

Zadatak 021 (Mira, gimnazija)

Dvije kuglice nabijene jednakim pozitivnim nabojem na udaljenosti 1.5 m u vakuumu međusobno se odbijaju silom od 0.4 N. Za koliko se broj protona razlikuje od broja elektrona u svakoj od nabijenih kuglica? ($k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2$, $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rješenje 021

$$r = 1.5 \text{ m}, \quad F = 0.4 \text{ N}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2, \quad e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad N = ?$$

Kuglice su pozitivno nabijene jer je broj protona veći od broja elektrona. Iz Coulombova zakona i formule za kvantizaciju naboja dobije se broj protona:

$$\left. \begin{array}{l} F = k \cdot \frac{Q^2}{r^2} \\ Q = N \cdot e \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} Q^2 = \frac{F \cdot r^2}{k} \\ N = \frac{Q}{e} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} Q = r \cdot \sqrt{\frac{F}{k}} \\ N = \frac{Q}{e} \end{array} \right\} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow N = \frac{r}{e} \cdot \sqrt{\frac{F}{k}} = \frac{1.5 \text{ m}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \cdot \sqrt{\frac{0.4 \text{ N}}{9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}}} = 6.25 \cdot 10^{13}.$$

Vježba 021

Dvije kuglice nabijene jednakim pozitivnim nabojem na udaljenosti 3 m u vakuumu međusobno se odbijaju silom od 0.4 N. Za koliko se broj protona razlikuje od broja elektrona u svakoj od nabijenih kuglica? ($k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2$, $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rezultat: $1.25 \cdot 10^{14}$.

Zadatak 022 (Mario, elektrotehnička škola)

Kuglica mase $m = 1 \text{ g}$ obješena je na tanku nit duljine l . Period titranja ovog njihala je $T_1 = 0.6 \text{ s}$. Ako se kuglica naelektrizira količinom naboja $Q = 327 \text{ nC}$ i postavi u homogeno električno polje, koje na kuglicu djeluje okomito silom sa smjerom prema dolje, onda je vrijeme titranja njihala $T_2 = 0.3 \text{ s}$. Nađi jakost električnog polja. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 022

$$m = 1 \text{ g} = 0.001 \text{ kg}, \quad T_1 = 0.6 \text{ s}, \quad Q = 327 \text{ nC} = 3.27 \cdot 10^{-7} \text{ C}, \quad T_2 = 0.3 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2$$
$$E = ?$$

Kada kuglica nije naelektrizirana period njihala je:

$$T_1 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Naelektriziranu kuglicu stavimo u homogeno električno polje. Sila kojom polje djeluje na naboj daje kuglici akceleraciju a . Sada period njihala iznosi:

$$T_2 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g+a}}$$

Iz omjera perioda njihala dobije se akceleracija a :

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}}{2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g+a}}} \Rightarrow \frac{0.6 \text{ s}}{0.3 \text{ s}} = \sqrt{\frac{\frac{l}{g}}{\frac{l}{g+a}}} \Rightarrow 2 = \sqrt{\frac{g+a}{g}} \quad / \cdot 2 \Rightarrow 4 = \frac{g+a}{g} \quad / \cdot g \Rightarrow 4g = g+a \Rightarrow a = 3g.$$

Pomoću drugog Newtonovog poučka izračunamo jakost električnog polja:

$$m \cdot a = Q \cdot E \Rightarrow E = \frac{m \cdot a}{Q} = \frac{m \cdot 3g}{Q} = \frac{0.001 \text{ kg} \cdot 3 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{3.27 \cdot 10^{-7} \text{ C}} = 90000 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

Vježba 022

Kuglica mase $m = 1 \text{ g}$ obješena je na tanku nit duljine l . Period titranja ovog njihala je $T_1 = 0.6 \text{ s}$. Ako se kuglica naelektrizira količinom naboja $Q = 654 \text{ nC}$ i postavi u homogeno električno polje, koje na kuglicu djeluje okomito silom sa smjerom prema dolje, onda je vrijeme titranja njihala $T_2 = 0.3 \text{ s}$. Nađi jakost električnog polja. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $45000 \frac{\text{V}}{\text{m}}$.

Zadatak 023 (Kristina – Kiki, medicinska škola)

Dva točkasta naboja udaljena 3 m , međusobno djeluju silom 24 N . Kolikom će silom djelovati kada se budu nalazili na udaljenosti 4 m ?

Rješenje 023

$$r_1 = 3 \text{ m}, \quad F_1 = 24 \text{ N}, \quad r_2 = 4 \text{ m}, \quad F_2 = ?$$

Električna sila kojom uzajamno djeluju dva točkasta naboja upravno je razmjerna s umnoškom naboja Q_1 i Q_2 , a obrnuto razmjerna s kvadratom njihove međusobne udaljenosti r :

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}.$$

Budući da naboji ostaju isti, vrijedi:

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_1^2} \\ F_2 &= k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_2^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo jednakosti,} \\ \text{postavimo omjer} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_2^2}}{k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_1^2}} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \cdot F_1 \Rightarrow F_2 = \frac{r_1^2}{r_2^2} \cdot F_1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow F_2 = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \cdot F_1 \Rightarrow F_2 = \left(\frac{3 \text{ m}}{4 \text{ m}} \right)^2 \cdot 24 \text{ N} = 13.5 \text{ N}.$$

Vježba 023

Dva točkasta naboja udaljena 3 m međusobno djeluju silom 24 N . Kolikom će silom djelovati kada se budu nalazili na udaljenosti 5 m ?

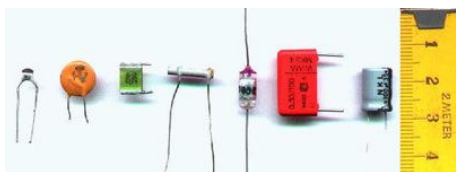
Rezultat: 8.64 N .

Zadatak 024 (Kristina – Kiki, medicinska škola)

S praznim kondenzatorom kapaciteta $5 \mu\text{F}$ spojimo u paralelu kondenzator kapaciteta $4 \mu\text{F}$, prethodno nabijen na napon 450 V . Koliki će biti napon na paralelnom spoju kondenzatora?

Rješenje 024

$$C_1 = 5 \mu\text{F}, \quad C_2 = 4 \mu\text{F}, \quad U = 450 \text{ V}, \quad U_1 = ?$$



Energija nabijenog kondenzatora jednaka je:

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2.$$

Spojimo li dva kondenzatora u paralelu, ukupan će kapacitet biti

$$C = C_1 + C_2.$$

Budući da je drugi kondenzator nabijen na napon U , njegova energija iznosi:

$$W = \frac{1}{2} \cdot C_2 \cdot U^2.$$

Zbog sačuvanja energije napon U_1 na paralelnom spoju kondenzatora bit će:

$$\left. \begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \cdot C_2 \cdot U^2 \\ W &= \frac{1}{2} \cdot (C_1 + C_2) \cdot U_1^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (C_1 + C_2) \cdot U_1^2 = \frac{1}{2} \cdot C_2 \cdot U^2 \cdot \frac{2}{C_1 + C_2} \Rightarrow U_1^2 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \cdot U^2 \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_1 = \sqrt{\frac{C_2}{C_1 + C_2}} \cdot U^2 \Rightarrow U_1 = U \cdot \sqrt{\frac{C_2}{C_1 + C_2}} = 450 \text{ V} \cdot \sqrt{\frac{4 \mu\text{F}}{5 \mu\text{F} + 4 \mu\text{F}}} = 300 \text{ V}.$$

Vježba 024

S praznim kondenzatorom kapaciteta $5 \mu\text{F}$ spojimo u paralelu kondenzator kapaciteta $4 \mu\text{F}$, prethodno nabijen na napon 300 V . Koliki će biti napon na paralelnom spoju kondenzatora?

Rezultat: 200 V .

Zadatak 025 (Kristina – Kiki, medicinska škola)

Koliki je ukupni naboj svih elektrona u litri vode? ($M = 0.018 \text{ kg/mol}$, $N_A = 6.023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, $e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rješenje 025

$$V = 1 \text{ l} \Rightarrow m = 1 \text{ kg}, \quad M = 0.018 \text{ kg/mol}, \quad N_A = 6.023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}, \quad e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C},$$

$$Q = ?$$

Budući da litra vode ima približno masu 1 kg , možemo izračunati broj molova u masi 1 kg :

$$n = \frac{m}{M} = \frac{1 \text{ kg}}{0.018 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}} = 55.56 \text{ mol}.$$

U jednom se molu nalazi uvijek isti broj čestica (Avogadrov broj !) pa je njihov ukupan broj jednak:

$$b = n \cdot N_A = 55.56 \text{ mol} \cdot 6.023 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} = 3.35 \cdot 10^{25}.$$

Te su čestice molekule vode H_2O koje sadrže 2 atoma vodika i 1 atom kisika. Vodik ima 1 elektron, a kisik 8 elektrona. Jedna molekula vode, dakle, sadrži 10 elektrona. Broj svih elektrona iznosi

$$B = 10 \cdot b$$

pa je ukupan naboj:

$$Q = B \cdot e = 10 \cdot b \cdot e = 10 \cdot 3.35 \cdot 10^{25} \cdot (-1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}) = -5.36 \cdot 10^7 \text{ C}.$$

Vježba 025

Koliki je ukupni naboj svih elektrona u 2 litre vode? ($M = 0.018 \text{ kg/mol}$, $N_A = 6.023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, $e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rezultat: $-1.07 \cdot 10^8 \text{ C}$.

Zadatak 026 (Mira, gimnazija)

Pločasti kondenzator, kapaciteta C u zraku, uranja se vertikalno u vodu. Koliki je ukupni kapacitet kada je $\frac{1}{4}$ kondenzatora uronjena u vodu? ($\epsilon_{\text{vode}} = 81$)

Rješenje 026

$$C, \quad \epsilon_{\text{vode}} = 81, \quad C_u = ?$$

Kada je kondenzator uronjen u vodu dijeli se na dva kondenzatora koji čine paralelnu kombinaciju.

| | |
|----------------|--|
| C | Izvan vode su $\frac{3}{4}$ kondenzatora pa je kapacitet tog dijela jednak: $C_1 = \frac{3}{4} \cdot C$. |
| C_1 C_2 | U vodi je $\frac{1}{4}$ kondenzatora i kapacitet tog dijela iznosi: $C_2 = 81 \cdot \frac{1}{4} \cdot C$. |

Ukupni kapacitet je:

$$C_u = C_1 + C_2 = \frac{3}{4} \cdot C + 81 \cdot \frac{1}{4} \cdot C = \frac{3}{4} \cdot C + \frac{81}{4} \cdot C = \frac{84}{4} \cdot C = 21 \cdot C.$$

Vježba 026

Pločasti kondenzator, kapaciteta C u zraku, uranja se vertikalno u vodu. Koliki je ukupni kapacitet kada je $\frac{1}{2}$ kondenzatora uronjena u vodu? ($\epsilon = 81$)

Rezultat: $41 \cdot C$.

Zadatak 027 (Max, gimnazija)

Oblak, ploštine površine prema Zemlji $S = 0.5 \text{ km}^2$ nalazi se na visini $h = 1 \text{ km}$. Pretpostavimo da je donja strana oblaka ravna i usporedna sa Zemljinom površinom. Koliki je napon između oblaka i Zemlje? Naboj oblaka je $Q = 50 \text{ C}$. ($\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}$)

Rješenje 027

$$S = 0.5 \text{ km}^2 = 5 \cdot 10^5 \text{ m}^2, \quad h = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}, \quad Q = 50 \text{ C}, \quad \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}, \\ U = ?$$



Budući da je donja strana oblaka ravna i usporedna sa Zemljinom površinom, možemo to shvatiti kao sustav dviju paralelnih ploča pa je napon između oblaka i Zemlje:

$$U = E \cdot h.$$

Kako odrediti jakost električnog polja E ? Donja strana oblaka je ravna ploča. Jakost električnog polja ravne ploče je

$$E = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0},$$

gdje je σ plošna gustoća naboja:

$$\sigma = \frac{Q}{S} \Rightarrow E = \frac{\frac{Q}{S}}{2 \cdot \epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{2 \cdot S \cdot \epsilon_0}.$$

Računamo napon:

$$\left. \begin{array}{l} U = E \cdot h \\ E = \frac{Q}{2 \cdot S \cdot \epsilon_0} \end{array} \right\} \Rightarrow U = \frac{Q}{2 \cdot S \cdot \epsilon_0} \cdot h \Rightarrow U = \frac{Q \cdot h}{2 \cdot S \cdot \epsilon_0} = \frac{50 \text{ C} \cdot 1000 \text{ m}}{2 \cdot 5 \cdot 10^5 \text{ m}^2 \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}} = 5.65 \cdot 10^9 \text{ V}.$$

Vježba 027

Oblak, ploštine površine prema Zemlji $S = 0.5 \text{ km}^2$ nalazi se na visini $h = 2 \text{ km}$. Pretpostavimo da je donja strana oblaka ravna i usporedna sa Zemljinom površinom. Koliki je napon između oblaka i Zemlje? Naboj oblaka je $Q = 50 \text{ C}$. ($\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}$)

Rezultat: $1.13 \cdot 10^{10} \text{ V}$.

Zadatak 028 (Mira, gimnazija)

Kuglica mase 0.3 g i naboja -10^{-8} C visi na tankoj niti. Na kojoj udaljenosti ispod nje treba postaviti točkasti naboj od $-17 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ da bi napetost niti postala dva puta manja? ($k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 028

$$m = 0.3 \text{ g} = 0.0003 \text{ kg}, \quad Q_1 = -10^{-8} \text{ C}, \quad Q_2 = -17 \cdot 10^{-6} \text{ C}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2, \\ g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad r = ?$$

Na kuglicu koja visi na tankoj niti djeluje sila teža G vertikalno prema dolje i odbojna Coulombova sila. Da bi napetost niti postala dva puta manja, električna sila mora biti jednaka polovici sile teže G :

$$F = \frac{1}{2} \cdot G \Rightarrow k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot g \quad / \cdot 2 \cdot r^2 \Rightarrow 2 \cdot k \cdot Q_1 \cdot Q_2 = m \cdot g \cdot r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{2 \cdot k \cdot Q_1 \cdot Q_2}{m \cdot g} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow \\ \Rightarrow r = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot Q_1 \cdot Q_2}{m \cdot g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot (-10^{-8} \text{ C}) \cdot (-17 \cdot 10^{-6} \text{ C})}{0.0003 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 1.02 \text{ m}.$$

Vježba 028

Kuglica mase 1.2 g i naboja -10^{-8} C visi na tankoj niti. Na kojoj udaljenosti ispod nje treba postaviti točkasti naboj od $-17 \cdot 10^{-6}$ C da bi napetost niti postala dva puta manja? ($k = 9 \cdot 10^9$ Nm² / C², $g = 9.81$ m/s²)

Rezultat: 0.51 m.

Zadatak 029 (Ana, medicinska škola)

Tri jednaka kondenzatora prvo spojimo usporedno, a zatim serijski. Koliko je puta kapacitet usporedne kombinacije veći od kapaciteta serijske kombinacije?

Rješenje 029

$$C_1 = C_2 = C_3 = C, \quad C_u : C_s = ?$$

Usporedni spoj:

$$C_u = C_1 + C_2 + C_3 \Rightarrow C_u = 3 \cdot C.$$

Serijski spoj:

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \Rightarrow \frac{1}{C_s} = \frac{3}{C} \Rightarrow C_s = \frac{C}{3}.$$

Računamo omjer C_u i C_s :

$$\frac{C_u}{C_s} = \frac{3 \cdot C}{\frac{C}{3}} \Rightarrow \frac{C_u}{C_s} = \frac{9}{1} \Rightarrow C_u = 9 \cdot C_s.$$

Vježba 029

Dva jednaka kondenzatora prvo spojimo usporedno, a zatim serijski. Koliko je puta kapacitet usporedne kombinacije veći od kapaciteta serijske kombinacije?

Rezultat: 4 puta.

Zadatak 030 (Mira, gimnazija)

Osam kapljica vode, od kojih svaka ima polumjer 1 mm i naboj 10^{-10} C, slije se u jednu veću kap. Koliki je potencijal nastale kapi? ($k = 9 \cdot 10^9$ Nm² / C²)

Rješenje 030

$$n = 8, \quad r = 1 \text{ mm} = 0.001 \text{ m}, \quad q = 10^{-10} \text{ C}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2, \quad \varphi = ?$$

Kapljice imaju oblik kugle. Kada se njih osam slije u jednu veću kapljicu dobit će se kugla polumjera R:

$$\frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi = 8 \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \Rightarrow \frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi = 8 \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \cdot \frac{3}{4 \cdot \pi} \Rightarrow R^3 = 8 \cdot r^3 / \sqrt[3]{4} \Rightarrow R = 2 \cdot r.$$

Naboj novonastale kapljice iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} Q = n \cdot q \\ n = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow Q = 8 \cdot q.$$

Potencijal nastale kapi je:

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{R} \Rightarrow \varphi = k \cdot \frac{8 \cdot q}{2 \cdot r} \Rightarrow \varphi = 4 \cdot k \cdot \frac{q}{r} = 4 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{10^{-10} \text{ C}}{0.001 \text{ m}} = 3600 \text{ V} = 3.6 \text{ kV}.$$

Vježba 030

Osam kapljica vode, od kojih svaka ima polumjer 1 mm i naboj $2 \cdot 10^{-10}$ C, slije se u jednu veću kap. Koliki je potencijal nastale kapi? ($k = 9 \cdot 10^9$ Nm² / C²)

Rezultat: 7.2 kV.

Zadatak 031 (Kety, kemijska škola)

Koliki naboj treba dati kugli mase 1 g da lebdi ispod kugle s nabojem 0.07 μC na udaljenosti 5 cm? ($k = 9 \cdot 10^9$ Nm² / C², $g = 9.81$ m/s²)

Rješenje 031

$$m = 1 \text{ g} = 0.001 \text{ kg}, \quad Q = 0.07 \text{ } \mu\text{C} = 7 \cdot 10^{-8} \text{ C}, \quad r = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2, \\ g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad Q_1 = ?$$

Da bi kugla lebdjela, električna sila mora biti jednaka sili teži i suprotnog predznaka:

$$F_e = F_g \Rightarrow k \cdot \frac{Q \cdot Q_1}{r^2} = m \cdot g \Rightarrow Q_1 = \frac{m \cdot g \cdot r^2}{k \cdot Q} = \frac{0.001 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0.05 \text{ m})^2}{9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot 7 \cdot 10^{-8} \text{ C}} = 3.89 \cdot 10^{-8} \text{ C}.$$

Vježba 031

Koliki naboj treba dati kugli mase 10 g da lebdi ispod kugle s nabojem 0.7 μC na udaljenosti 5 cm? ($k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

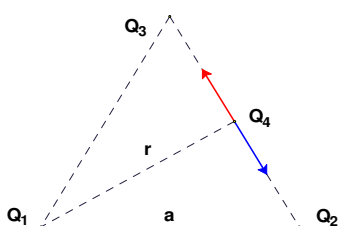
Rezultat: $3.89 \cdot 10^{-8} \text{ C}$.

Zadatak 032 (Mira, gimnazija)

Na vrhovima jednakostraničnog trokuta sa stranicom 0.5 m nalaze se tri jednaka naboja od 0.1 mC. Četvrti naboj od 1 μC nalazi se u središtu jedne stranice trokuta. Kolika je elektrostatska sila na taj naboj? ($k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2$)

Rješenje 032

$$a = 0.5 \text{ m}, \quad Q_1 = Q_2 = Q_3 = 0.1 \text{ mC} = 10^{-4} \text{ C}, \quad Q_4 = 1 \text{ } \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2, \\ F = ?$$



Sile kojima naboji Q_2 i Q_3 djeluju na naboj Q_4 međusobno su jednakih iznosa, a suprotnih smjerova, pa je njihova rezultanta jednaka nuli. Računamo samo silu između naboja Q_1 i Q_4 :

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_4}{r^2} \Rightarrow \left[r = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2} \right] \Rightarrow F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_4}{\left(\frac{a \cdot \sqrt{3}}{2} \right)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_4}{\frac{3 \cdot a^2}{4}} \Rightarrow F = \frac{4}{3} \cdot k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_4}{a^2} = \frac{4}{3} \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{10^{-4} \text{ C} \cdot 10^{-6} \text{ C}}{(0.5 \text{ m})^2} = 4.8 \text{ N}.$$

Vježba 032

Na vrhovima jednakostraničnog trokuta sa stranicom 0.5 m nalaze se tri jednaka naboja od 0.1 mC. Četvrti naboj od 10 μC nalazi se u središtu jedne stranice trokuta. Kolika je elektrostatska sila na taj naboj? ($k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2$)

Rezultat: 48 N.

Zadatak 033 (Vladimir, gimnazija)

Pločasti kondenzator nabijen je na 1000 V. Razmak ploča je 1 cm, masa elektrona je $9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, naboj elektrona je $1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Koliko je vrijeme potrebno da elektron prijeđe put od negativne do pozitivne ploče, ako mu je početna brzina nula?

Rješenje 033

$$U = 1000 \text{ V}, \quad d = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}, \quad m = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad a = 0.5 \text{ m}, \quad t = ?$$

Ako se u homogenom električnom polju jakosti E (polje pločastog kondenzatora čije su ploče međusobno udaljene d , a U je napon između ploča) nalazi naboj e , silu kojom polje djeluje na naboj možemo izračunati iz izraza:

$$F = e \cdot E \Rightarrow F = e \cdot \frac{U}{d} \Rightarrow \left[\text{drugi Newtonov poučak} \right] \Rightarrow m \cdot a = e \cdot \frac{U}{d}.$$

Budući da je riječ o jednoliko ubrzanom gibanju, put d koji elektron prijeđe od negativne do pozitivne ploče iznosi:

$$d = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Iz sustava jednadžbi izračunamo vrijeme t:

$$\left. \begin{aligned} m \cdot a &= e \cdot \frac{U}{d} \quad / \cdot d \\ d &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad / \cdot 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} m \cdot a \cdot d &= e \cdot U \\ 2 \cdot d &= a \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} a &= \frac{e \cdot U}{m \cdot d} \\ a \cdot t^2 &= 2 \cdot d \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{e \cdot U}{m \cdot d} \cdot t^2 = 2 \cdot d \quad / \cdot \frac{m \cdot d}{e \cdot U} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^2 = \frac{2 \cdot m \cdot d^2}{e \cdot U} \quad / \sqrt{} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot d^2}{e \cdot U}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (0.01 \text{ m})^2}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1000 \text{ V}}} = 1.07 \cdot 10^{-9} \text{ s}.$$

Vježba 033

Pločasti kondenzator nabijen je na 2000 V. Razmak ploča je 1 cm, masa elektrona je $9.1 \cdot 10^{-31}$ kg, naboj elektrona je $1.6 \cdot 10^{-19}$ C. Koliko je vrijeme potrebno da elektron prijeđe put od negativne do pozitivne ploče, ako mu je početna brzina nula?

Rezultat: $2.38 \cdot 10^{-10}$ s.

Zadatak 034 (Anchy, gimnazija)

Koliko je potencijal metalne lopte obujma $V = 33.5 \text{ dm}^3$ koja ima $Q = 0.1 \text{ } \mu\text{C}$ naboja. (Lopta se nalazi u zraku, $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.)

Rješenje 034

$$V = 33.5 \text{ dm}^3 = 3.35 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3, \quad Q = 0.1 \text{ } \mu\text{C} = 10^{-7} \text{ C}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2, \quad \varphi = ?$$

Iz formule za obujam kugle dobije se njezin polumjer r:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \Rightarrow r^3 = \frac{3 \cdot V}{4 \cdot \pi} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V}{4 \cdot \pi}}.$$

Potencijal točaka na površini nabijene kugle polumjera r jednak je:

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r} \Rightarrow \varphi = k \cdot \frac{Q}{\sqrt[3]{\frac{3 \cdot V}{4 \cdot \pi}}} \Rightarrow \varphi = k \cdot Q \cdot \sqrt[3]{\frac{4 \cdot \pi}{3 \cdot V}} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot 10^{-7} \text{ C} \cdot \sqrt[3]{\frac{4 \cdot \pi}{3 \cdot 3.35 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3}} = 4500.5 \text{ V}.$$

Vježba 034

Koliko je potencijal metalne lopte obujma $V = 33.5 \text{ dm}^3$ koja ima $Q = 0.2 \text{ } \mu\text{C}$ naboja. (Lopta se nalazi u zraku, $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.)

Rezultat: 9000.9 V.

Zadatak 035 (Anamarija, gimnazija)

Dva točkasta naboja nalaze se u zraku međusobno udaljeni 20 cm. Na koju međusobnu udaljenost treba smjestiti te naboje u ulju, relativne permitivnosti $\epsilon_r = 5$, da bismo postigli jednaku uzajamnu silu djelovanja?

Rješenje 035

$$r = 20 \text{ cm} = 0.20 \text{ m}, \quad \epsilon_r = 5, \quad x = ?$$

Ponovimo!

Uzajamna sila djelovanja (Coulombova sila) između dva naboja Q_1 i Q_2 na udaljenosti r iznosi:

- u zraku: $F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$
- u sredstvu relativne permitivnosti ϵ_r : $F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$.

Da bismo postigli jednaku uzajamnu silu djelovanja u zraku i ulju, moramo izračunati x, udaljenost dva točkasta naboja u ulju:

$$F_{zrak} = F_{ulje} \Rightarrow \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{x^2} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}{Q_1 \cdot Q_2} \Rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{1}{\epsilon_r \cdot x^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \epsilon_r \cdot x^2 = r^2 \Rightarrow x^2 = \frac{r^2}{\epsilon_r} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{r^2}{\epsilon_r}} \Rightarrow x = \frac{r}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{0.20 \text{ m}}{\sqrt{5}} = 0.089 \text{ m} = 8.9 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

Vježba 035

Dva točkasta naboja nalaze se u zraku međusobno udaljeni 40 cm. Na koju međusobnu udaljenost treba smjestiti te naboje u ulju, relativne permitivnosti $\epsilon_r = 5$, da bismo postigli jednaku uzajamnu silu djelovanja?

Rezultat: $1.79 \cdot 10^{-1} \text{ m}$.

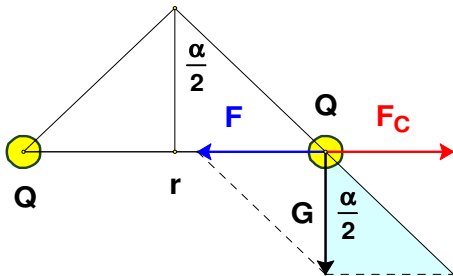
Zadatak 036 (Anamarija, gimnazija)

Dvije jednake kuglice, svaka mase 1.5 g, vise u zraku na izoliranim nitima jednakih duljina obješenima u jednoj točki. Kuglice nabijemo negativno jednakim količinama naboja i one se razmaknu na udaljenost 10 cm, dok je kut što ga zatvaraju niti 36° . Koliki je naboj primila svaka kuglica? ($k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 036

$$m_1 = m_2 = m = 1.5 \text{ g} = 0.0015 \text{ kg}, \quad r = 10 \text{ cm} = 0.10 \text{ m}, \quad \alpha = 36^\circ, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2,$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad Q_1 = Q_2 = Q = ?$$



Iz slike vidimo da na svaku kuglicu djeluju Coulombova sila

$$F_C = k \cdot \frac{Q^2}{r^2}$$

i sila F (vodoravna komponenta sile teže G)

$$\text{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{F}{G} \Rightarrow F = G \cdot \text{tg} \frac{\alpha}{2} \Rightarrow F = m \cdot g \cdot \text{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

Budući da su kuglice razmaknute i miruju, sila F_C po iznosu mora biti jednaka sili F:

$$F_C = F \Rightarrow k \cdot \frac{Q^2}{r^2} = m \cdot g \cdot \text{tg} \frac{\alpha}{2} \quad / \cdot \frac{r^2}{k} \Rightarrow Q^2 = \frac{r^2 \cdot m \cdot g \cdot \text{tg} \frac{\alpha}{2}}{k} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{r^2 \cdot m \cdot g \cdot \text{tg} \frac{\alpha}{2}}{k}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = r \cdot \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot \text{tg} \frac{\alpha}{2}}{k}} = 0.10 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{0.0015 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{tg} 18^\circ}{9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}}} = 7.3 \cdot 10^{-8} \text{ C}.$$

Vježba 036

Dvije jednake kuglice, svaka mase 1.5 g, vise u zraku na izoliranim nitima jednakih duljina obješenima u jednoj točki. Kuglice nabijemo negativno jednakim količinama naboja i one se razmaknu na udaljenost 20 cm, dok je kut što ga zatvaraju niti 36° . Koliki je naboj primila svaka kuglica? ($k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $1.46 \cdot 10^{-7} \text{ C}$.

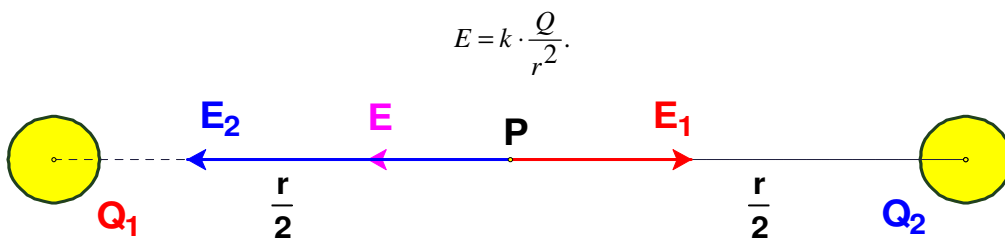
Zadatak 037 (Anamarija, gimnazija)

Dva naboja $Q_1 = 1.5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ i $Q_2 = 3 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ nalaze se u zraku i udaljeni su međusobno za $r = 60 \text{ cm}$. Kolika je jakost električnog polja u sredini između njih? ($k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$)

Rješenje 037

$$Q_1 = 1.5 \cdot 10^{-8} \text{ C}, \quad Q_2 = 3 \cdot 10^{-7} \text{ C}, \quad r = 60 \text{ cm} = 0.60 \text{ m}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2, \quad E = ?$$

Ako je izvor električnog polja točkasta množina naboja Q smještena u praznini, onda je jakost električnog polja u nekoj točki polja na udaljenosti r od naboja dana (prema Coulombovu zakonu) izrazom



Računamo jakost električnog polja točkastog naboja Q_1 u točki P:

$$E_1 = k \cdot \frac{Q_1}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} \Rightarrow E_1 = k \cdot \frac{Q_1}{\frac{r^2}{4}} \Rightarrow E_1 = k \cdot \frac{4 \cdot Q_1}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{4 \cdot 1.5 \cdot 10^{-8} C}{(0.60 m)^2} = 1.5 \cdot 10^3 \frac{N}{C}$$

Računamo jakost električnog polja točkastog naboja Q_2 u točki P:

$$E_2 = k \cdot \frac{Q_2}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} \Rightarrow E_2 = k \cdot \frac{Q_2}{\frac{r^2}{4}} \Rightarrow E_2 = k \cdot \frac{4 \cdot Q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 10^{-7} C}{(0.60 m)^2} = 3 \cdot 10^4 \frac{N}{C}$$

Jakost električnog polja u sredini iznosi:

$$E = E_2 - E_1 = 3 \cdot 10^4 \frac{N}{C} - 1.5 \cdot 10^3 \frac{N}{C} = 2.85 \cdot 10^4 \frac{N}{C} \text{ u smjeru prema naboju } Q_1.$$

Vježba 037

Dva naboja $Q_1 = 1.5 \cdot 10^{-8} C$ i $Q_2 = 1.5 \cdot 10^{-8} C$ nalaze se u zraku i udaljeni su međusobno za $r = 60$ cm. Kolika je jakost električnog polja u sredini između njih? ($k = 9 \cdot 10^9 Nm^2/C^2$)

Rezultat: 0.

Zadatak 038 (Anamarija, gimnazija)

Koju bi brzinu postigla kuglica mase 5 g i naboja $5 \mu C$ kad bi se gibala s mjesta potencijala $\varphi_1 = 30000 V$ na mjesto potencijala $\varphi_2 = 3000 V$? Početna brzina kuglice je nula.

Rješenje 038

$$m = 5 g = 0.005 kg, \quad Q = 5 \mu C = 5 \cdot 10^{-6} C, \quad \varphi_1 = 30000 V, \quad \varphi_2 = 3000 V, \quad v = ?$$

Kuglica naboja Q u prolazu poljem obavlja rad protiv sile polja. Taj rad jednak je promjeni kinetičke energije kuglice. Budući da je početna brzina kuglice jednaka nuli, slijedi:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)}{m} \cdot \sqrt{} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)}{m}} = \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-6} C \cdot (30000 V - 3000 V)}{0.005 kg}} = 7.3 \frac{m}{s}. \end{aligned}$$

Vježba 038

Koju bi brzinu postigla kuglica mase 5 g i naboja $20 \mu C$ kad bi se gibala s mjesta potencijala $\varphi_1 = 30000 V$ na mjesto potencijala $\varphi_2 = 3000 V$? Početna brzina kuglice je nula.

Rezultat: $14.7 \frac{m}{s}$.

Zadatak 039 (Anamarija, gimnazija)

Na staklenu ploču debljine 1 mm nalijepljena su s obje strane dva kvadrata od staniola površine $50 cm^2$. Koju množinu naboja treba prenijeti na taj kondenzator da bi imao napon 1000 V? Relativna je permitivnost stakla 8. ($\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} C^2/Nm^2$)

Rješenje 039

$$d = 1 mm = 0.001 m, \quad S = 50 cm^2 = 5 \cdot 10^{-3} m^2, \quad U = 1000 V, \quad \epsilon_r = 8, \\ \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} C^2/Nm^2, \quad Q = ?$$

Kapacitet pločastog kondenzatora upravo je razmjernan površini S jedne ploče, a obrnuto razmjernan udaljenosti d između ploča:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot S}{d},$$

gdje je U napon između ploča.

Množina naboja koji treba prenijeti na taj kondenzator iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} C = \frac{Q}{U} \\ C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot S}{d} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot S}{d} \quad | \cdot U \Rightarrow Q = U \cdot \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot S}{d} =$$

$$= 1000 \text{ V} \cdot \frac{8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot 8.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2}{0.001 \text{ m}} = 354.16 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 354 \text{ nC}.$$

Vježba 039

Na staklenu ploču debljine 1 mm nalijepljena su s obje strane dva kvadrata od staniola površine 50 cm². Koju množinu naboja treba prenijeti na taj kondenzator da bi imao napon 2000 V? Relativna je permitivnost stakla 8. ($\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$)

Rezultat: 708 nC.

Zadatak 040 (Anamarija, gimnazija)

Pločasti kondenzator napravljen je od kružnih metalnih ploča međusobno udaljenih 0.1 cm. Između ploča je izolator ($\epsilon_r = 2.2$). Kolika je gustoća energije električnog polja unutar kondenzatora, ako je napon između ploča 1000 V? ($\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$)

Rješenje 040

$$d = 0.1 \text{ cm} = 0.001 \text{ m}, \quad \epsilon_r = 2.2, \quad U = 1000 \text{ V}, \quad w = ?$$

1. inačica

Iz formule za gustoću energije dobije se:

$$w = \frac{E}{V} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 \quad \text{potencijalna energija} \\ V = S \cdot d \quad \text{volumen kondenzatora} \end{array} \right] \Rightarrow w = \frac{\frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2}{S \cdot d} \Rightarrow w = \frac{1}{2} \cdot \frac{C \cdot U^2}{S \cdot d} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d} \quad \text{kapacitet kondenzatora} \right] \Rightarrow w = \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d} \cdot U^2}{S \cdot d} \Rightarrow w = \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot U^2}{d^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \left(\frac{U}{d} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot 2.2 \cdot \left(\frac{1000 \text{ V}}{0.001 \text{ m}} \right)^2 = 9.74 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}.$$

2. inačica

Primjenom izraza za gustoću energije slijedi:

$$w = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot E^2 \Rightarrow \left[E = \frac{U}{d} \quad \text{jakost električnog polja} \right] \Rightarrow w = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \left(\frac{U}{d} \right)^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot 2.2 \cdot \left(\frac{1000 \text{ V}}{0.001 \text{ m}} \right)^2 = 9.74 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 040

Pločasti kondenzator napravljen je od kružnih metalnih ploča međusobno udaljenih 0.1 cm. Između ploča je izolator ($\epsilon_r = 2$). Kolika je gustoća energije električnog polja unutar kondenzatora, ako je napon između ploča 1000 V? ($\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$)

Rezultat: 8.85 J/m³.