

Zadatak 001 (Andrija, tehnička škola)

U kondenzatoru elektronske bljeskalice fotografskog aparata, čiji je kapacitet $100 \mu\text{F}$, pohranjena je energija 50 J . Koliki naboj prođe kroz bljeskalicu ako se kroz nju kondenzator potpuno isprazni?

Rješenje 001

$$C = 100 \mu\text{F} = 10^{-4} \text{ F}, \quad W = 50 \text{ J}, \quad Q = ?$$

Pohranjena energija kondenzatora računa se formulom:

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} \Rightarrow Q = \sqrt{2 \cdot C \cdot W} = \sqrt{2 \cdot 10^{-4} \text{ F} \cdot 50 \text{ J}} = \sqrt{10^{-2} \text{ F} \cdot \text{J}} = \sqrt{10^{-2} \frac{\text{C}}{\text{V}} \cdot \text{C} \cdot \text{V}} = 0.1 \text{ C}.$$

Kroz bljeskalicu prođe naboj od 0.1 C .

Vježba 001

U kondenzatoru elektronske bljeskalice fotografskog aparata, čiji je kapacitet $500 \mu\text{F}$, pohranjena je energija od 100 J . Koliki naboj prođe kroz bljeskalicu ako se kroz nju kondenzator potpuno isprazni?

Rezultat: 0.32 C .

Zadatak 002 (Ivan, elektrotehnička škola)

Dva kondenzatora kapaciteta $2 \mu\text{F}$ i $3 \mu\text{F}$ spojena su u seriju. Koliki je rezultantni kapacitet?

Rješenje 002

$$C_1 = 2 \mu\text{F}, \quad C_2 = 3 \mu\text{F}, \quad C_s = ?$$

Serijski spoj dva kondenzatora računa se po formuli:

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C_s} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2} \Rightarrow C_s = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{2 \mu\text{F} \cdot 3 \mu\text{F}}{2 \mu\text{F} + 3 \mu\text{F}} = \frac{6 \mu\text{F}^2}{5 \mu\text{F}} = 1.2 \mu\text{F}.$$

Rezultantni kapacitet je $1.2 \mu\text{F}$.

Vježba 002

Dva kondenzatora kapaciteta $4 \mu\text{F}$ i $6 \mu\text{F}$ spojena su u seriju. Koliki je rezultantni kapacitet?

Rezultat: $2.4 \mu\text{F}$.

Zadatak 003 (Gabi, gimnazija)

Starter (elektropokretač) automobila je tijekom 5 s uzimao iz nabijenog akumulatora struju 120 A . Kada je automobil krenuo, dinamo je punio akumulator strujom 3 A . Za koje će se vrijeme uspostaviti početni naboj akumulatora?

Rješenje 003

$$t_1 = 5 \text{ s}, \quad I_1 = 120 \text{ A}, \quad I_2 = 3 \text{ A}, \quad t_2 = ?$$

Budući da se traži ista količina naboja vrijedi:

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow I_1 \cdot t_1 = I_2 \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{I_1 \cdot t_1}{I_2} = \frac{120 \text{ A} \cdot 5 \text{ s}}{3 \text{ A}} = 200 \text{ s}.$$

Vježba 003

Starter (elektropokretač) automobila je tijekom 4 s uzimao iz nabijenog akumulatora struju 100 A . Kada je automobil krenuo, dinamo je punio akumulator strujom 5 A . Za koje će se vrijeme uspostaviti početni naboj akumulatora?

Rezultat: 80 s .

Zadatak 004 (Andrea, medicinska škola)

Dvije metalne kugle polumjera 10 cm i 20 cm nalaze se na međusobnoj udaljenosti mnogo većoj od njihovih polumjera, a međusobno su povezane tankom vodljivom žicom. Ako je naboj prve kugle 12 C , a druge 24 C , koliki je omjer električnog polja na površini prve i druge kugle?

Rješenje 004

$$r_1 = 10 \text{ cm}, \quad r_2 = 20 \text{ cm}, \quad Q_1 = 12 \text{ C}, \quad Q_2 = 24 \text{ C}, \quad E_1/E_2 = ?$$

1. inačica

Budući da se jakost električnog polja definira:

$$E = k \cdot \frac{Q}{r^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{k \cdot \frac{Q_1}{r_1^2}}{k \cdot \frac{Q_2}{r_2^2}} = \frac{Q_1 \cdot r_2^2}{Q_2 \cdot r_1^2} = \frac{Q_1}{Q_2} \cdot \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \frac{12 \text{ C}}{24 \text{ C}} \cdot \left(\frac{20 \text{ cm}}{10 \text{ cm}}\right)^2 = 2.$$

