_1 - 6 \cdot C_1 = 2 \cdot C_2 - 5 \cdot C_2 \Rightarrow -C_1 = -3 \cdot C_2 \Rightarrow -C_1 = -3 \cdot C_2 \quad /: \left(-\frac{1}{C_2}\right) \Rightarrow \frac{C_1}{C_2} = 3.$$

Vježba 229

Razlika potencijala između ploča kondenzatora kapaciteta C_1 je 600 V, a razlika potencijala između ploča kondenzatora kapaciteta C_2 je 200 V. Koliki je omjer njihovih kapaciteta, ako je nakon njihovog paralelnog spajanja razlika potencijala 500 V?

Rezultat: $\frac{C_1}{C_2} = 3.$

Zadatak 230 (Davor, tehnička škola)

Motor hladnjaka uzima iz mreže snagu 150 W, a uključuje se periodično na 8 minuta i isključuje na 20 minuta. Odredi potrošnju u tijeku 24 sata.

Rješenje 230

$$P = 150 \text{ W}, \quad t_u = 8 \text{ min} = \frac{8}{60} \text{ h}, \quad t_i = 20 \text{ min} = \frac{20}{60} \text{ h}, \quad t = 24 \text{ h}, \quad W = ?$$

Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije u nekom trošilu za vrijeme t jednaka je

$$W = P \cdot t,$$

gdje je P snaga trošila.

Električnu energiju često izražavamo vatskundama (Ws) ili vatsatima (Wh).

Ukupno vrijeme jednog uključivanja i isključivanja motora hladnjaka je

$$\Delta t = t_u + t_i$$

pa je on tijekom dana (24 h) uključen

$$t = \frac{24 \text{ h}}{\Delta t} \cdot t_u \Rightarrow t = \frac{24 \text{ h}}{t_u + t_i} \cdot t_u \Rightarrow t = \frac{24 \text{ h}}{\frac{8}{60} \text{ h} + \frac{20}{60} \text{ h}} \cdot \frac{8}{60} \text{ h} \Rightarrow t = \frac{24}{28} \cdot 8 \text{ h} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow t = \frac{6}{7} \cdot 8 \text{ h} \Rightarrow t = \frac{48}{7} \text{ h}.$$

Potrošnja u tijeku 24 sata iznosi:

$$W = P \cdot t = 150 \text{ W} \cdot \frac{48}{7} \text{ h} = 1028.57 \text{ Wh} \approx 1.03 \text{ kWh}.$$

Vježba 230

Motor hladnjaka uzima iz mreže snagu 150 W, a uključuje se periodično na 16 minuta i isključuje na 40 minuta. Odredi potrošnju u tijeku 24 sata.

Rezultat: 1.03 kWh.

Zadatak 231 (Davor, tehnička škola)

Fotografska bljeskalica sadrži kondenzator kapaciteta $200 \mu\text{F}$ koji se pomoću elektronskog sklopa napuni na napon 250 V. Jednim bljeskom napon padne na 200 V. Odredi energiju bljeska i naboj koji prođe bljeskalicom.

Rješenje 231

$$C = 200 \mu\text{F} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ F}, \quad U_1 = 250 \text{ V}, \quad U_2 = 200 \text{ V}, \quad \Delta W = ?, \quad \Delta Q = ?$$

Energija nabijenog kondenzatora jednaka je

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2,$$

gdje je C kapacitet kondenzatora, U napon između ploča.

Kapacitet pločastog kondenzatora jednak je kvocijentu naboja Q i napona U između ploča.

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow Q = C \cdot U.$$

Energija bljeska iznosi:

$$\begin{aligned}\Delta W = W_1 - W_2 &\Rightarrow \Delta W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_1^2 - \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_2^2 \Rightarrow \Delta W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot (U_1^2 - U_2^2) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ F} \cdot ((250 \text{ V})^2 - (200 \text{ V})^2) = 2.25 \text{ J}.\end{aligned}$$

Računamo naboj koji prođe bljeskalicom:

$$\begin{aligned}\Delta Q = Q_1 - Q_2 &\Rightarrow \Delta Q = C \cdot U_1 - C \cdot U_2 \Rightarrow \Delta Q = C \cdot (U_1 - U_2) = \\ &= 2 \cdot 10^{-4} \text{ F} \cdot (250 \text{ V} - 200 \text{ V}) = 0.01 \text{ C} = 10^{-2} \text{ C}.\end{aligned}$$



Vježba 231

Fotografska bljeskalice sadrži kondenzator kapaciteta $200 \mu\text{F}$ koji se pomoću elektronskog sklopa napuni na napon 260 V . Jednim bljeskom napon padne na 210 V . Odredi naboj koji prođe bljeskalicom.

