

Zadatak 501 (Tomislav, gimnazija)

Čelični most napravljen je od dijelova (između dva stupa) duljine 75 m. Dijelovi su postavljeni na temperaturi 10 °C. Koliki je razmak potrebno ostaviti između dijelova mosta da se oni dodiruju na ljetnoj temperaturi 40 °C? (koeficijent linearnog rastezanja čelika $\beta = 1.1 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$)

Rješenje 501

$$l_1 = 75 \text{ m}, \quad t_1 = 10 \text{ }^\circ\text{C}, \quad t_2 = 40 \text{ }^\circ\text{C}, \quad \beta = 1.1 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}, \quad \Delta l = ?$$

Kad štapu nekog čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri 0 °C ima duljinu l_0 , povišimo temperaturu za t (od 0 °C do t), on će se produljiti za:

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja koji se definira izrazom:

$$\beta = \frac{l_t - l_0}{l_0 \cdot t}.$$

Iz izraza za β slijedi da će nakon zagrijavanja duljina štapa biti jednaka:

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t).$$

Taj izraz vrijedi i za kubično rastezanje tekućine, kao i za šuplja čvrsta tijela.

Razmak koji je potrebno ostaviti između dijelova mosta da se oni dodiruju na najvećoj ljetnoj temperaturi mora biti jednak ili veći od produljenja jednog dijela mosta pri povećanju temperature od t_1 na t_2 .

$$\begin{aligned} \Delta l &= l_2 - l_1 \Rightarrow \Delta l = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_2) - l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_1) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta l = l_0 + l_0 \cdot \beta \cdot t_2 - l_0 - l_0 \cdot \beta \cdot t_1 \Rightarrow \Delta l = l_0 \cdot \beta \cdot t_2 - l_0 \cdot \beta \cdot t_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta l = l_0 \cdot \beta \cdot t_2 - l_0 \cdot \beta \cdot t_1 \Rightarrow \Delta l = l_0 \cdot \beta \cdot (t_2 - t_1). \end{aligned}$$

Iz sustava dobije se Δl .

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} \Delta l &= l_0 \cdot \beta \cdot (t_2 - t_1) \\ l_1 &= l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{\Delta l}{l_1} = \frac{l_0 \cdot \beta \cdot (t_2 - t_1)}{l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_1)} \Rightarrow \frac{\Delta l}{l_1} = \frac{l_0 \cdot \beta \cdot (t_2 - t_1)}{l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_1)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{\Delta l}{l_1} = \frac{\beta \cdot (t_2 - t_1)}{1 + \beta \cdot t_1} \Rightarrow \frac{\Delta l}{l_1} = \frac{\beta \cdot (t_2 - t_1)}{1 + \beta \cdot t_1} \cdot l_1 \Rightarrow \Delta l = \frac{l_1 \cdot \beta \cdot (t_2 - t_1)}{1 + \beta \cdot t_1} = \\ &= \frac{75 \text{ m} \cdot 1.1 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot (40 - 10) \text{ }^\circ\text{C}}{1 + 1.1 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 10 \text{ }^\circ\text{C}} = 0.0247 \text{ m} = 24.7 \text{ mm}. \end{aligned}$$



Vježba 501

Čelični most napravljen je od dijelova (između dva stupa) duljine 750 dm. Dijelovi su postavljeni na temperaturi 10 °C. Koliki je razmak potrebno ostaviti između dijelova mosta da se oni dodiruju na ljetnoj temperaturi 40 °C? (koeficijent linearnog rastezanja čelika $\beta = 1.1 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$)

Rezultat: 2.47 dm.