

### Zadatak 541 (Božidar, gimnazija)

Koliko će trajati grijanje i isparavanje 2 L vode temperature 15 °C grijačem snage 1500 W ako se iskoristi 65 % dovedene topline? (specifični toplinski kapacitet vode  $c = 4190 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$ , specifična toplina isparavanja vode  $r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$ )

#### Rješenje 541

$V = 2 \text{ L} \Rightarrow m = 2 \text{ kg}$ ,  $t_1 = 15 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $P = 1500 \text{ W}$ ,  $\eta = 65 \% = 0.65$ ,  
 $c = 4190 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$ ,  $r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$ ,  $t_v = 100 \text{ }^\circ\text{C}$  vrelište vode,  $t = ?$

$$1 \text{ h} = 3600 \text{ s} \quad , \quad 1 \text{ h} = 60 \text{ min} \quad , \quad 1 \text{ min} = 60 \text{ s}.$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9 \% = \frac{9}{100} \quad , \quad 81 \% = \frac{81}{100} \quad , \quad 4.5 \% = \frac{4.5}{100} \quad , \quad 547 \% = \frac{547}{100} \quad , \quad p \% = \frac{p}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen ili snaga je promjena energije u jedinici vremena.

$$P = \frac{\Delta E}{t} \Rightarrow \Delta E = P \cdot t.$$

Tekućina prelazi u paru pri svakoj temperaturi. Temperatura iznad koje pri određenom tlaku tekućina više ne može postojati u tekućem agregatnom stanju naziva se vrelištem. Temperatura vrelišta ostaje nepromijenjena sve dok sva tekućina vrenjem ne prijeđe u paru. Toplino koja je potrebna da tekućina mase m prijeđe u paru iste temperature možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot r,$$

gdje je r specifična toplina isparavanja.

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a  $\Delta t$  promjena temperature.

**Zakon očuvanja energije:**

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Toplinska energija grijača utrošit će se na grijanje vode do temperature vrelišta i na isparavanje

$$\begin{aligned} \eta \cdot P \cdot t &= Q_1 + Q_2 \Rightarrow \eta \cdot P \cdot t = m \cdot c \cdot (t_v - t_1) + m \cdot r \Rightarrow \\ &\Rightarrow \eta \cdot P \cdot t = m \cdot (c \cdot (t_v - t_1) + r) \Rightarrow \eta \cdot P \cdot t = m \cdot (c \cdot (t_v - t_1) + r) \cdot \frac{1}{\eta \cdot P} \Rightarrow \\ &\Rightarrow t = \frac{m \cdot (c \cdot (t_v - t_1) + r)}{\eta \cdot P} = \frac{2 \text{ kg} \cdot \left( 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (100 - 15) \text{ K} + 22.6 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right)}{0.65 \cdot 1500 \text{ W}} = 5366.46 \text{ s} = \\ &= 1 \text{ h } 29 \text{ min}. \end{aligned}$$

### Vježba 541

Koliko će trajati grijanje i isparavanje 2 L vode temperature 15 °C grijačem snage 1500 W ako se iskoristi 65 % dovedene topline? (specifični toplinski kapacitet vode  $c = 4190 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$ , specifična toplina isparavanja vode  $r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$ )

**Rezultat:** 1 h 29 min.

### Zadatak 542 (Danijel, tehnička škola)

U posudi se nalazi 3 L vode temperature 15 °C. Koliko će vode ispariti uz korisni utrošak 1 kWh energije? (specifični toplinski kapacitet vode  $c = 4190 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$ , specifična toplina isparavanja vode  $r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$ )

### Rješenje 542

$$V = 3 \text{ L} \Rightarrow m = 3 \text{ kg}, \quad t = 15 \text{ }^\circ\text{C}, \quad Q = 1 \text{ kWh} = [1000 \cdot 3600] = 3.6 \cdot 10^6 \text{ J}, \\ c = 4190 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \quad r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ J / kg}, \quad t_v = 100 \text{ }^\circ\text{C vrelište vode}, \quad m_1 = ?$$

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 °C, što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T (\text{K}) = \Delta t (\text{ }^\circ\text{C}).$$

Toplina  $Q$  je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je  $m$  masa tijela,  $c$  specifični toplinski kapacitet, a  $\Delta t$  promjena temperature.

Tekućina prelazi u paru pri svakoj temperaturi. Temperatura iznad koje pri određenom tlaku tekućina više ne može postojati u tekućem agregatnom stanju naziva se vrelištem. Temperatura vrelišta ostaje nepromijenjena sve dok sva tekućina vrenjem ne prijeđe u paru. Toplinu koja je potrebna da tekućina mase  $m$  prijeđe u paru iste temperature možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot r,$$

gdje je  $r$  specifična toplina isparavanja.

### Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Količina topline  $Q$  utroši se na zagrijavanje vode mase  $m$  do vrelišta i isparavanje vode mase  $m_1$ .

$$Q = m \cdot c \cdot (t_v - t) + m_1 \cdot r \Rightarrow m \cdot c \cdot (t_v - t) + m_1 \cdot r = Q \Rightarrow m_1 \cdot r = Q - m \cdot c \cdot (t_v - t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot r = Q - m \cdot c \cdot (t_v - t) \quad / \cdot \frac{1}{r} \Rightarrow m_1 = \frac{Q - m \cdot c \cdot (t_v - t)}{r} =$$

$$= \frac{3.6 \cdot 10^6 \text{ J} - 3 \text{ kg} \cdot 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (100 - 15) \text{ K}}{22.6 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} = 1.12 \text{ kg}.$$

### Vježba 542

U posudi se nalazi 30 dl vode temperature 15 °C. Koliko će vode ispariti uz korisni utrošak 1 kWh energije? (specifični toplinski kapacitet vode  $c = 4190 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$ , specifična toplina isparavanja vode  $r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$ )

**Rezultat:** 1.12 kg.

### Zadatak 543 (Nutrix, medicinska škola)

Temperatura toplijega spremnika toplinskoga stroja je 1.5 puta veća od temperature njegova hladnijega spremnika. Kolika je korisnost toplinskog stroja?

#### Rješenje 543

$$T_1 = 1.5 \cdot T_2, \quad \eta = ?$$

Pri toplinskim strojevima dio unutarnje energije plinova i para (radnog tijela) pretvaramo u rad. To je moguće samo kad se radno tijelo nalazi između spremnika više i spremnika niže temperature. Za vrijeme jednoga kružnog procesa radno tijelo primi od toplijeg spremnika toplinu  $Q_1$  i preda hladnijem spremniku toplinu  $Q_2$ . Promjena topline  $Q_1 - Q_2$  pri idealnom stroju prelazi u mehanički rad  $W$ :

$$W = Q_1 - Q_2.$$

Djelotvornost  $\eta$  nekoga toplinskog stroja govori o tome koliki je dio topline dobivene od toplijeg spremnika prešao u mehanički rad  $W$ , tj.

