

Zadatak 081 (Marija, gimnazija)

Dva usporedno spojena kondenzatora C_1 i C_2 serijski su spojeni s kondenzatorom kapaciteta C_3 . Koliki je ukupni kapacitet? Nacrtajte shemu.

Rješenje 081

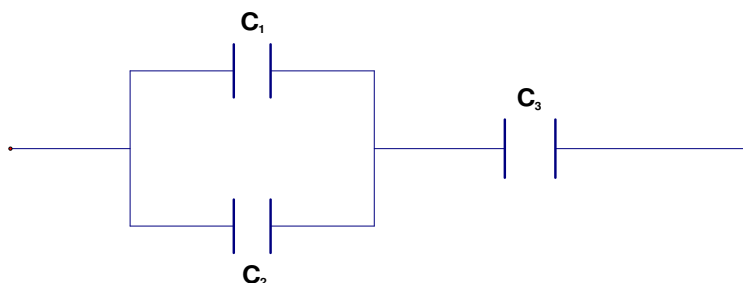
$$C_1, \quad C_2, \quad C_3, \quad C = ?$$

Ukupni kapacitet od n serijski spojenih kondenzatora možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

Ukupni kapacitet od n usporedno (paralelno) spojenih kondenzatora možemo naći iz izraza

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$$



Budući da su kondenzatori kapaciteta C_1 i C_2 usporedno (paralelno) vezani njihov ukupni kapacitet je:

$$C_{1,2} = C_1 + C_2$$

Ukupni kapacitet serijski spojenih kondenzatora kapaciteta $C_{1,2}$ i C_3 iznosi:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_{1,2}} + \frac{1}{C_3} \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1 + C_2} + \frac{1}{C_3} \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{C_3 + C_1 + C_2}{(C_1 + C_2) \cdot C_3} \Rightarrow C = \frac{(C_1 + C_2) \cdot C_3}{C_1 + C_2 + C_3}$$

Vježba 081

Dva usporedno spojena kondenzatora C_2 i C_3 serijski su spojeni s kondenzatorom kapaciteta C_1 . Koliki je ukupni kapacitet?

Rezultat:
$$\frac{(C_2 + C_3) \cdot C_1}{C_1 + C_2 + C_3}$$

Zadatak 082 (Marija, gimnazija)

Na staklenu ploču debljine 1 mm naliježljena su s obje strane dva kvadrata od staniola površine 50 cm^2 . Koju množinu naboja treba prenijeti na taj kondenzator da bi imao napon 1000 V? Relativna je permitivnost stakla 8. (električna permitivnost vakuuma $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$, ϵ_r – relativna permitivnost sredstva)

Rješenje 082

$$d = 1 \text{ mm} = 0.001 \text{ m}, \quad S = 50 \text{ cm}^2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2, \quad U = 1000 \text{ V}, \quad \epsilon_r = 8, \\ \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2), \quad Q = ?$$

Kapacitet pločastog kondenzatora:

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d}$$

gdje je ϵ_0 električna permitivnost vakuuma, ϵ_r relativna permitivnost sredstva, S površina jedne ploče kondenzatora, d udaljenost između ploča kondenzatora.

Kapacitet pločastog kondenzatora:

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow Q = C \cdot U,$$

gdje je U napon između ploča.

Množina naboja koju treba prenijeti na taj kondenzator iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d} \\ Q = C \cdot U \end{array} \right\} \Rightarrow Q = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d} \cdot U = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2} \cdot 8 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-3} m^2}{0.001 m} \cdot 1000 V = 3.54 \cdot 10^{-7} C.$$

Vježba 082

Na staklenu ploču debljine 1 mm nalijepljena su s obje strane dva kvadrata od staniola površine 50 cm². Koju množinu naboja treba prenijeti na taj kondenzator da bi imao napon 2000 V? Relativna je permitivnost stakla 8. (električna permitivnost vakuma $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} C^2/(N \cdot m^2)$, ϵ_r – relativna permitivnost sredstva)

Rezultat: $7.08 \cdot 10^{-7} C$.

Zadatak 083 (Marija, gimnazija)

Možemo li povećati energiju školskog pločastog kondenzatora, a da ne mijenjamo količinu naboja na njemu?

Rješenje 083

Q = konstantno, d, C = ?, W = ?

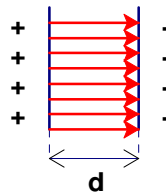
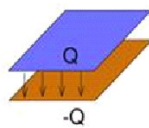
Kapacitet pločastog kondenzatora:

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d},$$

gdje je ϵ_0 električna permitivnost vakuma, ϵ_r relativna permitivnost sredstva, S površina jedne ploče kondenzatora, d udaljenost između ploča kondenzatora.

Energija nabijenog kondenzatora kapaciteta C jednaka je

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2.$$



$$\left. \begin{array}{l} C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d} \\ W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 \end{array} \right\} \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d} \cdot U^2 \Rightarrow W \sim \frac{1}{d} \text{ obrnuto razmjerne veličine}$$

Mijenjamo li udaljenost d između ploča, mijenja se energija W kondenzatora. Ako je udaljenost d veća, energija (i kapacitet) kondenzatora je manja. Ako je udaljenost d manja, energija (i kapacitet) kondenzatora je veća.

Vježba 083

Možemo li smanjiti energiju školskog pločastog kondenzatora, a da ne mijenjamo količinu naboja na njemu?

Rezultat: Povećamo udaljenost d između ploča kondenzatora.

Zadatak 084 (Tanja, gimnazija)

Kondenzator je sastavljen od 100 listića staniola površine $10 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm}$, odijeljenih parafiniranim papirom ($\epsilon_r = 4$) debljine 0.2 mm . Svi neparni listići spojeni su zajedno, a isto tako i parni. Koliki je kapacitet tog kondenzatora?