2. inačica

Kugle su povezane vodljivom žicom pa imaju jednak potencijal. Za potencijal vrijede sljedeće formule:

$$\varphi = k \cdot \frac{E}{r} = r \cdot E$$

$$\text{Potencijali su jednaki: } \varphi_1 = \varphi_2 \Rightarrow r_1 \cdot E_1 = r_2 \cdot E_2 \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{20 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 2$$

Vježba 004

Dvije metalne kugle polumjera 5 cm i 10 cm nalaze se na međusobnoj udaljenosti mnogo većoj od njihovih polumjera, a međusobno su povezane tankom vodljivom žicom. Ako je naboj prve kugle 6 C, a druge 12 C, koliki je omjer električnog polja na površini prve i druge kugle?

Rezultat: 2.

Zadatak 005 (Andrea, medicinska škola)

Kolika će biti električna sila ako razmak između dva točkasta naboja dva puta smanjimo, a svaki naboj tri puta povećamo?

Rješenje 005

$$r' = 1/2 r, \quad Q_1' = 3 Q, \quad Q_2' = 3 Q, \quad F'/F = ?$$

1. inačica

Jakost električne sile definira se (Coulombov zakon):

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}.$$

Potražimo omjer sila poslije i prije promjene razmaka i naboja:

$$\frac{F'}{F} = \frac{k \cdot \frac{Q_1' \cdot Q_2'}{r'^2}}{k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}} = \frac{Q_1' \cdot Q_2' \cdot r^2}{Q_1 \cdot Q_2 \cdot r'^2} = \frac{3Q_1 \cdot 3Q_2 \cdot r^2}{Q_1 \cdot Q_2 \cdot \left(\frac{1}{2}r\right)^2} = \frac{9 \cdot r^2}{\frac{1}{4} \cdot r^2} = 36.$$

Sila će biti 36 puta veća.

2. inačica

Iz Coulombova zakona

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

zaključujemo:

- Sila je obrnuto razmjerna s kvadratom udaljenosti. Ako se udaljenost dva puta smanji, sila će se 4 puta povećati.

- Sila je razmjerna s umnoškom naboja. Ako se svaki naboj tri puta poveća, sila će se 9 puta povećati. Dakle, sila će se ukupno povećati $4 \cdot 9 = 36$ puta.

Vježba 005

Kolika će biti električna sila ako razmak između dva točkasta naboja dva puta povećamo, a svaki naboj šest puta povećamo?

Rezultat: 9 puta veća.

Zadatak 006 (Maja, medicinska škola)

Kolika je ukupna masa svih elektrona u naboju 1 C?

Rješenje 006

$$Q = 1 \text{ C}, \quad e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad m = ?$$

Električni naboj elektrona i protona ima isti iznos: $1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. To je najmanja količina naboja koju su fizičari dosad otkrili pokusima i zove se **elementarni naboj**. Utvrđeno je da se električni naboji javljaju samo u cjelobrojnim višekratnicima tog elementarnog naboja.:

$$Q = N \cdot e.$$

Američki fizičar Robert Andrews Millikan (1868. – 1953.) objavio je prvo precizno mjerenje naboja elektrona. Za određivanje vrijednosti elementarnog naboja dobio je 1923. godine Nobelovu nagradu za fiziku.

Iz kvantizacije naboja: $Q = N \cdot e$

nađemo višekratnik N : $N = \frac{Q}{e}$.

Budući da je poznata masa elektrona, računamo ukupnu masu:

$$m = N \cdot m_e = \frac{Q}{e} \cdot m_e = \frac{1 \text{ C}}{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 5.69 \cdot 10^{-12} \text{ kg}.$$

Vježba 006

Kolika je ukupna masa svih elektrona u naboju 5 C?

Rezultat: $2.84 \cdot 10^{-11} \text{ kg}$.

Zadatak 007 (Lux, gimnazija)

Pločasti kondenzator nabijen je na 1 000 V. Razmak ploča je 1 cm, masa elektrona $9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, a naboj $1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Koliko je vrijeme potrebno da elektron prijeđe put od negativne do pozitivne ploče ako mu je početna brzina nula?