Rezultat: 0.01 C .

Zadatak 232 (Ivan, tehnička škola)

Elektron je postigao brzinu 10^6 m/s pošto je prešao put od jedne nabijene metalne ploče do druge. Razmak između ploča bio je 5.3 mm . Kolika je bila jakost električnog polja u kojemu se gibao elektron? (masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rješenje 232

$$\begin{aligned}v_1 &= 0 \text{ m/s}, & v_2 &= 10^6 \text{ m/s}, & d &= 5.3 \text{ mm} = 5.3 \cdot 10^{-3} \text{ m}, & m &= 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \\ Q &= e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, & E &= ?\end{aligned}$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Rad električnog polja pri pomicanju naboja Q iz točke potencijala φ_1 u točku potencijala φ_2 jednak je promjeni potencijalne energije naboja.

$$W = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Razlika potencijala $\varphi_1 - \varphi_2$ naziva se napon U p a vrijedi

$$W = Q \cdot U.$$

Polje između dviju nabijenih paralelnih ploča udaljenih d između kojih je napon U ima svuda jednaku jakost i paralelne silnice, a naziva se homogeno polje.

$$E = \frac{U}{d} \Rightarrow U = E \cdot d.$$

Elektroni u prolazu poljem obavljaju rad protiv sile polja. Taj je rad jednak promjeni kinetičke energije elektrona.

$$\left. \begin{array}{l} \Delta E_k = W \\ W = Q \cdot U \\ U = E \cdot d \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \Delta E_k = Q \cdot U \\ U = E \cdot d \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta E_k = Q \cdot E \cdot d \Rightarrow Q \cdot E \cdot d = \Delta E_k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q \cdot E \cdot d = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \Rightarrow Q \cdot E \cdot d = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot 0^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q \cdot E \cdot d = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \Rightarrow Q \cdot E \cdot d = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \cdot \frac{1}{Q \cdot d} \Rightarrow E = \frac{m \cdot v_2^2}{2 \cdot Q \cdot d} =$$

$$= \frac{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \left(10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 5.3 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 536.48 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

Vježba 232

Elektron je postigao brzinu 1000 km / s pošto je prešao put od jedne nabijene metalne ploče do druge. Razmak između ploča bio je 5.3 mm. Kolika je bila jakost električnog polja u kojemu se gibao elektron? (masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C)

Rezultat: 536.48 V / m.

Zadatak 233 (Lana, gimnazija)

Jakost električnog polja na površini Zemlje je 130 N / C.

- Odredi električni kapacitet Zemlje.
- Odredi količinu naboja uzimajući da je polumjer Zemlje 6370 km. (dielektričnost praznine $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$)

Rješenje 233

$$E = 130 \text{ N / C}, \quad R = 6370 \text{ km} = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}, \quad \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2), \quad C = ?, \quad Q = ?$$

Kapacitet kugle, u vakuumu, polumjera R iznosi:

$$C = 4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R.$$

Ako je izvor električnog polja točkasta množina naboja Q smještena u praznini, onda je jakost električnog polja u nekoj točki polja na udaljenosti r od naboja dana (prema Coulombovu zakonu) izrazom

$$E = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \Rightarrow Q = 4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r^2 \cdot E.$$

- Električni kapacitet Zemlje iznosi:

$$C = 4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R = 4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot 6.37 \cdot 10^6 \text{ m} = 7.09 \cdot 10^{-4} \text{ F} = 709 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 709 \mu\text{F}.$$

- Količina naboja je:

$$Q = 4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R^2 \cdot E = 4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot \left(6.37 \cdot 10^6 \text{ m}\right)^2 \cdot 130 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 5.87 \cdot 10^5 \text{ C}.$$

Vježba 233

Jakost električnog polja na površini Zemlje je 0.13 kN / C. Odredi električni kapacitet Zemlje. (dielektričnost praznine $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$)

Rezultat: 709 μF .

Zadatak 234 (Martin, tehnička škola)

Koliki je potencijal u točki A prikazanoj na sljedećim slikama.