(električna permitivnost vakuumu $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$, ϵ_r – relativna permitivnost sredstva)

Rješenje 084

$n = 100$, $S = 10 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} = 120 \text{ cm}^2 = 1.2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$, $\epsilon_r = 4$, $d = 0.2 \text{ mm} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$,
 $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$, $C = ?$

Kapacitet pločastog kondenzatora:

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d},$$

gdje je ϵ_0 električna permitivnost vakuumu, ϵ_r relativna permitivnost sredstva, S površina jedne ploče kondenzatora, d udaljenost između ploča kondenzatora.

Dva listića staniola čine jedan kondenzator, tri listića čine dva kondenzatora, četiri listića čine tri kondenzatora, ..., sto listića staniola čine 99 kondenzatora. Ili kraće:

$$n \text{ listića staniola} \Rightarrow n-1 \text{ kondenzator}$$

Kapacitet kondenzatora iznosi:

$$C = (n-1) \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d} = (100-1) \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot 4 \cdot \frac{1.2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2}{2 \cdot 10^{-4} \text{ m}} = 2.104 \cdot 10^{-7} \text{ F}.$$

Vježba 084

Kondenzator je sastavljen od 100 listića staniola površine $10 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm}$, odijeljenih parafiniranim papirom ($\epsilon_r = 4$) debljine 0.1 mm . Svi neparni listići spojeni su zajedno, a isto tako i parni. Koliki je kapacitet tog kondenzatora?

(električna permitivnost vakuumu $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$, ϵ_r – relativna permitivnost sredstva)

Rezultat: $2.104 \cdot 10^{-7} \text{ F}$.

Zadatak 085 (Tanja, gimnazija)

Dva sitna tijela jednakih naboja međusobno su udaljena 0.3 m i privlače se silom $50 \mu\text{N}$. Koliko iznosi svaki naboj? (konstanta k za vakuum ima vrijednost $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$)

Rješenje 085

$$Q_1 = Q_2 = Q, \quad r = 0.3 \text{ m}, \quad F = 50 \mu\text{N} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ N}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2, \quad Q = ?$$

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su Q_1 i Q_2 naboji, r njihova međusobna udaljenost, k konstanta u vakuumu (a praktično i u zraku). Svaki naboj iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} Q_1 = Q_2 = Q \\ F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \end{array} \right\} \Rightarrow F = k \cdot \frac{Q \cdot Q}{r^2} \Rightarrow F = k \cdot \frac{Q^2}{r^2} \Rightarrow F = k \cdot \frac{Q^2}{r^2} \cdot \frac{r^2}{k} \Rightarrow Q^2 = \frac{F \cdot r^2}{k} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = \sqrt{\frac{F \cdot r^2}{k}} \Rightarrow Q = r \cdot \sqrt{\frac{F}{k}} = 0.3 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-5} \text{ N}}{9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}}} = 2.24 \cdot 10^{-8} \text{ C}.$$

Vježba 085

Dva sitna tijela jednakih naboja međusobno su udaljena 0.6 m i privlače se silom $50 \mu\text{N}$. Koliko iznosi svaki naboj? (konstanta k za vakuum ima vrijednost $k = 9 \cdot 10^9 \text{ (N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)$)

Rezultat: $4.47 \cdot 10^{-8} \text{ C}$.

Zadatak 086 (Marija, gimnazija)

Odredi kolikom će silom međusobno djelovati dva naboja na udaljenosti 5 cm ako na udaljenosti 1 cm međusobno djeluju silom $5 \cdot 10^{-4}$ N.

Rješenje 086

$$r_2 = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}, \quad r_1 = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}, \quad F_1 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ N}, \quad F_2 = ?$$

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su Q_1 i Q_2 naboji, r njihova međusobna udaljenost, k konstanta u vakuumu (a praktično i u zraku).

1. inačica

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_1^2} \\ F_2 &= k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_2^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} F_1 &= k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_1^2} \cdot \frac{r_1^2}{k} \\ F_2 &= k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_2^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} Q_1 \cdot Q_2 &= \frac{F_1 \cdot r_1^2}{k} \\ F_2 &= k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_2^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_2 = k \cdot \frac{F_1 \cdot r_1^2}{r_2^2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow F_2 = k \cdot \frac{F_1 \cdot r_1^2}{k \cdot r_2^2} \Rightarrow F_2 = k \cdot \frac{F_1 \cdot r_1^2}{k \cdot r_2^2} \Rightarrow F_2 = \frac{F_1 \cdot r_1^2}{r_2^2} \Rightarrow F_2 = F_1 \cdot \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 =$$
$$= 5 \cdot 10^{-4} \text{ N} \cdot \left(\frac{0.01 \text{ m}}{0.05 \text{ m}} \right)^2 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ N}.$$

2. inačica

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_1^2} \\ F_2 &= k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_2^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_1^2}}{k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_2^2}} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_1^2}}{k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_2^2}} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \cdot F_1 \Rightarrow F_2 = F_1 \cdot \frac{r_1^2}{r_2^2} \Rightarrow F_2 = F_1 \cdot \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 =$$
$$= 5 \cdot 10^{-4} \text{ N} \cdot \left(\frac{0.01 \text{ m}}{0.05 \text{ m}} \right)^2 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ N}.$$

Vježba 086

Odredi kolikom će silom međusobno djelovati dva naboja na udaljenosti 10 cm ako na udaljenosti 2 cm međusobno djeluju silom $5 \cdot 10^{-4}$ N.

Rezultat: $2 \cdot 10^{-5}$ N.

Zadatak 087 (Marija, gimnazija)

Dvije jednake kuglice nalaze se u zraku na međusobnoj udaljenosti r . Kuglice imaju naboj Q_1 i Q_2 . Dotaknemo ih i vratimo u prijašnji položaj. Koliki je omjer sila koje među njima djeluju prije i poslije doticanja?

