

### Zadatak 181 (Zvone, srednja škola)

U polju naboja  $Q = 10^{-6}$  C nalazi se čestica mase  $m = 5 \cdot 10^{-3}$  g, naboja  $q = 10^{-8}$  C. Odredi brzinu koju će čestica početne brzine  $v_0 = 0$  postići gibajući se u tom polju horizontalno bez trenja i otpora, od udaljenosti  $r_1 = 0.2$  m do  $r_2 = 1$  m. (konstanta  $k$  za vakuum ima vrijednost  $k = 8.99 \cdot 10^9$  N · m<sup>2</sup> / C<sup>2</sup>)

#### Rješenje 181

$$Q = 10^{-6} \text{ C}, \quad m = 5 \cdot 10^{-3} \text{ g} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ kg}, \quad q = 10^{-8} \text{ C}, \quad v_0 = 0 \text{ m/s}, \quad r_1 = 0.2 \text{ m}, \\ r_2 = 1 \text{ m}, \quad k = 8.99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2, \quad v = ?$$

Svaka točka električnog polja ima potencijal s obzirom na Zemlju. Potencijal  $\varphi$  neke točke definira se omjerom rada  $W$  i naboja  $Q$  koji treba sa Zemlje dovesti u tu točku. Potencijal točaka na površini nabijene kugle polumjera  $r$  jednak je

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r}.$$

Električna potencijalna energija je energija koja nastaje radom vanjske sile pri dovođenju naboja  $q$  iz beskonačnosti na udaljenost  $r$  od naboja  $Q$ . Vrijedi relacija:

$$E_p = k \cdot \frac{Q \cdot q}{r}.$$

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

#### Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Zbog zakona očuvanja energije promjena kinetičke energije čestice bit će jednaka promjeni električne potencijalne energije.

$$\Delta E_k = \Delta E_p \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = k \cdot \frac{Q \cdot q}{r_1} - k \cdot \frac{Q \cdot q}{r_2} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot 0^2 = k \cdot \frac{Q \cdot q}{r_1} - k \cdot \frac{Q \cdot q}{r_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = k \cdot \frac{Q \cdot q}{r_1} - k \cdot \frac{Q \cdot q}{r_2} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = k \cdot Q \cdot q \cdot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = k \cdot Q \cdot q \cdot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow \\ \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot k \cdot Q \cdot q}{m} \cdot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot k \cdot Q \cdot q}{m} \cdot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \cdot \sqrt{\phantom{x}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot Q \cdot q}{m} \cdot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)} = \\ = \sqrt{\frac{2 \cdot 8.99 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot 10^{-8} \text{ C}}{5 \cdot 10^{-6} \text{ kg}} \cdot \left( \frac{1}{0.2 \text{ m}} - \frac{1}{1 \text{ m}} \right)} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

#### Vježba 181

U polju naboja  $Q = 10^{-6}$  C nalazi se čestica mase  $m = 5 \cdot 10^{-3}$  g, naboja  $q = 10^{-8}$  C. Odredi brzinu koju će čestica početne brzine  $v_0 = 0$  postići gibajući se u tom polju horizontalno bez trenja i otpora, od udaljenosti  $r_1 = 2$  dm do  $r_2 = 10$  dm. (konstanta  $k$  za vakuum ima vrijednost  $k = 8.99 \cdot 10^9$  N · m<sup>2</sup> / C<sup>2</sup>)

**Rezultat:** 12 m/s.

### Zadatak 182 (Zvone, srednja škola)

Odredite omjer električne i gravitacijske sile pri međudjelovanju dvaju elektrona u zraku na udaljenosti  $10^{-10}$  m. (naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$  C, masa elektrona  $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$  kg, konstanta  $k$  za vakuum ima vrijednost  $k = 8.99 \cdot 10^9$  Nm<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>)

#### Rješenje 182

$$r = 10^{-10} \text{ m}, \quad Q_1 = Q_2 = Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad m_1 = m_2 = m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg},$$
$$k = 8.99 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2, \quad \frac{F_e}{F_g} = ?$$

#### Coulombov zakon

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) u vakuumu dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su  $Q_1$  i  $Q_2$  naboji,  $r$  njihova međusobna udaljenost, konstanta  $k$  za vakuum

$$k = 8.99 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}.$$

#### Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa  $m_1$  i  $m_2$  nalaze u međusobnoj udaljenosti  $r$ , među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je  $G$  gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}.$$

Računamo omjer električne i gravitacijske sile.

$$\begin{aligned} \frac{F_e}{F_g} &= \frac{k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}}{G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}} \Rightarrow \frac{F_e}{F_g} = \frac{k \cdot \frac{Q^2}{r^2}}{G \cdot \frac{m^2}{r^2}} \Rightarrow \frac{F_e}{F_g} = \frac{k \cdot \frac{e^2}{r^2}}{G \cdot \frac{m^2}{r^2}} \Rightarrow \frac{F_e}{F_g} = \frac{k \cdot \frac{e^2}{r^2}}{G \cdot \frac{m^2}{r^2}} \Rightarrow \frac{F_e}{F_g} = \frac{k \cdot \frac{e^2}{1}}{G \cdot \frac{m^2}{1}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{F_e}{F_g} = \frac{k \cdot e^2}{G \cdot m^2} \Rightarrow \frac{F_e}{F_g} = \frac{k}{G} \cdot \frac{e^2}{m^2} \Rightarrow \frac{F_e}{F_g} = \frac{k}{G} \cdot \left(\frac{e}{m}\right)^2 = \\ &= \frac{8.99 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}}{6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}} \cdot \left(\frac{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}\right)^2 = 4.17 \cdot 10^{42}. \end{aligned}$$

#### Vježba 182

Odredite omjer električne i gravitacijske sile pri međudjelovanju dvaju elektrona u zraku na udaljenosti  $5 \cdot 10^{-10}$  m. (naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$  C, masa elektrona  $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$  kg, konstanta  $k$  za vakuum ima vrijednost  $k = 8.99 \cdot 10^9$  Nm<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>)

**Rezultat:**  $4.17 \cdot 10^{42}$ .

**Zadatak 183 (Ivan, srednja škola)**

Točka K ima električni potencijal 900 V, a točka L ima električni potencijal 1800 V. Koliki rad treba obaviti pri pomicanju naboja 2 mC iz K u L?

- A. 1.8 mJ      B. 54 mJ      C. 1.8 J      D. 54 J

**Rješenje 183**

$$\varphi_1 = 900 \text{ V}, \quad \varphi_2 = 1800 \text{ V}, \quad Q = 2 \text{ mC} = 0.002 \text{ C}, \quad W = ?$$

Rad što se utroši pri prijenosu naboja Q iz točke potencijala  $\varphi_1$  u točku potencijala  $\varphi_2$  jednak je promjeni potencijalne energije naboja, tj.

$$W = Q \cdot (\varphi_2 - \varphi_1).$$

$$W = Q \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) = 0.002 \text{ C} \cdot (1800 \text{ V} - 900 \text{ V}) = 1.8 \text{ J}.$$

Odgovor je pod C.

**Vježba 183**

Točka K ima električni potencijal 800 V, a točka L ima električni potencijal 1700 V. Koliki rad treba obaviti pri pomicanju naboja 2 mC iz K u L?

