

### Zadatak 161 (Ivona, srednja škola)

Kondenzator je sastavljen od dviju paralelnih ploča površine  $60 \text{ cm}^2$  koje su jedna od druge udaljene  $3 \text{ mm}$ . Među njima je bakelit, kojega je relativna permitivnost  $4$ . Kondenzator ima napon  $500 \text{ V}$ . Kolika se energija oslobodi izbijanjem tog kondenzatora? (dielektričnost praznine  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$ )

#### Rješenje 161

$$S = 60 \text{ cm}^2 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2, \quad d = 3 \text{ mm} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad \epsilon_r = 4, \quad U = 500 \text{ V}, \quad W = ?$$

Kapacitet pločastog kondenzatora upravo je razmjernan površini  $S$  jedne ploče, a obrnuto razmjernan udaljenosti  $d$  između ploča:

$$C = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d},$$

gdje je  $\epsilon_r$  relativna dielektričnost sredstva,  $\epsilon_0$  dielektričnost praznine (vakuuma),  $S$  površina jedne ploče kondenzatora,  $d$  razmak između ploča kondenzatora.

Energija kondenzatora, kao sposobnost obavljanja rada, nastaje kao posljedica električnih sila, tj. polja među razdvojenim nabojima, pa kažemo da kondenzatoru energiju daje električno polje.

Energija nabijenog kondenzatora jednaka je

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2,$$

gdje je  $Q$  naboj na ploči kondenzatora, a  $U$  napon između ploča kondenzatora.

Energija koja se oslobodi izbijanjem kondenzatora iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} C = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \\ W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \cdot U^2 =$$
$$= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot \frac{6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2}{3 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \cdot (500 \text{ V})^2 = 8.854 \cdot 10^{-6} \text{ J}.$$

### Vježba 161

Kondenzator je sastavljen od dviju paralelnih ploča površine  $0.6 \text{ dm}^2$  koje su jedna od druge udaljene  $0.3 \text{ cm}$ . Među njima je bakelit, kojega je relativna permitivnost  $4$ . Kondenzator ima napon  $500 \text{ V}$ . Kolika se energija oslobodi izbijanjem tog kondenzatora? (dielektričnost praznine  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$ )

**Rezultat:**  $8.854 \cdot 10^{-6} \text{ J}$ .

### Zadatak 162 (Lidija, srednja škola)

Dvije nabijene kugle nakon dodira imaju naboje  $Q_1 = 400 \text{ nC}$  i  $Q_2 = 200 \text{ nC}$ . Kako se odnose njihovi obujmovi?

#### Rješenje 162

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi \text{ kugle se dodiruju pa imaju isti potencijal}, \quad Q_1 = 400 \text{ nC} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ C},$$

$$Q_2 = 200 \text{ nC} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C}, \quad \frac{V_1}{V_2} = ?$$

Svaka točka električnog polja ima potencijal  $\varphi$  s obzirom na Zemlju. Potencijal  $\varphi$  neke točke definira se omjerom rada  $W$  i naboja  $Q$  koji treba sa Zemlje dovesti u tu točku. Potencijal točaka na površini nabijene kugle polumjera  $r$  jednak je

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r}.$$

Budući da se kugle dodiruju, imaju isti potencijal pa vrijedi:

### Prva kugla

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_1 = k \cdot \frac{Q_1}{r_1} \\ \varphi_1 = \varphi \end{array} \right\} \Rightarrow \varphi = k \cdot \frac{Q_1}{r_1} \Rightarrow \varphi = k \cdot \frac{Q_1}{r_1} / \cdot \frac{r_1}{\varphi} \Rightarrow r_1 = k \cdot \frac{Q_1}{\varphi}.$$

Obujam prva kugle:

$$\left. \begin{array}{l} r_1 = k \cdot \frac{Q_1}{\varphi} \\ V_1 = \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi \end{array} \right\} \Rightarrow V_1 = \frac{4}{3} \cdot \left( k \cdot \frac{Q_1}{\varphi} \right)^3 \cdot \pi \Rightarrow V_1 = \frac{4}{3} \cdot k^3 \cdot \frac{Q_1^3}{\varphi^3} \cdot \pi.$$

### Druga kugla

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_2 = k \cdot \frac{Q_2}{r_2} \\ \varphi_2 = \varphi \end{array} \right\} \Rightarrow \varphi = k \cdot \frac{Q_2}{r_2} \Rightarrow \varphi = k \cdot \frac{Q_2}{r_2} / \cdot \frac{r_2}{\varphi} \Rightarrow r_2 = k \cdot \frac{Q_2}{\varphi}.$$

Obujam druge kugle:

$$\left. \begin{array}{l} r_2 = k \cdot \frac{Q_2}{\varphi} \\ V_2 = \frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi \end{array} \right\} \Rightarrow V_2 = \frac{4}{3} \cdot \left( k \cdot \frac{Q_2}{\varphi} \right)^3 \cdot \pi \Rightarrow V_2 = \frac{4}{3} \cdot k^3 \cdot \frac{Q_2^3}{\varphi^3} \cdot \pi.$$

Računamo omjer obujmova:

$$\begin{aligned} \frac{V_1}{V_2} &= \frac{\frac{4}{3} \cdot k^3 \cdot \frac{Q_1^3}{\varphi^3} \cdot \pi}{\frac{4}{3} \cdot k^3 \cdot \frac{Q_2^3}{\varphi^3} \cdot \pi} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3} \cdot k^3 \cdot \frac{Q_1^3}{\varphi^3} \cdot \pi}{\frac{4}{3} \cdot k^3 \cdot \frac{Q_2^3}{\varphi^3} \cdot \pi} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{Q_1^3}{Q_2^3} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \left( \frac{Q_1}{Q_2} \right)^3 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \left( \frac{4 \cdot 10^{-7} \text{ C}}{2 \cdot 10^{-7} \text{ C}} \right)^3 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 2^3 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 8 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 8 / \cdot V_2 \Rightarrow V_1 = 8 \cdot V_2. \end{aligned}$$

### Vježba 162

Dvije nabijene kugle nakon dodira imaju naboje  $Q_1 = 600 \text{ nC}$  i  $Q_2 = 300 \text{ nC}$ . Kako se odnose njihovi obujmovi?