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

gdje su  $T_1$  i  $T_2$  temperature toplijeg odnosno hladnijeg spremnika. Djelotvornost ne ovisi o vrsti radnog tijela, već samo o razlici temperatura toplijeg i hladnijeg spremnika.

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak  $p$  je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 547\% = \frac{547}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{T_1 - T_2}{T_1} \Rightarrow \eta = \frac{T_1}{T_1} - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \eta = \frac{T_1}{T_1} - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{1.5 \cdot T_2} = 1 - \frac{T_2}{1.5 \cdot T_2} \\ &= 1 - \frac{1}{1.5} = 0.3333 = \frac{33.33}{100} = 33.33\%. \end{aligned}$$

### Vježba 543

Temperatura toplijega spremnika toplinskoga stroja je 2 puta veća od temperature njegova hladnijega spremnika. Kolika je korisnost toplinskog stroja?

**Rezultat:** 50%.

### Zadatak 544 (Diva, medicinska škola)

Tlak idealnoga plina poveća se izohorno za 15%. Koliko se poveća temperatura plina?

- A. 10%      B. 15%      C. 30%      D. 85%

#### Rješenje 544

$$p_1, \quad T_1, \quad p_2 = p_1 + \frac{15}{100} \cdot p_1 = 1.15 \cdot p_1, \quad T_2 = ?$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak  $p$  je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 547\% = \frac{547}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Kako zapisati da se  $x$  poveća za  $p\%$ ?

$$x + \frac{p}{100} \cdot x.$$

Mijenja li se temperatura nekoj masi plina stalnog obujma (**izohorna promjena**), mijenjat će se tlak plina prema Charlesovu zakonu:

$$p_t = p_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t), \text{ pri } V = \text{konst.},$$

gdje je  $p_0$  tlak plina pri 0 °C, a  $\alpha$  termički koeficijent promjene tlaka plina koji ima za sve plinove istu vrijednost

$$\alpha = \frac{1}{273.15} \text{ K}^{-1}.$$

U apsolutnoj ljestvici temperature taj zakon za različita stanja možemo pisati

$$V = \text{konst.} \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}, \quad \frac{p}{T} = \text{konst.}$$

$$\begin{aligned} \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} &\Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{1.15 \cdot p_1}{T_2} \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{1.15 \cdot p_1}{T_2} \cdot \frac{T_1 \cdot T_2}{p_1} \Rightarrow T_2 = 1.15 \cdot T_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow T_2 = T_1 + 0.15 \cdot T_1 \Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{15}{100} \cdot T_1. \end{aligned}$$

Odgovor je pod B.

#### Vježba 544

Tlak idealnoga plina poveća se izohorno za 10%. Koliko se poveća temperatura plina?

- A. 10%      B. 15%      C. 30%      D. 85%

**Rezultat:** A.

#### Zadatak 545 (Martina, gimnazija)

U balonu se nalazi 5 kg plina argona temperature 300 K. Kolika je unutarnja energija tog plina? (molna masa argona  $M = 39.9 \text{ g/mol}$ , plinska konstanta  $R = 8.314 \text{ J/(K} \cdot \text{mol)}$ , Boltzmanova konstanta  $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ )

#### Rješenje 545

$$m = 5 \text{ kg}, \quad T = 300 \text{ K}, \quad M = 39.9 \text{ g/mol} = 3.99 \cdot 10^{-2} \text{ kg/mol}, \\ R = 8.314 \text{ J/(K} \cdot \text{mol)}, \quad k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}, \quad U = ?$$

Argon je kemijski inertan, **jednoatomni**, nezapaljivi plin bez boje i mirisa.

Kinetička teorija plina pretpostavlja da su molekule materijalne točke bez međusobno privlačnih ili odbojnih sila. Unutarnja energija idealnog jednoatomnog plina dana je formulama:

- $U = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R \cdot T,$

gdje su  $m$  masa plina,  $M$  molna masa,  $R$  plinska konstanta,  $T$  termodinamička temperatura.

- $U = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A \cdot k_B \cdot T,$

gdje su  $m$  masa plina,  $M$  molna masa,  $N_A$  Avogadrova konstanta,  $k_B$  Boltzmanova konstanta,  $T$  termodinamička temperatura.

1. inačica

$$U = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R \cdot T = \frac{3}{2} \cdot \frac{5 \text{ kg}}{3.99 \cdot 10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \cdot 300 \text{ K} = 4.7 \cdot 10^5 \text{ J.}$$

2. inačica

$$U = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A \cdot k_B \cdot T = \frac{3}{2} \cdot \frac{5 \text{ kg}}{3.99 \cdot 10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 300 \text{ K} =$$

$$= 4.7 \cdot 10^5 \text{ J.}$$

### Vježba 545

U balonu se nalazi 10 kg plina argona temperature 150 K. Kolika je unutarnja energija tog plina? (molna masa argona  $M = 39.9 \text{ g/mol}$ , plinska konstanta  $R = 8.314 \text{ J/(K} \cdot \text{mol)}$ , Boltzmanova konstanta  $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ .)

**Rezultat:**  $4.7 \cdot 10^5 \text{ J}$ .

### Zadatak 546 (Lussy, medicinska škola)

Pri stalnome tlaku od  $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  na plinu se obavi rad od  $1000 \text{ J}$ . Za koliko se smanjio obujam plina?

#### Rješenje 546

$$p = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad W = 1000 \text{ J}, \quad \Delta V = ?$$

$$1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ dm}^3, \quad 1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}.$$

Kad plinu dovodimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak

$$W = p \cdot \Delta V.$$

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow p \cdot \Delta V = W \Rightarrow p \cdot \Delta V = W / p \Rightarrow \Delta V = \frac{W}{p} = \frac{1000 \text{ J}}{2 \cdot 10^5 \text{ Pa}} =$$

$$= 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3 \text{ dm}^3 = 5 \text{ dm}^3 = 5 \text{ L}.$$

### Vježba 546

Pri stalnome tlaku od  $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  na plinu se obavi rad od  $1 \text{ kJ}$ . Za koliko se smanjio obujam plina?