- A. 1.8 mJ      B. 54 mJ      C. 1.8 J      D. 54 J

**Rezultat:** C.

**Zadatak 184 (Anita, Martina, gimnazija)**

Kuglica mase 6 g nabijena je nabojem  $Q = 0.3 \text{ nC}$  i obješena o nit od izolatora koja je pričvršćena uz vrlo veliku jednoliko nabijenu plohu na kojoj je stalna gustoća naboja  $2 \text{ mC/m}^2$ . Koliki kut  $\alpha$  zatvara nit s vertikalom? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ,  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$ )

**Rješenje 184**

$$m = 6 \text{ g} = 0.006 \text{ kg}, \quad Q = 0.3 \text{ nC} = 3 \cdot 10^{-10} \text{ C}, \quad \sigma = 2 \text{ mC} / \text{m}^2 = 0.002 \text{ C} / \text{m}^2,$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2), \quad \alpha = ?$$

Ako se u polju jakosti E nalazi naboj Q, silu kojom polje djeluje na naboj možemo izračunati iz izraza

$$F_e = Q \cdot E.$$

Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

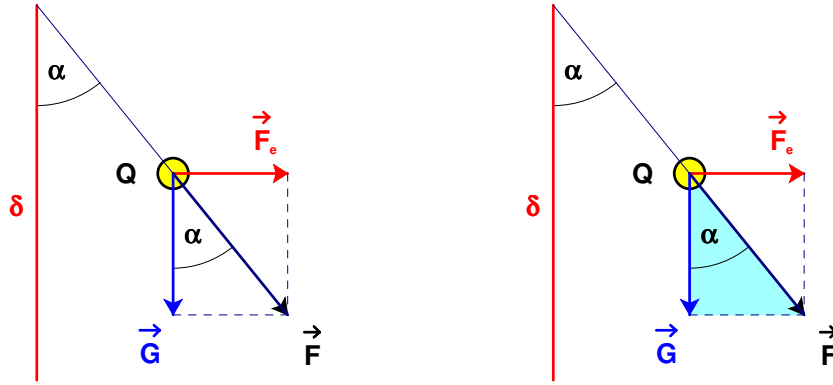
$$G = m \cdot g.$$

**Tangens** šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine katete uz kut.

Električno polje nabijene ploče velikih dimenzija na kojoj je plosna gustoća naboja  $\sigma$  određena je izrazom

$$E = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0},$$

gdje je  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$  dielektričnost praznine (vakuuma).



Na kuglicu u otklonjenom položaju djeluje sila teža  $G$  vertikalno prema dolje i odbojna električna sila  $F_e$ . Iz slika vidi se (uočimo pravokutan trokut s katetama  $G$  i  $F_e$ ) da je

$$\begin{aligned}
 \operatorname{tg} \alpha &= \frac{F_e}{G} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{Q \cdot E}{m \cdot g} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{Q \cdot \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0}}{m \cdot g} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{Q \cdot \sigma}{2 \cdot \epsilon_0 \cdot m \cdot g} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \alpha &= \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{Q \cdot \sigma}{2 \cdot \epsilon_0 \cdot m \cdot g} \right) \Rightarrow \alpha = \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{3 \cdot 10^{-10} \text{ C} \cdot 0.002 \frac{\text{C}}{\text{m}}}{2 \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot 0.006 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \right) \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \alpha = 29^{\circ} 55' 37".
 \end{aligned}$$

### Vježba 184

Kuglica mase 12 g nabijena je nabojem  $Q = 0.6 \text{ nC}$  i obješena o nit od izolatora koja je pričvršćena uz vrlo veliku jednoliko nabijenu plohu na kojoj je stalna gustoća naboja  $2 \text{ mC/m}^2$ . Koliki kut  $\alpha$  zatvara nit s vertikalom? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ,  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$ )

**Rezultat:**  $29^{\circ} 55' 37"$ .

### Zadatak 185 (Vlado, srednja škola)

Dva točkasta naboja u zraku se međusobno odbijaju silom  $2 \mu\text{N}$ . Naboji su smješteni na jednak razmak u sredstvo relativne dielektrične konstante 8. Kolika je sila između tih naboja u navedenom sredstvu?

- A.  $0 \text{ N}$       B.  $0.25 \mu\text{N}$       C.  $2 \mu\text{N}$       D.  $16 \mu\text{N}$

### Rješenje 185

$$Q_1, \quad Q_2, \quad F_1 = 2 \mu\text{N}, \quad \epsilon_r = 8, \quad r_1 = r_2 = r, \quad F_2 = ?$$

Električna sila kojom uzajamno djeluju dva točkasta naboja upravno je razmjerna s umnoškom naboja  $Q_1$  i  $Q_2$ , a obrnuto razmjerna s kvadratom njihove međusobne udaljenosti.

$$F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}, \quad F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}, \quad k = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}.$$

U sredstvu relativne permitivnosti  $\epsilon_r$  Coulombov zakon glasi

$$F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}, \quad F = \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}, \quad k = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}.$$

gdje su  $Q_1$  i  $Q_2$  količine točkastih naboja,  $r$  udaljenost između naboja,  $\epsilon_0$  permitivnost vakuumu,  $\epsilon_r$  relativna permitivnost (relativna dielektrična konstanta) koja ovisi o sredstvu u kojem se nalaze naboji. To je broj bez dimenzije koji pokazuje koliko puta je manja sila  $F$  ako se naboji nalaze u sredstvu od

one u vakuumu.

1. inačica

U zraku naboji se privlače silom

$$F_1 = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

a u navedenom sredstvu

$$F_2 = \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}.$$

Sada je:

$$F_2 = \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \Rightarrow F_2 = \frac{1}{\epsilon_r} \cdot k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \Rightarrow \left[ F_1 = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \right] \Rightarrow F_2 = \frac{1}{\epsilon_r} \cdot F_1 = \\ = \frac{1}{8} \cdot 2 \mu N = 0.25 \mu N.$$

Odgovor je pod B.

2. inačica

Relativna permitivnost (relativna dielektrična konstanta)  $\epsilon_r$  ovisi o sredstvu u kojem se nalaze naboji. To je broj bez dimenzije koji pokazuje koliko puta je manja sila  $F$  ako se naboji nalaze u sredstvu od one u vakuumu (ili zraku). Budući da je relativna dielektrična konstanta 8, sila će između tih naboja u navedenom sredstvu biti također 8 puta manja:

$$F_2 = \frac{F_1}{\epsilon_r} = \frac{2 \mu N}{8} = 0.25 \mu N.$$

Odgovor je pod B.

### Vježba 185

Dva točkasta naboja u zraku se međusobno odbijaju silom  $1 \mu N$ . Naboji su smješteni na jednak razmak u sredstvo relativne dielektrične konstante 4. Kolika je sila između tih naboja u navedenom sredstvu?