**Rezultat:**  $V_1 = 8 \cdot V_2.$

### Zadatak 163 (Lidija, srednja škola)

Metalna izolirana kugla polumjera 5 cm ima potencijal 800 V. Koliki je naboj na kugli? (konstanta  $k$  za vakuum ima vrijednost  $k = 8.99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ )

### Rješenje 163

$$r = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}, \quad \varphi = 800 \text{ V}, \quad k = 8.99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2, \quad Q = ?$$

Svaka točka električnog polja ima potencijal  $s$  obzirom na Zemlju. Potencijal  $\varphi$  neke točke definira se omjerom rada  $W$  i naboja  $Q$  koji treba sa Zemlje dovesti u tu točku. Potencijal točaka na površini nabijene kugle polumjera  $r$  jednak je

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r}.$$

Naboj na kugli iznosi:

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r} \Rightarrow \varphi = k \cdot \frac{Q}{r} \cdot \frac{r}{k} \Rightarrow Q = \frac{\varphi \cdot r}{k} = \frac{800 \text{ V} \cdot 0.05 \text{ m}}{8.99 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}} = 4.45 \cdot 10^{-9} \text{ C.}$$

### Vježba 163

Metalna izolirana kugla polumjera 10 cm ima potencijal 400 V. Koliki je naboj na kugli? (konstanta k za vakuum ima vrijednost  $k = 8.99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ )

**Rezultat:**  $4.45 \cdot 10^{-9} \text{ C.}$

### Zadatak 164 (Lidija, srednja škola)

Metalna kugla polumjera  $r = 6 \text{ cm}$  dotiče se jednog pola akumulatora napona  $U = 4 \text{ V}$ , dok mu je drugi pol uzemljen. Koliki naboj  $Q$  prima kugla? (konstanta k za vakuum ima vrijednost  $k = 8.99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ , dielektričnost praznine  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$ )

### Rješenje 164

$$r = 6 \text{ cm} = 0.06 \text{ m}, \quad U = 4 \text{ V} \Rightarrow \varphi = 4 \text{ V}, \quad k = 8.99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2, \\ \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2), \quad Q = ?$$

Svaka točka električnog polja ima potencijal s obzirom na Zemlju. Potencijal  $\varphi$  neke točke definira se omjerom rada  $W$  i naboja  $Q$  koji treba sa Zemlje dovesti u tu točku. Potencijal točaka na površini nabijene kugle polumjera  $r$  jednak je

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r}.$$

Kapacitet kugle polumjera  $r$  iznosi:

$$C = 4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r,$$

gdje je  $\epsilon_0$  električna permitivnost vakuuma (dielektričnost praznine).

Električni kapacitet vodiča jednak je omjeru naboja  $Q$  koji se nalazi na vodiču i potencijala  $\varphi$ .

$$C = \frac{Q}{\varphi} \Rightarrow Q = C \cdot \varphi.$$

1. inačica

Kugla prima naboj  $Q$  u iznosu od:

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r} \Rightarrow \varphi = k \cdot \frac{Q}{r} \cdot \frac{r}{k} \Rightarrow Q = \frac{\varphi \cdot r}{k} = \frac{4 \text{ V} \cdot 0.06 \text{ m}}{8.99 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}} = 2.67 \cdot 10^{-11} \text{ C.}$$

2. inačica

Kugla prima naboj  $Q$  u iznosu od:

$$\left. \begin{array}{l} C = 4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r \\ Q = C \cdot \varphi \end{array} \right\} \Rightarrow Q = 4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r \cdot \varphi = 4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot 0.06 \text{ m} \cdot 4 \text{ V} = 2.67 \cdot 10^{-11} \text{ C.}$$

### Vježba 164

Metalna kugla polumjera  $r = 3 \text{ cm}$  dotiče se jednog pola akumulatora napona  $U = 8 \text{ V}$ , dok mu je drugi pol uzemljen. Koliki naboj  $Q$  prima kugla? (konstanta k za vakuum ima vrijednost  $k = 8.99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ )

**Rezultat:**  $2.67 \cdot 10^{-11} \text{ C.}$

### Zadatak 165 (Lidija, srednja škola)

Mjehur od sapunice promjera 0.16 m nabijen je  $Q = 33 \text{ nC}$ . Za koliko se promijeni potencijal mjehura ako mu se promjer poveća 4 cm? (konstanta  $k$  za vakuum ima vrijednost  $k = 8.99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ )

### Rješenje 165

$$2 \cdot r_1 = 0.16 \text{ m} \Rightarrow r_1 = 0.08 \text{ m}, \quad Q = 33 \text{ nC} = 3.3 \cdot 10^{-8} \text{ C}, \quad k = 8.99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2, \\ 2 \cdot r_2 = 0.16 \text{ m} + 4 \text{ cm} = 0.16 \text{ m} + 0.04 \text{ m} = 0.20 \text{ m} \Rightarrow r_2 = 0.10 \text{ m}, \quad \Delta\varphi = ?$$

Svaka točka električnog polja ima potencijal s obzirom na Zemlju. Potencijal  $\varphi$  neke točke definira se omjerom rada  $W$  i naboja  $Q$  koji treba sa Zemlje dovesti u tu točku. Potencijal točaka na površini nabijene kugle polumjera  $r$  jednak je

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r}$$



Promjena potencijala  $\Delta\varphi$  mjehura od sapunice jednaka je razlici potencijala  $\varphi_1$  i  $\varphi_2$ .