Rješenje 087

$$r, \quad Q_1, \quad Q_2, \quad F_1 : F_2 = ?$$

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su Q_1 i Q_2 naboji, r njihova međusobna udaljenost, k konstanta u vakuumu (a praktično i u zraku). Sila prije doticanja kuglica iznosi:

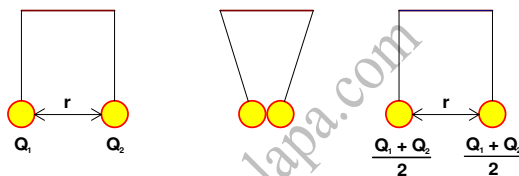
$$F_1 = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}.$$

Sila poslije doticanja kuglica iznosi:

$$F_2 = k \cdot \frac{\frac{Q_1 + Q_2}{2} \cdot \frac{Q_1 + Q_2}{2}}{r^2} \Rightarrow F_2 = k \cdot \frac{(Q_1 + Q_2)^2}{4 \cdot r^2} \Rightarrow F_2 = k \cdot \frac{(Q_1 + Q_2)^2}{4 \cdot r^2}.$$

Gledamo omjer sila:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}}{k \cdot \frac{(Q_1 + Q_2)^2}{4 \cdot r^2}} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}}{k \cdot \frac{(Q_1 + Q_2)^2}{4 \cdot r^2}} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{4 \cdot Q_1 \cdot Q_2}{(Q_1 + Q_2)^2}.$$



Vježba 087

Dvije jednake kuglice nalaze se u zraku na međusobnoj udaljenosti r . Kuglice imaju jednake naboje Q . Dotaknemo ih i vratimo u prijašnji položaj. Koliki je omjer sila koje među njima djeluju prije i poslije doticanja?

Rezultat: Sile su jednake.

Zadatak 088 (Marija, gimnazija)

Množina elektriciteta od jednog kulona sadrži $6.25 \cdot 10^{18}$ elektronskih naboja. Koliko bi elektrona otpalo na svaki četvorni metar Zemljine površine kad bi se ta množina elektriciteta jednoliko raspodijelila po njoj? Polumjer Zemlje je 6400 km.

Rješenje 088

$$1 \text{ C} = 6.25 \cdot 10^{18} \text{ e}, \quad r = 6400 \text{ km} = 6.4 \cdot 10^6 \text{ m}, \quad N = ?$$

Pretpostavimo li da Zemlja ima oblik kugle njezino oplošje jednako je:

$$O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi.$$

Broj elektrona koji otpada po četvornom metru Zemljine površine iznosi:

$$N = \frac{6.25 \cdot 10^{18} \text{ elektrona}}{O} \Rightarrow N = \frac{6.25 \cdot 10^{18} \text{ elektrona}}{4 \cdot r^2 \cdot \pi} = \frac{6.25 \cdot 10^{18} \text{ elektrona}}{4 \cdot (6.4 \cdot 10^6 \text{ m})^2 \cdot \pi} = 12143 \frac{\text{elektrona}}{\text{m}^2}.$$

Vježba 088

Množina elektriciteta od jednog kulona sadrži $6.25 \cdot 10^{18}$ elektronskih naboja. Koliko bi elektrona otpalo na svaki četvorni metar Zemljine polulopte kad bi se ta množina elektriciteta jednoliko raspodijelila po njoj? Polumjer Zemlje je 6400 km.

Rezultat: 6071 elektrona/m².

Zadatak 089 (Marija, gimnazija)

Kolikom ukupnom silom djeluju dva jednaka istoimena naboja na treći isto takav naboj koji se nalazi na polovini njihova međusobnog razmaka?

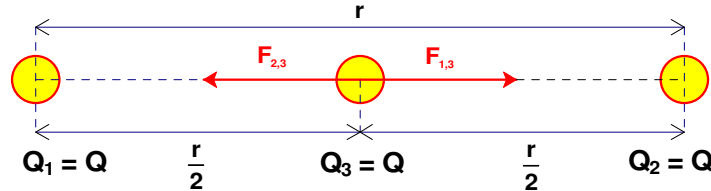
Rješenje 089

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q, \quad F = ?$$

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su Q_1 i Q_2 naboji, r njihova međusobna udaljenost, k konstanta u vakuumu (a praktično i u zraku).



Sila kojom prvi naboj Q_1 djeluje na treći naboj Q_3 (budući da su naboji istoimeni, sila je odbojna) iznosi:

$$F_{1,3} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_3}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} \Rightarrow F_{1,3} = k \cdot \frac{Q \cdot Q}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} \Rightarrow F_{1,3} = k \cdot \frac{Q^2}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} \Rightarrow F_{1,3} = k \cdot \frac{4 \cdot Q^2}{r^2}.$$

Sila kojom drugi naboj Q_2 djeluje na treći naboj Q_3 (budući da su naboji istoimeni, sila je odbojna) iznosi:

$$F_{2,3} = k \cdot \frac{Q_2 \cdot Q_3}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} \Rightarrow F_{2,3} = k \cdot \frac{Q \cdot Q}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} \Rightarrow F_{2,3} = k \cdot \frac{Q^2}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} \Rightarrow F_{2,3} = k \cdot \frac{4 \cdot Q^2}{r^2}.$$

$$F = F_{1,3} - F_{2,3} \Rightarrow F = k \cdot \frac{4 \cdot Q^2}{r^2} - k \cdot \frac{4 \cdot Q^2}{r^2} \Rightarrow F = 0.$$

Rezultantna sila jednaka je nula.

Vježba 089

Kolikom ukupnom silom djeluju dva jednaka istoimena naboja na treći isto takav suprotan naboj koji se nalazi na polovini njihova međusobnog razmaka?