- A.  $0 N$       B.  $0.25 \mu N$       C.  $2 \mu N$       D.  $16 \mu N$

**Rezultat:** B.

### Zadatak 186 (Mirela, srednja škola)

Kolika je brzina elektrona koji se ubrzao kroz napon od  $100 V$ ? Elektron je u početnoj točki mirovao. (naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19} C$ , masa elektrona  $m = 9.11 \cdot 10^{-31} kg$ )

### Rješenje 186

$U = 100 V$ ,  $v_0 = 0 m/s$ ,  $Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} C$ ,  $m = 9.11 \cdot 10^{-31} kg$ ,  $v = ?$   
Rad što se utroši pri prijenosu naboja  $Q$  iz točke potencijala  $\varphi_1$  u točku potencijala  $\varphi_2$  jednak je promjeni potencijalne energije naboja, tj.

$$W = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Razlika potencijala  $\varphi_1 - \varphi_2$  naziva se napon pa možemo zapisati:

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_1 - \varphi_2 = U \\ W = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \end{array} \right\} \Rightarrow W = Q \cdot U.$$

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Budući da je promjena kinetičke energije elektrona koji se giba jednaka radu koji obavlja elektron u

prolazu električnim poljem, vrijedi:

$$\Delta E_k = W \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = Q \cdot U \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} v_0 = 0 \frac{m}{s} \\ Q = e \end{array} \right] \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = e \cdot U \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = e \cdot U \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot e \cdot U}{m} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}} \Rightarrow$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 100 \text{ V}}{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 6 \cdot 10^6 \frac{m}{s} = 6 \cdot 10^3 \frac{km}{s}.$$

### Vježba 186

Kolika je brzina elektrona koji se ubrzao kroz napon od 400 V? Elektron je u početnoj točki mirovao. (naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , masa elektrona  $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ )

**Rezultat:**  $12 \cdot 10^3 \frac{km}{s}$ .

### Zadatak 187 (Davor, srednja škola)

Baterija kondenzatora kapaciteta 100  $\mu\text{F}$  nabijena je na 220 V. Ako obloge spojimo vlažnim koncem, napon za 4 s padne na 200 V. Kolika je prosječna jakost struje?

#### Rješenje 187

$$C = 100 \mu\text{F} = 10^{-4} \text{ F}, \quad U_1 = 220 \text{ V}, \quad \Delta t = 4 \text{ s}, \quad U_2 = 200 \text{ V}, \quad I = ?$$

Jakost električne struje  $I$  količnik je električnog naboja  $Q$  i vremenskog intervala  $t$  u kojemu taj naboj prođe određenim presjekom vodiča.

$$I = \frac{Q}{t}$$

Kapacitet pločastog kondenzatora iskazujemo jednadžbom

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow Q = C \cdot U,$$

gdje je  $Q$  naboj na jednoj ploči kondenzatora,  $U$  napon među pločama kondenzatora. Računamo struju.

$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \\ \Delta Q = C \cdot \Delta U \end{array} \right\} \Rightarrow I = \frac{C \cdot \Delta U}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{C \cdot (U_1 - U_2)}{\Delta t} = \frac{10^{-4} \text{ F} \cdot (220 \text{ V} - 200 \text{ V})}{4 \text{ s}} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ A} = 0.5 \text{ mA}.$$

### Vježba 187

Baterija kondenzatora kapaciteta 200  $\mu\text{F}$  nabijena je na 220 V. Ako obloge spojimo vlažnim koncem, napon za 8 s padne na 200 V. Kolika je prosječna jakost struje?

**Rezultat:** 0.5 mA.

### Zadatak 188 (Davor, srednja škola)

Kondenzator kome je izolator zrak spoji se s izvorom napona. Kondenzator je primio 150  $\mu\text{C}$ . Ako ga uronimo u ulje, primit će 375  $\mu\text{C}$ . Koliki je  $\epsilon_r$  ulja?

#### Rješenje 188

$$U, \quad Q_1 = 150 \mu\text{C}, \quad Q_2 = 375 \mu\text{C}, \quad \epsilon_r = ?$$

Kapacitet pločastog kondenzatora iskazujemo jednadžbom

$$C = \frac{Q}{U},$$

gdje je Q naboj na jednoj ploči kondenzatora, U napon među pločama kondenzatora. Kapacitet pločastog kondenzatora upravo je razmjernan ploštini S jedne ploče, a obrnuto razmjernan udaljenosti d između ploča. Njegov kapacitete u zraku je

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d},$$

a u sredstvu

$$C = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d},$$

gdje je  $\epsilon_r$  relativna permitivnost sredstva,  $\epsilon_0$  dielektričnost praznine (električna permitivnost vakuumu), S površina ploče, d razmak među pločama.

Računamo  $\epsilon_r$  ulja.

$$\left. \begin{array}{l} C_1 = \frac{Q_1}{U} \text{ izolator zrak} \\ C_2 = \frac{Q_2}{U} \text{ izolator ulje} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} = \frac{Q_1}{U} \\ \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} = \frac{Q_2}{U} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{\epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d}}{\epsilon_0 \cdot \frac{S}{d}} = \frac{\frac{Q_2}{U}}{\frac{Q_1}{U}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d}}{\epsilon_0 \cdot \frac{S}{d}} = \frac{\frac{Q_2}{U}}{\frac{Q_1}{U}} \Rightarrow \epsilon_r = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{375 \mu C}{150 \mu C} = 2.5.$$



### Vježba 188

Kondenzator kome je izolator zrak spoji se s izvorom napona. Kondenzator je primio 300  $\mu C$ . Ako ga uronimo u ulje, primit će 750  $\mu C$ . Koliki je  $\epsilon_r$  ulja?

**Rezultat:** 2.5.

### Zadatak 189 (Matea, gimnazija)

Pločasti kondenzator kapaciteta C u zraku uranja se vertikalno u vodu. Koliki je ukupni kapacitet kada je  $\frac{1}{4}$  kondenzatora uronjena u vodu? (relativna permitivnost vode  $\epsilon_r = 81$ )

### Rješenje 189

$$C, \quad \epsilon_r = 81, \quad C_u = ?$$

Kapacitet pločastog kondenzatora upravo je razmjernan ploštini S jedne ploče, a obrnuto razmjernan udaljenosti d između ploča. Njegov kapacitete u zraku je

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d},$$

a u sredstvu

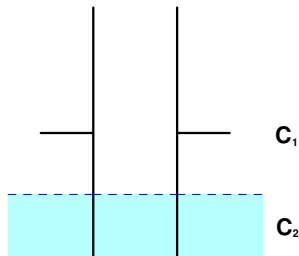
$$C_1 = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \Rightarrow C_1 = \epsilon_r \cdot C,$$

gdje je  $\epsilon_0$  dielektričnost praznine (električna permitivnost vakuumu),  $\epsilon_r$  relativna permitivnost sredstva (relativna dielektrična konstanta, koja ovisno o svojstvima materijala pokazuje koliko će puta kapacitet kondenzatora s nekim dielektrikom između ploča biti veći od kapaciteta kondenzatora kod kojeg se između ploča nalazi vakuum).

Ukupni kapacitet od  $n$  paralelno spojenih kondenzatora možemo naći iz izraza

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i.$$

Vrijednost kapaciteta ekvivalentnog kondenzatora jednaka je zbroju vrijednosti kapaciteta svakog pojedinog kondenzatora.



Kada je kondenzator uronjen u vodu, dijeli se na dva kondenzatora koji čine paralelnu kombinaciju.