**Rezultat:**  $5 \text{ L}$ .

### Zadatak 547 (Ana, medicinska škola)

Voda se zagrijava u aluminijskome loncu uz stalno miješanje. Početno su voda i lonac na temperaturi od  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Nakon što su zajedno primili  $91.2 \text{ kJ}$  topline, temperatura vode i lonca povećala se na  $60 \text{ }^\circ\text{C}$ . Odredite masu vode ako je masa lonca  $0.2 \text{ kg}$ , specifični toplinski kapacitet vode  $4200 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ , a specifični toplinski kapacitet aluminijskog lonca  $900 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ .

#### Rješenje 547

$$t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}, \quad Q = 91.2 \text{ kJ} = 9.12 \cdot 10^4 \text{ J}, \quad t_2 = 60 \text{ }^\circ\text{C}, \quad m_2 = 0.2 \text{ kg} \text{ masa lonca,}$$

$$c_1 = 4200 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad c_2 = 900 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad m_1 = ? \text{ masa vode}$$

Toplina  $Q$  je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot \Delta t,$$

gdje je  $m$  masa tijela,  $c$  specifični toplinski kapacitet, a  $\Delta t$  promjena temperature.

Primljena količina topline  $Q$  potroši se na zagrijavanje vode,  $Q_1$  i aluminijskog lonca,  $Q_2$ .

$$Q = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_1 + Q_2 = Q \Rightarrow Q_1 = Q - Q_2 \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t_2 - t_1) = Q - m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t_2 - t_1) = Q - m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t_1) \quad / \cdot \frac{1}{c_1 \cdot (t_2 - t_1)} \Rightarrow m_1 = \frac{Q - m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t_1)}{c_1 \cdot (t_2 - t_1)} =$$

$$= \frac{9.12 \cdot 10^4 \text{ J} - 0.2 \text{ kg} \cdot 900 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (60 - 20) \text{ K}}{4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (60 - 20) \text{ K}} = 0.5 \text{ kg}.$$

### Vježba 547

Voda se zagrijava u aluminijskome loncu uz stalno miješanje. Početno su voda i lonac na temperaturi od 30 °C. Nakon što su zajedno primili 91.2 kJ topline, temperatura vode i lonca povećala se na 70 °C. Odredite masu vode ako je masa lonca 0.2 kg, specifični toplinski kapacitet vode 4200 J / (kg · K), a specifični toplinski kapacitet aluminija 900 J / (kg · K).

**Rezultat:** 0.5 kg.

### Zadatak 548 (Izzy, maturantica)

Obujam plina na temperaturi 0 °C iznosi 10 L, a tlak 10<sup>6</sup> Pa. Plin se izobarno zagrije na temperaturu 1000 °C. Koliki rad pritom obavi plin?

### Rješenje 548

$$t_1 = 0 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273.15 + t_1 = (273.15 + 0) \text{ K} = 273.15 \text{ K}, \quad V_1 = 10 \text{ L} = 10 \text{ dm}^3 = 10^{-2} \text{ m}^3, \quad p = 10^6 \text{ Pa}, \quad t_2 = 1000 \text{ °C} \Rightarrow T_2 = 273.15 + t_2 = (273.15 + 1000) \text{ K} = 1273.15 \text{ K},$$

$$W = ?$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}.$$

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena) obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay – Lussacovu zakonu:

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t),$$

gdje je V<sub>0</sub> obujam pri 0 °C, a α termički koeficijent promjene obujma plina. Ako uvedemo termodinamičku temperaturu dobivamo taj zakon izražen u obliku

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2},$$

što znači da za različita stanja iste mase nekog plina, uz stalan tlak, omjer  $\frac{V}{T}$  ostaje uvijek isti.

Kad plinu dovodimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot (V_2 - V_1).$$

Najprije odredimo obujam plina na novoj temperaturi.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \quad / \cdot T_2 \Rightarrow V_2 = \frac{T_2}{T_1} \cdot V_1.$$

Rad plina iznosi:

$$W = p \cdot (V_2 - V_1) \Rightarrow W = p \cdot \left( \frac{T_2}{T_1} \cdot V_1 - V_1 \right) \Rightarrow W = p \cdot \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \cdot V_1 =$$

$$= 10^6 \text{ Pa} \cdot \left( \frac{1273.15 \text{ K}}{273.15 \text{ K}} - 1 \right) \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 = 3.66 \cdot 10^4 \text{ J}.$$

### Vježba 548

Obujam plina na temperaturi  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  iznosi  $100\text{ dL}$ , a tlak  $1000\text{ kPa}$ . Plin se izobarno zagrije na temperaturu  $1000\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Koliki rad pritom obavi plin?

**Rezultat:**  $3.66 \cdot 10^4\text{ J}$ .

### Zadatak 549 (Marko, maturant)

Bakreno tijelo mase  $m$  i olovno tijelo mase  $3 \cdot m$  zagrijani su za istu promjenu temperature. Pritom je bakrenomu tijelu predana toplina  $Q$ . Specifični toplinski kapaciteti bakra i olova odnose se kao  $3 : 1$ . Koliku su ukupnu toplinu primila oba tijela prilikom zagrijavanja?

- A.  $2 \cdot Q$       B.  $3 \cdot Q$       C.  $4 \cdot Q$       D.  $5 \cdot Q$

### Rješenje 549

$$m_1 = m, \quad m_2 = 3 \cdot m, \quad \Delta t, \quad Q_1 = Q, \quad c_1 : c_2 = 3 : 1 \Rightarrow c_1 = 3 \cdot c_2, \quad Q_1 + Q_2 = ?$$

Toplina  $Q$  je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je  $m$  masa tijela,  $c$  specifični toplinski kapacitet, a  $\Delta t$  promjena temperature.

Ako su  $a$  i  $b$  brojevi, kažemo da je količnik  $a : b$ ,  $b \neq 0$  omjer brojeva  $a$  i  $b$ .

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \quad \text{i} \quad c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera  $a$  i  $d$  jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera  $b$  i  $c$ .

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

$$\left. \begin{array}{l} Q_1 = m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta t \\ Q_2 = m_2 \cdot c_2 \cdot \Delta t \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{m_2 \cdot c_2 \cdot \Delta t}{m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta t} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{3 \cdot m \cdot c_2 \cdot \Delta t}{m \cdot 3 \cdot c_2 \cdot \Delta t} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{3 \cdot m \cdot c_2 \cdot \Delta t}{m \cdot 3 \cdot c_2 \cdot \Delta t} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = 1 \Rightarrow Q_2 = Q.$$

Ukupna toplina koju su oba tijela primila iznosi:

$$Q_1 + Q_2 = Q + Q \Rightarrow Q_1 + Q_2 = 2 \cdot Q.$$

Odgovor je pod A.

