

### Zadatak 441 (Nikola, Ivana, srednja škola)

Kolika je duljina bakrene žice, polumjera 2 cm, ako je njezina masa 890 g? Gustoća bakra je  $8900 \text{ kg} / \text{m}^3$ .

#### Rješenje 441

$$r = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}, \quad m = 890 \text{ g} = 0.89 \text{ kg}, \quad \rho = 8900 \text{ kg} / \text{m}^3, \quad l = ?$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz kvocijenta mase  $m$  tijela i njegova obujma  $V$ :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

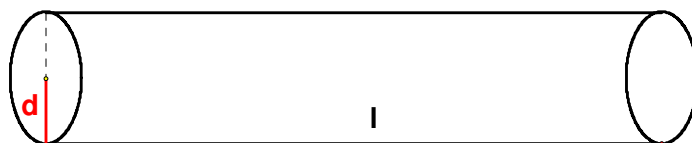
Kocka (heksaedar) pravilan je poliedar. Omeđena je sa šest sukladnih strana koje su kvadrati. Obujam kocke brida  $a$  iznosi

$$V = a^3$$

#### Obujam valjka

Uspravni i kosi valjak polumjera osnovke (baze)  $r$  i visine  $v$  imaju jednake obujmove. Taj obujam iznosi:

$$V = S \cdot v \Rightarrow V = r^2 \cdot \pi \cdot v$$



Računamo duljinu  $l$  žice. Žica ima oblik valjka polumjera baze  $r$  i visine (duljine)  $l$ .

$$\left. \begin{array}{l} V = r^2 \cdot \pi \cdot l \\ V = \frac{m}{\rho} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow r^2 \cdot \pi \cdot l = \frac{m}{\rho} \Rightarrow r^2 \cdot \pi \cdot l = \frac{m}{\rho} / \frac{1}{r^2 \cdot \pi} \Rightarrow l = \frac{m}{r^2 \cdot \pi \cdot \rho} =$$
$$= \frac{0.89 \text{ kg}}{(0.02 \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot 8900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0.0796 \text{ m} = 7.96 \text{ cm} \approx 8 \text{ cm}.$$

#### Vježba 441

Kolika je duljina bakrene žice, polumjera 0.2 dm, ako je njezina masa 890 g? Gustoća bakra je  $8900 \text{ kg} / \text{m}^3$ .

**Rezultat:** 8 cm.

### Zadatak 442 (Nikola, Ivana, srednja škola)

Masa bakrene kugle je 33 kg. Koliki je njezin polumjer, ako je gustoća bakra  $8900 \text{ kg} / \text{m}^3$ ?

#### Rješenje 442

$$m = 33 \text{ kg}, \quad \rho = 8900 \text{ kg} / \text{m}^3, \quad r = ?$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz kvocijenta mase  $m$  tijela i njegova obujma  $V$ :

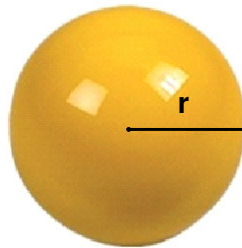
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

Kugla je skup svih točaka prostora čija je udaljenost od središta  $S$  manja ili jednaka polumjeru  $r$ . Omeđena je sferom polumjera  $r$ . Obujam kugle polumjera  $r$  iznosi:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$

Računamo polumjer  $r$  kugle.

$$\left. \begin{aligned} V &= \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \\ V &= \frac{m}{\rho} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi = \frac{m}{\rho} \cdot \frac{3}{4 \cdot \pi} \Rightarrow \\
 \Rightarrow r^3 = \frac{3 \cdot m}{4 \cdot \pi \cdot \rho} \Rightarrow r^3 = \frac{3 \cdot m}{4 \cdot \pi \cdot \rho} \sqrt[3]{\phantom{x}} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot m}{4 \cdot \pi \cdot \rho}} = \\
 = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 33 \text{ kg}}{4 \cdot \pi \cdot 8900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 0.096 \text{ m} = 9.6 \text{ cm}.$$



### Vježba 442

Masa bakrene kugle je 0.033 t. Koliki je njezin polumjer, ako je gustoća bakra  $8900 \text{ kg} / \text{m}^3$ ?

**Rezultat:** 9.6 cm.

### Zadatak 443 (Nikola, Ivana, srednja škola)

Polovica volumena bakrene kugle ispunjena je vodom, a ostatak volumena je bakar. Ako je gustoća bakra  $8850 \text{ kg} / \text{m}^3$ , vode  $1000 \text{ kg} / \text{m}^3$ , kolika je prosječna gustoća kugle?

### Rješenje 443

$$V_1 = V_2 = \frac{1}{2} \cdot V, \quad \rho_1 = 8850 \text{ kg} / \text{m}^3, \quad \rho_2 = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3, \quad \rho = ?$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz kvocijenta mase  $m$  tijela i njegova obujma  $V$ :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Prosječna gustoća kugle jednaka je kvocijentu mase  $m$  cijele kugle (voda + bakar) i njezina volumena  $V$ .

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Masa  $m$  kugle jednaka je zbroju mase vode  $m_1$  koja ispunjava polovicu kugle i mase  $m_2$  bakra od čega je šuplja kugla napravljena.

$$\begin{aligned} m &= m_1 + m_2 \Rightarrow \rho \cdot V = \rho_1 \cdot V_1 + \rho_2 \cdot V_2 \Rightarrow \rho \cdot V = \rho_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot V + \rho_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot V \Rightarrow \\
 \Rightarrow \rho \cdot V &= \rho_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot V + \rho_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot V \quad /: V \Rightarrow \rho = \frac{1}{2} \cdot \rho_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho_2 \Rightarrow \rho = \frac{1}{2} \cdot (\rho_1 + \rho_2) = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \left( 8850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} + 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) = 4925 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.
 \end{aligned}$$

### Vježba 443

Polovica volumena aluminijske kugle ispunjena je vodom, a ostatak volumena je aluminij. Ako je gustoća aluminija  $2700 \text{ kg} / \text{m}^3$ , vode  $1000 \text{ kg} / \text{m}^3$ , kolika je prosječna gustoća kugle?

**Rezultat:**  $1850 \text{ kg} / \text{m}^3$ .

### Zadatak 444 (Josip, srednja škola)

Kolika je masa 8 mola kisika? Molna je masa 0.032 kg / mol.