Izvan vode su  $\frac{3}{4}$  kondenzatora pa je kapacitet tog dijela

$$C_1 = \frac{3}{4} \cdot C.$$

U vodi, relativne dielektričnosti  $\epsilon_r$ , je  $\frac{1}{4}$  kondenzatora i njegov kapacitet je

$$C_2 = \epsilon_v \cdot \frac{1}{4} \cdot C.$$

Tada je ukupni kapacitet:

$$\begin{aligned} C_u = C_1 + C_2 &\Rightarrow C_u = \frac{3}{4} \cdot C + \epsilon_v \cdot \frac{1}{4} \cdot C \Rightarrow C_u = \frac{3}{4} \cdot C + 81 \cdot \frac{1}{4} \cdot C \Rightarrow \\ &\Rightarrow C_u = \frac{3}{4} \cdot C + \frac{81}{4} \cdot C \Rightarrow C_u = \frac{84}{4} \cdot C \Rightarrow C_u = 21 \cdot C. \end{aligned}$$

### Vježba 189

Pločasti kondenzator kapaciteta  $C$  u zraku uranja se vertikalno u tekućinu. Koliki je ukupni kapacitet kada je  $\frac{1}{4}$  kondenzatora uronjena u tekućinu? (relativna permitivnost tekućine  $\epsilon_r = 21$ )

**Rezultat:**  $6 \cdot C$ .

### Zadatak 190 (Ivan, gimnazija)

Nabijena metalna kugla obješena na izoliranoj niti stavi se u homogeno vodoravno električno polje tako da zatvara kut  $45^\circ$  s vertikalom. Ako se kugli oduzme 20% njezinog naboja, za koliko se otkloni kuglica?

### Rješenje 190

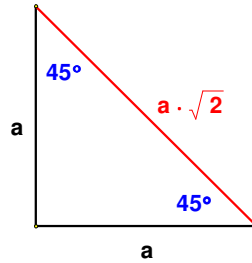
$$Q, \quad \alpha = 45^\circ, \quad q = Q - \frac{20}{100} \cdot Q = Q - 0.20 \cdot Q = 0.80 \cdot Q, \quad \beta = ?$$

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od  $90^\circ$ ). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Pravokutan jednakokrčan trokut ima katete jednake duljine.





Ako se u polju jakosti  $E$  nalazi naboj  $Q$ , silu kojom polje djeluje na naboj možemo izračunati iz izraza

$$F = Q \cdot E.$$

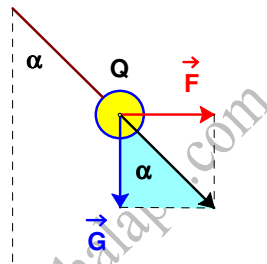
Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

$$G = m \cdot g.$$

**Tangens** šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine katete uz kut.

Električna sila  $F$  kojom polje  $E$  djeluje na naboj  $Q$  dana je izrazom

$$F = Q \cdot E.$$



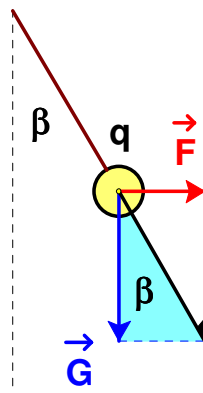
Uočimo pravokutan jednakokračan trokut čije su katete sila teža  $G$  i električna sila  $F$ . Tada je:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F}{G} \Rightarrow \operatorname{tg} 45^\circ = \frac{F}{G} \Rightarrow 1 = \frac{F}{G} \Rightarrow G = F.$$

(to je pravokutan jednakokračan trokut pa su duljine kateta jednake)

Ako se kugli oduzme 20% njezinog naboja, onda električna sila  $F_1$  kojom električno polje  $E$  djeluje na naboj  $q$  iznosi:

$$F_1 = q \cdot E \Rightarrow F_1 = 0.80 \cdot Q \cdot E \Rightarrow [F = Q \cdot E] \Rightarrow F_1 = 0.80 \cdot F.$$



Uočimo pravokutan trokut čije su katete sila teže  $G$  i električna sila  $F_1$  kojom električno polje  $E$  djeluje na naboj  $q$ . Kut odklona  $\beta$  iznosi:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta &= \frac{F_1}{G} \Rightarrow \operatorname{tg} \beta = \frac{0.80 \cdot F}{F} \Rightarrow \operatorname{tg} \beta = \frac{0.80 \cdot F}{F} \Rightarrow \operatorname{tg} \beta = 0.80 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \beta = \operatorname{tg}^{-1} 0.80 \Rightarrow \beta = 38.66^\circ \Rightarrow \beta = 38^\circ 39' 36''. \end{aligned}$$

### Vježba 190

Nabijena metalna kugla obješena na izoliranoj niti stavi se u homogenu vodoravnu električno polje tako da zatvara kut  $45^\circ$  s vertikalom. Ako se kugli oduzme 40% njezinog naboja, za koliko se otkloni kuglica?

**Rezultat:**  $30.96^\circ$  ili  $30^\circ 57' 36''$ .

### Zadatak 191 (Ivana, gimnazija)

Kolika se razlika potencijala mora uporabiti u elektronskome mikroskopu da bismo dobili elektrone valne duljine  $0.5 \cdot 10^{-10}$  m? (Planckova konstanta  $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$  J · s, masa elektrona  $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$  kg, naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$  C)

#### Rješenje 191

$$\lambda = 0.5 \cdot 10^{-10} \text{ m}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C},$$

$$U = ?$$

Svaka čestica koja se giba ima i valna svojstva pa čestici mase  $m$  u gibanju brzinom  $v$  odgovara valna duljina

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} \Rightarrow v = \frac{h}{m \cdot \lambda}.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Napon  $U$  između dviju točaka električnog polja je jednak radu  $W$  koji je potrebno obaviti da probni naboj  $Q$  dovedemo iz jedne točke električnog polja u drugu.

$$U = \frac{W}{Q} \Rightarrow W = Q \cdot U.$$

Kinetička energija elektrona u elektronskom mikroskopu iznosi:

$$\left. \begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ v &= \frac{h}{m \cdot \lambda} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left( \frac{h}{m \cdot \lambda} \right)^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{h^2}{m^2 \cdot \lambda^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{h^2}{m^2 \cdot \lambda^2} \Rightarrow E_k = \frac{h^2}{2 \cdot m \cdot \lambda^2}.$$

U električnom polju elektron je postigao kinetičku energiju  $E_k$  koja je jednaka radu  $W$  sile električnog polja, odakle dobijemo:

$$W = E_k \Rightarrow Q \cdot U = \frac{h^2}{2 \cdot m \cdot \lambda^2} \Rightarrow e \cdot U = \frac{h^2}{2 \cdot m \cdot \lambda^2} \Rightarrow e \cdot U = \frac{h^2}{2 \cdot m \cdot \lambda^2} \cdot \frac{1}{e} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U = \frac{h^2}{2 \cdot m \cdot \lambda^2 \cdot e} = \frac{(6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2}{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (0.5 \cdot 10^{-10} \text{ m})^2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 601.66 \text{ V}.$$



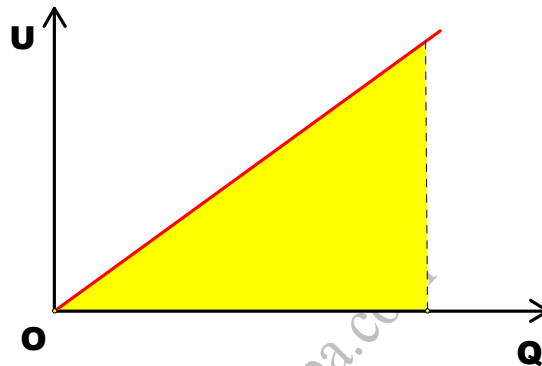
### Vježba 191

Kolika se razlika potencijala mora uporabiti u elektronskome mikroskopu da bismo dobili elektrone valne duljine  $0.5 \cdot 10^{-8}$  cm? (Planckova konstanta  $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$  J · s, masa elektrona  $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$  kg, naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$  C)

**Rezultat:** 601.66 V.

### Zadatak 192 (Matej, srednja škola)

Dijagram prikazuje napon između ploča kondenzatora u ovisnosti o naboju pri nabijanju kondenzatora.