### Vježba 549

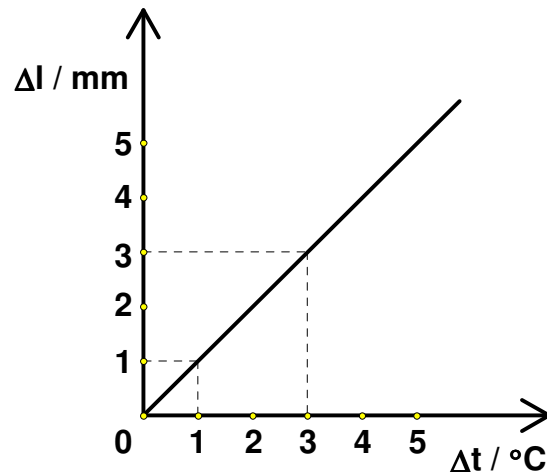
Bakreno tijelo mase  $2 \cdot m$  i olovno tijelo mase  $6 \cdot m$  zagrijani su za istu promjenu temperature. Pritom je bakrenomu tijelu predana toplina  $Q$ . Specifični toplinski kapaciteti bakra i olova odnose se kao  $3 : 1$ . Koliku su ukupnu toplinu primila oba tijela prilikom zagrijavanja?

- A.  $2 \cdot Q$       B.  $3 \cdot Q$       C.  $4 \cdot Q$       D.  $5 \cdot Q$

**Rezultat:** A.

### Zadatak 550 (Viki, gimnazija)

Na slici grafički je prikaz ovisnosti produljenja žice o temperaturi. Odredi koeficijent linearnog rastezanja ako je početna duljina žice  $100\text{ m}$ .



### Rješenje 550

$$l_0 = 100 \text{ m}, \quad \beta = ?$$

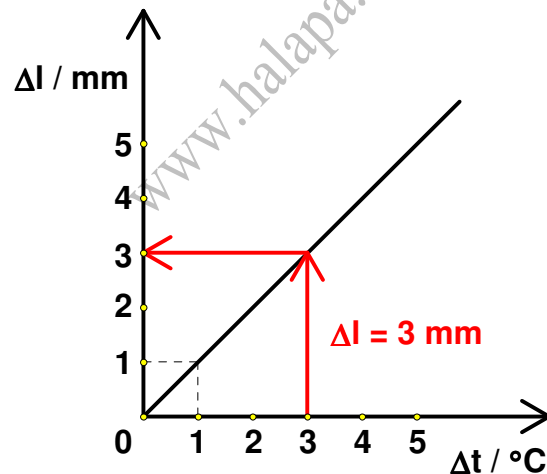
Kad štapu nekog čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri  $0^\circ\text{C}$  ima duljinu  $l_0$ , povisimo temperaturu za  $t$  (od  $0^\circ\text{C}$  do  $t$ ), on će se produžiti za:

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je  $\beta$  koeficijent linearnog rastezanja.

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od  $1^\circ\text{C}$ , što izražavamo jednažbom:

$$\Delta T \text{ (K)} = \Delta t \text{ (}^\circ\text{C)}.$$



Sa grafa očitamo.

$$\left. \begin{array}{l} \Delta l = 3 \text{ mm} = 0.003 \text{ m} \\ \Delta t = 3^\circ\text{C} \end{array} \right\}$$

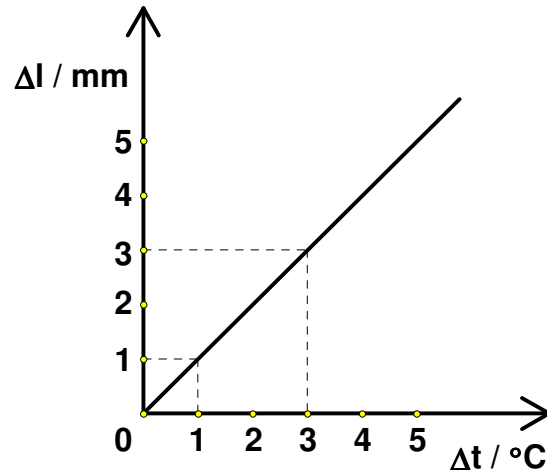
Sada je:

$$\begin{aligned} \Delta l &= \beta \cdot l_0 \cdot \Delta t \Rightarrow \beta \cdot l_0 \cdot \Delta t = \Delta l \Rightarrow \beta \cdot l_0 \cdot \Delta t = \Delta l / \frac{1}{l_0 \cdot \Delta t} \Rightarrow \beta = \frac{\Delta l}{l_0 \cdot \Delta t} = \\ &= \frac{0.003 \text{ m}}{100 \text{ m} \cdot 3^\circ\text{C}} = 10^{-5} \text{ K}^{-1} = 0.00001 \text{ K}^{-1}. \end{aligned}$$

### Vježba 550

Na slici grafički je prikaz ovisnosti produženja žice o temperaturi. Odredi koeficijent linearnog rastezanja ako je početna duljina žice 10 m.

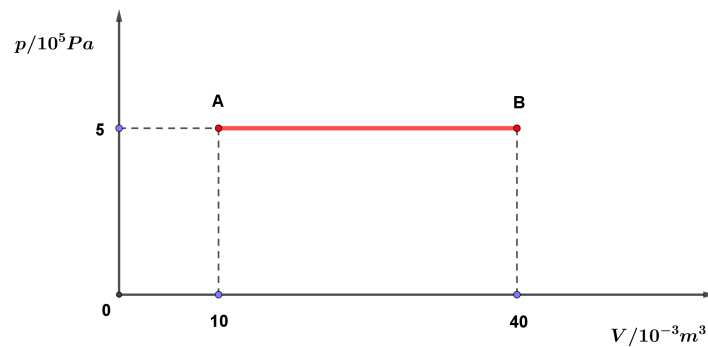




**Rezultat:** 0.0001 K<sup>-1</sup>.

**Zadatak 551 (Maturant, gimnazija)**

Crtež prikazuje promjenu od stanja A do stanja B idealnoga jednoatomnoga plina. Izračunajte promjenu unutarnje energije plina u tome procesu.