Rezultat: $F = 0.$

Zadatak 090 (Ivan, srednja škola)

Jedna kugla ima naboj od $8.3 \cdot 10^{-9}$ C, a druga $-6.6 \cdot 10^{-9}$ C. Kugle su međusobno udaljene 10 cm. Kolikom se silom privlače kugle: a) u zraku b) u vodi relativne permitivnosti $\epsilon_r = 80$? (konstanta k za vakuum ima vrijednost $k = 9 \cdot 10^9$ N · m²/C²)

Rješenje 090

$$Q_1 = 8.3 \cdot 10^{-9} \text{ C}, \quad Q_2 = -6.6 \cdot 10^{-9} \text{ C}, \quad r = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad \epsilon_r = 80,$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2, \quad F = ?$$

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su Q_1 i Q_2 naboji, r njihova međusobna udaljenost, k konstanta u vakuumu (a praktično i u zraku).

a) Kugle se u zraku privlače silom F :

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{8.3 \cdot 10^{-9} C \cdot (-6.6 \cdot 10^{-9}) C}{(0.1 m)^2} = -4.93 \cdot 10^{-5} N.$$

b) U vodi relativne permitivnosti ϵ_r kugle se privlače silom F:

$$F = \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot 8.3 \cdot 10^{-9} C \cdot (-6.6 \cdot 10^{-9}) C}{80 \cdot (0.1 m)^2} = -6.16 \cdot 10^{-7} N.$$

Vježba 090

Jedna kugla ima naboj od $16.6 \cdot 10^9 C$, a druga $-3.3 \cdot 10^9 C$. Kugle su međusobno udaljene 10 cm. Kolikom se silom privlače kugle: a) u zraku b) u vodi relativne permitivnosti $\epsilon_r = 80$? (konstanta k za vakuum ima vrijednost $k = 9 \cdot 10^9 (N \cdot m^2/C^2)$)

Rezultat: $-4.93 \cdot 10^{-5} N$, $-6.16 \cdot 10^{-7} N$.

Zadatak 091 (Ivan, srednja škola)

Atom vodika ima jedan proton u jezgri i jedan elektron koji kruži oko jezgre. Uz pretpostavku da je staza elektrona kružna, nađite: a) silu kojom međusobno djeluje proton i elektron ako je razmak između čestica $5.3 \cdot 10^{-11} m$, b) linearnu brzinu elektrona (naboj elektrona i protona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} C$, masa elektrona $m = 9.11 \cdot 10^{-31} kg$, konstanta k za vakuum ima vrijednost $k = 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2/C^2$)

Rješenje 091

$$r = 5.3 \cdot 10^{-11} m, \quad Q_1 = Q_2 = 1.602 \cdot 10^{-19} C, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} kg, \\ k = 9 \cdot 10^9 (N \cdot m^2/C^2), \quad F = ?, \quad v = ?$$

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su Q_1 i Q_2 naboji, r njihova međusobna udaljenost, k konstanta u vakuumu (a praktično i u zraku). Da bi se tijelo gibalo po kružnici, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

koja ima smjer prema središtu kružnice.

a) Sila kojom međusobno djeluju proton i elektron iznosi:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{1.602 \cdot 10^{-19} C \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} C}{(5.3 \cdot 10^{-11} m)^2} = 8.22 \cdot 10^{-8} N.$$

b) U ovom je slučaju Coulombova sila uzrok kružnog gibanja elektrona oko protona (jezgre). Zato mora biti F_{cp} jednaka Coulombovoj sili F:

$$F = F_C \Rightarrow F = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow F = m \cdot \frac{v^2}{r} / \cdot r \Rightarrow F \cdot r = m \cdot v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{F \cdot r}{m} / \sqrt{\quad} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{F \cdot r}{m}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \cdot r}{m}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r} \cdot r}{m}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k \cdot Q_1 \cdot Q_2}{m \cdot r}} =$$

$$= \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} C \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} C}{9.11 \cdot 10^{-31} kg \cdot 5.3 \cdot 10^{-11} m}} = 2.19 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$

Vježba 091

Atom vodika ima jedan proton u jezgri i jedan elektron koji kruži oko jezgre. Uz pretpostavku da je staza elektrona kružna, nađite silu kojom međusobno djeluje proton i elektron ako je razmak između čestica $2.12 \cdot 10^{-10}$ m (naboj elektrona i protona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C, konstanta k za vakuum ima vrijednost $k = 9 \cdot 10^9$ (N · m²/C²))

Rezultat: $5.14 \cdot 10^{-9}$ N.

Zadatak 092 (Ivan, srednja škola)

Odredi kolika je relativna permitivnost petroleja ako dva jednaka naboja $\frac{1}{3} \cdot 10^{-9}$ C međusobno djeluju u petroleju na udaljenosti 1 cm silom $5 \cdot 10^{-6}$ N. (konstanta k za vakuum ima vrijednost $k = 9 \cdot 10^9$ N · m²/C²)

Rješenje 092

$$Q_1 = Q_2 = Q = \frac{1}{3} \cdot 10^{-9} C, \quad r = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}, \quad F = 5 \cdot 10^{-6} \text{ N},$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ (N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2\text{)}, \quad \epsilon_r = ?$$

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

gdje su Q_1 i Q_2 naboji, r njihova međusobna udaljenost, k konstanta u vakuumu (a praktično i u zraku). Ako se točkasti naboji nalaze u sredstvu relativne permitivnosti ϵ_r , vrijedi:

$$F = \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

Relativna permitivnost petroleja iznosi:

$$\begin{aligned} F &= \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \Rightarrow F = \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q \cdot Q}{r^2} \Rightarrow F = \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q^2}{r^2} \cdot \frac{\epsilon_r}{F} \Rightarrow \epsilon_r = \frac{k}{F} \cdot \frac{Q^2}{r^2} \Rightarrow \epsilon_r = \frac{k}{F} \cdot \left(\frac{Q}{r}\right)^2 = \\ &= \frac{9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}}{5 \cdot 10^{-6} N} \cdot \left(\frac{\frac{1}{3} \cdot 10^{-9} C}{0.01 m}\right)^2 = 2. \end{aligned}$$

Vježba 092

Odredi kolika je relativna permitivnost petroleja ako dva jednaka naboja $\frac{2}{3} \cdot 10^{-9}$ C međusobno djeluju u petroleju na udaljenosti 2 cm silom $5 \cdot 10^{-6}$ N. (konstanta k za vakuum ima vrijednost $k = 9 \cdot 10^9$ (N · m²/C²))

Rezultat: 2.