#### Rješenje 444

$$n = 8 \text{ mol}, \quad M = 0.032 \text{ kg / mol}, \quad m = ?$$

Broj atoma i molekula u makroskopskim tijelima vrlo je velik i obično se ne izražava brojnošću, već veličinom množina, tj. količina tvari (znak: n). Jedinica za količinu tvari je mol (znak: mol). Mol je osnovna jedinica.

Molna masa M jest

$$M = \frac{m}{n},$$

gdje je m masa tvari, n množina ili količina tvari.

$$M = \frac{m}{n} \Rightarrow \frac{m}{n} = M \Rightarrow \frac{m}{n} = M \cdot n \Rightarrow m = n \cdot M = 8 \text{ mol} \cdot 0.032 \frac{\text{kg}}{\text{mol}} = 0.256 \text{ kg} = 256 \text{ g}.$$

#### Vježba 444

Kolika je masa 4 mola kisika? Molna je masa 0.032 kg / mol.

**Rezultat:** 128 g.

### Zadatak 445 (Josip, srednja škola)

Plin ima obujam 100 cm<sup>3</sup> na 25 °C. Koliki bi imao obujam na 0 °C uz jednak tlak? (termički

koeficijent promjene obujma plina  $\alpha = \frac{1}{273 \text{ K}} = 0.00366 \text{ K}^{-1}$ )

#### Rješenje 445

$$V = 100 \text{ cm}^3 = 10^{-4} \text{ m}^3, \quad t = 25 \text{ °C} \Rightarrow T = 273 + t = (273 + 25) \text{ K} = 298 \text{ K},$$

$$t_0 = 0 \text{ °C} \Rightarrow T_0 = 273 + t_0 = (273 + 0) \text{ K} = 273 \text{ K}, \quad \alpha = \frac{1}{273 \text{ K}}, \quad p = \text{konst.}, \quad V_0 = ?$$

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena) obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay – Lussacovu zakonu:

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t),$$

gdje je V<sub>0</sub> obujam pri 0 °C, a α termički koeficijent promjene obujma plina. Ako uvedemo termodinamičku temperaturu dobivamo taj zakon izražen u obliku

$$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0},$$

što znači da za različita stanja iste mase nekog plina, uz stalan tlak, omjer  $\frac{V}{T}$  ostaje uvijek isti.

1. inačica

Izobarno je stanje.

$$V = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \Rightarrow V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) = V \Rightarrow V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) = V \cdot \frac{1}{1 + \alpha \cdot t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_0 = \frac{V}{1 + \alpha \cdot t} = \frac{10^{-4} \text{ m}^3}{1 + \frac{1}{273 \text{ K}} \cdot 25 \text{ °C}} = 9.16 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 = 91.6 \text{ cm}^3.$$

2. inačica

Izobarno je stanje.

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V}{T} \Rightarrow \frac{V_0}{T_0} = \frac{V}{T} \cdot T_0 \Rightarrow V_0 = \frac{V}{T} \cdot T_0 = \frac{10^{-4} \text{ m}^3}{298 \text{ K}} \cdot 273 \text{ K} = 9.16 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 = 91.6 \text{ cm}^3.$$

### Vježba 445

Plin ima obujam  $0.1 \text{ dm}^3$  na  $25 \text{ }^\circ\text{C}$ . Koliki bi imao obujam na  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  uz jednak tlak? (termički koeficijent promjene obujma plina  $\alpha = \frac{1}{273 \text{ K}} = 0.00366 \text{ K}^{-1}$ )

**Rezultat:**  $91.6 \text{ cm}^3$ .

### Zadatak 446 (Ana, gimnazija)

Kotač lokomotive ima polumjer  $1 \text{ m}$  na temperaturi  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ . Kolika je razlika broja okretaja kotača ljeti na temperaturi  $25 \text{ }^\circ\text{C}$  i zimi na  $-25 \text{ }^\circ\text{C}$  na putu od  $100 \text{ km}$ ? (koeficijent linearnog rastezanja metala  $\beta = 1.41 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ )

### Rješenje 446

$r = 1 \text{ m}$ ,  $t_1 = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t_2 = -25 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $s = 100 \text{ km} = 10^5 \text{ m}$ ,  $\beta = 1.41 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ,  
 $\Delta N = ?$

**Krug** je skup svih točaka ravnine kojima je udaljenost od zadane točke S manja ili jednaka zadanom broju  $r > 0$  (polumjeru kruga).

**Opseg kruga** polumjera  $r$  iznosi:

$$O = 2 \cdot r \cdot \pi.$$

Kad štapu nekog čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  ima duljinu  $l_0$ , povisimo temperaturu za  $t$  (od  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  do  $t$ ), on će se produljiti za:

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je  $\beta$  koeficijent linearnog rastezanja koji se definira izrazom:

$$\beta = \frac{l - l_0}{l_0 \cdot t}.$$

Jedinica za koeficijent linearnog rastezanja je  $\text{K}^{-1}$ . Iz izraza za  $\beta$  slijedi da će nakon zagrijavanja duljina štapa biti jednaka:

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t).$$

Budući da je opseg kotača na temperaturi  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  jednak

$$l_0 = 2 \cdot r \cdot \pi,$$

na temperaturama  $t_1$  i  $t_2$  on iznosi

$$\left. \begin{aligned} l_1 &= l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_1) \\ l_2 &= l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} l_1 &= 2 \cdot r \cdot \pi \cdot (1 + \beta \cdot t_1) \\ l_2 &= 2 \cdot r \cdot \pi \cdot (1 + \beta \cdot t_2) \end{aligned} \right\}.$$

Lokomotiva prijeđe put  $s$  pa je odgovarajući broj okretaja, ljeti i zimi, jednak

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \frac{s}{l_1} \\ N_2 &= \frac{s}{l_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} N_1 &= \frac{s}{2 \cdot r \cdot \pi \cdot (1 + \beta \cdot t_1)} \\ N_2 &= \frac{s}{2 \cdot r \cdot \pi \cdot (1 + \beta \cdot t_2)} \end{aligned} \right\}.$$

Računamo razliku broja okretaja.