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 \Rightarrow \Delta\varphi = k \cdot \frac{Q}{r_1} - k \cdot \frac{Q}{r_2} \Rightarrow \Delta\varphi = k \cdot Q \cdot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \\ = 8.99 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot 3.3 \cdot 10^{-8} \text{ C} \cdot \left( \frac{1}{0.08 \text{ m}} - \frac{1}{0.10 \text{ m}} \right) = 741.68 \text{ V}.$$

### Vježba 165

Mjehur od sapunice promjera 0.16 m nabijen je  $Q = 66 \text{ nC}$ . Za koliko se promijeni potencijal mjehura ako mu se promjer poveća 4 cm? (konstanta  $k$  za vakuum ima vrijednost  $k = 8.99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ )

**Rezultat:** 1483.35 V.

### Zadatak 166 (Julija, gimnazija)

Dva usporedno spojena kondenzatora  $C_1$  i  $C_2$  serijski su spojeni s kondenzatorom kapaciteta  $C_3$ . Koliki je ukupni kapacitet? Nacrtaj shemu.

### Rješenje 166

Kapacitet  $C$  za  $n$  serijski spojenih kondenzatora možemo izračunati prema formuli:

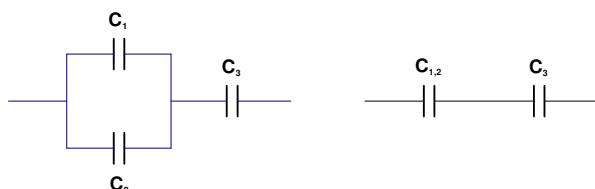
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

Recipročna vrijednost kapaciteta ekvivalentnog kondenzatora jednaka je zbroju recipročnih vrijednosti kapaciteta svakog pojedinog kondenzatora.

Ukupni kapacitet od  $n$  paralelno spojenih kondenzatora možemo naći iz izraza

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i$$

Vrijednost kapaciteta ekvivalentnog kondenzatora jednaka je zbroju vrijednosti kapaciteta svakog pojedinog kondenzatora.



Računamo kapacitet  $C_{1,2}$  usporedno (paralelno) spojenih kondenzatora  $C_1$  i  $C_2$ .

$$C_{1,2} = C_1 + C_2.$$

Tada ukupni kapacitet  $C$  kondenzatora iznosi:

$$\begin{aligned} \frac{1}{C} &= \frac{1}{C_{1,2}} + \frac{1}{C_3} \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1 + C_2} + \frac{1}{C_3} \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{C_3 + C_1 + C_2}{(C_1 + C_2) \cdot C_3} \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{C_1 + C_2 + C_3}{(C_1 + C_2) \cdot C_3} \Rightarrow \\ &\Rightarrow C = \frac{(C_1 + C_2) \cdot C_3}{C_1 + C_2 + C_3}. \end{aligned}$$

### Vježba 166

Dva usporedno spojena kondenzatora  $C_2$  i  $C_3$  serijski su spojeni s kondenzatorom kapaciteta  $C_1$ . Koliki je ukupni kapacitet?

**Rezultat:** 
$$\frac{C_1 \cdot (C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3}.$$

### Zadatak 167 (Matija, srednja škola)

Odredi rad koji se utroši kad se kroz prostor, u kojemu je razlika potencijala 10 V, giba elektron. (naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$  C)

#### Rješenje 167

$$U = 10 \text{ V}, \quad Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad W = ?$$

Rad što se utroši pri prijenosu naboja  $Q$  iz točke potencijala  $\varphi_1$  u točku potencijala  $\varphi_2$  jednak je promjeni potencijalne energije naboja, tj.

$$W = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Razlika potencijala  $\varphi_1 - \varphi_2$  naziva se napon pa možemo zapisati:

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_1 - \varphi_2 = U \\ W = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \end{array} \right\} \Rightarrow W = Q \cdot U.$$

Rad koji se utroši kad se kroz prostor, u kojemu je razlika potencijala 10 V, giba elektron iznosi:

$$W = Q \cdot U = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 10 \text{ V} = 1.602 \cdot 10^{-18} \text{ J}.$$

### Vježba 167

Odredi rad koji se utroši kad se kroz prostor, u kojemu je razlika potencijala 100 V, giba elektron. (naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$  C)

**Rezultat:**  $1.602 \cdot 10^{-17} \text{ J}.$

### Zadatak 168 (Matija, srednja škola)

Naboj iznosa 4 nC dovodi se iz neizmjernosti na pozitivno nabijen vodič. Pritom se utroši rad 2 J. Koliki je potencijal vodiča?

#### Rješenje 168

$$Q = 4 \text{ nC} = 4 \cdot 10^{-9} \text{ C}, \quad W = 2 \text{ J}, \quad \varphi = ?$$

Svaka točka električnog polja ima potencijal s obzirom na Zemlju. Potencijal  $\varphi$  neke točke definira se omjerom rada  $W$  i naboja  $Q$  koji treba sa Zemlje dovesti u tu točku:

$$\varphi = \frac{W}{Q}.$$

Potencijal vodiča iznosi:

$$\varphi = \frac{W}{Q} = \frac{2 \text{ J}}{4 \cdot 10^{-9} \text{ C}} = 5 \cdot 10^8 \text{ V.}$$

### Vježba 168

Naboj iznosa 8 nC dovodi se iz neizmjernosti na pozitivno nabijen vodič. Pritom se utroši rad 4 J. Koliki je potencijal vodiča?