Zadatak 093 (Marija, gimnazija)

Dva točkasta naboja $Q_1 = +10^{-8}$ C i $Q_2 = +2 \cdot 10^{-9}$ C nalaze se u zraku međusobno udaljeni 50 cm. Na kojemu se mjestu između njih naboj Q_3 nalazi u ravnoteži?

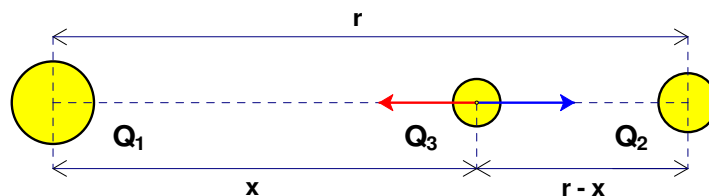
Rješenje 093

$$Q_1 = +10^{-8} C, \quad Q_2 = +2 \cdot 10^{-9} C, \quad r = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}, \quad Q_3, \quad x = ?$$

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su Q_1 i Q_2 naboji, r njihova međusobna udaljenost, k konstanta u vakuumu (a praktično i u zraku).



Sila kojom naboj Q_1 djeluje na naboj Q_3 iznosi:

$$F_{1,3} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_3}{x^2}.$$

Sila kojom naboj Q_2 djeluje na naboj Q_3 iznosi:

$$F_{2,3} = k \cdot \frac{Q_2 \cdot Q_3}{(r-x)^2}.$$

Da bi naboj Q_3 bio u ravnoteži moraju sile $F_{1,3}$ i $F_{2,3}$ biti jednake po iznosu, a suprotnih smjerova. Zato je:

$$\begin{aligned} F_{1,3} = F_{2,3} &\Rightarrow k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_3}{x^2} = k \cdot \frac{Q_2 \cdot Q_3}{(r-x)^2} \Rightarrow k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_3}{x^2} = k \cdot \frac{Q_2 \cdot Q_3}{(r-x)^2} \quad / \cdot \frac{1}{k \cdot Q_3} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{Q_1}{x^2} = \frac{Q_2}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{Q_1}{x^2} = \frac{Q_2}{(r-x)^2} \quad / \cdot \frac{(r-x)^2}{Q_1} \Rightarrow \frac{(r-x)^2}{x^2} = \frac{Q_2}{Q_1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(\frac{r-x}{x}\right)^2 = \frac{Q_2}{Q_1} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow \frac{r-x}{x} = \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}} \Rightarrow \frac{r}{x} - \frac{x}{x} = \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}} \Rightarrow \frac{r}{x} - 1 = \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{r}{x} = 1 + \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}} \Rightarrow \frac{x}{r} = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}}} \Rightarrow \frac{x}{r} = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}}} \quad / \cdot r \Rightarrow x = \frac{r}{1 + \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}}} = \\ &= \frac{0.5 \text{ m}}{1 + \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{10^{-8} \text{ C}}}} = 0.346 \text{ m}. \end{aligned}$$

Vježba 093

Dva točkasta naboja $Q_1 = +2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ i $Q_2 = +4 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ nalaze se u zraku međusobno udaljeni 50 cm. Na kojemu se mjestu između njih naboj Q_3 nalazi u ravnoteži?

Rezultat: 0.346 m.

Zadatak 094 (Marija, gimnazija)

Dva točkasta naboja nalaze se u zraku međusobno udaljeni 20 cm. Na koju međusobnu udaljenost treba smjestiti te naboje u ulju, relativne permitivnosti $\epsilon_r = 5$, da bismo postigli jednaku uzajamnu silu djelovanja?

Rješenje 094

$$r_{\text{zrak}} = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}, \quad \epsilon_r = 5, \quad r_{\text{ulje}} = ?$$

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su Q_1 i Q_2 naboji, r njihova međusobna udaljenost, k konstanta u vakuumu (a praktično i u zraku). Da bismo postigli jednaku uzajamnu silu djelovanja mora vrijediti:

$$\begin{aligned} F_{zrak} = F_{ulje} &\Rightarrow k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{zrak}^2} = \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{ulje}^2} \Rightarrow k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{zrak}^2} = \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{ulje}^2} \cdot \frac{1}{k \cdot Q_1 \cdot Q_2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{r_{zrak}^2} = \frac{1}{\epsilon_r} \cdot \frac{1}{r_{ulje}^2} \Rightarrow \epsilon_r \cdot r_{ulje}^2 = r_{zrak}^2 \Rightarrow r_{ulje}^2 = \frac{r_{zrak}^2}{\epsilon_r} \quad / \sqrt{} \Rightarrow r_{ulje} = \sqrt{\frac{r_{zrak}^2}{\epsilon_r}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow r_{ulje} = \frac{r_{zrak}}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{0.2 \text{ m}}{\sqrt{5}} = 0.089 \text{ m}. \end{aligned}$$

Vježba 094

Dva točkasta naboja nalaze se u zraku međusobno udaljeni 40 cm. Na koju međusobnu udaljenost treba smjestiti te naboje u ulju, relativne permitivnosti $\epsilon_r = 5$, da bismo postigli jednaku uzajamnu silu djelovanja?

Rezultat: 0.179 m.