$$\Delta N = N_2 - N_1 \Rightarrow \Delta N = \frac{s}{2 \cdot r \cdot \pi \cdot (1 + \beta \cdot t_2)} - \frac{s}{2 \cdot r \cdot \pi \cdot (1 + \beta \cdot t_1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta N = \frac{s}{2 \cdot r \cdot \pi} \cdot \left( \frac{1}{1 + \beta \cdot t_2} - \frac{1}{1 + \beta \cdot t_1} \right) =$$

$$= \frac{10^5 \text{ m}}{2 \cdot 1 \text{ m} \cdot \pi} \cdot \left( \frac{1}{1 + 1.41 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} \cdot (-25 \text{ }^\circ\text{C})} - \frac{1}{1 + 1.41 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} \cdot 25 \text{ }^\circ\text{C}} \right) = 11.2.$$

### Vježba 446

Kotač lokomotive ima polumjer 10 dm na temperaturi 0 °C. Kolika je razlika broja okretaja kotača ljeti na temperaturi 25 °C i zimi na – 25 °C na putu od 100 km? (koeficijent linearnog rastezanja metala  $\beta = 1.41 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ )

**Rezultat:** 11.2.

### Zadatak 447 (Paula, gimnazija)

Toplinski stroj radi u Carnotovom kružnom procesu i ima djelotvornost 20%. Za koliko postotaka treba povećati temperaturu toplijeg spremnika ako se želi povećati djelotvornost na 21% uz pretpostavku da je temperatura hladnijeg spremnika stalna?

#### Rješenje 447

$\eta_1 = 20\% = 0.20$ ,  $\eta_2 = 21\% = 0.21$ ,  $T_2$  stalna temperatura hladnijeg spremnika,  
 $p = ?$

Pri toplinskim strojevima dio unutarnje energije plinova i para (radnog tijela) pretvaramo u rad. To je moguće samo kad se radno tijelo nalazi između spremnika više i spremnika niže temperature. Za vrijeme jednoga kružnog procesa radno tijelo primi od toplijeg spremnika toplinu  $Q_1$  i preda hladnijem spremniku toplinu  $Q_2$ . Promjena topline  $Q_1 - Q_2$  pri idealnom stroju prelazi u mehanički rad  $W$ :

$$W = Q_1 - Q_2.$$

Djelotvornost  $\eta$  nekoga toplinskog stroja govori o tome koliki je dio topline dobivene od toplijeg spremnika prešao u mehanički rad  $W$ , tj.

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

gdje su  $T_1$  i  $T_2$  temperature toplijeg odnosno hladnijeg spremnika. Djelotvornost ne ovisi o vrsti radnog tijela, već samo o razlici temperatura toplijeg i hladnijeg spremnika.

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak  $p$  je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 547\% = \frac{547}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Neka je  $T_1$  početna temperatura toplijeg spremnika, a  $T_3$  njegova konačna temperatura. Tada je:

$$\left. \begin{array}{l} \eta_1 = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \\ \eta_2 = \frac{T_3 - T_2}{T_3} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \eta_1 = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot T_1 \\ \eta_2 = \frac{T_3 - T_2}{T_3} \cdot T_3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \eta_1 \cdot T_1 = T_1 - T_2 \\ \eta_2 \cdot T_3 = T_3 - T_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \eta_1 \cdot T_1 = T_1 - T_2 \\ \eta_2 \cdot T_3 = T_3 - T_2 \cdot (-1) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \eta_1 \cdot T_1 = T_1 - T_2 \\ -\eta_2 \cdot T_3 = -T_3 + T_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{zbrojimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \eta_1 \cdot T_1 - \eta_2 \cdot T_3 = T_1 - T_3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_3 - \eta_2 \cdot T_3 = T_1 - \eta_1 \cdot T_1 \Rightarrow T_3 \cdot (1 - \eta_2) = T_1 \cdot (1 - \eta_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_3 \cdot (1 - \eta_2) = T_1 \cdot (1 - \eta_1) \cdot \frac{1}{1 - \eta_2} \Rightarrow T_3 = T_1 \cdot \frac{1 - \eta_1}{1 - \eta_2}$$

Računamo postotak povećanja temperature u odnosu na  $T_1$ .

$$p = \frac{T_3 - T_1}{T_1} \Rightarrow p = \frac{T_1 \cdot \frac{1 - \eta_1}{1 - \eta_2} - T_1}{T_1} \Rightarrow p = \frac{T_1 \cdot \left( \frac{1 - \eta_1}{1 - \eta_2} - 1 \right)}{T_1} \Rightarrow p = \frac{T_1 \cdot \left( \frac{1 - \eta_1}{1 - \eta_2} - 1 \right)}{T_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{1 - \eta_1}{1 - \eta_2} - 1 \Rightarrow p = \frac{1 - 0.20}{1 - 0.21} - 1 \Rightarrow p = \frac{0.80}{0.79} - 1 \Rightarrow p = 0.0127 \Rightarrow p = \frac{1.27}{100} \Rightarrow p = 1.27\%$$

### Vježba 447

Toplinski stroj radi u Carnotovom kružnom procesu i ima djelotvornost 20%. Za koliko postotaka treba povećati temperaturu toplijeg spremnika ako se želi povećati djelotvornost na 22% uz pretpostavku da je temperatura hladnijeg spremnika stalna?

**Rezultat:** 2.56%.

### Zadatak 448 (Dario, gimnazija)

Aluminijska ploča duljine 12 cm i širine 10 cm u početku nalazi se na temperaturi 25 °C. Nađi promjenu ploštine ploče kao posljedicu njezinog zagrijavanja. Koeficijent linearnog rastezanja aluminijske ploče je  $\beta = 2.3 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$

### Rješenje 448

$$a = 12 \text{ cm} = 0.12 \text{ m}, \quad b = 10 \text{ cm} = 0.10 \text{ m}, \quad t = 25 \text{ °C}, \quad \beta = 2.3 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \quad \Delta S = ?$$

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}, \quad 1 \text{ m} = 1000 \text{ mm}, \quad 1 \text{ m}^2 = 1000000 \text{ mm}^2.$$

Ploština pravokutnika je jednaka produktu njegove duljine a i širine b.

$$P = a \cdot b.$$

Ako je  $l_0$  duljina štapa na temperaturi 0 °C, onda je ona na temperaturi t

$$l = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t),$$

gdje je  $\beta$  linearni koeficijent rastezanja materijala od kojeg je štap napravljen.

Ako je  $S_0$  ploština ploče na temperaturi 0 °C, onda je ona na temperaturi t

$$S = S_0 \cdot (1 + 2 \cdot \beta \cdot t),$$

gdje je  $\beta$  linearni koeficijent rastezanja materijala od kojeg je ploča napravljena.