Koja je od navedenih tvrdnji točna?

- A. Nagib grafa jednak je kapacitetu kondenzatora.
- B. Označena površina ispod grafa jednaka je kapacitetu kondenzatora.
- C. Nagib grafa jednak je energiji pohranjenoj u kondenzatoru.
- D. Označena površina ispod grafa jednaka je energiji pohranjenoj u kondenzatoru.

### Rješenje 192

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta. Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od  $90^\circ$ ). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta. Ploština pravokutnog trokuta kojemu su duljine kateta  $a$  i  $b$  računa se po formuli:

$$P = \frac{a \cdot b}{2}.$$

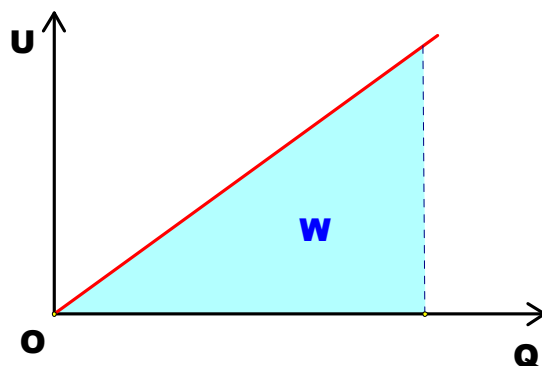
Rad  $W$  koji se obavi prilikom nabijanja kondenzatora kapaciteta  $C$  nabojem  $Q$  pod djelovanjem napona  $U$  jednak je:

$$W = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U.$$

Taj rad odgovara ploštini osjenčanog trokuta na slici.

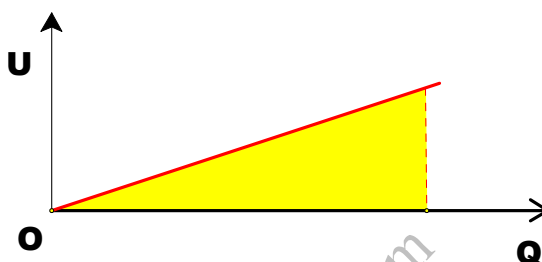
Na dijagramu koji prikazuje napon između ploča kondenzatora u ovisnosti o naboju pri nabijanju kondenzatora, nagib grafa jednak je energiji pohranjenoj u kondenzatoru.

Odgovor je pod D.



### Vježba 192

Dijagram prikazuje napon između ploča kondenzatora u ovisnosti o naboju pri nabijanju kondenzatora.



Koja je od navedenih tvrdnji točna?

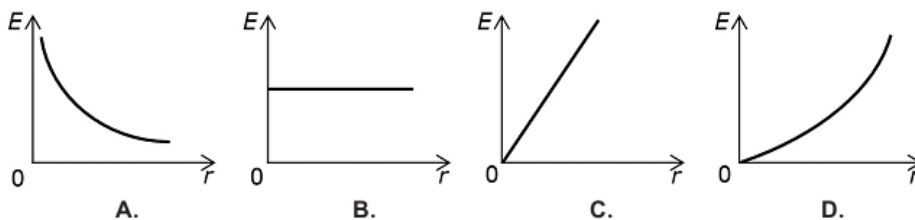
- A. Nagib grafa jednak je kapacitetu kondenzatora.
- B. Označena površina ispod grafa jednaka je kapacitetu kondenzatora.
- C. Nagib grafa jednak je energiji pohranjenoj u kondenzatoru.
- D. Označena površina ispod grafa jednaka je energiji pohranjenoj u kondenzatoru.

**Rezultat:**

D.

### Zadatak 193 (Ivana, srednja škola)

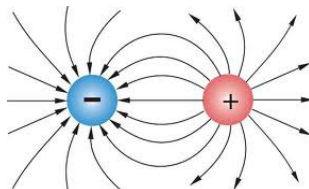
Koji dijagram prikazuje iznos električnog polja točkastog naboja u ovisnosti o udaljenosti  $r$  od tog naboja?



### Rješenje 193

Električno polje je definirano kao svojstvo prostora oko električnih naboja. To je prostor u kojem djeluje električna sila. Električno polje je vektorsko polje i može se predložiti silnicama – zamišljenim linijama koje pokazuju smjer električnog polja. Silnice električnog polja:

- izvire iz pozitivnog električnog naboja
- poniru u negativni električni naboj.



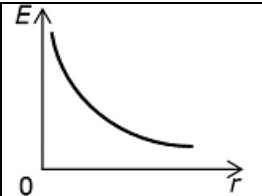
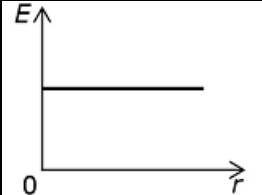
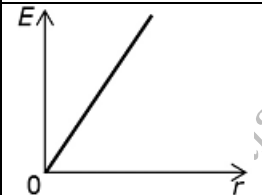
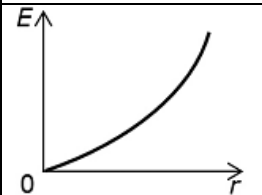
Iznos električnog polja  $E$  na udaljenosti  $r$  od točkastog naboja  $Q$  je:

$$E = k \cdot \frac{Q}{r^2}.$$

Iz formule vidi se da je iznos električnog polja  $E$  točkastog naboja razmjeran naboju  $Q$ , a obrnuto razmjeran kvadratu udaljenosti  $r$ . Dakle, iznos električnog polja obrnuto je razmjeran s kvadratom udaljenosti  $r$  pa je to prikazano grafom pod A.

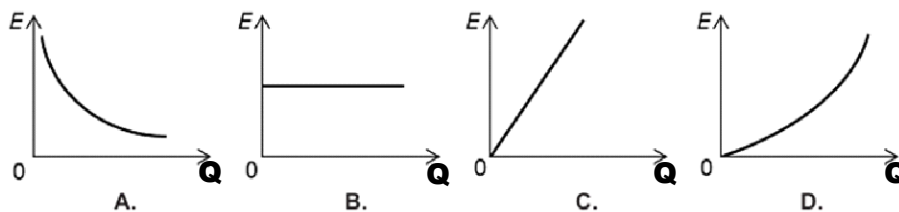
$$E = k \cdot \frac{Q}{r^2} \Rightarrow E \sim \frac{1}{r^2}.$$

Odgovor je pod A.