Zadatak 095 (Marija, gimnazija)

Kolika je ukupna masa svih elektrona u naboju 1 C? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C, masa elektrona $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg)

Rješenje 095

$$Q = 1 \text{ C}, \quad e = 1.602 \cdot 10^{-19}, \quad m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad m = ?$$

Kvantizacija naboja

Električni naboj jedna je od osnovnih osobina elementarnih čestica. Jedinica za električni naboj je coulomb (C). Najmanja količina električnog naboja, elementarni naboj, iznosi:

$$e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}.$$

Naboj nekog tijela može biti samo mnogokratnih tog elementarnog naboja

$$Q = N \cdot e,$$

gdje je N cijeli broj. Dakle, ukupni naboj bilo kojeg tijela jednak je cijelom broju pomnoženome s elementarnim nabojem. Kažemo da je naboj kvantiziran, sastavljen od osnovnih kvanata elektriciteta.

$$\left. \begin{aligned} Q &= N \cdot e \\ m &= N \cdot m_e \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} N &= \frac{Q}{e} \text{ broj elektrona} \\ m &= N \cdot m_e \end{aligned} \right\} \Rightarrow m = \frac{Q}{e} \cdot m_e = \frac{1 \text{ C}}{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = \\ &= 5.686 \cdot 10^{-12} \text{ kg}.$$

Vježba 095

Kolika je ukupna masa svih elektrona u naboju 1 C? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C, masa elektrona $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg)

Rezultat: 0.179 m.

Zadatak 096 (Roko, gimnazija)

Dvije jednake kugle naboja $4 \cdot 10^{-11}$ C i 10^{-11} C nalaze se u zraku na udaljenosti koja je mnogo veća od njihovih polumjera. Odredi mase kugala ako je poznato da je gravitacijska sila kojom se privlače kugle uravnotežena električnom silom zbog koje se kugle odbijaju.

(konstanta k za vakuum $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$, gravitacijska konstanta $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$)

Rješenje 096

$$r_{\text{zrak}} = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}, \quad \epsilon_r = 5, \quad r_{\text{ulje}} = ?$$

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su Q_1 i Q_2 naboji, r njihova međusobna udaljenost, k konstanta u vakuumu (a praktično i u zraku).

Opći zakon gravitacije:

Dva tijela koja možemo shvatiti materijalnim točkama s obzirom na njihovu međusobnu udaljenost privlače se silom

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje su m_1 i m_2 mase materijalnih točaka, r udaljenost između njih, G gravitacijska konstanta.

Mase kugala iznose:

$$\left. \begin{array}{l} F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \\ F_E = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \end{array} \right\} \Rightarrow [F_G = F_E] \Rightarrow G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \Rightarrow G \cdot \frac{m \cdot m}{r^2} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G \cdot \frac{m^2}{r^2} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \cdot \frac{r^2}{G} \Rightarrow m^2 = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{G} \Rightarrow m = \sqrt{k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{G}} =$$

$$= \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot 4 \cdot 10^{-11} \text{ C} \cdot 10^{-11} \text{ C}}{6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}}} = 0.232 \text{ kg}.$$

Vježba 096

Dvije jednake kugle naboja $2 \cdot 10^{-11} \text{ C}$ i $2 \cdot 10^{-11} \text{ C}$ nalaze se u zraku na udaljenosti koja je mnogo veća od njihovih polumjera. Odredi mase kugala ako je poznato da je gravitacijska sila kojom se privlače kugle uravnotežena električnom silom zbog koje se kugle odbijaju.

(konstanta k za vakuum $k = 9 \cdot 10^9 \text{ (N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)$, gravitacijska konstanta $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$)

Rezultat: 0.232 kg.

Zadatak 097 (Ana, gimnazija)

Kuglica mase 150 mg, naboja 10^{-8} C , obješena je na niti izolatora. Na udaljenosti 32 cm ispod kuglice stavimo drugu kuglicu. Koliki mora biti po veličini i predznaku naboj na toj kuglici da bi se napetost niti udvostručila? (konstanta k za vakuum $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 097

$$m = 150 \text{ mg} = 1.5 \cdot 10^{-4} \text{ kg}, \quad Q = 10^{-8} \text{ C}, \quad r = 32 \text{ cm} = 0.32 \text{ m}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2, \\ g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad Q_1 = ?$$

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) dana je relacijom:

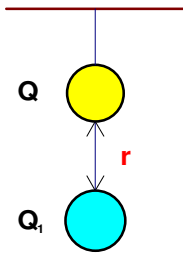
$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su Q_1 i Q_2 naboji, r njihova međusobna udaljenost, k konstanta u vakuumu (a praktično i u zraku).

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$



gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Kada kuglica visi na niti, napetost niti izaziva težina kuglice:

$$N_1 = G.$$

Druga kuglica koju stavimo ispod prve mora imati suprotan predznak naboja kako bi se privlačile. Sada je napetost niti:

$$N_2 = G + F_e.$$

Budući da zbog uvjeta zadatka mora biti

$$N_2 = 2 \cdot N_1,$$

slijedi:

$$G + F_e = 2 \cdot G \Rightarrow F_e = 2 \cdot G - G \Rightarrow F_e = G \Rightarrow k \cdot \frac{Q \cdot Q_1}{r^2} = m \cdot g \Rightarrow k \cdot \frac{Q \cdot Q_1}{r^2} = m \cdot g \quad / \cdot \frac{r^2}{k \cdot Q} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_1 = \frac{m \cdot g \cdot r^2}{k \cdot Q} = \frac{1.5 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0.32 \text{ m})^2}{9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot 10^{-8} \text{ C}} = 1.674 \cdot 10^{-6} \text{ C}.$$

Vježba 097

Kuglica mase 300 mg, naboja $2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$, obješena je na niti izolatora. Na udaljenosti 32 cm ispod kuglice stavimo drugu kuglicu. Koliki mora biti po veličini i predznaku naboj na toj kuglici da bi se napetost niti udvostručila? (konstanta k za vakuum $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $1.674 \cdot 10^{-6} \text{ C}$.