1. inačica

Ploča je pravokutnog oblika i njezina ploština na temperaturi t je

$$S = a \cdot b.$$

Na temperaturi 0 °C ploština će iznositi:

$$S = S_0 \cdot (1 + 2 \cdot \beta \cdot t) \Rightarrow S_0 \cdot (1 + 2 \cdot \beta \cdot t) = S \Rightarrow S_0 \cdot (1 + 2 \cdot \beta \cdot t) = S \cdot \frac{1}{1 + 2 \cdot \beta \cdot t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_0 = \frac{S}{1 + 2 \cdot \beta \cdot t}.$$

Računamo promjenu ploštine ploče.

$$\Delta S = S - S_0 \Rightarrow \Delta S = S - \frac{S}{1 + 2 \cdot \beta \cdot t} \Rightarrow \Delta S = S \cdot \left( 1 - \frac{1}{1 + 2 \cdot \beta \cdot t} \right) \Rightarrow \Delta S = S \cdot \frac{1 + 2 \cdot \beta \cdot t - 1}{1 + 2 \cdot \beta \cdot t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta S = S \cdot \frac{1 + 2 \cdot \beta \cdot t - 1}{1 + 2 \cdot \beta \cdot t} \Rightarrow \Delta S = S \cdot \frac{2 \cdot \beta \cdot t}{1 + 2 \cdot \beta \cdot t} \Rightarrow [S = a \cdot b] \Rightarrow \Delta S = a \cdot b \cdot \frac{2 \cdot \beta \cdot t}{1 + 2 \cdot \beta \cdot t} =$$

$$= 0.12 \text{ m} \cdot 0.10 \text{ m} \cdot \frac{2 \cdot 2.3 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} \cdot 25 \text{ }^\circ\text{C}}{1 + 2 \cdot 2.3 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} \cdot 25 \text{ }^\circ\text{C}} = 0.00001378 \text{ m}^2 = 13.78 \text{ mm}^2.$$

2. inačica

Najprije odredimo duljinu i širinu ploče na temperaturi 0 °C.

$$\left. \begin{array}{l} a = a_0 \cdot (1 + \beta \cdot t) \\ b = b_0 \cdot (1 + \beta \cdot t) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a_0 \cdot (1 + \beta \cdot t) = a \\ b_0 \cdot (1 + \beta \cdot t) = b \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a_0 \cdot (1 + \beta \cdot t) = a \cdot \frac{1}{1 + \beta \cdot t} \\ b_0 \cdot (1 + \beta \cdot t) = b \cdot \frac{1}{1 + \beta \cdot t} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} a_0 = \frac{a}{1 + \beta \cdot t} \\ b_0 = \frac{b}{1 + \beta \cdot t} \end{array} \right\}.$$

Promjena ploštine ploče kao posljedica njezinog zagrijavanja iznosi:

$$\Delta S = S - S_0 \Rightarrow \Delta S = a \cdot b - a_0 \cdot b_0 \Rightarrow \Delta S = a \cdot b - \frac{a}{1 + \beta \cdot t} \cdot \frac{b}{1 + \beta \cdot t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta S = a \cdot b - \frac{a \cdot b}{(1 + \beta \cdot t)^2} \Rightarrow \Delta S = a \cdot b \cdot \left( 1 - \frac{1}{(1 + \beta \cdot t)^2} \right) =$$

$$= 0.12 \text{ m} \cdot 0.10 \text{ m} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\left( 1 + 2.3 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} \cdot 25 \text{ }^\circ\text{C} \right)^2} \right) = 0.00001379 \text{ m}^2 = 13.79 \text{ mm}^2.$$

### Vježba 448

Aluminijska ploča duljine 1.2 dm i širine 1.0 dm u početku nalazi se na temperaturi 25 °C. Nađi promjenu ploštine ploče kao posljedicu njezinog zagrijavanja. Koeficijent linearnog rastezanja aluminijske ploče  $\beta = 2.3 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$

**Rezultat:** 13.78 mm<sup>2</sup>.

### Zadatak 449 (Josip, gimnazija)

U Carnotovu kružnome procesu radno tijelo je hladnijem spremniku temperature 150 °C predalo 1.26 MJ topline. Temperatura je toplijeg spremnika 300 °C. Koliki je rad u tome kružnom procesu obavilo radno tijelo?

### Rješenje 449

$$t_2 = 150 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_2 = 273.15 + t_2 = (273.15 + 150) \text{ K} = 423.15 \text{ K},$$

$$Q_2 = 1.26 \text{ MJ} = 1.26 \cdot 10^6 \text{ J} \text{ toplina u hladnijem spremniku,}$$

$$t_1 = 300 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 273.15 + t_1 = (273.15 + 300) \text{ K} = 573.15 \text{ K}, \quad W = ?$$

Pri toplinskim strojevima dio unutarnje energije plina i para (radnog tijela) pretvaramo u rad. To je moguće samo kad se radno tijelo nalazi između spremnika više i spremnika niže temperature. Za vrijeme jednoga kružnog procesa radno tijelo primi od toplijeg spremnika toplinu  $Q_1$  i preda hladnijem spremniku toplinu  $Q_2$ . Promjena topline  $Q_1 - Q_2$  pri idealnom stroju prelazi u mehanički

rad  $W$ .

$$W = Q_1 - Q_2.$$

Djelotvornost (korisnost)  $\eta$  nekog toplinskog stroja govori o tome koliki je dio topline dobivene od toplijeg spremnika prešao u mehanički rad  $W$ , tj.

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

gdje su  $T_1$  i  $T_2$  temperature toplijeg odnosno hladnijeg spremnika.