**Rezultat:**  $5 \cdot 10^8 \text{ V.}$

### Zadatak 169 (Petra, gimnazija)

U horizontalnom homogenom elektrostatičkom polju jakosti 5 N/C nalazi se elektron mase  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ . Početna brzina elektrona je nula. Koliku će promjenu brzine postići elektron tijekom vremenskog intervala od  $10^{-5} \text{ s}$ ? (naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )

#### Rješenje 169

$E = 5 \text{ N/C}, \quad m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad v_0 = 0 \text{ m/s}, \quad t = 10^{-5} \text{ s}, \quad Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C},$   
 $v = ?$

Ako se u polju jakosti E nalazi naboj Q, silu kojom polje djeluje na naboj možemo izračunati iz izraza

$$F = Q \cdot E.$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = a \cdot t,$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

**Drugi Newtonov poučak:** Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Brzina v koju elektron postigne tijekom vremenskog intervala t iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{v}{t} \\ F = m_e \cdot a \\ F = Q \cdot E \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = m_e \cdot \frac{v}{t} \\ F = Q \cdot E \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow m_e \cdot \frac{v}{t} = Q \cdot E \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_e \cdot \frac{v}{t} = Q \cdot E \cdot \frac{t}{m_e} \Rightarrow v = \frac{Q \cdot E \cdot t}{m_e} = \frac{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot 10^{-5} \text{ s}}{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} = 8.79 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Vježba 169

U horizontalnom homogenom elektrostatičkom polju jakosti 10 N/C nalazi se elektron mase  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ . Početna brzina elektrona je nula. Koliku će promjenu brzine postići elektron tijekom vremenskog intervala od  $5 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ ? (naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )

**Rezultat:**  $5 \cdot 10^8 \text{ V.}$

### Zadatak 170 (Zvone, gimnazija)

Umjetni Zemljin satelit, polumjera 60 cm, elektriziran je tijekom gibanja pa mu je potencijal 10 V.

- Kolikom količinom naboja je elektriziran satelit?
- Kolika je jakost električnog polja na njegovoj površini? (dielektričnost praznine  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$ )

#### Rješenje 170

$r = 60 \text{ cm} = 0.60 \text{ m}, \quad \varphi = 10 \text{ V}, \quad \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2), \quad Q = ?, \quad E = ?$

Električni kapacitet vodiča jednak je omjeru naboja Q koji se nalazi na vodiču i potencijala  $\varphi$ :

$$C = \frac{Q}{\varphi} \Rightarrow Q = C \cdot \varphi.$$

Kapacitet kugle polumjera r u vakuumu iznosi

$$C = 4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r,$$

gdje je  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$  električna permitivnost vakuuma, dielektričnost praznine. Ako je izvor električnog polja točkasta množina naboja Q smještena u praznini, onda je jakost električnog polja u nekoj točki polja na udaljenosti r od naboja dana (prema Coulombovu zakonu) izrazom

$$E = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}.$$

Isti izraz vrijedi i za jakost polja nabijene kugle jer je jakost polja kugle upravo toliko kao da je sav naboj koncentriran u središtu kugle. Udaljenost r je tada razmak od središta kugle do točke u kojoj tražimo jakost polja.

a) Računamo količinu naboja

$$\left. \begin{array}{l} Q = C \cdot \varphi \\ C = 4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow Q = 4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r \cdot \varphi =$$

$$= 4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot 0.60 \text{ m} \cdot 10 \text{ V} = 6.68 \cdot 10^{-10} \text{ C} = 0.668 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 0.668 \text{ nC}.$$

b) Računamo jakost električnog polja

$$\left. \begin{array}{l} E = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \\ Q = 4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r \cdot \varphi \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow E = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r \cdot \varphi}{r^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r \cdot \varphi}{r^2} \Rightarrow E = \frac{\varphi}{r} = \frac{10 \text{ V}}{0.60 \text{ m}} = 16.67 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

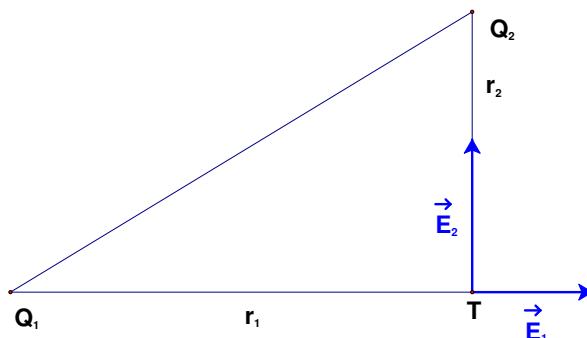
### Vježba 170

Umjetni Zemljin satelit, polumjera 120 cm, elektriziran je tijekom gibanja pa mu je potencijal 5 V. Kolikom količinom naboja je elektriziran satelit? (dielektričnost praznine  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$ )

**Rezultat:** 0.668 nC.

### Zadatak 171 (Mira, gimnazija)

Točkasti naboji  $Q_1 = 1.5 \mu\text{C}$  i  $Q_2 = -1.5 \mu\text{C}$  nalaze se u vakuumu kao na slici. Izračunajte jakost električnog polja u točki T koja je od naboja  $Q_1$  i  $Q_2$  udaljena za  $r_1 = 0.8 \text{ m}$  i  $r_2 = 0.6 \text{ m}$ . (dielektričnost praznine  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$ )



### Rješenje 171

$$Q_1 = 1.5 \mu\text{C} = 1.5 \cdot 10^{-6} \text{ C}, \quad Q_2 = -1.5 \mu\text{C} = -1.5 \cdot 10^{-6} \text{ C}, \quad r_1 = 0.8 \text{ m}, \quad r_2 = 0.6 \text{ m}, \\ \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2), \quad E = ?$$

Ako je izvor električnog polja točkasta množina naboja  $Q$  smještena u praznini, onda je jakost električnog polja u nekoj točki polja na udaljenosti  $r$  od naboja dana (prema Coulombovu zakonu) izrazom

$$E = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2},$$

gdje je  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$  električna permitivnost vakuumu, dielektričnost praznine.