Rješenje 007

$$U = 1 \text{ 000 V}, \quad d = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}, \quad m = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad t = ?$$

Budući da na elektron djeluje električna sila:

$$F = e \cdot E = e \cdot \frac{U}{d},$$

on se giba jednoliko ubrzano. Iz formule za silu (II. Newtonov poučak) lako se izračuna akceleracija:

$$F = e \cdot \frac{U}{d} \Rightarrow m \cdot a = e \cdot \frac{U}{d} \Rightarrow a = \frac{e \cdot U}{m \cdot d}.$$

Kod jednoliko ubrzanog gibanja put je razmjernan s kvadratom vremena:

$$d = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot d}{a}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot d}{\frac{e \cdot U}{m \cdot d}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot d^2}{e \cdot U}} \Rightarrow t = 1.07 \cdot 10^{-9} \text{ s} = 1.07 \text{ ns}.$$

Vježba 007

Pločasti kondenzator nabijen je na 500 V. Razmak ploča je 2 cm, masa elektrona $9.1 \cdot 10^{-31}$ kg, a naboj $1.6 \cdot 10^{-19}$ C. Koliko je vrijeme potrebno da elektron prijeđe put od negativne do pozitivne ploče ako mu je početna brzina nula?

Rezultat: $t = 3.02$ ns.

Zadatak 008 (Marijan, tehnička škola)

Pod djelovanjem konstantnog električnog polja jakosti 1 V/m elektron je pokrenut iz stanja mirovanja te je prošao put 1 m. Za koje je vrijeme elektron prevalio put 1 m? ($e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C, $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg)

Rješenje 008

$$E = 1 \text{ V/m}, \quad s = 1 \text{ m}, \quad e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad t = ?$$

1. inačica

Osnovno svojstvo električnog polja očituje se u njegovom djelovanju na naboj električnom silom. Električna sila kojom konstantno električno polje djeluje na elektron je

$$F = e \cdot E.$$

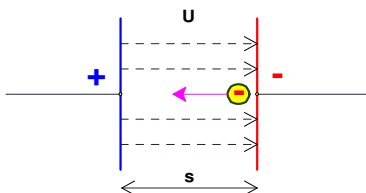
Iz drugog Newtonovog poučka i formule za put pri jednoliko ubrzanom gibanju slijedi:

$$\left. \begin{aligned} m \cdot a &= e \cdot E \\ s &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m \cdot \frac{2s}{t^2} = e \cdot E \Rightarrow t^2 = \frac{2 \cdot m \cdot s}{e \cdot E} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot s}{e \cdot E}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1 \text{ m}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \frac{\text{V}}{\text{m}}}} \approx 3.37 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 3.37 \text{ } \mu\text{s}.$$

2. inačica

Jakost električnog polja pločastog kondenzatora napona U između ploča i razmaka s među pločama je:

$$E = \frac{U}{s} \Rightarrow U = s \cdot E = 1 \text{ m} \cdot 1 \frac{\text{V}}{\text{m}} = 1 \text{ V}.$$



Elektron u prolazu poljem obavlja rad protiv sile polja. Taj rad jednak je promjeni kinetičke energije elektrona.

$$\Delta E_k = W \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = e \cdot U.$$

Put kod jednoliko ubrzanog gibanja računa se formulom:

$$s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t.$$

Iz sustava jednažbi dobije se vrijeme t:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = e \cdot U \\ s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m \cdot v^2 = 2 \cdot e \cdot U \\ v = \frac{2 \cdot s}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow m \cdot \left(\frac{2 \cdot s}{t} \right)^2 = 2 \cdot e \cdot U \Rightarrow m \cdot \frac{4 \cdot s^2}{t^2} = 2 \cdot e \cdot U \quad | :2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^2 = \frac{2 \cdot m \cdot s^2}{e \cdot U} \Rightarrow t = s \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot m}{e \cdot U}} = 1 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V}}} \approx 3.37 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 3.37 \text{ } \mu\text{s}.$$

Vježba 008

Pod djelovanjem konstantnog električnog polja jakosti 2 V/m elektron je pokrenut iz stanja mirovanja te je prošao put 2 m. Za koje je vrijeme elektron prevalio put 2 m? ($e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$)

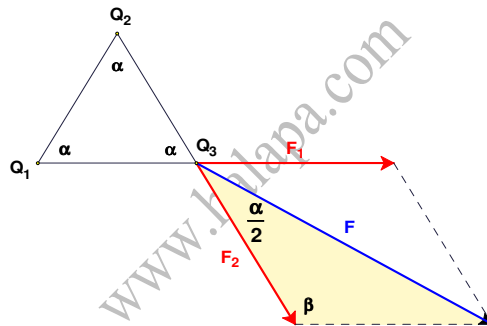
Rezultat: $\approx 3.37 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 3.37 \text{ } \mu\text{s}$.