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \\ W = Q_1 - Q_2 \\ \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \\ \eta = \frac{W}{Q_1} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{W}{Q_1} \Rightarrow \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{W}{Q_1} \cdot \frac{Q_1 \cdot T_1}{T_1 - T_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_1 = \frac{W \cdot T_1}{T_1 - T_2}.$$

Sada je

$$Q_1 - Q_2 = W \Rightarrow \frac{W \cdot T_1}{T_1 - T_2} - Q_2 = W \Rightarrow \frac{W \cdot T_1}{T_1 - T_2} - W = Q_2 \Rightarrow W \cdot \left( \frac{T_1}{T_1 - T_2} - 1 \right) = Q_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W \cdot \left( \frac{T_1}{T_1 - T_2} - \frac{1}{1} \right) = Q_2 \Rightarrow W \cdot \frac{T_1 - (T_1 - T_2)}{T_1 - T_2} = Q_2 \Rightarrow W \cdot \frac{T_1 - T_1 + T_2}{T_1 - T_2} = Q_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W \cdot \frac{T_1 - T_1 + T_2}{T_1 - T_2} = Q_2 \Rightarrow W \cdot \frac{T_2}{T_1 - T_2} = Q_2 \Rightarrow W \cdot \frac{T_2}{T_1 - T_2} = Q_2 \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W = Q_2 \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_2} = 1.26 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \frac{573.15 \text{ K} - 423.15 \text{ K}}{423.15 \text{ K}} = 4.47 \cdot 10^5 \text{ J}.$$

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \\ \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \Rightarrow \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{Q_1}{Q_1} - \frac{Q_2}{Q_1} \Rightarrow \frac{T_1}{T_1} - \frac{T_2}{T_1} = \frac{Q_1}{Q_1} - \frac{Q_2}{Q_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \Rightarrow 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \Rightarrow -\frac{T_2}{T_1} = -\frac{Q_2}{Q_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{T_2}{T_1} = -\frac{Q_2}{Q_1} \cdot \left( -Q_1 \cdot \frac{T_1}{T_2} \right) \Rightarrow Q_1 = Q_2 \cdot \frac{T_1}{T_2}.$$

Sada je



$$W = Q_1 - Q_2 \Rightarrow W = Q_2 \cdot \frac{T_1}{T_2} - Q_2 \Rightarrow W = Q_2 \cdot \left( \frac{T_1}{T_2} - 1 \right) =$$

$$= 1.26 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \left( \frac{573.15 \text{ K}}{423.15 \text{ K}} - 1 \right) = 4.47 \cdot 10^5 \text{ J}.$$

### Vježba 449

U Carnotovu kružnome procesu radno tijelo je hladnijem spremniku temperature 150 °C predalo 2.52 MJ topline. Temperatura je toplijeg spremnika 300 °C. Koliki je rad u tome kružnom procesu obavilo radno tijelo?

**Rezultat:**  $8.93 \cdot 10^5 \text{ J}$ .

### Zadatak 450 (Josipa, gimnazija)

Neka količina zraka ima na 24 °C obujam 1000 cm<sup>3</sup>. Koliki bi obujam imala uz jednak tlak na 0 °C?

#### Rješenje 450

$$t = 24 \text{ °C} \Rightarrow T = 273.15 + t = (273.15 + 24) \text{ K} = 297.15 \text{ K}, \quad V = 1000 \text{ cm}^3 = 0.001 \text{ m}^3,$$

$$t_0 = 0 \text{ °C} \Rightarrow T_0 = 273.15 + t_0 = (273.15 + 0) \text{ K} = 273.15 \text{ K}, \quad p = \text{konst.}, \quad V_0 = ?$$

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}, \quad 1 \text{ m}^3 = 1000000 \text{ cm}^3.$$

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay – Lussacovu zakonu:

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t), \quad p = \text{konst.},$$

gdje je V<sub>0</sub> obujam pri 0 °C, a α termički koeficijent promjene obujma plina, koji za sve plinove ima istu vrijednost

$$\alpha = \frac{1}{273.15 \text{ K}} = 0.00366 \frac{1}{\text{K}}.$$

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), za različita stanja iste mase nekog plina omjer  $\frac{V}{T}$  ostaje uvijek isti:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

1. inačica

$$V = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \Rightarrow V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) = V \Rightarrow V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) = V \cdot \frac{1}{1 + \alpha \cdot t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_0 = \frac{V}{1 + \alpha \cdot t} = \frac{0.001 \text{ m}^3}{1 + 0.00366 \frac{1}{\text{K}} \cdot 24 \text{ K}} = 0.000919 \text{ m}^3 = 919 \text{ cm}^3.$$

2. inačica

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V}{T} \Rightarrow \frac{V_0}{T_0} = \frac{V}{T} \cdot T_0 \Rightarrow V_0 = V \cdot \frac{T_0}{T} = 0.001 \text{ m}^3 \cdot \frac{273.15 \text{ K}}{297.15 \text{ K}} = 0.000919 \text{ m}^3 = 919 \text{ cm}^3.$$

### Vježba 450

Neka količina zraka ima na 24 °C obujam 1 dm<sup>3</sup>. Koliki bi obujam imala uz jednak tlak na 0 °C?

**Rezultat:**  $919 \text{ cm}^3$ .

### Zadatak 451 (Mirela, srednja škola)

Dva tijela građena od različitih tvari imat će jednaku masu ako su im:

- A. volumeni obrnuto razmjerni njihovim gustoćama
- B. volumeni razmjerni njihovim gustoćama

### Rješenje 451

$$m_1, \quad \rho_1, \quad V_1, \quad m_2, \quad \rho_2, \quad V_2$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz količnika mase  $m$  tijela i njegova obujma  $V$ :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Neka su  $m_1$  i  $m_2$  mase dvaju tijela građena od različitih tvari. Prema uvjetu zadatka slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} m_1 = \rho_1 \cdot V_1 \\ m_2 = \rho_2 \cdot V_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{uvjet} \\ m_1 = m_2 \end{array} \right] \Rightarrow \rho_1 \cdot V_1 = \rho_2 \cdot V_2 \Rightarrow \rho_1 \cdot V_1 = \rho_2 \cdot V_2 \cdot \frac{1}{\rho_1 \cdot V_2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \Rightarrow V_1 : V_2 = \rho_2 : \rho_1.$$

Tijela građena od različitih materijala mogu imati jednaku masu ako su im volumeni obrnuto razmjerni njihovim gustoćama.

Odgovor je pod A.

### Vježba 451

Dva tijela građena od različitih tvari imat će jednaku gustoću ako su im:

- A. volumeni obrnuto razmjerni njihovim masama
- B. volumeni razmjerni njihovim masama

**Rezultat:** B.

### Zadatak 452 (Mirela, srednja škola)

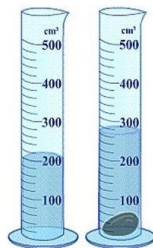
U praznu menzuru mase 310 g ulijemo 250 cm<sup>3</sup> tekućine. Menzura s tekućinom ima masu 500 g. Kolika je gustoća tekućine?