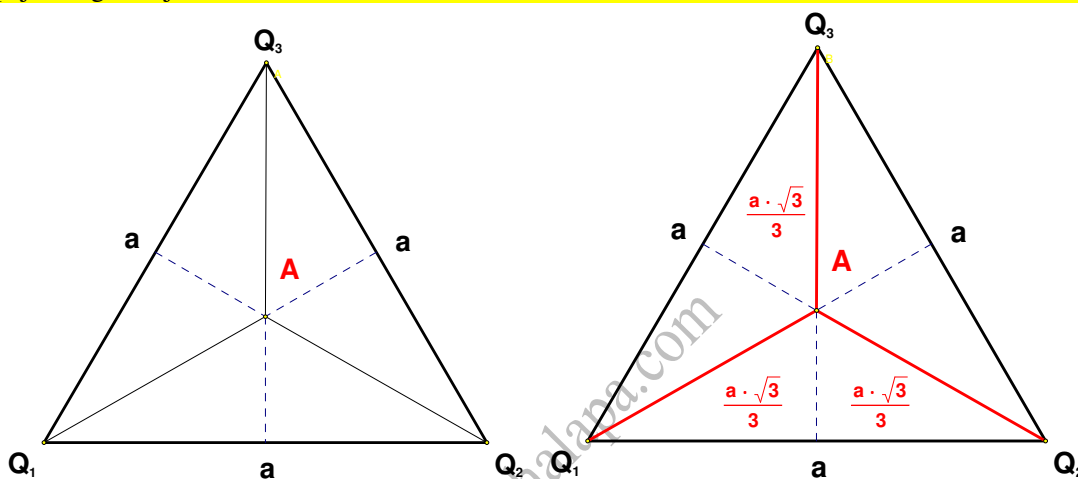
Rješenje 234

Ako je izvor električnog polja točkasta množina naboja Q ili nabijena kugla, onda je potencijal u točki na udaljenosti r od naboja, odnosno središta kugle, za vakuum jednak

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r},$$

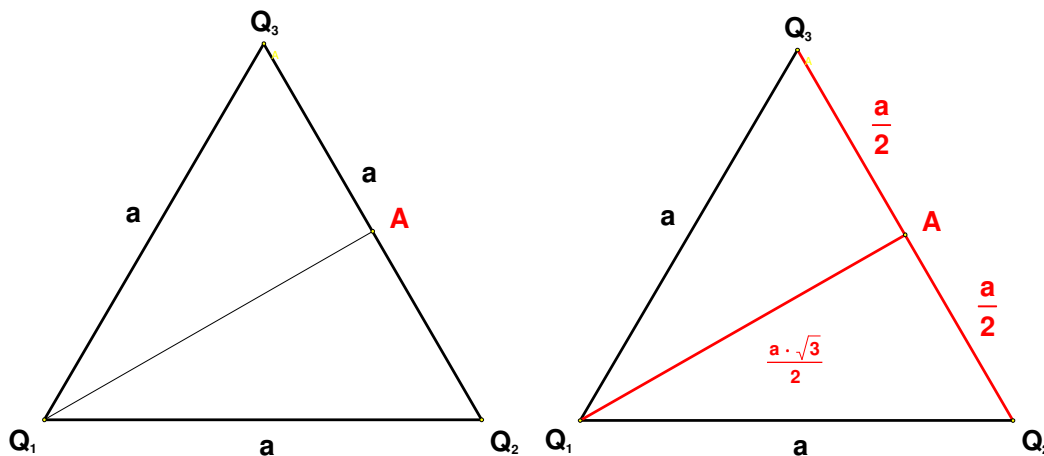
gdje je $k = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$.

Budući da je potencijal skalarna veličina, rezultatni potencijal jednak je zbroju potencijala svakog pojedinog naboja.



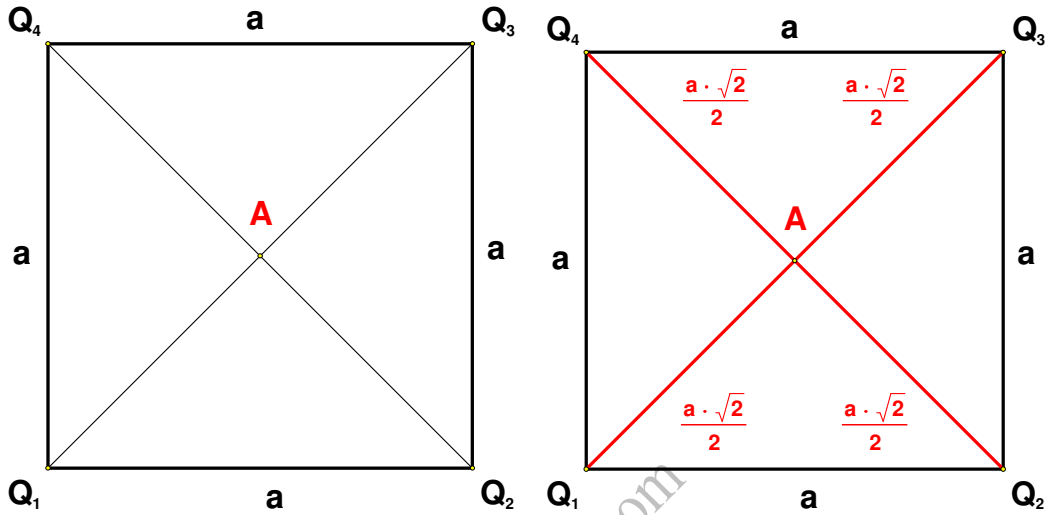
$$\varphi_A = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 \Rightarrow \varphi_A = k \cdot \frac{Q_1}{\frac{a \cdot \sqrt{3}}{3}} + k \cdot \frac{Q_2}{\frac{a \cdot \sqrt{3}}{3}} + k \cdot \frac{Q_3}{\frac{a \cdot \sqrt{3}}{3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi_A = k \cdot \frac{3 \cdot Q_1}{a \cdot \sqrt{3}} + k \cdot \frac{3 \cdot Q_2}{a \cdot \sqrt{3}} + k \cdot \frac{3 \cdot Q_3}{a \cdot \sqrt{3}} \Rightarrow \varphi_A = \frac{3 \cdot k}{a \cdot \sqrt{3}} \cdot (Q_1 + Q_2 + Q_3).$$