Zadatak 009 (Zoran, gimnazija)

Tri jednaka elektrostatička naboja nalaze se u vrhovima jednakostraničnog trokuta. Dva se naboja odbijaju silom 0.5 N. Koliki je iznos sile na pojedini naboj u trokutu?

Rješenje 009

$$F_1 = F_2 = 0.5 \text{ N}, \quad \alpha = 60^\circ, \quad F = ?$$



Odredimo kut β iz označenog trokuta:

$$\beta = 180^\circ - 2 \cdot \frac{\alpha}{2} = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ.$$

Na svaki naboj djeluju dvije odbojne sile, a ukupna rezultantna sila F iznosi (**uporabit ćemo kosinsov poučak**):

$$\begin{aligned} F^2 &= F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \beta \Rightarrow F^2 = 2 \cdot F_1^2 - 2 \cdot F_1^2 \cdot \cos 120^\circ \Rightarrow \\ &\Rightarrow F^2 = 2 \cdot F_1^2 \cdot (1 - \cos 120^\circ) \Rightarrow F = \sqrt{2 \cdot F_1^2 \cdot (1 - \cos 120^\circ)} = \\ &= F_1 \cdot \sqrt{2 \cdot (1 - \cos 120^\circ)} = 0.5 \text{ N} \cdot \sqrt{2 \cdot (1 - \cos 120^\circ)} = 0.866 \text{ N}. \end{aligned}$$

Vježba 009

Tri jednaka elektrostatička naboja nalaze se u vrhovima jednakostraničnog trokuta. Dva se naboja odbijaju silom 1 N. Koliki je iznos sile na pojedini naboj u trokutu?

Rezultat: 1.732 N.

Zadatak 010 (Ivana, hotelijerska škola)

Dva točkasta naboja $Q_1 = 1 \mu\text{C}$ i $Q_2 = 9 \mu\text{C}$ udaljena su 10 cm. Gdje treba staviti negativni naboj Q tako da bi rezultantna sila na njega iščezavala?

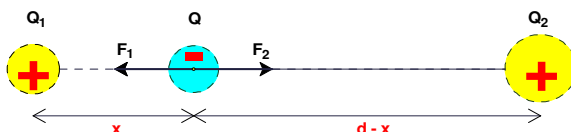
Rješenje 010

$$Q_1 = 1 \mu\text{C}, \quad Q_2 = 9 \mu\text{C}, \quad d = 10 \text{ cm}, \quad Q = \text{negativan naboj}, \quad x = ?$$

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su Q_1 i Q_2 naboji, r njihova međusobna udaljenost, k konstanta u vakuumu (a praktično i u zraku) iznosi $8.99 \cdot 10^9 \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2}$.



Naboj Q je negativan pa ga pozitivni naboji Q_1 i Q_2 privlače svaki na svoju stranu. Budući da rezultantna sila mora iščezavati, sile F_1 i F_2 iste su po iznosu, a suprotnog smjera.

$$F_1 = F_2 \Rightarrow k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q}{x^2} = k \cdot \frac{Q_2 \cdot Q}{(d-x)^2} \quad / \cdot \frac{1}{k \cdot Q} \Rightarrow \frac{Q_1}{x^2} = \frac{Q_2}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{1 \mu\text{C}}{x^2} = \frac{9 \mu\text{C}}{(d-x)^2} \quad / \cdot \frac{1}{\mu\text{C}} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{9}{(d-x)^2} \Rightarrow 9 \cdot x^2 = (d-x)^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow 3 \cdot x = d-x \Rightarrow 4 \cdot x = d \Rightarrow x = \frac{d}{4} = \frac{10 \text{ cm}}{4} = 2.5 \text{ cm}.$$

Vježba 010

Dva točkasta naboja $Q_1 = 1 \mu\text{C}$ i $Q_2 = 16 \mu\text{C}$ udaljena su 10 cm. Gdje treba staviti negativni naboj Q tako da bi rezultantna sila na njega iščezavala?

Rezultat: $x = 2 \text{ cm}$.

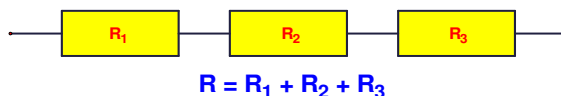
Zadatak 011 (Mario, gimnazija)

Koje sve otpore možemo dobiti kombinacijom triju vodiča kojih su otpori R_1 , R_2 i R_3 ? Nacrtaj sheme svih kombinacija. Kako ćemo dobiti najveći, a kako najmanji otpor?