### Rješenje 452

$$m_1 = 310 \text{ g} = 0.31 \text{ kg}, \quad V = 250 \text{ cm}^3 = 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3, \quad m_2 = 500 \text{ g} = 0.5 \text{ kg},$$
$$\rho = ?$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz kvocijenta mase  $m$  tijela i njegova obujma  $V$ :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$



Budući da je masa  $m$  tekućine jednaka

$$m = m_2 - m_1,$$

njezina gustoća iznosi:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{m_2 - m_1}{V} = \frac{0.5 \text{ kg} - 0.31 \text{ kg}}{2.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3} = 760 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

### Vježba 452

U praznu menzuru mase 620 g ulijemo 500 cm<sup>3</sup> tekućine. Menzura s tekućinom ima masu 1000 g. Kolika je gustoća tekućine?

**Rezultat:** 760 kg / m<sup>3</sup>.

**Zadatak 453 (Maturant, gimnazija)**

Zrak se u prostoriji zagrijava od temperature 11 °C do 23 °C pri konstantnom tlaku. Koliki postotak mase zraka pritom izađe iz prostorije?

- A. 12 %      B. 10.6 %      C. 2.4 %      D. 4 %

**Rješenje 453**

V volumen prostorije, p konstantan tlak,  
 $t_1 = 11 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273.15 + t_1 = (273.15 + 11) \text{ K} = 284.15 \text{ K}$ ,  
 $t_2 = 23 \text{ °C} \Rightarrow T_2 = 273.15 + t_2 = (273.15 + 23) \text{ K} = 296.15 \text{ K}$ ,       $p = ?$   
 Jednadžba stanja plina, ako je zadana masa plina m i molna masa M, glasi:

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T,$$

gdje je p tlak, V obujam plina, m masa plina, M molna masa plina, R plinska konstanta, T termodinamička temperatura plina.

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

Na primjer,  $9 \% = \frac{9}{100}$  ,  $81 \% = \frac{81}{100}$  ,  $4.5 \% = \frac{4.5}{100}$  ,  $0.3 \% = \frac{0.3}{100}$  ,  $p \% = \frac{P}{100}$ .

$$\left. \begin{array}{l} p \cdot V = \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T_1 \\ p \cdot V = \frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T_1 = \frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T_1 = \frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T_2 \cdot \frac{M}{R} \Rightarrow m_1 \cdot T_1 = m_2 \cdot T_2 \Rightarrow m_2 \cdot T_2 = m_1 \cdot T_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 \cdot T_2 = m_1 \cdot T_1 \cdot \frac{1}{m_1 \cdot T_2} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Postotak mase koja je izašla iz prostorije iznosi:

$$p = \frac{m_1 - m_2}{m_1} \Rightarrow p = \frac{m_1}{m_1} - \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow p = \frac{m_1}{m_1} - \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow p = 1 - \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \left[ \frac{m_2}{m_1} = \frac{T_1}{T_2} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{284.15 \text{ K}}{296.15 \text{ K}} = 0.0405 = 4.05 \% \approx 4 \%.$$

Odgovor je pod D.

**Vježba 453**

Zrak se u prostoriji zagrijava od temperature 17 °C do 27 °C pri konstantnom tlaku. Koliki postotak mase zraka pritom izađe iz prostorije?

- A. 3.33 %      B. 3.8 %      C. 2.9 %      D. 4.2 %

**Rezultat:** A.

### Zadatak 454 (Josip, srednja škola)

U kojem omjeru treba pomiješati toplu vodu iz bojlera (75 °C) i hladnu vodu iz vodovoda (15 °C) da bismo u kadi dobili vodu od 30 °C?

#### Rješenje 454

$$m_1, \quad t_1 = 75 \text{ °C}, \quad m_2, \quad t_2 = 15 \text{ °C}, \quad t = 30 \text{ °C}, \quad \frac{m_2}{m_1} = ?$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a  $\Delta t$  promjena temperature.

**Richmannovo pravilo:** pravilo iz kojega se određuje temperatura smjese dviju ili više tvari različitih masa, temperatura i specifičnih toplinskih kapaciteta.

Kad su u međusobnom dodiru dva tijela različitih temperatura, onda je, prema zakonu o očuvanju energije, povećanje unutrašnje energije tijela koje se grije jednako smanjenju unutrašnje energije tijela koje se hladi, tj.

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t),$$

gdje je t konačna temperatura, tj. temperatura pri kojoj oba tijela postiču toplinsku ravnotežu.

$$\begin{aligned} m_1 \cdot c \cdot (t_1 - t) &= m_2 \cdot c \cdot (t - t_2) \Rightarrow m_2 \cdot c \cdot (t - t_2) = m_1 \cdot c \cdot (t_1 - t) \Rightarrow \\ \Rightarrow m_2 \cdot c \cdot (t - t_2) &= m_1 \cdot c \cdot (t_1 - t) \quad / \cdot \frac{1}{m_1 \cdot c \cdot (t - t_2)} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{t_1 - t}{t - t_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} &= \frac{75 \text{ °C} - 30 \text{ °C}}{30 \text{ °C} - 15 \text{ °C}} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{45 \text{ °C}}{15 \text{ °C}} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{45 \text{ °C}}{15 \text{ °C}} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 3 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 3 \quad / \cdot m_1 \Rightarrow m_2 = 3 \cdot m_1. \end{aligned}$$

### Vježba 454

U kojem omjeru treba pomiješati vodu temperature 15 °C i vodu temperature 3 °C da bismo dobili vodu od 6 °C?

**Rezultat:**  $m_2 = 3 \cdot m_1$ .

### Zadatak 455 (Paula, gimnazija)

U posudi je 20 litara zraka temperature 15 °C i tlaka 720 mmHg; u drugoj 16 litara zraka temperature 10 °C i tlaka 750 mmHg. Koja od tih dviju količina zraka ima veću masu i za koliko? (gustoća zraka pri 0 °C i 1.013 bara  $\rho_0 = 1.293 \text{ kg / m}^3$ , temperatura apsolutne nule  $T_0 = 0 \text{ K}$ , normirani tlak  $p_0 = 760 \text{ mmHg}$ )

#### Rješenje 455

$$\begin{aligned} V_1 &= 20 \text{ l} = 20 \text{ dm}^3 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3, \\ t_1 &= 15 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273.15 + t_1 = (273.15 + 15) \text{ K} = 288.15 \text{ K}, \quad p_1 = 720 \text{ mmHg}, \\ V_2 &= 16 \text{ l} = 16 \text{ dm}^3 = 1.6 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3, \\ t_2 &= 10 \text{ °C} \Rightarrow T_2 = 273.15 + t_2 = (273.15 + 10) \text{ K} = 283.15 \text{ K}, \quad p_2 = 750 \text{ mmHg}, \\ \rho_0 &= 1.293 \text{ kg / m}^3, \quad T_0 = 0 \text{ K}, \quad p_0 = 760 \text{ mmHg}, \quad \Delta m = ? \end{aligned}$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz količnika mase m tijela i njegova obujma V:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Jednadžba stanja plina, ako je zadana masa plina  $m$  i molna masa  $M$ , glasi:

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T,$$

gdje je  $p$  tlak,  $V$  obujam plina,  $m$  masa plina,  $M$  molna masa plina,  $R$  plinska konstanta,  $T$  termodinamička temperatura plina.