#### Pitagorin poučak

Trokut ABC je pravokutan ako i samo ako je kvadrat duljine hipotenuze jednak zbroju kvadrata duljina kateta.

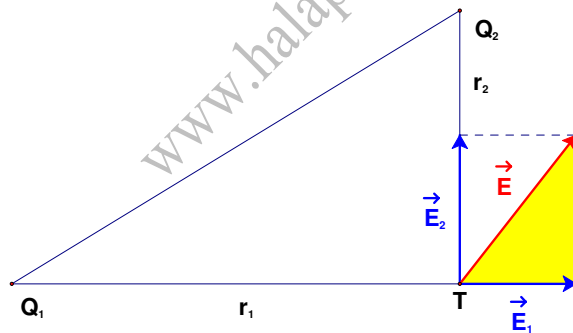
U fizici se razlikuju skalarne, vektorske i tenzorske veličine. Skalarne veličine definirane su jednim brojem (skalarom), a takve su veličine npr. masa  $m$ , volumen  $V$ , gustoća  $\rho$  itd. Vektorske veličine su određene smjerom, intenzitetom i orijentacijom, odnosno s pomoću tri komponente, a takve su veličine brzina  $v$ , ubrzanje  $a$ , sila  $F$  itd.

Jakosti električnog polja koje u točki T proizvedu naboji  $Q_1$  i  $Q_2$  su:

$$E_1 = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1}{r_1^2}, \quad E_2 = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_2}{r_2^2}.$$

Budući da je jakost električnog polja vektorska veličina, rezultantna jakost električnog polja u točki T jednaka je vektorskom zbroju jakosti polja pojedinih naboja.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$



Na slici uočimo pravokuta trokut čije su katete  $E_1$  i  $E_2$ , a hipotenuza  $E$ . Uporabom Pitagorina poučka dobije se jakost električnog polja  $E$ .

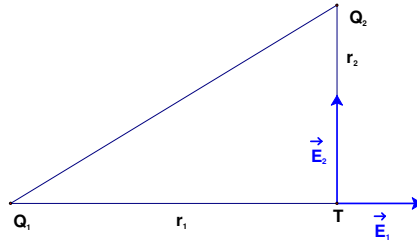
$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 \Rightarrow E^2 = E_1^2 + E_2^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow E = \sqrt{\left(\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1}{r_1^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_2}{r_2^2}\right)^2} \Rightarrow E = \sqrt{\left(\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}\right)^2 \cdot \left(\frac{Q_1}{r_1^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}\right)^2 \cdot \left(\frac{Q_2}{r_2^2}\right)^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow E = \sqrt{\left(\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}\right)^2 \cdot \left(\left(\frac{Q_1}{r_1^2}\right)^2 + \left(\frac{Q_2}{r_2^2}\right)^2\right)} \Rightarrow E = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \sqrt{\left(\frac{Q_1}{r_1^2}\right)^2 + \left(\frac{Q_2}{r_2^2}\right)^2} =$$



$$= \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}} \cdot \sqrt{\left(\frac{1.5 \cdot 10^{-6} C}{(0.8 m)^2}\right)^2 + \left(\frac{-1.5 \cdot 10^{-6} C}{(0.6 m)^2}\right)^2} = 42966.93 \frac{N}{C} \approx 4.3 \cdot 10^4 \frac{N}{C}$$

### Vježba 171

Točkasti naboji  $Q_1 = 1.5 \mu C$  i  $Q_2 = -1.5 \mu C$  nalaze se u vakuumu kao na slici. Izračunajte jakost električnog polja u točki T koja je od naboja  $Q_1$  i  $Q_2$  udaljena za  $r_1 = 8 dm$  i  $r_2 = 6 dm$ . (dielektričnost praznine  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} C^2 / (N \cdot m^2)$ )



**Rezultat:**  $4.3 \cdot 10^4 N/C$ .

### Zadatak 172 (Kiki, gimnazija)

Vodičem teče struja od  $0.5 mA$ . Koliko elektrona prođe poprečnim presjekom vodiča za  $0.1 s$ ? (naboj elektrona  $e = -1.602 \cdot 10^{-19} C$ )

- A.  $0.5 \cdot 10^{14}$       B.  $3.121 \cdot 10^{14}$       C.  $3.121 \cdot 10^{17}$       D.  $3.121 \cdot 10^{19}$

### Rješenje 172

$$I = 0.5 mA = 5 \cdot 10^{-4} A, \quad t = 0.1 s = 10^{-1} s, \quad e = -1.602 \cdot 10^{-19} C, \quad N = ?$$

Kvantizacija naboja

Električni naboj jedna je od osnovnih osobina elementarnih čestica. Jedinica za električni naboj je coulomb (C). Najmanja količina električnog naboja, elementarni naboj, iznosi:

$$e = 1.602 \cdot 10^{-19} C.$$

Naboj nekog tijela može biti samo mnogokratnih tog elementarnog naboja

$$Q = N \cdot e,$$

gdje je N cijeli broj. Dakle, ukupni naboj bilo kojeg tijela jednak je cijelom broju pomnoženome s elementarnim nabojem e. Kažemo da je naboj kvantiziran, sastavljen od osnovnih kvantata elektriciteta.

$$Q = N \cdot e.$$

Jakost električne struje I količnik je električnog naboja Q i vremenskog intervala t u kojemu taj naboj prođe određenim presjekom vodiča.

$$I = \frac{Q}{t}.$$

Računamo broj elektrona N koji prođu poprečnim presjekom vodiča.

$$\left. \begin{array}{l} Q = N \cdot e \\ I = \frac{Q}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow I = \frac{N \cdot e}{t} \Rightarrow I = \frac{N \cdot e}{t} / \cdot \frac{t}{e} \Rightarrow N = \frac{I \cdot t}{e} =$$

$$= \frac{5 \cdot 10^{-4} A \cdot 10^{-1} s}{1.602 \cdot 10^{-19} C} = 3.121 \cdot 10^{14}.$$

Odgovor je pod B.