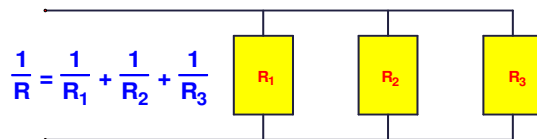
Rješenje 011

$$R_1, \quad R_2, \quad R_3$$

Ukupni je otpor od 3 serijski spojenih vodiča:



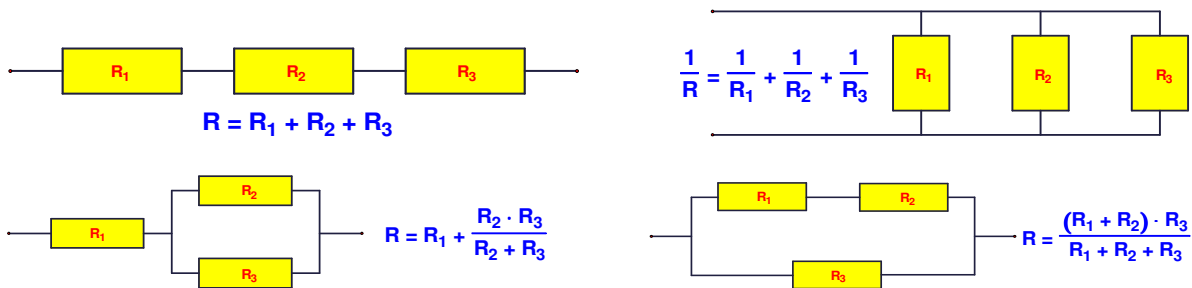
Ukupni je otpor od 3 paralelno spojenih vodiča:



Najveći otpor dobit ćemo serijskim spajanjem: $R = R_1 + R_2 + R_3$.

Najmanji otpor dobit ćemo paralelnim spajanjem: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$.

Sheme svih kombinacija:



Vježba 011

Izračunaj ukupni serijski i paralelni otpor za tri otpornika $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$ i $R_3 = 3 \Omega$.

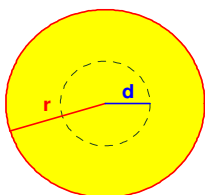
Rezultat: $R_s = 6 \Omega$, $R_p = \frac{6}{11} \Omega$.

Zadatak 012 (Robert, tehnička škola)

Šuplja metalna sfera polumjera 12 cm nabijena je količinom naboja 10 nC. Koliki je iznos električnog polja na mjestu udaljenom 5 cm od središta sfere?

Rješenje 012

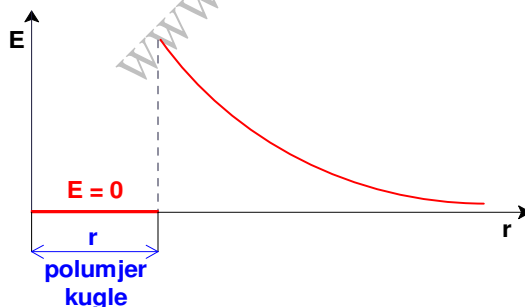
$r = 12 \text{ cm}$, $Q = 10 \text{ nC}$, $d = 5 \text{ cm}$, $E = ?$



U elektrostatičkim uvjetima naboj je tako raspoređen na površini kugle da je unutar kugle električno polje jednako nuli. (Kada bi polje bilo različito od nule, potekla bi električna struja.)

$$E = 0 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Sljedeća slika prikazuje funkciju $E(r)$, tj. ovisnost jakosti električnog polja o udaljenosti od središta kugle. Kada r teži u ∞ , jakost električnog polja teži k nuli i pri tom jakost polja opada kao $1/r^2$.



Vježba 012

Šuplja metalna sfera polumjera 12 cm nabijena je količinom naboja 10 nC. Koliki je iznos električnog polja na mjestu udaljenom 10 cm od središta sfere?

Rezultat: 0 V/m .

Zadatak 013 (Marvin, gimnazija)

Pločasti kondenzator spojen je na izvor stalnog napona. Koliko će se puta povećati naboj na pločama kondenzatora ako se ploče udaljene 5 cm približe za 2 cm?

Rješenje 013

$U = \text{konst.}$, $d_1 = 5 \text{ cm}$, $d_2 = 5 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$, $\frac{Q_2}{Q_1} = ?$

Kapacitet pločastog kondenzatora upravo je razmjeran površini S jedne ploče, a obrnuto razmjeran udaljenosti d između ploča:

$$C = \frac{Q}{U} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d},$$

gdje je U napon između ploča. Za količinu naboja Q vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} C = \frac{Q}{U} \\ C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{Q}{U} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d} \Rightarrow Q = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d} \cdot U.$$

Računamo omjer količina naboja na pločama kondenzatora poslije i prije približavanja:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d_2} \cdot U}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d_1} \cdot U} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{5 \text{ cm}}{3 \text{ cm}} = 1.67.$$

Povećat će se 1.67 puta.