Da bismo odredili masu zraka  $m_1$  u prvoj posudi napišimo sustav jednadžba plina za temperature  $T_0$  i  $T_1$ .

$$\left. \begin{aligned} p_0 \cdot V_0 &= \frac{m_0}{M} \cdot R \cdot T_0 \\ p_1 \cdot V_1 &= \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{p_0 \cdot V_0} = \frac{\frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T_1}{\frac{m_0}{M} \cdot R \cdot T_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{p_0 \cdot V_0} = \frac{\frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T_1}{\frac{m_0}{M} \cdot R \cdot T_0} \Rightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{p_0 \cdot V_0} = \frac{m_1 \cdot T_1}{m_0 \cdot T_0} \Rightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{p_0 \cdot V_0} = \frac{m_1 \cdot T_1}{m_0 \cdot T_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m_1 \cdot T_1}{m_0 \cdot T_0} = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_0 \cdot V_0} \Rightarrow \frac{m_1 \cdot T_1}{m_0 \cdot T_0} = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_0 \cdot V_0} \cdot \frac{m_0 \cdot T_0}{T_1} \Rightarrow m_1 = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot m_0 \cdot T_0}{p_0 \cdot V_0 \cdot T_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 = \frac{m_0}{V_0} \cdot \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_0}{p_0 \cdot T_1} \Rightarrow m_1 = \rho_0 \cdot \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_0}{p_0 \cdot T_1} =$$

$$\Rightarrow m_1 = 1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{720 \text{ mmHg} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot 273.15 \text{ K}}{760 \text{ mmHg} \cdot 288.15 \text{ K}} = 0.023224 \text{ kg} = 23.224 \text{ g}.$$

Da bismo odredili masu zraka  $m_2$  u drugoj posudi napišimo sustav jednadžba plina za temperature  $T_0$  i  $T_2$ .

$$\left. \begin{aligned} p_0 \cdot V_0 &= \frac{m_0}{M} \cdot R \cdot T_0 \\ p_2 \cdot V_2 &= \frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{p_2 \cdot V_2}{p_0 \cdot V_0} = \frac{\frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T_2}{\frac{m_0}{M} \cdot R \cdot T_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p_2 \cdot V_2}{p_0 \cdot V_0} = \frac{\frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T_2}{\frac{m_0}{M} \cdot R \cdot T_0} \Rightarrow \frac{p_2 \cdot V_2}{p_0 \cdot V_0} = \frac{m_2 \cdot T_2}{m_0 \cdot T_0} \Rightarrow \frac{p_2 \cdot V_2}{p_0 \cdot V_0} = \frac{m_2 \cdot T_2}{m_0 \cdot T_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m_2 \cdot T_2}{m_0 \cdot T_0} = \frac{p_2 \cdot V_2}{p_0 \cdot V_0} \Rightarrow \frac{m_2 \cdot T_2}{m_0 \cdot T_0} = \frac{p_2 \cdot V_2}{p_0 \cdot V_0} \cdot \frac{m_0 \cdot T_0}{T_2} \Rightarrow m_2 = \frac{p_2 \cdot V_2 \cdot m_0 \cdot T_0}{p_0 \cdot V_0 \cdot T_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 = \frac{m_0}{V_0} \cdot \frac{p_2 \cdot V_2 \cdot T_0}{p_0 \cdot T_2} \Rightarrow m_2 = \rho_0 \cdot \frac{p_2 \cdot V_2 \cdot T_0}{p_0 \cdot T_2} =$$

$$\Rightarrow m_2 = 1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{750 \text{ mmHg} \cdot 1.6 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot 273.15 \text{ K}}{760 \text{ mmHg} \cdot 283.15 \text{ K}} = 0.019695 \text{ kg} = 19.695 \text{ g}.$$

Količina zraka u prvoj posudi ima veću masu za:

$$\Delta m = m_1 - m_2 = 23.223 \text{ g} - 19.695 \text{ g} = 3.528 \text{ g}.$$

### Vježba 455

U posudi je 0.2 hl zraka temperature 15 °C i tlaka 720 mmHg; u drugoj 0.1 hl zraka temperature 10 °C i tlaka 750 mmHg. Koja od tih dviju količina zraka ima veću masu i za koliko? (gustoća zraka pri 0 °C i 1.013 bara  $\rho_0 = 1.293 \text{ kg / m}^3$ , temperatura apsolutne nule  $T_0 = 0 \text{ K}$ , normirani tlak  $p_0 = 760 \text{ mmHg}$ )

**Rezultat:** 3.528 g.

### Zadatak 456 (Mario, gimnazija)

Plin mase 16 g zauzima volumen od 1600 cm<sup>3</sup> kod tlaka od 10<sup>6</sup> Pa i temperature 112 °C. Odredite koji je to plin. (plinska konstanta  $R = 8.314 \text{ J / (mol} \cdot \text{K)}$ )

- A.  $0.028016 \frac{\text{kg}}{\text{mol}} - N_2$  – dušik      B.  $0.002016 \frac{\text{kg}}{\text{mol}} - H_2$  – vodik  
 C.  $0.03200 \frac{\text{kg}}{\text{mol}} - O_2$  – kisik      D.  $0.07091 \frac{\text{kg}}{\text{mol}} - Cl_2$  – klor

### Rješenje 456

$$m = 16 \text{ g} = 0.016 \text{ kg}, \quad V = 1600 \text{ cm}^3 = 1.6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad p = 10^6 \text{ Pa}, \\ t = 112 \text{ °C} \Rightarrow T = 273.15 + t = (273.15 + 112) \text{ K} = 385.15 \text{ K}, \quad R = 8.314 \text{ J / (mol} \cdot \text{K)}, \quad M = ?$$

Jednadžba stanja plina, ako je zadana masa plina  $m$  i molna masa  $M$ , glasi:

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T,$$

gdje je  $p$  tlak,  $V$  obujam plina,  $m$  masa plina,  $M$  molna masa plina,  $R$  plinska konstanta,  $T$  termodinamička temperatura plina.