Zadatak 098 (Tomislav, tehnička škola)

Kolikom bi se silom privlačile dvije jednake olovne kugle polumjera $R = 1 \text{ cm}$ međusobno udaljene $r = 1 \text{ m}$ kad bismo svakom atomu prve kugle oduzeli po jedan elektron i sve te elektrone predali drugoj kugli? (gustoća olova $\rho = 11300 \text{ kg/m}^3$, konstanta k za vakuum $k = 9 \cdot 10^9 \text{ (N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)$, naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, Avogadrova konstanta $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$)

Rješenje 098

$$m_1 = m_2 = m, \quad R = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}, \quad r = 1 \text{ m}, \quad \rho = 11300 \text{ kg/m}^3, \\ k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2, \quad e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}, \quad F = ?$$

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su Q_1 i Q_2 naboji, r njihova međusobna udaljenost, k konstanta u vakuumu (a praktično i u zraku).

Gustoću ρ neke tvari definiramo omjerom mase m i obujma V tijela:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Sva se tijela sastoje od atoma i molekula koje se nalaze u naprestanome nesređenom gibanju.

Relativna atomska masa A_r , nekog atoma, odnosno molekule M_r , jest broj koji govori koliko je puta

masa atoma ili molekule veća od $\frac{1}{12}$ mase atoma izotopa $^{12}_6\text{C}$. Masa $\frac{1}{12}$ mase atoma izotopa ugljika

$^{12}_6\text{C}$ jest **atomska jedinica mase** (znak: **u**). Izražena u kilogramima, ta masa iznosi

$$u = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$

Prema tome masa jednog atoma je

$$m_a = A_r \cdot u,$$

a masa molekule

$$m_m = M_r \cdot u.$$

Broj atoma i molekula u makroskopskim tijelima vrlo je velik i obično se ne izražava brojnošću, već veličinom množina, tj. količina tvari (znak: n). Jedinica za količinu ili množinu je mol (znak: mol). Mol je osnovna jedinica. Mol je količina tvari sustava koji sadrži toliko elementarnih čestica koliko ima atoma u 0.012 kilograma ugljika 12 ili, jednostavnije rečeno, mol je količina ugljikovih atoma u 12 grama ugljika $^{12}_6C$. Kad se izražava vrijednost množine, nužno je navesti na koje se jedinice ta vrijednost odnosi. Jedinke mogu biti atomi, molekule, elektroni i sl.

Molna masa M jest

$$M = \frac{m}{n},$$

gdje je m masa tvari, a n množina ili količina tvari.

Jedan mol bilo koje tvari sadrži jednak broj jedinki (molekula, atoma i sl.), i to $6.022 \cdot 10^{23}$, što je brojčana vrijednost Avogadrove konstante

$$N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}.$$

Znajući tu konstantu, možemo naći masu atoma m_a , odnosno molekule m_m iz izraza

$$m_a = \frac{M}{N_A}, \quad m_m = \frac{M}{N_A},$$

gdje M označuje molnu masu atoma odnosno molekula.

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu. Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

82
Pb
207.2

Da bismo našli molnu masu M olova, odredit ćemo najprije relativnu molekulsku masu M_r . Ona je jednaka relativnoj atomskoj masi olova čija je vrijednost naznačena u periodnom sustavu elemenata.

$$M_r = 207.2.$$

Molna masa olova iznosi:

$$M = 207.2 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 0.2072 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}.$$

Računamo masu m olovne kugle polumjera R:

$$\left. \begin{array}{l} \rho = \frac{m}{V} \\ V = \frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi \text{ obujam kugle} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m = \rho \cdot V \\ V = \frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi \end{array} \right\} \Rightarrow m = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi.$$

Broj atoma N u olovnoj kugli mase m iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} m = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi \\ n = \frac{m}{M}, \quad N = n \cdot N_A \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi \\ N = \frac{m}{M} \cdot N_A \end{array} \right\} \Rightarrow N = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi}{M} \cdot N_A \Rightarrow N = \frac{4 \cdot \rho \cdot R^3 \cdot \pi}{3 \cdot M} \cdot N_A.$$

Budući da svakom atomu prve kugle uzmemo po jedan elektron e:

- ukupni naboj (višak protona) prve kugle iznosi

$$\left. \begin{aligned} N &= \frac{4 \cdot \rho \cdot R^3 \cdot \pi}{3 \cdot M} \cdot N_A \\ Q_1 &= +N \cdot e \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q_1 = + \frac{4 \cdot \rho \cdot R^3 \cdot \pi \cdot e \cdot N_A}{3 \cdot M}$$

- ukupni naboj (višak elektrona) druge kugle iznosi

$$\left. \begin{aligned} N &= \frac{4 \cdot \rho \cdot R^3 \cdot \pi}{3 \cdot M} \cdot N_A \\ Q_2 &= -N \cdot e \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q_2 = - \frac{4 \cdot \rho \cdot R^3 \cdot \pi \cdot e \cdot N_A}{3 \cdot M}$$

Sila kojom se privlače dvije olovne kugle ima vrijednost:

$$\begin{aligned} F &= k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \Rightarrow F = k \cdot \frac{+ \frac{4 \cdot \rho \cdot R^3 \cdot \pi \cdot e \cdot N_A}{3 \cdot M} \cdot \left(- \frac{4 \cdot \rho \cdot R^3 \cdot \pi \cdot e \cdot N_A}{3 \cdot M} \right)}{r^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow F = - k \cdot \frac{\left(\frac{4 \cdot \rho \cdot R^3 \cdot \pi \cdot e \cdot N_A}{3 \cdot M} \right)^2}{r^2} \Rightarrow F = - k \cdot \left(\frac{4 \cdot \rho \cdot R^3 \cdot \pi \cdot e \cdot N_A}{3 \cdot M \cdot r} \right)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow F = - k \cdot \left(\frac{4 \cdot \rho \cdot R^3 \cdot \pi \cdot e \cdot N_A}{3 \cdot M \cdot r} \right)^2 = \\ &= - 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \left(\frac{4 \cdot 11300 \frac{kg}{m^3} \cdot (0.01)^3 \cdot \pi \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} C \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{mol}}{3 \cdot 0.2072 \frac{kg}{mol} \cdot 1 m} \right)^2 = \\ &= - 4.37 \cdot 10^{18} N \end{aligned}$$

Vježba 098

Kolikom bi se silom privlačile dvije jednake olovne kugle polumjera $R = 2$ cm međusobno udaljene $r = 8$ m kad bismo svakom atomu prve kugle oduzeli po jedan elektron i sve te elektrone predali drugoj kugli? (gustoća olova $\rho = 11300$ kg/m³, konstanta k za vakuum $k = 9 \cdot 10^9$ (N · m²/C²),

Rezultat: $- 4.37 \cdot 10^{18}$ N.

Zadatak 099 (Marija, gimnazija)

Dvije jednake kuglice, svaka mase 1.5 g, vise u zraku na izoliranim nitima jednakih duljina obješenima u jednoj točki. Kuglice nabijemo negativno jednakim količinama naboja i one se razmaknu na udaljenost 10 cm, dok je kut što ga zatvaraju niti 36°. Koliki je naboj primila svaka kuglica? ($g = 9.81$ m/s², konstanta k za vakuum $k = 9 \cdot 10^9$ N · m²/C²)

Rješenje 099

$$m_1 = m_2 = m = 1.5 \text{ g} = 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}, \quad r = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad \alpha = 36^\circ, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \\ k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2, \quad Q_1 = Q_2 = Q = ?$$

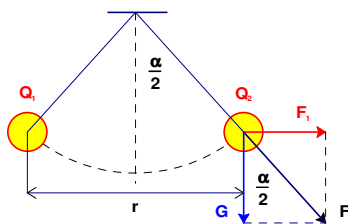
Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su Q_1 i Q_2 naboji, r njihova međusobna udaljenost, k konstanta u vakuumu (a praktično i u zraku). Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu. Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.



Na kuglicu u otklonjenom položaju djeluje sila teža G vertikalno prema dolje i odbojna Coulombova sila F_e koja je po iznosu jednaka horizontalnoj komponenti F_1 sile teže G . Iz slike se vidi (uoči pravokutan trokut sa katetama G i F_1) da je

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{F_1}{G} \Rightarrow F_1 = G \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \Rightarrow F_1 = m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

$$\left. \begin{array}{l} F_e = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \\ F_1 = m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F_e = k \cdot \frac{Q \cdot Q}{r^2} \\ F_1 = m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F_e = k \cdot \frac{Q^2}{r^2} \\ F_1 = m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow [F_e = F_1] \Rightarrow k \cdot \frac{Q^2}{r^2} = m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k \cdot \frac{Q^2}{r^2} = m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{r^2}{k} \Rightarrow Q^2 = \frac{m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot r^2}{k} \quad | \sqrt{\quad} \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot r^2}{k}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = r \cdot \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{k}} = 0.1 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{1.5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \operatorname{tg} \frac{36^\circ}{2}}{9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}}} = 7.289 \cdot 10^{-8} \text{ C}.$$

Vježba 099

Dvije jednake kuglice, svaka mase 1.5 g, vise u zraku na izoliranim nitima jednakih duljina obješenima u jednoj točki. Kuglice nabijemo negativno jednakim količinama naboja i one se razmaknu na udaljenost 20 cm, dok je kut što ga zatvaraju niti 36° . Koliki je naboj primila svaka kuglica? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$, konstanta k za vakuum $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$)

Rezultat: $1.458 \cdot 10^{-7} \text{ C}$.

Zadatak 100 (Denis, srednja škola)

Kugla polumjera 2 cm nabijena je negativno do potencijala 2000 V. Odredi masu svih elektrona koji čine naboj kugle. (konstanta k za vakuum $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$, naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, masa elektrona $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$)

Rješenje 100

$$r = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}, \quad \varphi = 2000 \text{ V}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2, \quad e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C},$$

$$m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad m = ?$$

Kvantizacija naboja

Električni naboj jedna je od osnovnih osobina elementarnih čestica. Jedinica za električni naboj je coulomb (C). Najmanja količina električnog naboja, elementarni naboj, iznosi:

$$e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}.$$

Naboj nekog tijela može biti samo mnogokratnih tog elementarnog naboja

$$Q = N \cdot e,$$

gdje je N cijeli broj. Dakle, ukupni naboj bilo kojeg tijela jednak je cijelom broju pomnoženome s elementarnim nabojem. Kažemo da je naboj kvantiziran, sastavljen od osnovnih kvanta elektriciteta. Ako je izvor električnog polja točkasta množina naboja Q ili nabijena kugla, onda je potencijal u točki na udaljenosti r od naboja, odnosno središta kugle, za vakuum jednak

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r}.$$

Iz formule za potencijal kugle odredimo naboj Q kugle:

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r} \Rightarrow \varphi = k \cdot \frac{Q}{r} / \cdot \frac{r}{k} \Rightarrow Q = \frac{\varphi \cdot r}{k}.$$

Uporabom formule za kvantizaciju naboja dobije se broj elektrona N:

$$\left. \begin{array}{l} Q = \frac{\varphi \cdot r}{k} \\ Q = N \cdot e \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} Q = \frac{\varphi \cdot r}{k} \\ N = \frac{Q}{e} \end{array} \right\} \Rightarrow N = \frac{\varphi \cdot r}{e} \Rightarrow N = \frac{\varphi \cdot r}{k \cdot e}.$$

Masa svih elektrona iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} N = \frac{\varphi \cdot r}{k \cdot e} \\ m = n \cdot m_e \end{array} \right\} \Rightarrow m = \frac{\varphi \cdot r}{k \cdot e} \cdot m_e = \frac{2000 \text{ V} \cdot 0.02 \text{ m}}{9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 2.527 \cdot 10^{-20} \text{ kg}.$$

Vježba 100

Kugla polumjera 4 cm nabijena je negativno do potencijala 1000 V. Odredi masu svih elektrona koji čine naboj kugle.

(konstanta k za vakuum $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$, naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, masa elektrona $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$)

Rezultat: $2.527 \cdot 10^{-20} \text{ kg}$.