Vježba 013

Pločasti kondenzator spojen je na izvor stalnog napona. Koliko će se puta povećati naboj na pločama kondenzatora ako se ploče udaljene 5 cm približe za 3 cm?

Rezultat: Povećat će se 2.5 puta.

Zadatak 014 (Max, gimnazija)

Kolika je jakost homogenog električnog polja između dviju suprotno nabijenih paralelnih ploča međusobno udaljenih 2 cm ako je elektronu, koji kreće iz stanja mirovanja, potrebno $1.5 \cdot 10^{-8}$ s da bi došao s negativno nabijene ploče na pozitivnu? ($e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C, $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg)

Rješenje 014

$$d = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}, \quad t = 1.5 \cdot 10^{-8} \text{ s}, \quad e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad E = ?$$

1. inačica

Budući da električna sila ubrzava elektron, uporabom drugog Newtonovog zakona dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} m \cdot a = e \cdot E \\ d = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot d}{t^2} \end{array} \right\} \Rightarrow m \cdot \frac{2 \cdot d}{t^2} = e \cdot E \cdot \frac{1}{e} \Rightarrow E = \frac{2 \cdot m \cdot d}{e \cdot t^2} = \frac{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 0.02 \text{ m}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot (1.5 \cdot 10^{-8} \text{ s})^2} = 1012 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

2. inačica

Izvršeni je rad jednak promjeni kinetičke energije:

$$\left. \begin{array}{l} e \cdot U = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ E = \frac{U}{d} \Rightarrow U = E \cdot d \end{array} \right\} \Rightarrow e \cdot E \cdot d = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot e \cdot E \cdot d = m \cdot v^2.$$

Budući da je prijedeni put d kod jednoliko ubrzanog gibanja jednak $d = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t$, slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot e \cdot E \cdot d = m \cdot v^2 \\ d = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \Rightarrow v = \frac{2 \cdot d}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow 2 \cdot e \cdot E \cdot d = m \cdot \left(\frac{2 \cdot d}{t} \right)^2 \Rightarrow 2 \cdot e \cdot E \cdot d = m \cdot \frac{4 \cdot d^2}{t^2} \cdot \frac{1}{2 \cdot e \cdot d} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = m \cdot \frac{4 \cdot d^2}{t^2} \cdot \frac{1}{2 \cdot e \cdot d} = \frac{2 \cdot m \cdot d}{e \cdot t^2} = \frac{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 0.02 \text{ m}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot (1.5 \cdot 10^{-8} \text{ s})^2} = 1012 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

Vježba 014

Kolika je jakost homogenog električnog polja između dviju suprotno nabijenih paralelnih ploča međusobno udaljenih 1 cm ako je elektronu, koji kreće iz stanja mirovanja, potrebno $1.5 \cdot 10^{-8}$ s da bi došao s negativno nabijene ploče na pozitivnu? ($e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C, $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg)

Rezultat: $506 \frac{V}{m}$.

Zadatak 015 (Mira, gimnazija)

Iz točke električnog polja u kojoj je potencijal 6000 V izleti elektron brzinom $3 \cdot 10^7$ m/s i giba se u smjeru električnog polja. Odredi potencijal točke u kojoj će brzina elektrona biti jednaka nuli.

Rješenje 015

$$\varphi_1 = 6000 \text{ V}, \quad v_1 = 3 \cdot 10^7 \text{ m/s}, \quad v_2 = 0 \text{ m/s}, \quad e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad m = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg},$$
$$\varphi_2 = ?$$

Budući da elektron u prolazu poljem obavlja rad protiv sile polja, taj je rad jednak promjeni kinetičke energije elektrona:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 = e \cdot (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Iz $v_2 = 0$ slijedi:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = e \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = e \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \frac{1}{e} \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{m \cdot v_1^2}{2 \cdot e} \Rightarrow \varphi_2 = \varphi_1 - \frac{m \cdot v_1^2}{2 \cdot e} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \varphi_2 = 6000 \text{ V} - \frac{9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \left(3 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 3440.625 \text{ V}.$$

Vježba 015

Iz točke električnog polja u kojoj je potencijal 5000 V izleti elektron brzinom $3 \cdot 10^7$ m/s i giba se u smjeru električnog polja. Odredi potencijal točke u kojoj će brzina elektrona biti jednaka nuli.

Rezultat: 2440.625 V.

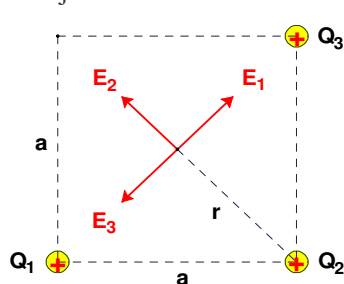
Zadatak 016 (Ante, tehnička škola)

U tri vrha kvadrata stranice 40 cm smješteni su jednaki pozitivni naboji od 5 nC. Odredite jakost električnog polja u središtu kvadrata.

Rješenje 016

$$a = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}, \quad Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q = 5 \text{ nC} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ C}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2, \quad E = ?$$

Udaljenost središta kvadrata od njegovih vrhova iznosi:



$$r = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \sqrt{2} \Rightarrow r^2 = \frac{1}{2} \cdot a^2.$$

Budući da se E_1 i E_3 ukidaju, jakost električnog polja u središtu kvadrata jednaka je:

$$E = E_2 = k \cdot \frac{Q}{r^2} = k \cdot \frac{Q}{\frac{1}{2} \cdot a^2} = k \cdot \frac{2 \cdot Q}{a^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{(0.4 \text{ m})^2} =$$
$$= 562.5 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

Vježba 016

U tri vrha kvadrata stranice 60 cm smješteni su jednaki pozitivni naboji od 5 nC. Odredite jakost električnog polja u središtu kvadrata.

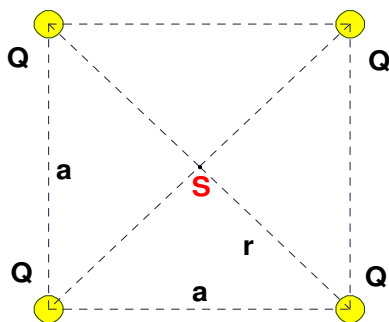
Rezultat: $250 \frac{V}{m}$.

Zadatak 017 (Mario, gimnazija)

Četiri jednaka naboja nalaze se u četiri vrha kvadrata. Koliki je električni potencijal u središtu kvadrata, ako su naboji od 1 nC, a stranica kvadrata 0.1 m?

Rješenje 017

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = Q = 1 \text{ nC} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ C}, \quad a = 0.1 \text{ m}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2, \quad \varphi = ?$$



Potencijal je skalarna veličina te je ukupni potencijal jednak zbroju potencijala koji svaki od ta četiri naboja stvara u središtu kvadrata. Dakle, potencijal φ u središtu kvadrata jednak je zbroju potencijala φ_v naboja vrhova kvadrata:

$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot \sqrt{2} \\ \varphi_v &= k \cdot \frac{Q}{r} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \varphi = 4 \cdot \varphi_v = 4 \cdot k \cdot \frac{Q}{\frac{1}{2} \cdot a \cdot \sqrt{2}} = 8 \cdot k \cdot \frac{Q}{a \cdot \sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} =$$

$$= 4 \cdot k \cdot \frac{Q}{a} \cdot \sqrt{2} = 4 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{0.1 \text{ m}} \cdot \sqrt{2} = 509 \text{ V}.$$

Vježba 017

Četiri jednaka naboja nalaze se u četiri vrha kvadrata. Koliki je električni potencijal u središtu kvadrata, ako su naboji od 1 nC, a stranica kvadrata 0.3 m?

Rezultat: 169.71 V.

Zadatak 018 (Mario, gimnazija)

Dva točkasta naboja $Q_1 = Q_2 = Q = 2 \text{ nC}$ nalaze se u zraku na udaljenosti 100 cm. Koliki je rad električnih sila ako se naboji razmaknu na 4 metra? ($k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$)

Rješenje 018

$$Q_1 = Q_2 = Q = 2 \text{ nC} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ C}, \quad r_1 = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}, \quad r_2 = 4 \text{ m}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2, \quad W = ?$$

Rad što se utroši pri prijenosu naboja Q' iz točke potencijala φ_1 u točku potencijala φ_2 jednak je promjeni potencijalne energije, tj.

$$W = Q' \cdot (\varphi_1 - \varphi_2).$$

$$\left. \begin{aligned} Q' &= Q \\ \varphi &= k \cdot \frac{Q}{r} \end{aligned} \right\} \Rightarrow W = Q' \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = Q \cdot \left(k \cdot \frac{Q}{r_1} - k \cdot \frac{Q}{r_2} \right) = k \cdot Q^2 \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = k \cdot Q^2 \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 \cdot r_2}$$

$$= 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot (2 \cdot 10^{-9} \text{ C})^2 \cdot \frac{4 \text{ m} - 1 \text{ m}}{1 \text{ m} \cdot 4 \text{ m}} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot 4 \cdot 10^{-18} \text{ C}^2 \cdot \frac{3}{4 \text{ m}} = 2.7 \cdot 10^{-8} \text{ J} = 27 \text{ nJ}.$$

Vježba 018

Dva točkasta naboja $Q_1 = Q_2 = Q = 4 \text{ nC}$ nalaze se u zraku na udaljenosti 100 cm. Koliki je rad električnih sila ako se naboji razmaknu na 4 metra? ($k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$)

Rezultat: $1.08 \cdot 10^{-7} \text{ J} = 108 \text{ nJ}$.

Zadatak 019 (Ivan, gimnazija)

Koliki je najveći kapacitet zakretnog kondenzatora sastavljenog od 15 fiksnih i 14 pokretnih ploča ako je površina svake ploče 20 cm^2 , a razmak između čvrstih i pokretnih ploča 1 mm? ($\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{Nm}^2$)

Rješenje 019

$$S = 20 \text{ cm}^2 = 0.002 \text{ m}^2, \quad d = 1 \text{ mm} = 0.001 \text{ m}, \quad \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{Nm}^2, \quad C = ?$$

Budući da kondenzator ima 15 fiksnih i 14 pokretnih ploča, ukupno je 29 ploča. Uočimo da n ploča čine $n - 1$ kondenzatora spojenih u paralelu:

$$\left. \begin{aligned} n &= 29 \\ C &= (n-1) \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \end{aligned} \right\} \Rightarrow C = 28 \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot \frac{0.002 \text{ m}^2}{0.001 \text{ m}} = 4.96 \cdot 10^{-10} \text{ F}.$$

Vježba 019

Koliki je najveći kapacitet zakretnog kondenzatora sastavljenog od 15 fiksnih i 14 pokretnih ploča ako je površina svake ploče 20 cm^2 , a razmak između čvrstih i pokretnih ploča 2 mm ? ($\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{Nm}^2$)

Rezultat: $2.48 \cdot 10^{-10} \text{ F}$.

Zadatak 020 (Mira, gimnazija)

Dva kondenzatora, jedan od $35 \mu\text{F}$ i drugi od $15 \mu\text{F}$, spojeni su u seriju i priključeni na istosmjerni napon od 40 V . Koliki je napon na prvom kondenzatoru?

Rješenje 020

$$C_1 = 35 \mu\text{F} = 3.5 \cdot 10^{-5} \text{ F}, \quad C_2 = 15 \mu\text{F} = 1.5 \cdot 10^{-5} \text{ F}, \quad U = 40 \text{ V}, \quad U_1 = ?$$

Računamo ukupni kapacitet serijskog spoja:

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{3.5 \cdot 10^{-5} \text{ F} \cdot 1.5 \cdot 10^{-5} \text{ F}}{3.5 \cdot 10^{-5} \text{ F} + 1.5 \cdot 10^{-5} \text{ F}} = 1.05 \cdot 10^{-5} \text{ F}.$$

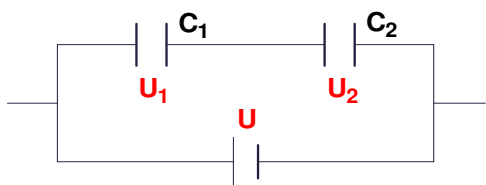
Pohranjena količina naboja iznosi:

$$Q = C \cdot U = 1.05 \cdot 10^{-5} \text{ F} \cdot 40 \text{ V} = 4.2 \cdot 10^{-4} \text{ C}.$$

Napon na prvom kondenzatoru jednak je:

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{4.2 \cdot 10^{-4} \text{ C}}{3.5 \cdot 10^{-5} \text{ F}} = 12 \text{ V}.$$

Uoči da vrijedi:



$$\begin{aligned} U &= \frac{Q}{C} = \frac{Q}{\frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}} = \frac{Q \cdot (C_1 + C_2)}{C_1 \cdot C_2} = Q \cdot \left(\frac{C_1}{C_1 \cdot C_2} + \frac{C_2}{C_1 \cdot C_2} \right) = \\ &= Q \cdot \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = U_1 + U_2. \end{aligned}$$

Vježba 020

Dva kondenzatora, jedan od $35 \mu\text{F}$ i drugi od $15 \mu\text{F}$, spojeni su u seriju i priključeni na istosmjerni napon od 40 V . Koliki je napon na drugom kondenzatoru?

Rezultat: 28 V .