**Rješenje 551**

$\Delta U = ?$

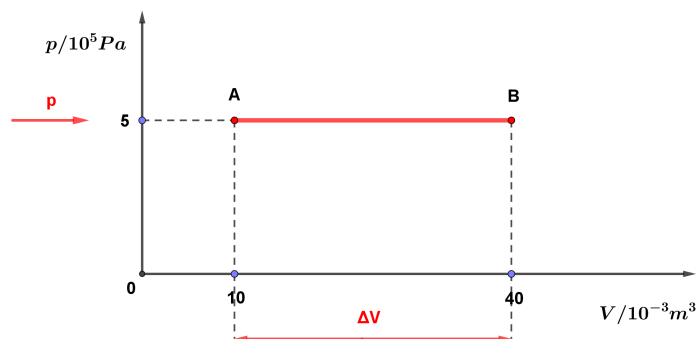
Stanje plina određeno je tlakom  $p$ , volumenom  $V$  i temperaturom  $T$ . Ove su veličine povezane relacijama:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad , \quad p \cdot V = N \cdot k \cdot T,$$

gdje je  $n$  množina idealnog plina,  $R$  plinska konstanta,  $N$  broj molekula plina u volumenu  $V$ ,  $k$  Boltzmannova konstanta.

Za jednoatomne plinove možemo za unutarnju energiju napisati jednadžbe:

$$U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T \quad , \quad U = \frac{3}{2} \cdot N \cdot k \cdot T.$$



Sa crteža očitamo tlak i promjenu volumena.

$$p = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \quad , \quad \Delta V = (40 - 10) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 30 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3.$$

1. inačica

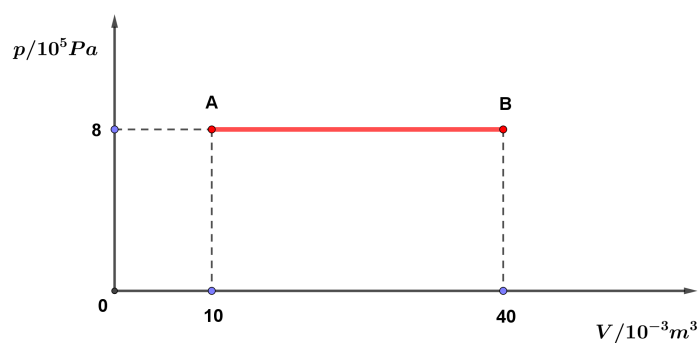
$$\left. \begin{array}{l} p \cdot V = n \cdot R \cdot T \\ U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \Delta V = \frac{3}{2} \cdot 5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 = 22500 \text{ J}.$$

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} p \cdot V = N \cdot k \cdot T \\ U = \frac{3}{2} \cdot N \cdot k \cdot T \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \Delta V = \frac{3}{2} \cdot 5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 = 22500 \text{ J}.$$

### Vježba 551

Crtež prikazuje promjenu od stanja A do stanja B idealnoga jednoatomnoga plina. Izračunajte promjenu unutarnje energije plina u tome procesu.



**Rezultat:** 24000 J.

### Zadatak 552 (Ana, medicinska škola)

U kalorimetru je 2 dL vode temperature 100 °C. Nakon koliko će vremena sva voda iz kalorimetra ispariti ako je u kalorimetar uronjen grijač snage 1000 W? Specifična toplina isparavanja vode iznosi  $2.2 \cdot 10^6 \text{ J / kg}$ , a gustoća vode  $1000 \text{ kg / m}^3$ . Zanimajte gubite energije u okolinu.

### Rješenje 552

$$V = 2 \text{ dL} = 0.2 \text{ L} = 0.2 \text{ dm}^3 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3, \quad t_v = 100 \text{ °C}, \quad P = 1000 \text{ W},$$

$$r = 2.2 \cdot 10^6 \text{ J / kg}, \quad \rho = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad t = ?$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Tekućina prelazi u paru pri svakoj temperaturi. Temperatura iznad koje pri određenom tlaku tekućina više ne može postojati u tekućem agregatnom stanju naziva se vrelištem. Temperatura vrelišta ostaje nepromijenjena sve dok sva tekućina vrenjem ne prijeđe u paru. Toplino koja je potrebna da tekućina mase  $m$  prijeđe u paru iste temperature možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot r,$$

gdje je  $r$  specifična toplina isparavanja.

Snaga je brzina vršenja rada ili prijenosa energije. Ne misli se na brzinu gibanja u prostoru, nego na brzinu promjene funkcije koja ovisi o vremenu (vršenje rada ili prijenos energije).

$$P = \frac{E}{t} \quad , \quad P = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = P \cdot t.$$

$$\left. \begin{aligned} Q &= P \cdot t \\ Q &= m \cdot r \end{aligned} \right\} \Rightarrow P \cdot t = m \cdot r \Rightarrow P \cdot t = m \cdot r \cdot \frac{1}{\rho} \Rightarrow t = \frac{m \cdot r}{P} \Rightarrow t = \frac{\rho \cdot V \cdot r}{P} =$$

$$= \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot 2.2 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}}}{1000 \text{ W}} = 440 \text{ s.}$$

### Vježba 552

U kalorimetru je 4 dL vode temperature 100 °C. Nakon koliko će vremena sva voda iz kalorimetra ispariti ako je u kalorimetar uronjen grijač snage 2000 W? Specifična toplina isparavanja vode iznosi  $2.2 \cdot 10^6 \text{ J / kg}$ , a gustoća vode  $1000 \text{ kg / m}^3$ . Zanimajte gubite energije u okolinu.

**Rezultat:** 440 s.

### Zadatak 553 (Maturant, obrtnička škola)

Voda početne temperature 26 °C i mase 1 kg zagrijana je dovođenjem 62850 J topline. Kolika je konačna temperatura vode nakon zagrijavanja? Specifični toplinski kapacitet vode iznosi  $4190 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$ . Zanimajte gubitke energije u okolinu.

### Rješenje 553

$$t_1 = 26 \text{ }^\circ\text{C}, \quad m = 1 \text{ kg}, \quad Q = 62850 \text{ J}, \quad c = 4190 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \quad t_2 = ?$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a  $\Delta t$  promjena temperature.

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 °C, što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T (\text{K}) = \Delta t (\text{ }^\circ\text{C}).$$

$$Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \Rightarrow m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) = Q \Rightarrow m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) = Q \cdot \frac{1}{m \cdot c} \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{Q}{m \cdot c} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{Q}{m \cdot c} + t_1 = \frac{62850 \text{ J}}{1 \text{ kg} \cdot 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} + 26 \text{ }^\circ\text{C} = 41 \text{ }^\circ\text{C}.$$

### Vježba 553

Voda početne temperature 30 °C i mase 1 kg zagrijana je dovođenjem 62850 J topline. Kolika je konačna temperatura vode nakon zagrijavanja? Specifični toplinski kapacitet vode iznosi  $4190 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$ . Zanimajte gubitke energije u okolinu.