	Iznos električnog polja $E$ obrnuto je razmjeran s kvadratom udaljenosti $r$ .
	Iznos električnog polja $E$ stalan je s obzirom na udaljenost $r$ .
	Iznos električnog polja $E$ razmjeran je s udaljenošću $r$ .
	Iznos električnog polja $E$ razmjeran je s kvadratom udaljenosti $r$ .

### Vježba 193

Koji dijagram prikazuje iznos električnog polja točkastog naboja u ovisnosti o naboju  $Q$ ?



**Rezultat:** C.

### Zadatak 194 (Marko, PTŠ)

Točkasti naboj  $Q_1 = 6 \text{ nC}$  nalazi se u točki  $T_1(30 \text{ cm}, 0)$  koordinatnog sustava. Drugi naboj  $Q_2 = -4 \text{ nC}$  je smješten u točki  $T_2(-20 \text{ cm}, 0)$ . Pozitivni naboj  $Q_3$  nalazi se u ishodištu koordinatnog sustava. Kolika mora biti veličina  $Q_3$  naboja da je rezultantna sila kojom prva dva naboja na njega djeluju jednaka  $15 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ ? ( $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ )

### Rješenje 194

$$Q_1 = 6 \text{ nC} = 6 \cdot 10^{-9} \text{ C}, \quad r_1 = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}, \quad Q_2 = -4 \text{ nC} = -4 \cdot 10^{-9} \text{ C}, \\ r_2 = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}, \quad Q_3, \quad F = 15 \cdot 10^{-7} \text{ N}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2, \quad Q_3 = ?$$

Istoimeni naboji se odbijaju. Raznoimeni naboji se privlače.

Električna sila kojom uzajamno djeluju dva točkasta naboja upravno je razmjerna s umnoškom naboja  $Q_1$  i  $Q_2$ , a obrnuto razmjerna s kvadratom njihove međusobne udaljenosti.

$$F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}.$$

U sredstvu relativne permitivnosti  $\epsilon_r$  Coulombov zakon glasi

$$F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su  $Q_1$  i  $Q_2$  količine točkastih naboja,  $r$  udaljenost između naboja,  $\epsilon_0$  permitivnost vakuumu,  $\epsilon_r$  relativna permitivnost (relativna dielektrična konstanta) koja ovisi o sredstvu u kojem se nalaze naboji. To je broj bez dimenzije koji pokazuje koliko puta je manja sila  $F$  ako se naboji nalaze u sredstvu od one u vakuumu.

Zakon se izriče i ovako:

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su  $Q_1$  i  $Q_2$  naboji,  $r$  njihova međusobna udaljenost,  $k$  konstanta u vakuumu (a praktično i u zraku).

Sila kojom naboj  $Q_1$  djeluje na naboj  $Q_3$  je odbojna jer su naboji istog predznaka. Njezin iznos je:

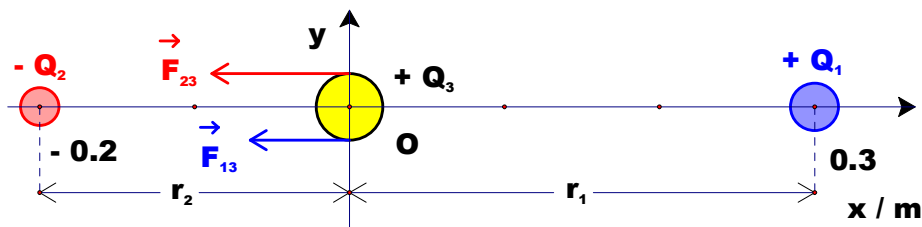
$$F_{13} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_3}{r_1^2}.$$

Sila kojom naboj  $Q_2$  djeluje na naboj  $Q_3$  je privlačna jer su naboji suprotnog predznaka. Njezin iznos je:

$$F_{23} = k \cdot \frac{Q_2 \cdot Q_3}{r_2^2}.$$

Budući da sile  $F_{13}$  i  $F_{23}$  imaju isti smjer i orijentaciju, njihova rezultantna sila  $F$  iznosi:

$$F = F_{13} + F_{23}.$$



Računamo veličinu naboja  $Q_3$ .

$$F_{13} + F_{23} = F \Rightarrow k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_3}{r_1^2} + k \cdot \frac{Q_2 \cdot Q_3}{r_2^2} = F \Rightarrow k \cdot Q_3 \cdot \left( \frac{Q_1}{r_1^2} + \frac{Q_2}{r_2^2} \right) = F \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k \cdot Q_3 \cdot \left( \frac{Q_1}{r_1^2} + \frac{Q_2}{r_2^2} \right) = F \cdot \frac{1}{k \cdot \left( \frac{Q_1}{r_1^2} + \frac{Q_2}{r_2^2} \right)} \Rightarrow Q_3 = \frac{F}{k \cdot \left( \frac{Q_1}{r_1^2} + \frac{Q_2}{r_2^2} \right)} =$$

$$= \frac{15 \cdot 10^{-7} \text{ N}}{9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \left( \frac{6 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{(0.3 \text{ m})^2} + \frac{4 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{(0.2 \text{ m})^2} \right)} = 10^{-9} \text{ C} = 1 \text{ nC}.$$

### Vježba 194

Točkasti naboj  $Q_1 = 6 \text{ nC}$  nalazi se u točki  $T_1(30 \text{ cm}, 0)$  koordinatnog sustava. Drugi naboj  $Q_2 = -4 \text{ nC}$  je smješten u točki  $T_2(-20 \text{ cm}, 0)$ . Pozitivni naboj  $Q_3$  nalazi se u ishodištu koordinatnog sustava. Kolika mora biti veličina  $Q_3$  naboja da je rezultantna sila kojom prva dva naboja na njega djeluju jednaka  $30 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ ? ( $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ )

**Rezultat:** 2 nC.

### Zadatak 195 (Marko, PTŠ)

Ravna ploča nabijena je nabojem  $1.6 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ . Ploština ploče je  $4 \text{ m}^2$ . Na udaljenosti  $1 \text{ cm}$  od ploče nalazi se proton. Kolikom silom djeluje polje ploče na proton? (dielektričnost praznine  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$ , naboj protona  $Q_p = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )

### Rješenje 195

$$Q = 1.6 \cdot 10^{-5} \text{ C}, \quad S = 4 \text{ m}^2, \quad r = 1 \text{ cm}, \quad \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2),$$

$$Q_p = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad F = ?$$

Ako se naboj  $Q$  nađe u nekoj točki električnog polja jakosti  $E$  na njega će djelovati električna sila

$$F = Q \cdot E.$$

### Plošna gustoća naboja $\sigma$

Ako je naboj  $Q$  jednoliko raspoređen po ploči ploštine  $S$  zanemarive debljine plošnu raspodjelu naboja  $\sigma$  definiramo relacijom

$$\sigma = \frac{Q}{S}.$$

Jakost električnog polja nabijene ravne ploče velikih dimenzija koja je naelektrizirana plošnom gustoćom naboja  $\sigma$  dana je relacijom

$$E = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{2 \cdot S \cdot \epsilon_0}.$$

Računamo silu  $F$  kojom polje ploče, koja je nabijena nabojem  $Q$ , djeluje na proton naboja  $Q_p$ .