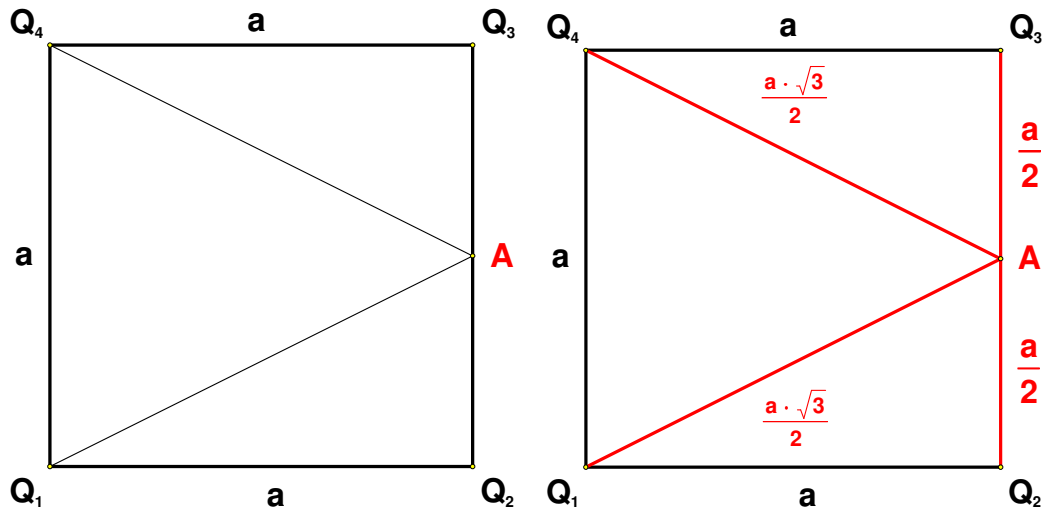
$$\varphi_A = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 \Rightarrow \varphi_A = k \cdot \frac{Q_1}{\frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}} + k \cdot \frac{Q_2}{\frac{a}{2}} + k \cdot \frac{Q_3}{\frac{a}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi_A = k \cdot \frac{2 \cdot Q_1}{a \cdot \sqrt{3}} + k \cdot \frac{2 \cdot Q_2}{a} + k \cdot \frac{2 \cdot Q_3}{a} \Rightarrow \varphi_A = \frac{2 \cdot k}{a} \cdot \left(\frac{Q_1}{\sqrt{3}} + Q_2 + Q_3 \right).$$



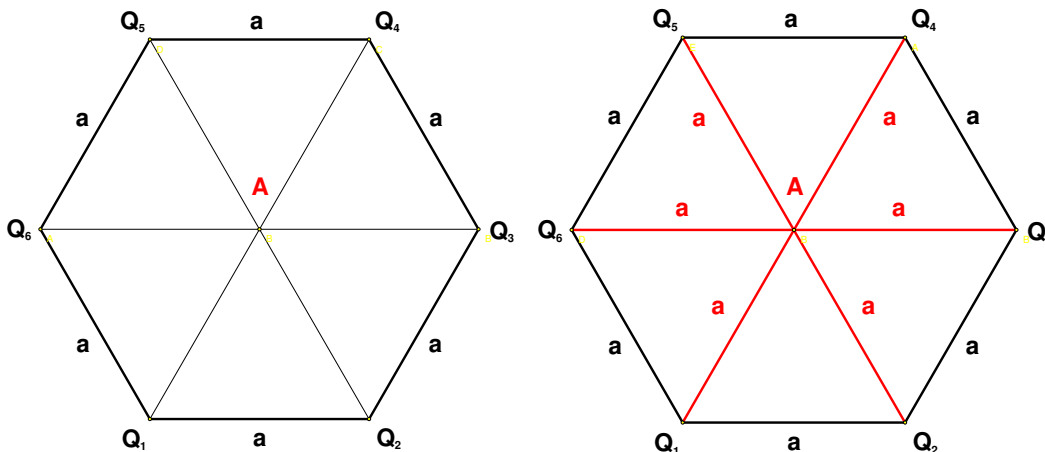
$$\varphi_A = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 \Rightarrow \varphi_A = k \cdot \frac{Q_1}{\frac{a \cdot \sqrt{2}}{2}} + k \cdot \frac{Q_2}{\frac{a \cdot \sqrt{2}}{2}} + k \cdot \frac{Q_3}{\frac{a \cdot \sqrt{2}}{2}} + k \cdot \frac{Q_4}{\frac{a \cdot \sqrt{2}}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi_A = k \cdot \frac{2 \cdot Q_1}{a \cdot \sqrt{2}} + k \cdot \frac{2 \cdot Q_2}{a \cdot \sqrt{2}} + k \cdot \frac{2 \cdot Q_3}{a \cdot \sqrt{2}} + k \cdot \frac{2 \cdot Q_4}{a \cdot \sqrt{2}} \Rightarrow \varphi_A = \frac{2 \cdot k}{a \cdot \sqrt{2}} \cdot (Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4).$$



$$\varphi_A = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 \Rightarrow \varphi_A = k \cdot \frac{Q_1}{\frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}} + k \cdot \frac{Q_2}{\frac{a}{2}} + k \cdot \frac{Q_3}{\frac{a}{2}} + k \cdot \frac{Q_4}{\frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi_A = k \cdot \frac{2 \cdot Q_1}{a \cdot \sqrt{3}} + k \cdot \frac{2 \cdot Q_2}{a} + k \cdot \frac{2 \cdot Q_3}{a} + k \cdot \frac{2 \cdot Q_4}{a \cdot \sqrt{3}} \Rightarrow \varphi_A = \frac{2 \cdot k}{a} \cdot \left(\frac{Q_1}{\sqrt{3}} + Q_2 + Q_3 + \frac{Q_4}{\sqrt{3}} \right).$$

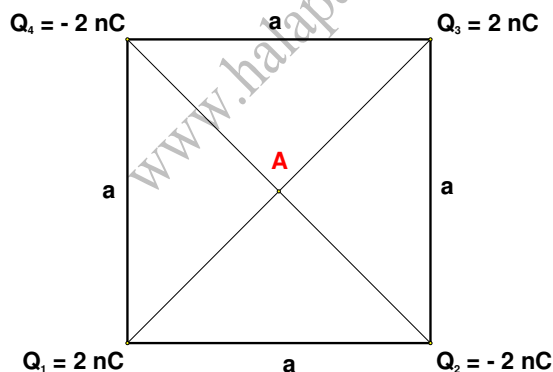


$$\varphi_A = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 + \varphi_5 + \varphi_6 \Rightarrow \varphi_A = k \cdot \frac{Q_1}{a} + k \cdot \frac{Q_2}{a} + k \cdot \frac{Q_3}{a} + k \cdot \frac{Q_4}{a} + k \cdot \frac{Q_5}{a} + k \cdot \frac{Q_6}{a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi_A = \frac{k}{a} \cdot (Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6).$$

Vježba 234

Koliki je potencijal u točki A prikazanoj na slici.



Rezultat: $\varphi_A = 0 \text{ V}$.

Zadatak 235 (Ivan, tehnička škola)

Elektron se ubrzava u homogenom električnom polju i prijeđe put 0.5 m za 4 μs . Kolika je jakost polja? (masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rješenje 235

$s = 0.5 \text{ m}$, $t = 4 \mu\text{s} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ s}$, $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$,
 $E = ?$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Ako se u polju jakosti E nalazi naboj Q , silu kojom polje djeluje na naboj možemo izračunati iz izraza

$$F = Q \cdot E.$$

Sila koja ubrzava elektron je električna sila pa akceleraciju a dobijemo iz

$$m \cdot a = Q \cdot E \Rightarrow m \cdot a = e \cdot E \Rightarrow m \cdot a = e \cdot E \quad / : m \Rightarrow a = \frac{e \cdot E}{m}.$$

Budući da se elektron giba stalnom akceleracijom, uporabom formule za put jednolikog ubrzanog gibanja, izračunamo E .

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{e \cdot E}{m} \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot E}{m} \cdot t^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot E}{m} \cdot t^2 = s \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot E}{m} \cdot t^2 = s \quad / \cdot \frac{2 \cdot m}{e \cdot t^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = \frac{2 \cdot m \cdot s}{e \cdot t^2} = \frac{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 0.5 \text{ m}}{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot (4 \cdot 10^{-6} \text{ s})^2} = 0.36 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 0.36 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

Vježba 235

Elektron se ubrzava u homogenom električnom polju i prijeđe put 5 dm za 4 μs . Kolika je jakost polja? (masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C)

Rezultat: $0.36 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 0.36 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$

Zadatak 236 (Nataša, medicinska škola)

Izračunaj kapacitet pločastog kondenzatora, ako je površina ploča 2 m², a razmak među njima 5 mm. Između ploča nalazi se vakuum. (električna permitivnost vakuuma

$$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2})$$

Rješenje 236

$$S = 2 \text{ m}^2, \quad d = 5 \text{ mm} = 0.005 \text{ m}, \quad \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}, \quad C = ?$$

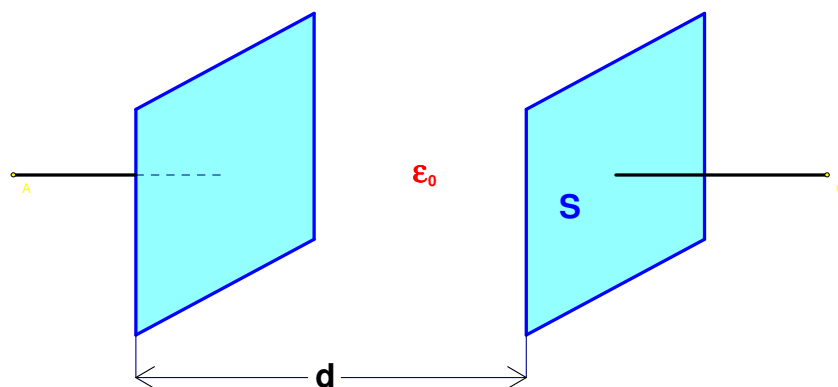
Kapacitet pločastog kondenzatora u zraku (i vakuumu) upravo je razmjernan površini S jedne ploče, a obrnuto razmjernan udaljenosti d između ploča:

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d},$$

gdje je dielektričnost praznine (vakuuma) $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}.$

Kapacitet pločastog kondenzatora u vakuumu iznosi:

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot \frac{2 \text{ m}^2}{0.005 \text{ m}} = 3.54 \cdot 10^{-9} \text{ F} = 3.54 \text{ nF}.$$



Vježba 236

Izračunaj kapacitet pločastog kondenzatora, ako je površina ploča 4 m^2 , a razmak među njima 10 mm . Između ploča nalazi se vakuum. (električna permitivnost vakuuma

$$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2})$$

Rezultat: 3.54 nF.

Zadatak 237 (Max, tehnička škola)

Razmak između ploča pločastog kondenzatora iznosi 0.5 mm . Ako se on stavi u ulje njegov se kapacitet promijeni. Međutim, kad se ploče udalje tako da je razmak između njih 1.2 mm kondenzator ima i u ulju prijašnji kapacitet. Kolika je relativna dielektrična konstanta ulja?

- A. 1.2 B. 1.8 C. 2.4 D. 3

Rješenje 237

$$d_1 = 0.5 \text{ mm} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}, \quad d_2 = 1.2 \text{ mm} = 1.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad \epsilon_r = ?$$

Pločasti kondenzator sastoji se od dviju paralelnih metalnih ploča između kojih je izolator. Ako je između ploča vakuum kapacitet pločastog kondenzatora računa se formulom

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d},$$

gdje je ϵ_0 dielektričnost (permitivnost) vakuuma, S površina svake od ploča, d razmak među pločama. Ako je između ploča neko sredstvo kapacitet pločastog kondenzatora računa se formulom

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d},$$

gdje je ϵ_0 dielektričnost (permitivnost) vakuuma, ϵ_r relativna dielektričnost sredstva, S površina svake od ploča, d razmak među pločama.

$$\left. \begin{array}{l} C_1 = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d_1} \text{ među pločama je vakuum} \\ C_2 = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d_2} \text{ među pločama je izolator} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{uvjet} \\ C_2 = C_1 \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d_2} = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d_1} \Rightarrow \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d_2} = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d_1} / \cdot \frac{d_2}{\epsilon_0 \cdot S} \Rightarrow \epsilon_r = \frac{d_2}{d_1} = \frac{1.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{5 \cdot 10^{-4} \text{ m}} = 2.4.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 237

Razmak između ploča pločastog kondenzatora iznosi 10 mm. Ako se on stavi u ulje njegov se kapacitet promijeni. Međutim, kad se ploče udalje tako da je razmak između njih 2.4 mm kondenzator ima i u ulju prijašnji kapacitet. Kolika je relativna dielektrična konstanta ulja?

- A. 1.2 B. 1.8 C. 2.4 D. 3

Rezultat: C.

Zadatak 238 (Tomislav, gimnazija)

Nabijena kuglica mase 0.1 g lebdi u homogenom električnom polju jakosti 5 kV / m. Koliki je naboj kuglice? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 238

$$m = 0.1 \text{ g} = 10^{-4} \text{ kg}, \quad E = 5 \text{ kV / m} = 5000 \text{ V / m}, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad Q = ?$$

Ako se u polju jakosti E nalazi naboj Q, silu kojom polje djeluje na naboj možemo izračunati iz izraza

$$F = Q \cdot E.$$

Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

$$G = m \cdot g.$$

Budući da kuglica lebdi u homogenom električnom polju, električna sila koja djeluje na nju po iznosu jednaka je njezinoj težini.

$$F = G \Rightarrow Q \cdot E = m \cdot g \Rightarrow Q \cdot E = m \cdot g \cdot \frac{1}{E} \Rightarrow Q = \frac{m \cdot g}{E} = \frac{10^{-4} \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{5000 \frac{\text{V}}{\text{m}}} = 1.96 \cdot 10^{-7} \text{ C}.$$

Vježba 238

Nabijena kuglica mase 0.2 g lebdi u homogenom električnom polju jakosti 10 kV / m. Koliki je naboj kuglice? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: $1.96 \cdot 10^{-7} \text{ C}.$

Zadatak 239 (Ivan, gimnazija)

Dva točkasta naboja 20 nC i 30 nC nalaze se na međusobnoj udaljenosti 50 cm. U kojoj bi točki na spojnici ovih naboja treći naboj bio u ravnoteži?

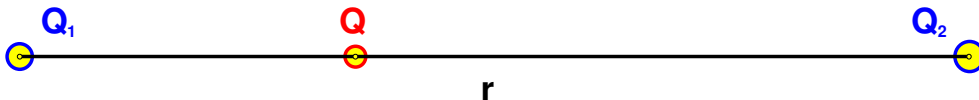
Rješenje 239

$$Q_1 = 20 \text{ nC} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ C}, \quad Q_2 = 30 \text{ nC} = 3 \cdot 10^{-8} \text{ C}, \quad r = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}, \quad x = ?$$

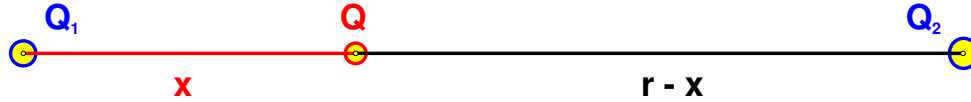
Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su Q_1 i Q_2 naboji, r njihova međusobna udaljenost, k konstanta u vakuumu (a praktično i u zraku).



Naboj Q je u ravnoteži kada su Coulombove sile između naboja Q_1 i Q te Q_2 i Q jednake po apsolutnom iznosu, a protivnog smjera. Točkasti naboj Q mora oba naboja Q_1 i Q_2 privlačiti istom silom. Neka je x udaljenost između naboja Q_1 i Q.



$$F_1 = F_2 \Rightarrow k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q}{x^2} = k \cdot \frac{Q_2 \cdot Q}{(r-x)^2} \Rightarrow k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q}{x^2} = k \cdot \frac{Q_2 \cdot Q}{(r-x)^2} \cdot \frac{1}{k \cdot Q} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{Q_1}{x^2} = \frac{Q_2}{(r-x)^2}.$$

Uvrštavanjem zadanih vrijednosti dobije se kvadratna jednadžba (x računamo u metrima).

$$\frac{Q_1}{x^2} = \frac{Q_2}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{2 \cdot 10^{-8}}{x^2} = \frac{3 \cdot 10^{-8}}{(0.5-x)^2} \Rightarrow \frac{2 \cdot 10^{-8}}{x^2} = \frac{3 \cdot 10^{-8}}{(0.5-x)^2} \cdot \frac{x^2 \cdot (0.5-x)^2}{10^{-8}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot (0.5-x)^2 = 3 \cdot x^2 \Rightarrow 2 \cdot (0.25 - x + x^2) = 3 \cdot x^2 \Rightarrow 0.5 - 2 \cdot x + 2 \cdot x^2 = 3 \cdot x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0.5 - 2 \cdot x + 2 \cdot x^2 - 3 \cdot x^2 = 0 \Rightarrow -x^2 - 2 \cdot x + 0.5 = 0 \Rightarrow -x^2 - 2 \cdot x + 0.5 = 0 \quad /: (-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + 2 \cdot x - 0.5 = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x^2 + 2 \cdot x - 0.5 = 0 \\ a = 1, b = 2, c = -0.5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 1, b = 2, c = -0.5 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-0.5)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+2}}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{6}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{-2 + \sqrt{6}}{2} \\ x_2 = \frac{-2 - \sqrt{6}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = 0.22 \text{ m} \\ x_2 = -2.22 \text{ m} \end{array} \right\} \Rightarrow x_1 = 22 \text{ cm}.$$