**Rezultat:** 45 °C.

### Zadatak 554 (Sanja, maturantica)

Idealni plin obavi rad W tijekom izobarnoga procesa u kojemu mu se volumen poveća s V na  $3 \cdot V$ . Koliki dodatni rad obavi idealni plin za daljnje izobarno povećanje volumena s  $3 \cdot V$  na  $6 \cdot V$ ?

$$\text{A. } W \quad \text{B. } 1.5 \cdot W \quad \text{C. } 2 \cdot W \quad \text{D. } 3 \cdot W$$

### Rješenje 554

$$V_1 = V, \quad V_2 = 3 \cdot V, \quad V_3 = 6 \cdot V, \quad W_1 = ?$$

Kad plinu dovedimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot (V_2 - V_1).$$

$$\left. \begin{aligned} W &= p \cdot (V_2 - V_1) \\ W_1 &= p \cdot (V_3 - V_2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{W_1}{W} = \frac{p \cdot (V_3 - V_2)}{p \cdot (V_2 - V_1)} \Rightarrow \frac{W_1}{W} = \frac{p \cdot (V_3 - V_2)}{p \cdot (V_2 - V_1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{W_1}{W} = \frac{V_3 - V_2}{V_2 - V_1} \Rightarrow \frac{W_1}{W} = \frac{6 \cdot V - 3 \cdot V}{3 \cdot V - V} \Rightarrow \frac{W_1}{W} = \frac{3 \cdot V}{2 \cdot V} \Rightarrow \frac{W_1}{W} = \frac{3 \cdot V}{2 \cdot V} \Rightarrow \frac{W_1}{W} = \frac{3}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{W_1}{W} = \frac{3}{2} \cdot W \Rightarrow W_1 = \frac{3}{2} \cdot W \Rightarrow W_1 = 1.5 \cdot W.$$

Odgovor je pod B.

### Vježba 554

Idealni plin obavi rad  $W$  tijekom izobarnoga procesa u kojemu mu se volumen poveća s  $V$  na  $3 \cdot V$ . Koliki dodatni rad obavi idealni plin za daljnje izobarno povećanje volumena s  $3 \cdot V$  na  $7 \cdot V$ ?

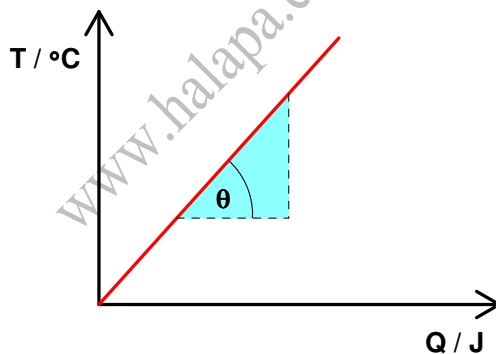
- A.  $W$       B.  $1.5 \cdot W$       C.  $2 \cdot W$       D.  $3 \cdot W$

**Rezultat:** C.

### Zadatak 555 (Vjeko, gimnazija)

Metalno tijelo mase  $m$  zagrijavamo. Porast temperature  $T$  tijela u ovisnosti o dovedenoj toplinskoj energiji  $Q$  prikazan je grafom. Nagib pravca jednak je  $\text{tg } \theta$ . Specifični toplinski kapacitet tijela iznosi:

- A.  $\frac{1}{m \cdot \text{tg } \theta}$       B.  $\frac{1}{m}$       C.  $m \cdot \text{tg } \theta$       D.  $\text{tg } \theta$



### Rješenje 555

$$m, \quad T, \quad Q, \quad \theta, \quad c = ?$$

Toplina  $Q$  je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

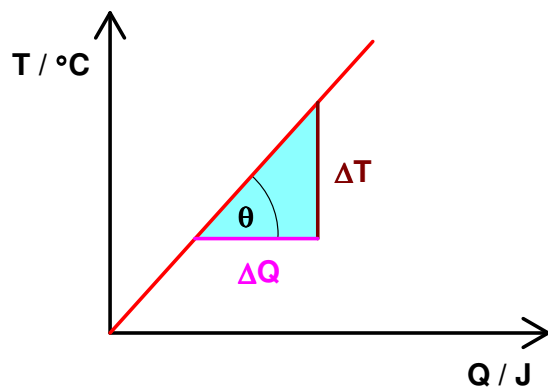
$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t,$$

gdje je  $m$  masa tijela,  $c$  specifični toplinski kapacitet, a  $\Delta t$  promjena temperature.

**Trokut** je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od  $90^\circ$ ). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

**Tangens** šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine katete uz taj kut.



$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{tg} \theta = \frac{\Delta T}{\Delta Q} \\ \Delta Q = m \cdot c \cdot \Delta T \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{\Delta T}{\Delta Q} = \operatorname{tg} \theta \\ m \cdot c \cdot \Delta T = \Delta Q \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{\Delta T}{\Delta Q} = \operatorname{tg} \theta \cdot \Delta Q \\ m \cdot c \cdot \Delta T = \Delta Q \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \Delta T = \Delta Q \cdot \operatorname{tg} \theta \\ m \cdot c \cdot \Delta T = \Delta Q \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta Q \cdot \operatorname{tg} \theta = \Delta Q \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta Q \cdot \operatorname{tg} \theta = \Delta Q \cdot \frac{1}{m \cdot \Delta Q \cdot \operatorname{tg} \theta} \Rightarrow c = \frac{1}{m \cdot \operatorname{tg} \theta}.$$

Odgovor je pod A.

### Vježba 555

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 556 (Mac, maturant)

Dva idealna plina istih množina tvari sastavljena od čestica molarnih masa  $M_1$  i  $M_2 = 2 \cdot M_1$  imaju jednaku temperaturu, a za tlakove vrijedi  $p_2 = 3 \cdot p_1$ . Kolika je gustoća drugog plina ako je gustoća prvoga plina  $1 \text{ g/cm}^3$ ?

### Rješenje 556

$$M_1, \quad M_2 = 2 \cdot M_1, \quad T_1 = T_2 = T, \quad p_1, \quad p_2 = 3 \cdot p_1, \quad \rho_1 = 1 \text{ g/cm}^3, \quad \rho_2 = ?$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Jednadžba stanja plina, ako je zadana masa plina  $m$  i molna masa  $M$ , glasi:

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T,$$

gdje je  $p$  tlak,  $V$  obujam plina,  $R$  plinska konstanta,  $T$  termodinamička temperatura plina.