$$\left. \begin{array}{l} E = \frac{Q}{2 \cdot S \cdot \epsilon_0} \\ F = Q_p \cdot E \end{array} \right\} \Rightarrow F = Q_p \cdot \frac{Q}{2 \cdot S \cdot \epsilon_0} =$$

$$= 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot \frac{1.6 \cdot 10^{-5} \text{ C}}{2 \cdot 4 \text{ m}^2 \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}} = 3.62 \cdot 10^{-14} \text{ N}.$$

### Vježba 195

Ravna ploča nabijena je nabojem  $1.6 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ . Ploština ploče je  $400 \text{ dm}^2$ . Na udaljenosti  $0.1 \text{ dm}$  od ploče nalazi se proton. Kolikom silom djeluje polje ploče na proton? (dielektričnost praznine  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$ ,  $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )

**Rezultat:**  $3.62 \cdot 10^{-14}$  N.

**Zadatak 196 (Marko, PTŠ)**

Tri kapljice žive, prva polumjera 0.8 mm i naboja  $10^{-10}$  C, druga polumjera 1 mm nabijena jednakom količinom naboja kao i prva i treća polumjera 1 mm bez naboja slijemo u jednu kap. Koliki je potencijal velike kapi? ( $k = 9 \cdot 10^9$  N · m<sup>2</sup> / C<sup>2</sup>)

**Rješenje 196**

$$r_1 = 0.8 \text{ mm} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}, \quad Q_1 = 10^{-10} \text{ C}, \quad r_2 = 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}, \quad Q_2 = 10^{-10} \text{ C}, \\ r_3 = 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}, \quad Q_3 = 0 \text{ C}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2, \quad \varphi = ?$$

Svaka točka električnog polja ima potencijal s obzirom na Zemlju. Potencijal  $\varphi$  neke točke definira se omjerom rada W i naboja Q koji treba sa Zemlje dovesti u tu točku. Potencijal točaka na površini nabijene kugle polumjera r jednak je

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r}.$$

**Obujam kugle**

Obujam (volumen) kugle polumjera r iznosi:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Neka je:

- $V_1$  obujam kapljice žive polumjera  $r_1$

$$V_1 = \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi.$$

- $V_2$  obujam kapljice žive polumjera  $r_2$

$$V_2 = \frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi.$$

- $V_3$  obujam kapljice žive polumjera  $r_3$

$$V_3 = \frac{4}{3} \cdot r_3^3 \cdot \pi.$$

- V obujam velike kapi žive polumjera r

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Kada tri kapljice žive obujma  $V_1$ ,  $V_2$  i  $V_3$  slijemo u jednu kap obujma V, vrijedi:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \Rightarrow \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi = \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi + \frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi + \frac{4}{3} \cdot r_3^3 \cdot \pi \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi = \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi + \frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi + \frac{4}{3} \cdot r_3^3 \cdot \pi \quad / \cdot \frac{3}{4 \cdot \pi} \Rightarrow r^3 = r_1^3 + r_2^3 + r_3^3 \Rightarrow \\ \Rightarrow r^3 = r_1^3 + r_2^3 + r_3^3 \quad / \sqrt[3]{\quad} \Rightarrow r = \sqrt[3]{r_1^3 + r_2^3 + r_3^3}.$$

Kada tri kapljice žive naboja  $Q_1$ ,  $Q_2$  i  $Q_3$  slijemo u jednu kap njezin naboj Q iznosi:

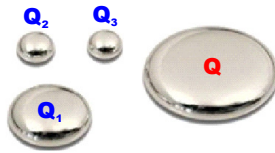
$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3.$$

Potencijal velike kapi je:

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \\ r = \sqrt[3]{r_1^3 + r_2^3 + r_3^3} \end{array} \right] \Rightarrow \varphi = k \cdot \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{\sqrt[3]{r_1^3 + r_2^3 + r_3^3}} =$$



$$= 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{10^{-10} C + 10^{-10} C + 0 C}{\sqrt[3]{(8 \cdot 10^{-4} m)^3 + (10^{-3} m)^3 + (10^{-3} m)^3}} = 1324.14 V \approx 1.32 \cdot 10^3 V = 1.32 kV.$$



### Vježba 196

Tri kapljice žive, prva polumjera 0.8 mm i naboja  $10^{-10} C$ , druga polumjera 0.1 cm nabijena jednakom količinom naboja kao i prva i treća polumjera 0.01 dm bez naboja slijemo u jednu kap. Koliki je potencijal velike kapi? ( $k = 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2 / C^2$ )

**Rezultat:**  $1.32 \cdot 10^3 V = 1.32 kV.$

### Zadatak 197 (Belma, gimnazija)

Odredi količinu gibanja svih elektrona koja odgovara jakosti struje od 400 A u vodiču duljine 10 km. (naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19} C$ , masa elektrona  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} kg$ )

### Rješenje 197

$$I = 400 A, \quad s = 10 km = 10^4 m, \quad e = 1.602 \cdot 10^{-19} C, \quad m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} kg, \quad p = ?$$

Električni naboj elektrona i protona ima isti iznos:  $1.602 \cdot 10^{-19} C$ . To je najmanja količina naboja koju su fizičari dosad otkrili pokusima i zove se **elementarni naboj**. Utvrđeno je da se električni naboji javljaju samo u cjelobrojnim višekratnicima tog elementarnog naboja. Kažemo da je naboj **kvantiziran**, sastavljen od osnovnih kvanta elektriciteta

$$Q = N \cdot e,$$

gdje je N cijeli broj, e elementarni naboj.

Električni naboj jedna je od osnovnih osobina elementarnih čestica. Jedinica za električni naboj je coulomb (C). Najmanja količina električnog naboja, elementarni naboj, iznosi:

$$e = 1.602 \cdot 10^{-19} C.$$

Dakle, ukupni naboj bilo kojeg tijela jednak je cijelom broju pomnoženome s elementarnim nabojem. Jakost električne struje I količnik je električnog naboja Q i vremenskog intervala t u kojemu taj naboj prođe određenim presjekom vodiča.

$$I = \frac{Q}{t}.$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska veličina.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}, \quad p = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

Iz formula za kvantizaciju naboja i jakosti električne struje dobije se broj elektrona.

$$\left. \begin{array}{l} Q = N \cdot e \\ I = \frac{Q}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow I = \frac{N \cdot e}{t} \Rightarrow I = \frac{N \cdot e}{t} / \cdot \frac{t}{e} \Rightarrow N = \frac{I \cdot t}{e}.$$

Tada je masa svih elektrona m (ukupna masa) jednaka:

$$m = N \cdot m_e \Rightarrow m = \frac{I \cdot t}{e} \cdot m_e.$$

Pod pretpostavkom da se elektroni jednoliko gibaju prosječnom brzinom v količina gibanja iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} m = \frac{I \cdot t}{e} \cdot m_e, \quad v = \frac{s}{t} \\ p = m \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow p = \frac{I \cdot t}{e} \cdot m_e \cdot \frac{s}{t} \Rightarrow p = \frac{I \cdot t}{e} \cdot m_e \cdot \frac{s}{t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{I \cdot m_e \cdot s}{e} = \frac{400 \text{ A} \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 10^4 \text{ m}}{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 2.27 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Vježba 197

Odredi količinu gibanja svih elektrona koja odgovara jakosti struje od 0.4 kA u vodiču duljine 10 km. (naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , masa elektrona  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ )

**Rezultat:**  $2.27 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

### Zadatak 198 (Ante, tehnička škola)

Jakost električnog polja i Coulombove sile razlikuje faktor

A.  $m$  (masa)      B.  $Q$  (naboj)      C.  $F$  (sila)      D.  $2 \cdot \pi$

### Rješenje 198

#### Coulombov zakon

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) u vakuumu dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su  $Q_1$  i  $Q_2$  naboji,  $r$  njihova međusobna udaljenost, konstanta  $k$  za vakuum

Ako je izvor električnog polja točkasta množina naboja  $Q$  smještena u praznini (vakuumu), onda je jakost električnog polja u nekoj točki polja na udaljenosti  $r$  od naboja dana (prema Coulombovu zakonu) izrazom

$$E = k \cdot \frac{Q}{r^2}.$$

gdje je konstanta  $k$  za vakuum.