Budući da rješenje kvadratne jednadžbe daje samo uvjet jednakosti dviju sila, promatranjem slike uočavamo da fizikalno odgovara samo rješenje $x_1 = 22 \text{ cm}$. Kod njega je uz uvjet jednakosti nazočan i nuždan uvjet suprotnog smjera.

Vježba 239

Dva točkasta naboja 20 nC i 30 nC nalaze se na međusobnoj udaljenosti 5 dm. U kojoj bi točki na spojnici ovih naboja treći naboj bio u ravnoteži?

Rezultat: 22 cm.

Zadatak 240 (Ana, gimnazija)

Na udaljenosti r od točkastog naboja izmjerena je jakost električnog polja 5.625 kV / m; 30 cm dalje u radialnom smjeru jakost polja iznosi 0.9 kV / m. Koliki je naboj?

Rješenje 240

$$r, \quad E_1 = 5.625 \text{ kV / m} = 5625 \text{ V / m}, \quad \Delta r = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m},$$

$$E_2 = 0.9 \text{ kV / m} = 900 \text{ V / m}, \quad Q = ?$$

Ako je izvor električnog polja točkasta množina naboja Q smještena u sredstvu relativne dielektričnosti ϵ_r , onda je jakost električnog polja u nekoj točki polja na udaljenosti r od naboja dana (prema Coulombovu zakonu) izrazom

$$E = k \cdot \frac{Q}{r^2},$$

gdje je $k = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$.

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= k \cdot \frac{Q}{r^2} \\ E_2 &= k \cdot \frac{Q}{(r + \Delta r)^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{k \cdot \frac{Q}{r^2}}{k \cdot \frac{Q}{(r + \Delta r)^2}} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{k \cdot \frac{Q}{r^2}}{k \cdot \frac{Q}{(r + \Delta r)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{r^2}}{\frac{1}{(r + \Delta r)^2}} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{(r + \Delta r)^2}{r^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{r + \Delta r}{r} \right)^2 \Rightarrow \left(\frac{r + \Delta r}{r} \right)^2 = \frac{E_1}{E_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{r + \Delta r}{r} \right)^2 = \frac{E_1}{E_2} \quad / \sqrt{} \Rightarrow \frac{r + \Delta r}{r} = \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} \Rightarrow \frac{r + \Delta r}{r} = \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} \quad / \cdot r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r + \Delta r = r \cdot \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} \Rightarrow r - r \cdot \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} = -\Delta r \Rightarrow r \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} \right) = -\Delta r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} \right) = -\Delta r \quad / \cdot (-1) \Rightarrow r \cdot \left(\sqrt{\frac{E_1}{E_2}} - 1 \right) = \Delta r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r \cdot \left(\sqrt{\frac{E_1}{E_2}} - 1 \right) = \Delta r \quad / \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{E_1}{E_2}} - 1} \Rightarrow r = \frac{\Delta r}{\sqrt{\frac{E_1}{E_2}} - 1} = \frac{0.3 \text{ m}}{\sqrt{\frac{5625 \frac{V}{m}}{900 \frac{V}{m}} - 1}} = 0.2 \text{ m}.$$

Računamo naboj Q.

$$E_1 = k \cdot \frac{Q}{r^2} \Rightarrow k \cdot \frac{Q}{r^2} = E_1 \Rightarrow k \cdot \frac{Q}{r^2} = E_1 \quad / \cdot \frac{r^2}{k} \Rightarrow Q = \frac{r^2}{k} \cdot E_1 =$$

$$= \frac{(0.2 \text{ m})^2}{9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}} \cdot 5625 \frac{V}{m} = 2.5 \cdot 10^{-8} \text{ C}.$$

Vježba 240

Na udaljenosti r od točkastog naboja izmjerena je jakost električnog polja 5.625 kV / m; 3 dm dalje u radialnom smjeru jakost polja iznosi 0.9 kV / m. Koliki je naboj?

Rezultat: $2.5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$.