Preoblikujemo jednadžbu stanja plina.

$$\left. \begin{array}{l} m = \rho \cdot V \\ p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \end{array} \right\} \Rightarrow p \cdot V = \frac{\rho \cdot V}{M} \cdot R \cdot T \Rightarrow p \cdot V = \frac{\rho \cdot V}{M} \cdot R \cdot T \cdot \frac{1}{V} \Rightarrow p = \frac{\rho}{M} \cdot R \cdot T.$$

Sada slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} p_1 = \frac{\rho_1}{M_1} \cdot R \cdot T_1 \\ p_2 = \frac{\rho_2}{M_2} \cdot R \cdot T_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p_1 = \frac{\rho_1}{M_1} \cdot R \cdot T \\ 3 \cdot p_1 = \frac{\rho_2}{2 \cdot M_1} \cdot R \cdot T \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3 \cdot p_1}{p_1} = \frac{\frac{\rho_2}{2 \cdot M_1} \cdot R \cdot T}{\frac{\rho_1}{M_1} \cdot R \cdot T} \Rightarrow \frac{3 \cdot p_1}{p_1} = \frac{\rho_2}{2 \cdot M_1} \cdot \frac{R \cdot T}{\rho_1 \cdot R \cdot T} \Rightarrow 3 = \frac{\rho_2}{2 \cdot \rho_1} \Rightarrow \frac{\rho_2}{2 \cdot \rho_1} = 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_2}{2 \cdot \rho_1} = 3 \quad / \cdot 2 \cdot \rho_1 \Rightarrow \rho_2 = 6 \cdot \rho_1 = 6 \cdot 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

### Vježba 556

Dva idealna plina istih množina tvari sastavljena od čestica molarnih masa  $M_1$  i  $M_2 = 2 \cdot M_1$  imaju jednaku temperaturu, a za tlakove vrijedi  $p_2 = 3 \cdot p_1$ . Kolika je gustoća drugog plina ako je gustoća prvoga plina  $5 \text{ g / cm}^3$ ?

**Rezultat:**  $30 \text{ g / cm}^3$ .

### Zadatak 557 (Ajax, tehnička škola)

Litra dušika i litra kisika pomiješaju se pri atmosferskom tlaku i zatim stlače na obujam pola litre. Temperatura je stalna. Koliki je tlak smjese?

#### Rješenje 557

$$V_1 = 1 \text{ L} + 1 \text{ L} = 2 \text{ L} = 2 \text{ dm}^3 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad p_1 = 101325 \text{ Pa} \text{ atmosferski tlak,}$$

$$V_2 = 0.5 \text{ L} = 0.5 \text{ dm}^3 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3, \quad T = \text{konst.}, \quad p_2 = ?$$

Ako pri promjeni stanja dane mase plina, temperatura ostaje stalna (izotermno stanje), promjene obujma i tlaka plina možemo opisati Boyle – Mariotteovim zakonom:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2.$$

Iz formule vidi se da su tlak i volumen obrnuto razmjerno veličine (koliko se puta tlak poveća, toliko se puta volumen smanji; koliko se puta tlak smanji, toliko se puta volumen poveća).

Budući da je temperatura stalna (izotermno stanje), vrijedi Boyle – Mariotteov zakon pomoću kojeg izrazimo tlak  $p_2$ .

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \Rightarrow p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \Rightarrow p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \cdot \frac{1}{V_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{V_2} =$$

$$= \frac{101325 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3} = 405300 \text{ Pa} \approx 4.05 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

### Vježba 557

Litra dušika i litra kisika pomiješaju se pri atmosferskom tlaku i zatim stlače na obujam jedne litre. Temperatura je stalna. Koliki je tlak smjese?

**Rezultat:**  $2.03 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

### Zadatak 558 (Mig23, tehnička škola)

Posudu koja sadrži 5 litara zraka pri normalnom tlaku spojimo s praznom posudom volumena 4.5 litre. Koliki je konačan tlak zraka, ako je proces izoterman?

$$A. 7.2 \cdot 10^4 \text{ Pa} \quad B. 6.6 \cdot 10^4 \text{ Pa} \quad C. 5.3 \cdot 10^4 \text{ Pa} \quad D. 3.8 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

#### Rješenje 558

$$V_1 = 5 \text{ L} = 5 \text{ dm}^3 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad p_0 = 101325 \text{ Pa} \text{ atmosferski tlak,} \quad V = 4.5 \text{ L} = 4.5 \text{ dm}^3 =$$

$$= 4.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3, \quad p_2 = ?$$

Ako pri promjeni stanja dane mase plina, temperatura ostaje stalna (izotermno stanje), promjene obujma i tlaka plina možemo opisati Boyle – Mariotteovim zakonom:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2.$$

Iz formule vidi se da su tlak i volumen obrnuto razmjerno veličine (koliko se puta tlak poveća, toliko se puta volumen smanji; koliko se puta tlak smanji, toliko se puta volumen poveća).  
 Budući da je temperatura stalna (izotermno stanje), vrijedi Boyle – Mariotteov zakon pomoću kojeg izrazimo tlak  $p_2$ .

$$\left. \begin{array}{l} V_2 = V_1 + V \\ p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \end{array} \right\} \Rightarrow p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot (V_1 + V) \Rightarrow p_2 \cdot (V_1 + V) = p_1 \cdot V_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_2 \cdot (V_1 + V) = p_1 \cdot V_1 \cdot \frac{1}{V_1 + V} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{V_1 + V} = \frac{101325 \text{ Pa} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 + 4.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3} =$$

$$= 53328.95 \text{ Pa} \approx 5.3 \cdot 10^4 \text{ Pa}.$$

Odgovor je pod C.

### Vježba 558

Posudu koja sadrži 10 litara zraka pri normalnom tlaku spojimo s praznom posudom volumena 9 litara. Koliki je konačan tlak zraka, ako je proces izoterman?

A.  $7.2 \cdot 10^4 \text{ Pa}$       B.  $6.6 \cdot 10^4 \text{ Pa}$       C.  $5.3 \cdot 10^4 \text{ Pa}$       D.  $3.8 \cdot 10^4 \text{ Pa}$

**Rezultat:** C.

### Zadatak 559 (Lacy, gimnazija)

Gustoća je kisika pri  $0^\circ\text{C}$  i normiranom tlaku  $1.43 \text{ g/L}$ . Nađi gustoću kisika pri  $17^\circ\text{C}$  i tlaku  $9.3 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ .

### Rješenje 559

$$t_1 = 0^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 273.15 + t_1 = (273.15 + 0) \text{ K} = 273.15 \text{ K}, \quad p_0 = p_1 = 101325 \text{ Pa},$$

$$\rho_0 = \rho_1 = 1.43 \text{ g/L}, \quad t = t_2 = 17^\circ\text{C} \Rightarrow T_2 = 273.15 + t_2 = (273.15 + 17) \text{ K} = 290.15 \text{ K},$$

$$p = p_2 = 9.3 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad \rho = \rho_2 = ?$$

Općenitu ovisnost između tri parametra idealnog plina – obujma, tlaka i temperature – možemo izraziti zakonom koji sadrži sva tri plinska zakona:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

što vrijedi za određenu masu plina.

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od  $1^\circ\text{C}$ , što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T (\text{K}) = \Delta t (^\circ\text{C}).$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Za određenu masu plina njegova gustoća  $\rho$  mijenja se promjenom temperature i tlaka prema zakonu

$$\rho = \frac{p \cdot \rho_0}{p_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t)},$$

gdje je  $p$  tlak plina,  $\rho_0$  gustoća plina pri  $0^\circ\text{C}$ ,  $p_0$  normirani tlak,  $\alpha$  termički koeficijent promjene obujma plina,  $t$  temperatura u  $^\circ\text{C}$ .

$$\alpha = \frac{1}{273.15} \text{ K}^{-1}.$$

1.inačica

$$\rho = \frac{p \cdot \rho_0}{p_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t)} = \frac{9.3 \cdot 10^4 \text{ Pa} \cdot 1.43 \frac{\text{g}}{\text{L}}}{101325 \text{ Pa} \cdot \left(1 + \frac{1}{273.15 \text{ K}} \cdot 17 \text{ K}\right)} = 1.24 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

2. inačica

$$\begin{aligned} \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} &= \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \cdot T_1 \cdot T_2 \Rightarrow p_1 \cdot V_1 \cdot T_2 = p_2 \cdot V_2 \cdot T_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow p_1 \cdot \frac{m}{\rho_1} \cdot T_2 &= p_2 \cdot \frac{m}{\rho_2} \cdot T_1 \Rightarrow p_1 \cdot \frac{m}{\rho_1} \cdot T_2 = p_2 \cdot \frac{m}{\rho_2} \cdot T_1 \cdot \frac{\rho_2 \cdot \rho_1}{\rho_1 \cdot m \cdot T_2} \Rightarrow \rho_2 = \frac{p_2 \cdot T_1 \cdot \rho_1}{p_1 \cdot T_2} \\ &= \frac{9.3 \cdot 10^4 \text{ Pa} \cdot 273.15 \text{ K} \cdot 1.43 \frac{\text{g}}{\text{L}}}{101325 \text{ Pa} \cdot 290.15 \text{ K}} = 1.24 \frac{\text{g}}{\text{L}} \end{aligned}$$

### Vježba 559

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 560 (Martina, gimnazija)

Staklena čaša volumena  $2000 \text{ cm}^3$  napunjena je do vrha alkoholom na temperaturi  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ . Koji volumen alkohola će isteći iz čaše ako nju i alkohol zagrijemo na  $50 \text{ }^\circ\text{C}$ ? (Koeffcijent volumnog rastezanja stakla je  $2.4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ , a alkohola  $1.135 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ .)

A.  $111 \text{ cm}^3$       B.  $1000 \text{ cm}^3$       C.  $222 \text{ cm}^3$       D.  $153 \text{ cm}^3$

### Rješenje 560

$$V_0 = 2000 \text{ cm}^3, \quad t = 50 \text{ }^\circ\text{C}, \quad \beta_1 = 2.4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \quad \beta_2 = 1.135 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \quad \Delta V = ?$$

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od  $1 \text{ }^\circ\text{C}$ , što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T (\text{K}) = \Delta t (^\circ\text{C})$$

Kad čvrstom tijelu povisimo temperaturu, njegove se dimenzije povećaju. Ako su sve dimenzije čvrstog tijela podjednako izražene, riječ je o obujamnom rastezanju. Neka tijelo pri  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  ima obujam  $V_0$ . Povisimo li tijelu temperaturu za  $t$  (od  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  do  $t$ ), njegov će se obujam povećati za

$$\Delta V = \beta \cdot t \cdot V_0,$$

gdje je  $\beta$  koeficijent obujamnog rastezanja. Pri temperaturi  $t$  tijelo će imati obujam

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \beta \cdot t).$$

Taj izraz vrijedi i za obujamno rastezanje tekućina, kao i za šuplja čvrsta tijela.

Obujam (volumen) staklene čaše na temperaturi  $t$  bit će

$$V_1 = V_0 \cdot (1 + \beta_1 \cdot t).$$

Obujam alkohola na temperaturi  $t$  je

$$V_2 = V_0 \cdot (1 + \beta_2 \cdot t).$$

Obujam alkohola koji se prelije iz čaše jednak je razlici obujma alkohola  $V_2$  i obujma staklene čaše  $V_1$ .

$$\begin{aligned} \Delta V &= V_2 - V_1 \Rightarrow \Delta V = V_0 \cdot (1 + \beta_2 \cdot t) - V_0 \cdot (1 + \beta_1 \cdot t) \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta V &= V_0 + V_0 \cdot \beta_2 \cdot t - V_0 - V_0 \cdot \beta_1 \cdot t \Rightarrow \Delta V = V_0 + V_0 \cdot \beta_2 \cdot t - V_0 - V_0 \cdot \beta_1 \cdot t \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta V &= V_0 \cdot \beta_2 \cdot t - V_0 \cdot \beta_1 \cdot t \Rightarrow \Delta V = V_0 \cdot t \cdot (\beta_2 - \beta_1) = \end{aligned}$$



$$= 2000 \text{ cm}^3 \cdot 50 \text{ }^\circ\text{C} \cdot (1.135 \cdot 10^{-3} - 2.4 \cdot 10^{-5}) \frac{1}{^\circ\text{C}} = 111.1 \text{ cm}^3 \approx 111 \text{ cm}^3.$$

Odgovor je pod A.

### Vježba 560

Staklena čaša volumena  $4000 \text{ cm}^3$  napunjena je do vrha alkoholom na temperaturi  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ . Koji volumen alkohola će isteći iz čaše ako nju i alkohol zagrijemo na  $50 \text{ }^\circ\text{C}$ ? (Koefficient volumnog rastezanja stakla je  $2.4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ , a alkohola  $1.135 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ .)

- A.  $111 \text{ cm}^3$       B.  $1000 \text{ cm}^3$       C.  $222 \text{ cm}^3$       D.  $153 \text{ cm}^3$ .

**Rezultat:** C.

www.halapa.com