### Vježba 172

Vodičem teče struja od 0.25 mA. Koliko elektrona prođe poprečnim presjekom vodiča za 0.2 s? (naboj elektrona  $e = -1.602 \cdot 10^{-19}$  C)

- A.  $0.5 \cdot 10^{14}$       B.  $3.121 \cdot 10^{14}$       C.  $3.121 \cdot 10^{17}$       D.  $3.121 \cdot 10^{19}$

**Rezultat:** B.

### Zadatak 173 (Esmer, gimnazija)

Elektron se nalazi u homogenom električnom polju jakosti 2 N/C. Odredi:

- silu kojom električno polje djeluje na elektron
  - ubrzanje koje će dobiti elektron
  - brzinu koju će imati elektron poslije 1  $\mu$ s
  - put koji će prijeći elektron za 1  $\mu$ s.
- (naboj elektrona  $e = -1.602 \cdot 10^{-19}$  C, masa elektrona  $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$  kg)

### Rješenje 173

$$E = 2 \text{ N/C}, \quad t = 1 \mu\text{s} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ s}, \quad Q = e = -1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg},$$
$$F = ?, \quad a = ?, \quad v = ?, \quad s = ?$$

Ako se u polju jakosti E nalazi naboj Q, silu kojom polje djeluje na naboj možemo izračunati iz izraza

$$F = Q \cdot E.$$

Električna sila F kojom električno polje djeluje na neki naboj Q jednaka je umnošku toga naboja i jakosti polja E u određenoj točki.

**Drugi Newtonov poučak:** Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m}$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje su v i s brzina odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

a) Sila F kojom električno polje djeluje na elektron iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} Q = e \\ F = Q \cdot E \end{array} \right\} \Rightarrow F = e \cdot E = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 3.204 \cdot 10^{-19} \text{ N}.$$

b) Ubrzanje koje dobije elektron je:

$$\left. \begin{array}{l} F = e \cdot E \\ a = \frac{F}{m} \end{array} \right\} \Rightarrow a = \frac{e \cdot E}{m} = \frac{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2 \frac{\text{N}}{\text{C}}}{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} = 3.517 \cdot 10^{11} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

c) Brzina koju će imati elektron poslije 1  $\mu$ s je:

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{e \cdot E}{m} \\ v = a \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow v = \frac{e \cdot E}{m} \cdot t = \frac{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2 \frac{\text{N}}{\text{C}}}{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \cdot 10^{-6} \text{ s} = 351701.43 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

d) Put koji će prijeći elektron za 1  $\mu$ s iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{e \cdot E}{m} \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot E}{m} \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2 \frac{\text{N}}{\text{C}}}{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \cdot (10^{-6} \text{ s})^2 = 0.176 \text{ m} = 176 \text{ mm}.$$

### Vježba 173

Elektron se nalazi u homogenom električnom polju jakosti 8 N/C. Odredi silu kojom električno polje djeluje na elektron. (naboj elektrona  $e = -1.602 \cdot 10^{-19}$  C)

**Rezultat:**  $1.2816 \cdot 10^{-18}$  N.

### Zadatak 174 (Vlatka, gimnazija)

Izrazi jakost električnog polja  $E = 0.4 \frac{kN}{C}$  u  $\frac{V}{m}$ .

### Rješenje 174

$$E = 0.4 \frac{kN}{C}, \quad E = ? \frac{V}{m}$$

Mjerne jedinice za jakost električnog polja su:

- njutn po kulonu,  $[E] = \frac{N}{C}$
- volt po metru,  $[E] = \frac{V}{m}$ .

$$\frac{N}{C} = \frac{V}{m}$$

$$E = 0.4 \frac{kN}{C} \Rightarrow E = 0.4 \frac{1000 N}{C} \Rightarrow E = 400 \frac{N}{C} \Rightarrow E = 400 \frac{V}{m}$$

### Vježba 174

Izrazi jakost električnog polja  $E = 0.2 \frac{kN}{C}$  u  $\frac{V}{m}$ .

**Rezultat:**  $200 \frac{V}{m}$ .

### Zadatak 175 (Mario, gimnazija)

Kondenzator kapaciteta 3  $\mu$ F nabijen je nabojem 30 mC. Odredite energiju elektrona u polju kondenzatora. (naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$  C)

### Rješenje 175

$C = 3 \mu F = 3 \cdot 10^{-6}$  F,  $Q = 30$  mC =  $3 \cdot 10^{-2}$  C,  $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$  C,  $E_p = ?$   
Kapacitet pločastog kondenzatora iskazujemo jednažbom

$$C = \frac{Q}{U},$$

gdje je U napon između ploča. Rad što se utroši pri prijenosu naboja Q iz jedne točke u drugu između kojih je napon U jednak je promjeni potencijalne energije naboja, tj.

$$\left. \begin{array}{l} W = Q \cdot U \\ W = E_p \end{array} \right\} \Rightarrow E_p = Q \cdot U.$$

Energiju 1 eV dobije čestica nabijena istim električnim nabojem kao što ga ima elektron ( $1.602 \cdot 10^{-19}$  C) kad prođe električnim poljem razlike potencijala 1 V:

$$1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}, \quad 1 \text{ keV} = 1.602 \cdot 10^{-16} \text{ J}.$$

Energija elektrona u polju kondenzatora iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} C = \frac{Q}{U} \\ E_p = e \cdot U \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} C = \frac{Q}{U} \cdot \frac{U}{C} \\ E_p = e \cdot U \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} U = \frac{Q}{C} \\ E_p = e \cdot U \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow E_p = e \cdot \frac{Q}{C} =$$

$$= 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-2} \text{ C}}{3 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 1.602 \cdot 10^{-15} \text{ J} = 10 \cdot 1.602 \cdot 10^{-16} \text{ J} =$$

$$= \left[ 1 \text{ keV} = 1.602 \cdot 10^{-16} \text{ J} \right] = 10 \text{ keV}.$$

### Vježba 175

Kondenzator kapaciteta 5  $\mu\text{F}$  nabijen je nabojem 50 mC. Odredite energiju elektrona u polju kondenzatora. (naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )

**Rezultat:** 10 keV.

### Zadatak 176 (Dalibor, srednja škola)

Dva naboja razmaknuta 10 cm djeluju jedan na drugi silom 0.5 N kad su u tekućini relativne permitivnosti 4. Na kojemu bi razmaku morali biti naboji u zraku da se sila ne promijeni?

### Rješenje 176

$r_1 = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$ ,  $F_1 = F_2 = 0.5 \text{ N}$ ,  $\epsilon_r = 4$ ,  $r_2 = ?$   
Električna sila kojom uzajamno djeluju dva točkasta naboja upravno je razmjerna s umnoškom naboja  $Q_1$  i  $Q_2$ , a obrnuto razmjerna s kvadratom njihove međusobne udaljenosti.

$$F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}.$$

U sredstvu relativne permitivnosti  $\epsilon_r$  Coulombov zakon glasi

$$F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su  $Q_1$  i  $Q_2$  količine točkastih naboja,  $r$  udaljenost između naboja,  $\epsilon_0$  permitivnost vakuumu,  $\epsilon_r$  relativna permitivnost (relativna dielektrična konstanta) koja ovisi o sredstvu u kojem se nalaze naboji. To je broj bez dimenzije koji pokazuje koliko puta je manja sila  $F$  ako se naboji nalaze u sredstvu od one u vakuumu.

Budući da su sile u oba slučaja jednake, a umnožak naboja ostao isti, vrijedi:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_1^2} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_2^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_1^2} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_2^2} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}{Q_1 \cdot Q_2} \Rightarrow \frac{1}{\epsilon_r} \cdot \frac{1}{r_1^2} = \frac{1}{r_2^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\epsilon_r \cdot r_1^2} = \frac{1}{r_2^2} \Rightarrow r_2^2 = \epsilon_r \cdot r_1^2 \Rightarrow r_2^2 = \epsilon_r \cdot r_1^2 \cdot \sqrt{\phantom{x}} \Rightarrow r_2 = \sqrt{\epsilon_r \cdot r_1^2} \Rightarrow r_2 = r_1 \cdot \sqrt{\epsilon_r} =$$

$$= 0.1 \text{ m} \cdot \sqrt{4} = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}.$$

### Vježba 176

Dva naboja razmaknuta 10 cm djeluju jedan na drugi silom 0.5 N kad su u tekućini relativne permitivnosti 9. Na kojemu bi razmaku morali biti naboji u zraku da se sila ne promijeni?

**Rezultat:** 30 cm.

### Zadatak 177 (Tomislav, srednja škola)

Koliki je električni potencijal u točki udaljenoj 20 cm od točkastog naboja 1 nC? ( $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ )

- A. 20 V      B. 45000 V      C. 45 V      D. 20000 V

### Rješenje 177

$$r = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}, \quad Q = 1 \text{ nC} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ C}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2, \quad \varphi = ?$$

Ako je izvor električnog polja točkasta množina naboja  $Q$  ili nabijena kugla, onda je potencijal u točki na udaljenosti  $r$  od naboja, odnosno središta kugle, za vakuum jednak

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r}.$$

Električni potencijal iznosi:

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{0.2 \text{ m}} = 45 \text{ V}.$$

Odgovor je pod C.

### Vježba 177

Koliki je električni potencijal u točki udaljenoj 40 cm od točkastog naboja 2 nC? ( $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ )

- A. 20 V      B. 45000 V      C. 45 V      D. 20000 V

**Rezultat:** C.

### Zadatak 178 (Tomislav, srednja škola)

Točke A i B razmaknute su 10 cm i leže na pravcu duž silnica homogenog električnog polja 2000 N/C. Kolika je razlika potencijala između A i B?

- A. 100 V      B. 200 V      C. 20 V      D. 0 V

### Rješenje 178

$$d = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad E = 2000 \text{ N/C}, \quad U = ?$$

Razlika potencijala naziva se napon. U homogenom električnom polju jakosti  $E$  napon između dviju točaka na udaljenosti  $d$  može se naći iz izraza

$$U = E \cdot d.$$

Razlika potencijala (napon) iznosi:

$$U = E \cdot d = 2000 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot 0.1 \text{ m} = 200 \text{ V}.$$

Odgovor je pod B.

### Vježba 178

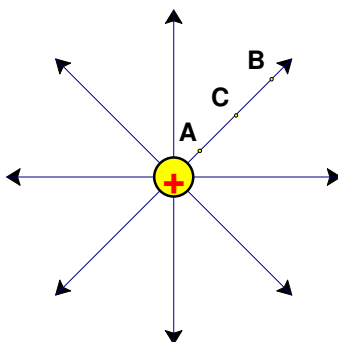
Točke A i B razmaknute su 20 cm i leže na pravcu duž silnica homogenog električnog polja 2000 N/C. Kolika je razlika potencijala između A i B?

- A. 200 V      B. 2000 V      C. 40 V      D. 400 V

**Rezultat:** D.

### Zadatak 179 (Ana, gimnazija)

U točki A jakost električnog polja iznosi 36 V/m, a u točki B 9 V/m. Kolika je jakost polja u točki C koja leži na sredini između točaka A i B?



### Rješenje 179

$$E_A = 36 \text{ V/m}, \quad E_B = 9 \text{ V/m}, \quad E_C = ?$$

Ako je izvor električnog polja točkasta množina naboja  $Q$  smještena u praznini (vakuumu), onda je jakost električnog polja u nekoj točki polja na udaljenosti  $r$  od naboja dana izrazom

$$E = k \cdot \frac{Q}{r^2}.$$

Iz omjera jakosti električnih polja  $E_A$  i  $E_B$  naći ćemo vezu između radijvektora  $r_A$  i  $r_B$  točaka A i B.

$$\begin{aligned} \frac{E_A}{E_B} &= \frac{k \cdot \frac{Q}{r_A^2}}{k \cdot \frac{Q}{r_B^2}} \Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{k \cdot \frac{Q}{r_A^2}}{k \cdot \frac{Q}{r_B^2}} \Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{\frac{1}{r_A^2}}{\frac{1}{r_B^2}} \Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{r_B^2}{r_A^2} \Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = \frac{E_A}{E_B} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = \frac{E_A}{E_B} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \sqrt{\frac{E_A}{E_B}} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \sqrt{\frac{E_A}{E_B}} \cdot r_A \Rightarrow r_B = r_A \cdot \sqrt{\frac{E_A}{E_B}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow r_B = r_A \cdot \sqrt{\frac{36 \frac{\text{V}}{\text{m}}}{9 \frac{\text{V}}{\text{m}}}} \Rightarrow r_B = r_A \cdot \sqrt{4} \Rightarrow r_B = 2 \cdot r_A. \end{aligned}$$

Budući da se točka C nalazi na sredini između točaka A i B, za njezin radijvektor  $r_C$  vrijedi:

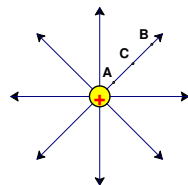
$$r_C = \frac{r_A + r_B}{2} \Rightarrow r_C = \frac{r_A + 2 \cdot r_A}{2} \Rightarrow r_C = \frac{3 \cdot r_A}{2} \Rightarrow r_C = \frac{3}{2} \cdot r_A.$$

Jakost električnog polja u točki C naći ćemo iz omjera jakosti polja  $E_C$  i  $E_A$ .

$$\begin{aligned} \frac{E_C}{E_A} &= \frac{k \cdot \frac{Q}{r_C^2}}{k \cdot \frac{Q}{r_A^2}} \Rightarrow \frac{E_C}{E_A} = \frac{k \cdot \frac{Q}{r_C^2}}{k \cdot \frac{Q}{r_A^2}} \Rightarrow \frac{E_C}{E_A} = \frac{\frac{1}{r_C^2}}{\frac{1}{r_A^2}} \Rightarrow \frac{E_C}{E_A} = \frac{r_A^2}{r_C^2} \Rightarrow \frac{E_C}{E_A} = \left(\frac{r_A}{r_C}\right)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{E_C}{E_A} = \left(\frac{r_A}{\frac{3}{2} \cdot r_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{E_C}{E_A} = \left(\frac{r_A}{\frac{3}{2} \cdot r_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{E_C}{E_A} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{E_C}{E_A} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{E_C}{E_A} = \frac{4}{9} \quad / \cdot E_A \Rightarrow \\ &\Rightarrow E_C = \frac{4}{9} \cdot E_A = \frac{4}{9} \cdot 36 \frac{\text{V}}{\text{m}} = 16 \frac{\text{V}}{\text{m}}. \end{aligned}$$

### Vježba 179

U točki A jakost električnog polja iznosi 36 V/m, a u točki B 4 V/m. Kolika je jakost polja u točki C koja leži na sredini između točaka A i B?



**Rezultat:** 9 V/m.

### Zadatak 180 (Krešo, gimnazija)

Koliko puta je veći kapacitet ako dva jednaka kondenzatora spojimo paralelno, a ne serijski?

#### Rješenje 180

$$C_1 = C_2 = C, \quad C_p : C_s = ?$$

Kapacitet  $C$  za  $n$  serijski spojenih kondenzatora možemo izračunati prema formuli:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.$$

Recipročna vrijednost kapaciteta ekvivalentnog kondenzatora jednaka je zbroju recipročnih vrijednosti kapaciteta svakog pojedinog kondenzatora.

Ukupni kapacitet od  $n$  paralelno spojenih kondenzatora možemo naći iz izraza

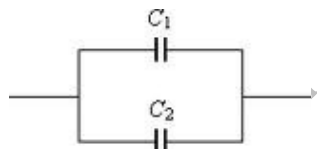
$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i.$$

Vrijednost kapaciteta ekvivalentnog kondenzatora jednaka je zbroju vrijednosti kapaciteta svakog pojedinog kondenzatora.

Ako su dva jednaka kondenzatora spojena:

- paralelno ekvivalentni kapacitet iznosi

$$C_p = C_1 + C_2 \Rightarrow C_p = C + C \Rightarrow C_p = 2 \cdot C$$



- serijski ekvivalentni kapacitet iznosi

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C_s} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} \Rightarrow \frac{1}{C_s} = \frac{2}{C} \Rightarrow C_s = \frac{C}{2}.$$



Računamo omjer.

$$\frac{C_p}{C_s} = \frac{2 \cdot C}{\frac{C}{2}} \Rightarrow \frac{C_p}{C_s} = \frac{2 \cdot C}{\frac{1}{2} \cdot C} \Rightarrow \frac{C_p}{C_s} = \frac{2}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{C_p}{C_s} = 4 \Rightarrow \frac{C_p}{C_s} = 4 \cdot C_s \Rightarrow C_p = 4 \cdot C_s.$$

Kapacitet je veći četiri puta.

#### Vježba 180

Koliko puta je veći kapacitet ako tri jednaka kondenzatora spojimo paralelno, a ne serijski?

**Rezultat:** Devet puta.