Usporedbom formula

$$\left. \begin{array}{l} F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \\ E = k \cdot \frac{Q}{r^2} \end{array} \right\}$$

vidi se da jakost električnog polja i Coulombove sile razlikuje faktor naboj –  $Q$ . Odgovor je pod B.

### Vježba 198

Količinu gibanja i kinetičku energiju razlikuje faktor

A.  $m$  (masa)      B.  $a$  (akceleracija)      C.  $t$  (vrijeme)      D.  $\frac{v}{2}$  (brzina)

**Rezultat:** D.

### Zadatak 199 (Mario, strukovna škola)

Dvije jednake kugle nose isti (negativni) električni naboj i odbijaju se silom  $F_1$ . Kad se s prve kugle uzme pola njezinog naboja i premjesti na drugu kuglu, tad se kugle odbijaju silom  $F_2$ . Kakav je odnos sila  $F_1$  i  $F_2$ ?

### Rješenje 199

$$Q_1 = Q_2 = Q, \quad F_1 : F_2 = ?$$

#### Coulombov zakon

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) u vakuumu dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su  $Q_1$  i  $Q_2$  naboji,  $r$  njihova međusobna udaljenost, konstanta  $k$  za vakuum

$$k = 8.99 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}.$$

Kada dvije jednake kugle, razmaknute  $r$ , nose jednaki naboj  $Q$  električna sila  $F_1$  je odbojna i iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \\ Q_1 = Q_2 = Q \end{array} \right\} \Rightarrow F_1 = k \cdot \frac{Q \cdot Q}{r^2} \Rightarrow F_1 = k \cdot \frac{Q^2}{r^2}.$$

Kad se s prve kugle uzme pola njezinog naboja i premjesti na drugu kuglu, naboji će promijeniti vrijednost, a električna sila  $F_2$  je odbojna i iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} Q_1' = Q - \frac{1}{2} \cdot Q = \frac{1}{2} \cdot Q \\ Q_2' = Q + \frac{1}{2} \cdot Q = \frac{3}{2} \cdot Q \\ F_2 = k \cdot \frac{Q_1' \cdot Q_2'}{r^2} \end{array} \right\} \Rightarrow F_2 = k \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot Q \cdot \frac{3}{2} \cdot Q}{r^2} \Rightarrow F_2 = k \cdot \frac{\frac{3}{4} \cdot Q^2}{r^2} \Rightarrow F_2 = k \cdot \frac{3 \cdot Q^2}{4 \cdot r^2}.$$

Računamo omjer  $F_1$  i  $F_2$ .

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{k \cdot \frac{Q^2}{r^2}}{k \cdot \frac{3 \cdot Q^2}{4 \cdot r^2}} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{Q^2}{\frac{3 \cdot Q^2}{4}} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{\frac{3}{4}} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{4}{3} \Rightarrow F_1 : F_2 = 4 : 3.$$

### Vježba 199

Dvije jednake kugle nose isti (negativni) električni naboj i odbijaju se silom  $F_1$ . Kad se s prve kugle uzme trećina njezinog naboja i premjesti na drugu kuglu, tad se kugle odbijaju silom  $F_2$ . Kakav je odnos sila  $F_1$  i  $F_2$ ?

**Rezultat:** 9 : 8.

### Zadatak 200 (Mario, strukovna škola)

Početni naboj kugle iznosi  $+8 \mu\text{C}$ . Koliki će biti ukupni naboj ako se na kuglu dovede  $6 \cdot 10^{13}$  elektrona? (naboj elektrona  $e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ )

### Rješenje 200

$$Q_1 = +8 \mu\text{C} = +8 \cdot 10^{-6} \text{C}, \quad N = 6 \cdot 10^{13}, \quad e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{C}, \quad Q = ?$$

Kvantizacija naboja

Električni naboj jedna je od osnovnih osobina elementarnih čestica. Jedinica za električni naboj je coulomb (C). Najmanja količina električnog naboja, elementarni naboj, iznosi:

$$e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{C}.$$

Naboj nekog tijela može biti samo mnogokratnih tog elementarnog naboja

$$Q = N \cdot e,$$

gdje je  $N$  cijeli broj. Dakle, ukupni naboj bilo kojeg tijela jednak je cijelom broju pomnoženome s elementarnim nabojem  $e$ . Kažemo da je naboj kvantiziran, sastavljen od osnovnih kvantata elektriciteta.

Atom se sastoji od jezgre (protona i neutrona) i elektronskog omotača (elektrona). Električni naboji elektrona i protona najmanje su količine elektriciteta u prirodi. Zovu se elementarni električni naboji. Ti naboji sadrže jednako veliku količinu elektriciteta suprotnog predznaka.

- **naboj elektrona**  $e = -1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- **naboj protona**  $p = +1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

Naboj je elektrona negativan ( $-$ ), dok je naboj protona pozitivan ( $+$ ). Atom je električki neutralan jer ima istu količinu pozitivnog i negativnog naboja. Kad atom izgubi jedan ili više elektrona postaje električki pozitivan, a atom s viškom elektrona postaje električki negativan. Ako neutralnom tijelu (ima jednaku količinu negativnog i pozitivnog naboja) oduzmemo određeni broj elektrona (negativan naboj), tijelo postaje električki pozitivno. Električni naboj nekog tijela je zbroj električnih naboja njegovih sastavnih dijelova.

Kada na kuglu početnog naboja  $Q_1$  (ima manjak elektrona) dovedemo  $N$  elektrona čiji je ukupni naboj

$$Q_2 = N \cdot e,$$

naboj kugle iznositi će

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q = Q_1 + N \cdot e \Rightarrow Q = +8 \cdot 10^{-6} \text{ C} + 6 \cdot 10^{13} \cdot (-1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow Q = +8 \cdot 10^{-6} \text{ C} - 9.6 \cdot 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow Q = -1.6 \cdot 10^{-6} \text{ C}. \end{aligned}$$

### Vježba 200

Početni naboj kugle iznosi  $+8 \mu\text{C}$ . Koliki će biti ukupni naboj ako se na kuglu dovede  $4 \cdot 10^{13}$  elektrona? (naboj elektrona  $e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )

**Rezultat:**  $Q = +1.6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ .