

Zadatak 101 (Marija, gimnazija)

Koliki rad treba utrošiti da se u praznini (vakuumu) prenese naboj $0.2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ iz beskonačnosti u točku koja je 1 cm udaljena od površine kugle polumjera 1 cm? Na kugli je plošna (površinska) gustoća naboja 10^{-5} C/m^2 . (konstanta k za vakuum $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$)

Rješenje 101

$$Q_1 = 0.2 \cdot 10^{-7} \text{ C}, \quad R = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}, \quad r = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}, \quad \sigma = 10^{-5} \text{ C/m}^2,$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2, \quad W = ?$$

Površinska (plošna) gustoća: u nabijenom vodiču sav naboj se nalazi na površini vodiča. Površinska (plošna) gustoća je omjer količine naboja Q i površine vodiča (oplošja) S :

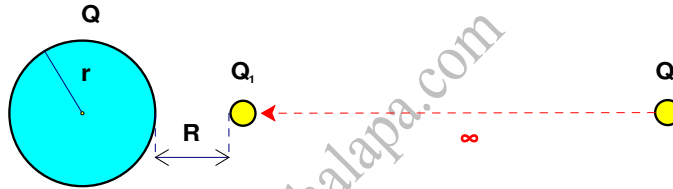
$$\sigma = \frac{Q}{S}.$$

Ako je izvor električnog polja točkasta množina naboja Q ili nabijena kugla, onda je potencijal u točki na udaljenosti r od naboja, odnosno središta kugle, za vakuum jednak

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r}.$$

Svaka točka električnog polja ima potencijal φ s obzirom na Zemlju. Potencijal φ neke točke definira se omjerom rada W i naboja Q koji treba sa Zemlje dovesti u tu točku:

$$\varphi = \frac{W}{Q} \Rightarrow W = Q \cdot \varphi.$$



Iz formule za površinsku gustoću odredimo naboj Q na kugli.

$$\left. \begin{array}{l} S = 4 \cdot r^2 \cdot \pi \text{ oplošje kugle} \\ \sigma = \frac{Q}{S} \end{array} \right\} \Rightarrow \sigma = \frac{Q}{4 \cdot r^2 \cdot \pi} \Rightarrow Q = 4 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot \sigma.$$

Potencijal na udaljenosti R od kugle polumjera r iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} Q = 4 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot \sigma \\ \varphi = k \cdot \frac{Q}{R+r} \end{array} \right\} \Rightarrow \varphi = k \cdot \frac{4 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot \sigma}{R+r}.$$

Rad koji treba utrošiti da se u praznini (vakuumu) prenese naboj Q_1 iz beskonačnosti u točku potencijala φ iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \varphi = k \cdot \frac{Q}{R+r} \\ W = Q_1 \cdot \varphi \end{array} \right\} \Rightarrow W = Q_1 \cdot k \cdot \frac{4 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot \sigma}{R+r} = 0.2 \cdot 10^{-7} \text{ C} \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{4 \cdot (0.01 \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot 10^{-5} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}}{0.01 \text{ m} + 0.01 \text{ m}} =$$

$$= 1.13 \cdot 10^{-4} \text{ J}.$$

Vježba 101

Koliki rad treba utrošiti da se u praznini prenese naboj $0.4 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ iz beskonačnosti u točku koja je 2 cm udaljena od površine kugle polumjera 2 cm? Na kugli je površinska gustoća naboja 10^{-5} C/m^2 . (konstanta k za vakuum $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$)

Rezultat: $1.13 \cdot 10^{-4} \text{ J}$.

Zadatak 102 (Ante, srednja škola)

Na naboj $2.0 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ u nekoj točki električnog polja djeluje sila 0.015 N . Kolika je jakost polja u toj točki?

Rješenje 102

$$Q = 2.0 \cdot 10^{-7} \text{ C}, \quad F = 0.015 \text{ N}, \quad E = ?$$

Osnovno svojstvo električnog polja očituje se u njegovu djelovanju na naboj stanovitom silom. Kvalitativno to svojstvo opisuje veličina koja se naziva jakost polja. Jakost polja E u nekoj točki polja jednaka je omjeru veličine sile F koja djeluje na naboj Q smješten u promatranoj točki polja i veličine tog naboja:

$$E = \frac{F}{Q}.$$

Jakost polja iznosi:

$$E = \frac{F}{Q} = \frac{0.015 \text{ N}}{2.0 \cdot 10^{-7} \text{ C}} = 75000 \frac{\text{N}}{\text{C}}.$$

Vježba 102

Na naboj $4.0 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ u nekoj točki električnog polja djeluje sila 0.03 N . Kolika je jakost polja u toj točki?

Rezultat: 75000 N/C.

Zadatak 103 (Krunoslav, srednja škola)

Odredi jakost električnog polja i potencijal u točki koja je udaljena 1 nm od jezgre atoma helija naboja $+2 \cdot e$. Kolika je potencijalna energija protona u toj točki? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, konstanta k za vakuum $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$)

Rješenje 103

$$r = 1 \text{ nm} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ m}, \quad Q = 2 \cdot e = 2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 3.204 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \\ Q_1 (\text{proton}) = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2, \quad E = ?, \quad \varphi = ?, \quad E_p = ?$$

Ako je izvor električnog polja točkasta množina naboja Q smještena u praznini, onda je jakost električnog polja u nekoj točki polja na udaljenosti r od naboja dana (prema Coulombovu zakonu) izrazom

$$E = k \cdot \frac{Q}{r^2}.$$

Ako je izvor električnog polja točkasta množina naboja Q ili nabijena kugla, onda je potencijal u točki na udaljenosti r od naboja, odnosno središta kugle, za vakuum jednak

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r}.$$

Poznajemo li potencijale φ različitih točaka električnog polja, možemo naći veličine potencijalne energije naboja Q smještenih u tim točkama prema

$$E_p = W = Q \cdot \varphi.$$

Jakost električnog polja iznosi:

$$E = k \cdot \frac{Q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{3.204 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{(1 \cdot 10^{-9} \text{ m})^2} = 2.8836 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{C}}.$$

Potencijal u zadanoj točki iznosi:

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{3.204 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{1 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 2.8836 \frac{\text{N}}{\text{C}}.$$

Budući da proton ima isti naboj kao i elektron (samo suprotnog predznaka), potencijalna energija protona u zadanoj točki iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \varphi = k \cdot \frac{Q}{r} \\ E_p = W = Q_1 \cdot \varphi \end{array} \right\} \Rightarrow E_p = Q_1 \cdot k \cdot \frac{Q}{r} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{3.204 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{1 \cdot 10^{-9} \text{ m}} =$$

$$= 4.6195 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Vježba 103

Odredi jakost električnog polja u točki koja je udaljena 2 nm od jezgre atoma helija naboja $+2 \cdot e$. (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, konstanta k za vakuum $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$)

Rezultat: $1.15488 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

Zadatak 104 (Krunoslav, srednja škola)

Na izoliranoj metalnoj kugli polumjera 5 cm nalazi se naboj $1.66 \cdot 10^{-6} \text{ C}$. Koliki je potencijal:

- u središtu kugle
- na površini kugle
- u točki koja je udaljena 1 m od središta kugle? (konstanta k za vakuum $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$)

Rješenje 104

$$r = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}, \quad Q = 1.66 \cdot 10^{-6} \text{ C}, \quad R = 1 \text{ m}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2, \quad \varphi = ?$$

Ako je izvor električnog polja točkasta množina naboja Q ili nabijena kugla, onda je potencijal u točki na udaljenosti r od naboja, odnosno središta kugle, za vakuum jednak

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r}.$$

Potencijal iznosi:

- u središtu kugle

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{1.66 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{0.05 \text{ m}} = 298800 \text{ V}.$$

- na površini kugle

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{1.66 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{0.05 \text{ m}} = 298800 \text{ V}.$$

Potencijal u središtu kugle jednak je potencijalu na površini kugle.

- u točki koja je udaljena za R od središta kugle

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{R} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{1.66 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{1 \text{ m}} = 14940 \text{ V} = 1.494 \cdot 10^4 \text{ V}.$$

Vježba 104

Na izoliranoj metalnoj kugli polumjera 5 cm nalazi se naboj $1.66 \cdot 10^{-6} \text{ C}$. Koliki je potencijal u središtu kugle? (konstanta k za vakuum $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$)

Rezultat: $1.13 \cdot 10^{-4} \text{ J}$.

Zadatak 105 (Doris, gimnazija)

Koliki rad moramo utrošiti da u električnom polju premjestimo naboj 10^{-8} C iz jedne točke polja u drugu ako je razlika potencijala između tih točaka 900 V?

Rješenje 105

$$Q = 10^{-8} \text{ C}, \quad \varphi_1 - \varphi_2 = U = 900 \text{ V}, \quad W = ?$$

Rad što se utroši pri prijenosu naboja Q iz točke potencijala φ_1 u točku potencijala φ_2 jednak je promjeni potencijalne energije naboja, tj.

$$W = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{razlika potencijala naziva se napon} \\ \varphi_1 - \varphi_2 = U \end{array} \right] \Rightarrow W = Q \cdot U.$$

Utrošeni rad iznosi:

$$W = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \Rightarrow W = Q \cdot U = 10^{-8} \text{ C} \cdot 900 \text{ V} = 9 \cdot 10^{-6} \text{ J}.$$

Vježba 105

Koliki rad moramo utrošiti da u električnom polju premjestimo naboj 10^{-8} C iz jedne točke polja u drugu ako je razlika potencijala između tih točaka 500 V ?

Rezultat: $6 \cdot 10^{-6} \text{ J}$.

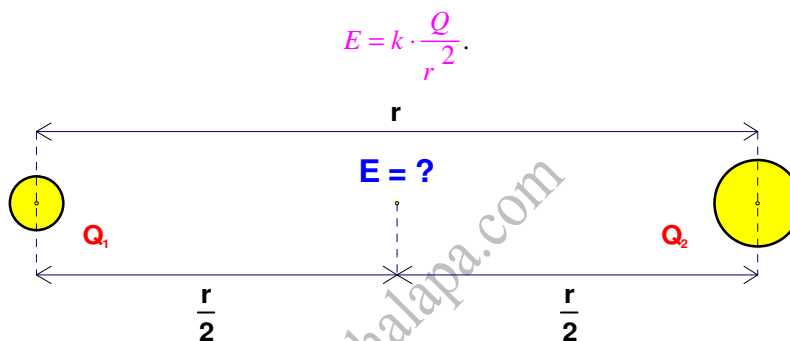
Zadatak 106 (Marija, gimnazija)

Dva naboja $Q_1 = 1.5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ i $Q_2 = 3 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ nalaze se u zraku i udaljeni su međusobno za $r = 60 \text{ cm}$. Kolika je jakost električnog polja u sredini između njih? (konstanta k za vakuum $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$)

Rješenje 106

$$Q_1 = 1.5 \cdot 10^{-8} \text{ C}, \quad Q_2 = 3 \cdot 10^{-7} \text{ C}, \quad r = 60 \text{ cm} = 0.6 \text{ m}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2, \quad E = ?$$

Ako je izvor električnog polja točkasta množina naboja Q smještena u praznini, onda je jakost električnog polja u nekoj točki polja na udaljenosti r od naboja dana (prema Coulombovu zakonu) izrazom



U sredini između naboja jakost električnog polja:

- od prvog naboja iznosi

$$E_1 = k \cdot \frac{Q_1}{\left(\frac{r}{2}\right)^2}$$

- od drugog naboja iznosi

$$E_2 = k \cdot \frac{Q_2}{\left(\frac{r}{2}\right)^2}$$

Jakost električnog polja u sredini između naboja jednaka je rezultanti jakosti električnih polja E_1 i E_2 :

$$E = E_2 - E_1 \Rightarrow E = k \cdot \frac{Q_2}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} - k \cdot \frac{Q_1}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} \Rightarrow E = k \cdot \frac{1}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} \cdot (Q_2 - Q_1) =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{0.6 \text{ m}}{2}\right)^2} \cdot (3 \cdot 10^{-7} \text{ C} - 1.5 \cdot 10^{-8} \text{ C}) = 28500 \frac{\text{N}}{\text{C}} \text{ u smjeru prema } Q_1.$$

Vježba 106

Dva naboja $Q_1 = 15 \text{ nC}$ i $Q_2 = 300 \text{ nC}$ nalaze se u zraku i udaljeni su međusobno za $r = 600 \text{ mm}$. Kolika je jakost električnog polja u sredini između njih? (konstanta k za vakuum $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$)

Rezultat: $28500 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ u smjeru prema Q_1 .

Zadatak 107 (Luka, srednja škola)

Naboj iznosa 4 nC dovodi se iz neizmjernosti na pozitivno nabijen vodič. Pritom se utroši rad 2 J . Koliki je potencijal vodiča?

Rješenje 107

$$Q = 4 \text{ nC} = 4 \cdot 10^{-9} \text{ C}, \quad W = 2 \text{ J}, \quad \varphi = ?$$

Osnovno svojstvo električnog polja očituje se u njegovu djelovanju na naboj stanovitom silom. Kvalitativno to svojstvo opisuje veličina koja se naziva jakost polja. Jakost polja E u nekoj točki polja jednaka je omjeru veličine sile F koja djeluje na naboj Q smješten u promatranoj točki polja i veličine tog naboja:

$$E = \frac{F}{Q}.$$

Potencijal vodiča iznosi:

$$\varphi = \frac{W}{Q} = \frac{2 \text{ J}}{4 \cdot 10^{-9} \text{ C}} = 5 \cdot 10^8 \text{ V}.$$

Vježba 107

Naboj iznosa 8 nC dovodi se iz neizmjernosti na pozitivno nabijen vodič. Pritom se utroši rad 4 J . Koliki je potencijal vodiča?

Rezultat: $5 \cdot 10^8 \text{ V}$.

Zadatak 108 (Luka, srednja škola)

Izrazite u elektronvoltima:

- energiju elektrona koji se giba brzinom 10^3 m/s
- srednju energiju translacijskog gibanja molekula pri $0 \text{ }^\circ\text{C}$
- energiju koju ima molekula dušika na visini 100 m iznad površine Zemlje.
(masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, Boltzmanova konstanta $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, atomska jedinica mase $u = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 108

$$v = 10^3 \text{ m/s}, \quad t = 0 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T = 273 + t \Rightarrow T = 273 \text{ K}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg},$$
$$k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}, \quad u = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h = 100 \text{ m}, \quad E_k = ?, \quad \bar{E} = ?,$$
$$E_{gp} = ?$$

Iz izraza

$$W = Q \cdot U$$

izvodi se još jedna jedinica za energiju – to je elektronvolt (eV). Energiju 1 eV dobije čestica nabijena istim električnim nabojem kao što ga ima elektron ($1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$) kad prođe električnim poljem razlike potencijala 1 V :

$$1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Pri određenoj temperaturi srednja kinetička energija molekule svih plinova jednaka je. Ona ovisi samo o temperaturi T plina.

$$\bar{E} = \frac{3}{2} \cdot k_B \cdot T.$$

Gravitacijska potencijalna energija tijela na površini Zemlje jest energija koju tijelo ima zbog svoga položaja u odnosu prema Zemlji. Gravitacijska potencijalna energija ovisna je o položaju ili stanju tijela u gravitacijskom polju.

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

h je visina tijela iznad Zemljine površine.

Relativna atomska masa A_r , nekog atoma, odnosno molekule M_r , jest broj koji govori koliko je puta masa atoma ili molekule veća od $\frac{1}{12}$ mase atoma izotopa $^{12}_6\text{C}$. Masa $\frac{1}{12}$ mase atoma izotopa ugljika $^{12}_6\text{C}$ jest atomska jedinica mase (znak: u). Izražena u kilogramima, ta masa iznosi

$$u = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$

Prema tome masa molekule je

$$m_M = M_r \cdot u.$$

a) Energija elektrona koji se giba brzinom v iznosi:

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \left(10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 4.555 \cdot 10^{-25} \text{ J} = \\ &= \left[4.555 \cdot 10^{-25} : 1.66 \cdot 10^{-19}\right] = 2.744 \cdot 10^{-6} \text{ eV}. \end{aligned}$$

b) Srednja energija translacijskog gibanja molekula pri 0°C iznosi:

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \frac{3}{2} \cdot k_B \cdot T = \frac{3}{2} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 273 \text{ K} = 5.651 \cdot 10^{-21} \text{ J} = \\ &= \left[5.651 \cdot 10^{-21} : 1.66 \cdot 10^{-19}\right] = 0.03404 \text{ eV}. \end{aligned}$$

c) Energija koju ima molekula dušika na visini h iznad površine Zemlje iznosi:

Najprije odredimo relativnu molekulsku masu M_r . Ona je jednaka zbroju relativnih atomskih masa dva atoma dušika čija je vrijednost naznačena u periodnom sustavu elemenata.

7
N
14.01

$$M_r = 2 \cdot 14.01 = 28.02.$$

Masa molekule dušika N_2 iznosi:

$$m = M_r \cdot u = 28.02 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 4.65 \cdot 10^{-26} \text{ kg}.$$

$$\begin{aligned} E_{gp} &= 4.65 \cdot 10^{-26} \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 100 \text{ m} = 4.56 \cdot 10^{-23} \text{ J} = \\ &= \left[4.56 \cdot 10^{-23} : 1.66 \cdot 10^{-19}\right] = 2.75 \cdot 10^{-4} \text{ eV}. \end{aligned}$$

Vježba 108

Izrazite u elektronvoltima energiju elektrona koji se giba brzinom 10^4 m/s. (masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg)

Rezultat: $2.744 \cdot 10^{-4}$ eV.

Zadatak 109 (Zoran, srednja škola)

Dvije usporedne metalne ploče, međusobno udaljene 1.8 cm, priključene su na napon $2.4 \cdot 10^4$ V. Taj napon proizvodi električno polje koje ima smjer vertikalno prema dolje. Odredi naboj što ga ima kapljica ulja mase $2.2 \cdot 10^{-10}$ g koja miruje u električnom polju. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 109

$$d = 1.8 \text{ cm} = 1.8 \cdot 10^{-2} \text{ m}, \quad U = 2.4 \cdot 10^4 \text{ V}, \quad m = 2.2 \cdot 10^{-10} \text{ g} = 2.2 \cdot 10^{-13} \text{ kg}, \\ g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad Q = ?$$

Osnovno svojstvo električnog polja očituje se u njegovu djelovanju na naboj stanovitom silom. Kvalitativno to svojstvo opisuje veličina koja se naziva jakost polja. Jakost polja E u nekoj točki polja jednaka je omjeru veličine sile F koja djeluje na naboj Q smješten u promatranoj točki polja i veličine tog naboja:

$$E = \frac{F}{Q} \Rightarrow F = Q \cdot U.$$

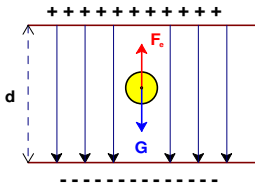
U homogenome električnom polju jakosti E za rad W pri prijenosu naboja Q na udaljenosti d vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} W = F \cdot d \\ W = Q \cdot U \end{array} \right\} \Rightarrow F \cdot d = Q \cdot U \Rightarrow E \cdot Q \cdot d = Q \cdot U \quad / \cdot \frac{1}{Q \cdot d} \Rightarrow E = \frac{U}{d}.$$

Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

$$G = m \cdot g.$$

Sila kojom polje djeluje na kapljicu mora imati smjer suprotan od smjera sile teže, a po veličini je jednaka sili teži.



Budući da kapljica ulja miruje u električnom polju, električna sila F_e mora po iznosu biti jednaka težini tijela:

$$F_e = G \Rightarrow Q \cdot E = m \cdot g \Rightarrow Q = \frac{m \cdot g}{E} \Rightarrow Q = \frac{m \cdot g}{\frac{U}{d}}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{m \cdot g \cdot d}{U} = \frac{2.2 \cdot 10^{-13} \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1.8 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{2.4 \cdot 10^4 \text{ V}} = -1.619 \cdot 10^{-18} \text{ C}.$$

Vježba 109

Dvije usporedne metalne ploče, međusobno udaljene 3.6 cm, priključene su na napon $4.8 \cdot 10^4$ V. Taj napon proizvodi električno polje koje ima smjer vertikalno prema dolje. Odredi naboj što ga ima kapljica ulja mase $2.2 \cdot 10^{-10}$ g koja miruje u električnom polju. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $-1.619 \cdot 10^{-18} \text{ C}$.

Zadatak 110 (Mirjana, srednja škola)

Elektron je postigao brzinu 10^6 m/s pošto je prešao put od jedne metalne nabijene ploče do druge. Razmak između ploča bio je 5.3 mm. Kolika je bila jakost električnog polja u kojemu se gibao elektron? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$)

Rješenje 110

$$v = 10^6 \text{ m/s}, \quad d = 5.3 \text{ mm} = 5.3 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \\ E = ?$$

U homogenome električnom polju jakosti E za rad W pri prijenosu naboja Q na udaljenosti d vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} W = F \cdot d \\ W = Q \cdot U \end{array} \right\} \Rightarrow F \cdot d = Q \cdot U \Rightarrow E \cdot Q \cdot d = Q \cdot U \quad / \cdot \frac{1}{Q \cdot d} \Rightarrow E = \frac{U}{d}.$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Jakost električnog polja u kojemu se giba elektron iznosi:

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{aligned} W &= E_k, & W &= Q \cdot U \\ E &= \frac{U}{d} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2, & W &= Q \cdot U \\ E &= \frac{U}{d} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= Q \cdot U \\ E &= \frac{U}{d} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= Q \cdot U \cdot \frac{1}{Q} \\ E &= \frac{U}{d} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} U &= \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot Q} \\ E &= \frac{U}{d} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E = \frac{\frac{m \cdot v^2}{2 \cdot Q}}{d} \Rightarrow E = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot Q \cdot d} = \\
 &= \frac{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \left(10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 5.3 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 536.48 \frac{\text{V}}{\text{m}}
 \end{aligned}$$

Vježba 110

Elektron je postigao brzinu $2 \cdot 10^6$ m/s pošto je prešao put od jedne metalne nabijene ploče do druge. Razmak između ploča bio je 21.2 mm. Kolika je bila jakost električnog polja u kojemu se gibao elektron? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C, masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg)

Rezultat: 536.48 V/m.

Zadatak 111 (Mirjana, srednja škola)

Koju bi brzinu postigla kuglica mase 5 g i naboja $5 \mu\text{C}$ kad bi se gibala s mjesta potencijala $\varphi_1 = 30000$ V na mjesto potencijala $\varphi_2 = 3000$ V? Početna brzina kuglice je nula.

Rješenje 111

$$m = 5 \text{ g} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}, \quad Q = 5 \mu\text{C} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ C}, \quad \varphi_1 = 30000 \text{ V}, \quad \varphi_2 = 3000 \text{ V}, \quad v = ?$$

Rad što se utroši pri prijenosu naboja Q iz točke potencijala φ_1 u točku potencijala φ_2 jednak je promjeni potencijalne energije naboja, tj.

$$W = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{razlika potencijala naziva se napon} \\ \varphi_1 - \varphi_2 = U \end{array} \right] \Rightarrow W = Q \cdot U.$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Računamo brzinu v koju bi postigla kuglica mase m i naboja Q kad bi se gibala s mjesta potencijala φ_1 na mjesto potencijala φ_2 .

Elektron u prolazu poljem obavlja rad protiv sile polja. Taj je rad jednak promjeni kinetičke energije elektrona.

Rad što se utroši pri gibanju kuglice mase m i naboja Q iz točke potencijala φ_1 u točku potencijala φ_2 jednak je promjeni kinetičke energije:

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{aligned} W &= E_k \\ W &= Q \cdot U \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ W &= Q \cdot U \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = Q \cdot U \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)}{m} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow \\
 \Rightarrow v &= \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot (30000 \text{ V} - 3000 \text{ V})}{5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}} = 7.348 \frac{\text{m}}{\text{s}}.
 \end{aligned}$$

Vježba 111

Koju bi brzinu postigla kuglica mase 10 g i naboja 10 μC kad bi se gibala s mjesta potencijala $\varphi_1 = 30000 \text{ V}$ na mjesto potencijala $\varphi_2 = 3000 \text{ V}$? Početna brzina kuglice je nula.

Rezultat: 7.348 m/s.

Zadatak 112 (Sanja, srednja škola)

Elektron se giba u električnom polju koje ga ubrzava među točkama razlike potencijala 600 V. Za koliko se povećala energija elektrona ako on na svojem putu nije pretrpio nikakav gubitak energije? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rješenje 112

$$U = 600 \text{ V}, \quad Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad \Delta W = ?$$

Rad što se utroši pri prijenosu naboja Q iz točke potencijala φ_1 u točku potencijala φ_2 jednak je promjeni potencijalne energije naboja, tj.

$$W = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{razlika potencijala naziva se napon} \\ \varphi_1 - \varphi_2 = U \end{array} \right] \Rightarrow W = Q \cdot U.$$

Povećanje energije iznosi:

$$\Delta W = Q \cdot U = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 600 \text{ V} = 9.612 \cdot 10^{-17} \text{ J}.$$

Vježba 112

Elektron se giba u električnom polju koje ga ubrzava među točkama razlike potencijala 300 V. Za koliko se povećala energija elektrona ako on na svojem putu nije pretrpio nikakav gubitak energije? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rezultat: $4.806 \cdot 10^{-17} \text{ J}$

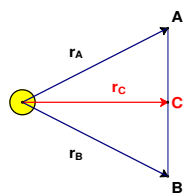
Zadatak 113 (Ante, srednja škola)

U točki A jakost električnog polja iznosi 36 V/m, a u točki B 9 V/m. Kolika je jakost polja u točki C koja leži na sredini između točaka A i B?

Rješenje 113

$$E_A = 36 \text{ V/m}, \quad E_B = 9 \text{ V/m}, \quad E_C = ?$$

Ako je izvor električnog polja točkasta množina naboja Q smještena u praznini, onda je jakost električnog polja u nekoj točki polja na udaljenosti r od naboja dana (prema Coulombovu zakonu) izrazom



Sa slike vidi se:

$$E = k \cdot \frac{Q}{r^2}.$$

$$r_C = \frac{r_A + r_B}{2}.$$

Jakost električnog polja u točki A iznosi:

$$E_A = k \cdot \frac{Q}{r_A^2}.$$

Jakost električnog polja u točki B iznosi:

$$E_B = k \cdot \frac{Q}{r_B^2}.$$

Jakost električnog polja u točki C iznosi:

$$E_C = k \cdot \frac{Q}{r_C} \Rightarrow E_C = k \cdot \frac{Q}{\left(\frac{r_A + r_B}{2}\right)^2}$$

Iz omjera jakosti električnih polja E_A i E_B nađemo vezu između udaljenosti r_B i r_A :

$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{k \cdot \frac{Q}{r_A^2}}{k \cdot \frac{Q}{r_B^2}} \Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{k \cdot \frac{Q}{r_A^2}}{k \cdot \frac{Q}{r_B^2}} \Rightarrow \frac{36 \frac{V}{m}}{9 \frac{V}{m}} = \frac{r_B^2}{r_A^2} \Rightarrow 4 = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow 2 = \frac{r_B}{r_A} \Rightarrow r_B = 2 \cdot r_A$$

Iz omjera jakosti električnih polja E_C i E_B (može E_C i E_A) dobije se jakost električnog polja u točki C:

$$\begin{aligned} \frac{E_C}{E_B} &= \frac{k \cdot \frac{Q}{\left(\frac{r_A + r_B}{2}\right)^2}}{k \cdot \frac{Q}{r_B^2}} \Rightarrow \frac{E_C}{E_B} = \frac{k \cdot \frac{Q}{\left(\frac{r_A + r_B}{2}\right)^2}}{k \cdot \frac{Q}{r_B^2}} \Rightarrow \frac{E_C}{E_B} = \frac{r_B^2}{\left(\frac{r_A + r_B}{2}\right)^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{E_C}{E_B} = \frac{(2 \cdot r_A)^2}{\left(\frac{r_A + 2 \cdot r_A}{2}\right)^2} \Rightarrow \frac{E_C}{E_B} = \frac{4 \cdot r_A^2}{\left(\frac{3 \cdot r_A}{2}\right)^2} \Rightarrow \frac{E_C}{E_B} = \frac{4 \cdot r_A^2}{\frac{9 \cdot r_A^2}{4}} \Rightarrow \frac{E_C}{E_B} = \frac{4 \cdot r_A^2}{\frac{9 \cdot r_A^2}{4}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{E_C}{E_B} = \frac{16}{9} \Rightarrow E_C = \frac{16}{9} \cdot E_B = \frac{16}{9} \cdot 9 \frac{V}{m} = 16 \frac{V}{m} \end{aligned}$$

Vježba 113

U točki A jakost električnog polja iznosi 3.6 V/m, a u točki B 0.9 V/m. Kolika je jakost polja u točki C koja leži na sredini između točaka A i B?

Rezultat: 1.6 V/m.

Zadatak 114 (Ante, srednja škola)

Metalni stalak i kuglicu nabijemo elektriziranim štapom. Kuglica se otkloni iz položaja C u položaj D, pri čemu je položaj točke D za 1 cm viši od točke C. Razlika je potencijala $\varphi_C - \varphi_D = 500$ V. Kuglica ima masu 10 mg. Koliki je naboj kuglice? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 114

$$h = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}, \quad \varphi_C - \varphi_D = 500 \text{ V}, \quad m = 10 \text{ mg} = 10^{-5} \text{ kg}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad Q = ?$$

Rad što se utroši pri prijenosu naboja Q iz točke potencijala φ_1 u točku potencijala φ_2 jednak je promjeni potencijalne energije naboja, tj.

$$W = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{razlika potencijala naziva se napon} \\ \varphi_1 - \varphi_2 = U \end{array} \right] \Rightarrow W = Q \cdot U$$

U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Budući da je rad što se utroši pri prijenosu naboja Q iz točke potencijala φ_1 u točku potencijala φ_2 jednak je promjeni potencijalne energije naboja, slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} W = Q \cdot U \\ W = E_{gp} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} W = Q \cdot U \\ W = m \cdot g \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow Q \cdot U = m \cdot g \cdot h \Rightarrow Q = \frac{m \cdot g \cdot h}{U} \Rightarrow Q = \frac{m \cdot g \cdot h}{\varphi_C - \varphi_D} =$$

$$= \frac{10^{-5} \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.01 \text{ m}}{500 \text{ V}} = 1.962 \cdot 10^{-9} \text{ C.}$$

Vježba 114

Metalni stalak i kuglicu nabijemo elektriziranim štapom. Kuglica se otkloni iz položaja C u položaj D, pri čemu je položaj točke D za 2 cm viši od točke C. Razlika je potencijala $\varphi_C - \varphi_D = 1000 \text{ V}$. Kuglica ima masu 10 mg. Koliki je naboj kuglice? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $1.962 \cdot 10^{-9} \text{ C}$.

Zadatak 115 (Fery, gimnazija)

Elektron uleti u homogeno električno polje u praznini i giba se u smjeru električnih silnica. Nakon koliko će vremena brzina elektrona biti jednaka nuli ako je jakost polja 90 N/C , a početna brzina elektrona $1.8 \cdot 10^3 \text{ km/s}$? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$)

Rješenje 115

$E = 90 \text{ N/C}$, $v_0 = 1.8 \cdot 10^3 \text{ km/s} = 1.8 \cdot 10^6 \text{ m/s}$, $v = 0 \text{ m/s}$, $Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$,
 $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $t = ?$

Osnovno svojstvo električnog polja očituje se u njegovu djelovanju na naboj stanovitom silom. Kvalitativno to svojstvo opisuje veličina koja se naziva jakost polja. Jakost polja E u nekoj točki polja jednaka je omjeru veličine sile F koja djeluje na naboj Q smješten u promatranoj točki polja i veličine tog naboja:

$$E = \frac{F}{Q} \Rightarrow F = Q \cdot E.$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Jednoliko usporeno gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = v_0 - a \cdot t,$$

gdje su v_0 i v početna brzina, odnosno konačna brzina tijela koje se giba jednoliko usporeno akceleracijom a za vrijeme t .

Tu električna sila usporava elektron pa prema drugom Newtonovom poučku slijedi:

$$F = F_e \Rightarrow m \cdot a = Q \cdot E \Rightarrow a = \frac{Q \cdot E}{m}.$$

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{Q \cdot E}{m} \\ v = v_0 - a \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{Q \cdot E}{m} \\ a \cdot t = v_0 - v \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{Q \cdot E}{m} \\ t = \frac{v_0 - v}{a} \end{array} \right\} \Rightarrow t = \frac{v_0 - v}{\frac{Q \cdot E}{m}} \Rightarrow t = \frac{m \cdot (v_0 - v)}{Q \cdot E} =$$

$$= \frac{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \left(1.8 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 90 \frac{\text{N}}{\text{C}}} = 1.137 \cdot 10^{-7} \text{ s.}$$

Vježba 115

Elektron uleti u homogeno električno polje u praznini i giba se u smjeru električnih silnica. Nakon koliko će vremena brzina elektrona biti jednaka nuli ako je jakost polja 180 N/C, a početna brzina elektrona $3.6 \cdot 10^3$ km/s? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C, masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg)

Rezultat: $1.137 \cdot 10^{-7}$ s.

Zadatak 116 (Valentina, srednja škola)

U homogeno električno polje jakosti 3000 V/m uleti okomito na silnice polja elektron brzinom $5 \cdot 10^3$ km/s.

a) Koliko će elektron skrenuti od svojega početnog smjera pošto u polju prijede put 8 cm?

b) Kakav oblik ima staza elektrona?

(naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C, masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg)

Rješenje 116

$$E = 3000 \text{ V/m}, \quad v = 5 \cdot 10^3 \text{ km/s} = 5 \cdot 10^6 \text{ m/s}, \quad s = 8 \text{ cm} = 0.08 \text{ m}, \\ Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad s_1 = ?$$

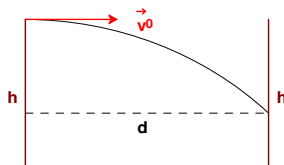
Osnovno svojstvo električnog polja očituje se u njegovu djelovanju na naboj stanovitom silom. Kvalitativno to svojstvo opisuje veličina koja se naziva jakost polja. Jakost polja E u nekoj točki polja jednaka je omjeru veličine sile F koja djeluje na naboj Q smješten u promatranoj točki polja i veličine tog naboja:

$$E = \frac{F}{Q} \Rightarrow F = Q \cdot E.$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Tijelo se složeno giba kad istodobno obavlja dva ili više gibanja. Pri takvom gibanju vrijedi načelo neovisnosti gibanja koje glasi: Kad tijelo istodobno obavlja dva gibanja, giba se tako da se u svakom trenutku nalazi u točki do koje bi stiglo kad bi obavilo samo jedno gibanje u određenom vremenskom razmaku, a neovisno o tom gibanju istodobno i drugo gibanje u istome vremenskom razmaku.



Horizontalni hitac je gibanje što se sastoji od jednolikoga gibanja u horizontalnom smjeru brzinom v i slobodnog pada.

Za slobodan pad vrijedi izraz

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada.

$$\left. \begin{array}{l} d = v_0 \cdot t \\ h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t = \frac{d}{v_0} \\ h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{d}{v_0} \right)^2.$$

a) Gibanje elektrona u homogenom električnom polju jest horizontalni hitac koji se sastoji od jednolikog gibanja brzinom v u horizontalnom smjeru i jednolikog ubrzanog gibanja prema dolje akceleracijom a .

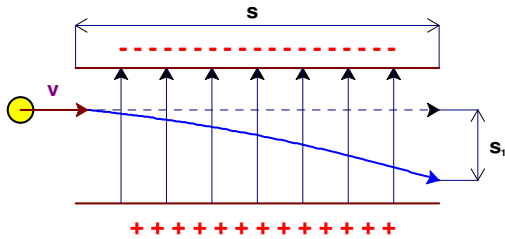
Za vrijeme $t = \frac{s}{v}$ (s je put u horizontalnom smjeru) elektron padne odnosno otkloni se od horizontalnog smjera za

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

pa vrijedi:

$$\left. \begin{aligned} t &= \frac{s}{v} \\ s_1 &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow s_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{s}{v} \right)^2.$$

Tu električna sila F_e djeluje na elektron pa prema drugom Newtonovom poučku slijedi:



$$F = F_e \Rightarrow m \cdot a = Q \cdot E \Rightarrow a = \frac{Q \cdot E}{m}.$$

Otklon s_1 elektrona od horizontalnog puta s iznosi:

$$\left. \begin{aligned} t &= \frac{s}{v} \\ s_1 &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow s_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{s}{v} \right)^2 \Rightarrow s_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q \cdot E}{m} \cdot \left(\frac{s}{v} \right)^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 3000 \frac{\text{V}}{\text{m}}}{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \cdot \left(\frac{0.08 \text{ m}}{5 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \right)^2 = 6.75 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

b)

Oblik staze elektrona koji se giba u homogenom električnom polju je parabola.

$$\left. \begin{aligned} y &= a \cdot x^2 \text{ jednačba parabole, a koeficijent} \\ s_1 &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} y &= s_1 \\ a &= \frac{1}{2} \cdot a \\ x &= t \end{aligned} \right\}.$$

Vježba 116

U homogeno električno polje jakosti 3000 V/m uleti okomito na silnice polja elektron brzinom 10^4 km/s. Koliko će elektron skrenuti od svojega početnog smjera pošto u polju prijeđe put 16 cm? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C, masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg)

Rezultat: $6.75 \cdot 10^{-2}$ m.

Zadatak 117 (Helena, gimnazija)

Za koliki će se kut otkloniti kuglica od staniola mase 0.4 g, obješena na svilenoj niti ako je stavimo u horizontalno homogeno polje jakosti 10^5 N/C? Naboj je kuglice $4.9 \cdot 10^{-9}$ C. ($g = 9.81$ m/s²)

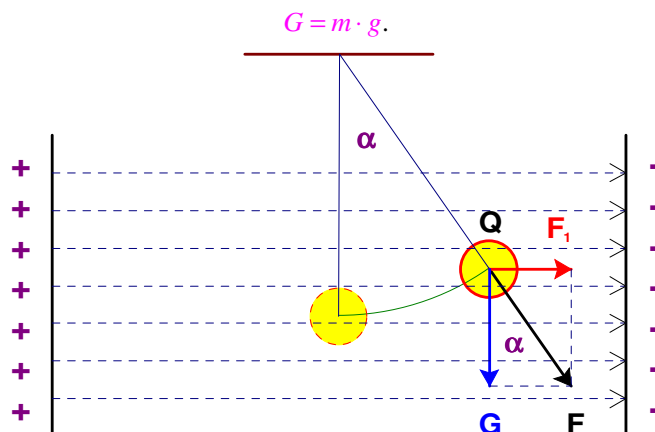
Rješenje 117

$$m = 0.4 \text{ g} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ kg}, \quad E = 10^5 \text{ N/C}, \quad Q = 4.9 \cdot 10^{-9} \text{ C}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \alpha = ?$$

Osnovno svojstvo električnog polja očituje se u njegovu djelovanju na naboj stanovitom silom. Kvalitativno to svojstvo opisuje veličina koja se naziva jakost polja. Jakost polja E u nekoj točki polja jednaka je omjeru veličine sile F koja djeluje na naboj Q smješten u promatranoj točki polja i veličine tog naboja:

$$E = \frac{F}{Q} \Rightarrow F = Q \cdot E.$$

Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.



Uočimo na slici pravokutan trokut kojemu su katete F_1 električna sila i G težina kuglice. Sa slike vidi se:

$$\left. \begin{aligned} G = m \cdot g, \quad F_1 = Q \cdot E \\ \operatorname{tg} \alpha = \frac{F_1}{G} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{Q \cdot E}{m \cdot g} \Rightarrow \alpha = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{Q \cdot E}{m \cdot g} \right) =$$

$$= \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot 4,9 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{4 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \right) = 7^{\circ} 7' 4''.$$

Vježba 117

Za koliki će se kut otkloniti kuglica od staniola mase 0,8 g, obješena na svilenoj niti ako je stavimo u horizontalno homogeno polje jakosti 10^5 N/C ? Naboj je kuglice $9,8 \cdot 10^{-9} \text{ C}$. ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $7^{\circ} 7' 4''$.

Zadatak 118 (Hrvoje, tehnička škola)

Aluminijsku kuglicu mase 9 g, naboja 10^{-7} C , stavimo u ulje. Kolika je jakost električnog polja koje djeluje na kuglicu ako kuglica u ulju lebdi, a polje ima smjer vertikalno prema gore? (gustoća aluminijske kuglice $\rho_1 = 2700 \text{ kg/m}^3$, gustoća ulja $\rho_2 = 900 \text{ kg/m}^3$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 118

$$m = 9 \text{ g} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ kg}, \quad Q = 10^{-7} \text{ C}, \quad \rho_1 = 2700 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_2 = 900 \text{ kg/m}^3,$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2, \quad E = ?$$

Osnovno svojstvo električnog polja očituje se u njegovu djelovanju na naboj stanovitom silom. Kvalitativno to svojstvo opisuje veličina koja se naziva jakost polja. Jakost polja E u nekoj točki polja jednaka je omjeru veličine sile F koja djeluje na naboj Q smješten u promatranoj točki polja i veličine tog naboja:

$$E = \frac{F}{Q} \Rightarrow F = Q \cdot E.$$

Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

$$G = m \cdot g.$$

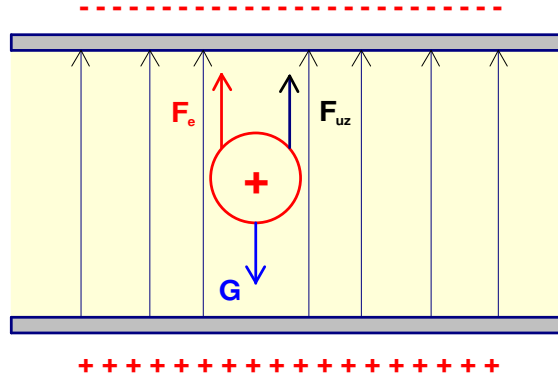
Gustoću ρ neke tvari definiramo omjerom mase m i obujma V tijela:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Arhimedov zakon kaže da je uzgon na tijelo uronjeno u tekućinu

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, V obujam uronjenog tijela, a g akceleracija sile teže.



Određimo obujam (volumen) aluminijske kuglice gustoće ρ_1 :

$$\rho_1 = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho_1}$$

Kuglica se nalazi u ulju gustoće ρ_2 , pa sila uzgona iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F_{uz} = \rho_2 \cdot V \cdot g \\ V = \frac{m}{\rho_1} \end{array} \right\} \Rightarrow F_{uz} = \rho_2 \cdot \frac{m}{\rho_1} \cdot g$$

Budući da kuglica u ulju lebdi (miruje), težina kuglice G po iznosu jednaka je zbroju električne sile F_e i sile uzgona F_{uz} :

$$\left. \begin{array}{l} F_e = Q \cdot E \\ G = m \cdot g \\ F_{uz} = \rho_2 \cdot \frac{m}{\rho_1} \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow [G = F_e + F_{uz}] \Rightarrow m \cdot g = Q \cdot E + \rho_2 \cdot \frac{m}{\rho_1} \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q \cdot E = m \cdot g - \rho_2 \cdot \frac{m}{\rho_1} \cdot g \Rightarrow E = \frac{m \cdot g - \rho_2 \cdot \frac{m}{\rho_1} \cdot g}{Q} \Rightarrow E = m \cdot g \cdot \frac{1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}}{Q} \Rightarrow E = m \cdot g \cdot \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 \cdot Q} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = m \cdot g \cdot \frac{\rho_1 - \rho_2}{Q \cdot \rho_1} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{10^{-7} \text{ C} \cdot 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 588600 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Vježba 118

Aluminijsku kuglicu mase 18 g, naboja 10^{-7} C, stavimo u ulje. Kolika je jakost električnog polja koje djeluje na kuglicu ako kuglica u ulju lebdi, a polje ima smjer vertikalno prema gore? (gustoća aluminijska $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 1189200 N/C.

Zadatak 119 (Vedran, gimnazija)

Kada su dva točkasta naboja na udaljenosti r međusobno djeluju silom F . Ako se svaki naboj udvostruči, na kolikoj trebaju biti udaljenosti da sila ostane ista?

Rješenje 119

$$r, \quad q_1, \quad q_2, \quad Q_1 = 2 \cdot q_1, \quad Q_2 = 2 \cdot q_2, \quad x = ?$$

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su Q_1 i Q_2 naboji, r njihova međusobna udaljenost, k konstanta u vakuumu (a praktično i u zraku). Električna sila naboja q_1 i q_2 na udaljenosti r iznosi:

$$F_1 = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}.$$

Električna sila naboja Q_1 i Q_2 na udaljenosti x iznosi:

$$F_2 = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{x^2}.$$

Budući da sile moraju biti iste, slijedi:

$$\begin{aligned} F_1 = F_2 &\Rightarrow k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{x^2} \Rightarrow k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = k \cdot \frac{2 \cdot q_1 \cdot 2 \cdot q_2}{x^2} \cdot \frac{1}{k \cdot q_1 \cdot q_2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{4}{x^2} \Rightarrow x^2 = 4 \cdot r^2 \quad \sqrt{\quad} \quad x = 2 \cdot r. \end{aligned}$$

Dva točkasta naboja trebaju biti na dvostuko većoj udaljenosti.

Vježba 119

Kada su dva točkasta naboja na udaljenosti r međusobno djeluju silom F . Ako se svaki naboj utrostruči, na kolikoj trebaju biti udaljenosti da sila ostane ista?

Rezultat: Dva točkasta naboja trebaju biti na trostruko većoj udaljenosti.

Zadatak 120 (Ljiljana, gimnazija)

Dvije jednake kuglice nose naboje $Q_1 = -1 \text{ mC}$ i $Q_2 = 4 \text{ mC}$. One se najprije dodirnu, a potom razmaknu na udaljenost 25 cm . Kolika je kulonska sila nakon razmicanja? (konstanta k za vakuum $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$)

Rješenje 120

$$Q_1 = -1 \text{ mC} = -1 \cdot 10^{-3} \text{ C}, \quad Q_2 = 4 \text{ mC} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ C}, \quad r = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m},$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2, \quad F = ?$$

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su Q_1 i Q_2 naboji, r njihova međusobna udaljenost, k konstanta u vakuumu (a praktično i u zraku).

Nakon dodira kuglice će imati jednaku količinu naboja koja iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} Q_1 = -1 \cdot 10^{-3} \text{ C} \\ Q_2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ C} \end{array} \right\} \Rightarrow Q = \frac{Q_1 + Q_2}{2} = \frac{-1 \cdot 10^{-3} \text{ C} + 4 \cdot 10^{-3} \text{ C}}{2} = 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ C}.$$

Kulonska sila nakon razmicanja kuglica ima vrijednost:

$$F = k \cdot \frac{Q \cdot Q}{r^2} \Rightarrow F = k \cdot \left(\frac{Q}{r}\right)^2 = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \left(\frac{1.5 \cdot 10^{-3} C}{0.25 m}\right)^2 = 324000 N = 324 kN.$$

Vježba 120

Dvije jednake kuglice nose naboje $Q_1 = -1 \text{ mC}$ i $Q_2 = 7 \text{ mC}$. One se najprije dodirnu, a potom razmaknu na udaljenost 50 cm. Kolika je kulonska sila nakon razmicanja?

Rezultat: 324 kN.

www.halapa.com