Iz jednadžbe stanja plina odredimo njegovu molnu masu.

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \Rightarrow p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \cdot \frac{M}{p \cdot V} \Rightarrow M = \frac{m \cdot R \cdot T}{p \cdot V} = \\ = \frac{0.016 \text{ kg} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 385.15 \text{ K}}{10^6 \text{ Pa} \cdot 1.6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3} = 0.032 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}.$$

Odgovor je pod C.

### Vježba 456

Plin mase 3.2 dag zauzima volumen od 1.6 dm<sup>3</sup> kod tlaka od  $2 \cdot 10^6 \text{ Pa}$  i temperature 112 °C. Odredite koji je to plin. (plinska konstanta  $R = 8.314 \text{ J / (mol} \cdot \text{K)}$ )

- A.  $0.028016 \frac{\text{kg}}{\text{mol}} - N_2$  – dušik      B.  $0.002016 \frac{\text{kg}}{\text{mol}} - H_2$  – vodik  
 C.  $0.03200 \frac{\text{kg}}{\text{mol}} - O_2$  – kisik      D.  $0.07091 \frac{\text{kg}}{\text{mol}} - Cl_2$  – klor

**Rezultat:** C.

### Zadatak 457 (Mirna, gimnazija)

Električni bojler ima snagu grijača 3000 W, a sadrži 80 litara vode. Kolika bi bila brzina porasta temperature u °C na minutu da nema gubitaka? (toplinski kapacitet vode  $c = 4186 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$ , gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$ )

### Rješenje 457

$$P = 3000 \text{ W}, \quad V = 80 \text{ l} = 80 \text{ dm}^3 = 8 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3, \quad c = 4186 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)},$$

$$\rho = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad \frac{\Delta T}{\Delta t} = ?$$

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s} \Rightarrow 1 \text{ s} = \frac{1}{60} \text{ min}.$$

Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije u nekom trošilu za vrijeme t jednaka je

$$E = P \cdot t,$$

gdje je P snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije, t vrijeme. Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T,$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a  $\Delta T$  promjena temperature.

Budući da nema gubitaka energije, toplina Q koju prima voda u bojleru jednaka je električnoj energiji E koju grijač uzima iz električne mreže.

$$\begin{aligned} Q = E &\Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta T = P \cdot \Delta t \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta T = P \cdot \Delta t \cdot \frac{1}{m \cdot c \cdot \Delta t} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{\Delta T}{\Delta t} &= \frac{P}{m \cdot c} \Rightarrow [m = \rho \cdot V] \Rightarrow \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{P}{\rho \cdot V \cdot c} = \frac{3000 \text{ W}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 8 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = \\ &= 8.958 \cdot 10^{-3} \frac{\text{°C}}{\text{s}} = \left[ 8.958 \cdot 10^{-3} \cdot 60 \right] = 0.538 \frac{\text{°C}}{\text{min}}. \end{aligned}$$

### Vježba 457

Električni bojler ima snagu grijača 3 kW, a sadrži 80 litara vode. Kolika bi bila brzina porasta temperature u °C na minutu da nema gubitaka? (toplinski kapacitet vode  $c = 4186 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$ , gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$ )

**Rezultat:**  $0.538 \frac{\text{°C}}{\text{min}}$ .

### Zadatak 458 (Fox, gimnazija)

Izračunaj broj molekula u 1 L uzevši gustoću  $1.28 \text{ g / dm}^3$  i  $M = 29 \text{ g / mol}$ . (Avogadrova konstanta  $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ )

### Rješenje 458

$$V = 1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad \rho = 1.28 \text{ g / dm}^3 = 1.28 \text{ kg / m}^3, \quad M = 29 \text{ g / mol} = 0.029 \text{ kg / mol}, \quad N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}, \quad n = ?$$

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3, \quad 1 \text{ dm}^3 = 10^3 \text{ cm}^3.$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz količnika mase m tijela i njegova obujma V:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Broj čestica n u masi m može se izračunati po formuli:

$$n = \frac{m \cdot N_A}{M},$$

gdje je  $N_A$  Avogadrova konstanta, M molna masa.

$$\left. \begin{array}{l} m = \rho \cdot V \\ n = \frac{m \cdot N_A}{M} \end{array} \right\} \Rightarrow n = \frac{\rho \cdot V \cdot N_A}{M} = \frac{1.28 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}}{0.029 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}} = 2.657986 \cdot 10^{22}.$$

U 1 L (1 dm<sup>3</sup>) ima 2.657986 · 10<sup>22</sup> molekula.

### Vježba 458

Izračunaj broj molekula u 100 cl uzevši gustoću 1.28 g / dm<sup>3</sup> i M = 29 g / mol. (Avogadrova konstanta N<sub>A</sub> = 6.022 · mol<sup>-1</sup>)

**Rezultat:** 2.657986 · 10<sup>22</sup>.

### Zadatak 459 (Mada, srednja škola)

Neka količina zraka ima volumen 26 dm<sup>3</sup>. Kolika je relativna promjena tlaka zraka, ako se volumen smanji na 14 dm<sup>3</sup>, a temperatura ostane stalna? Rješenje izrazite u %.

### Rješenje 459

$$V_1 = 26 \text{ dm}^3 = 0.026 \text{ m}^3, \quad V_2 = 14 \text{ dm}^3 = 0.014 \text{ m}^3, \quad T - \text{stalna}, \quad \frac{\Delta p}{p_1} = ?$$

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3.$$

Ako pri promjeni stanja dane mase plina, temperatura ostaje stalna (izotermno stanje), promjene obujma i tlaka plina možemo opisati Boyle – Mariotteovim zakonom:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2.$$

Iz formule vidi se da su tlak i volumen obrnuto razmjernje veličine (koliko se puta tlak poveća, toliko se puta volumen smanji; koliko se puta tlak smanji, toliko se puta volumen poveća).

Budući da je temperatura stalna (izotermno stanje), vrijedi Boyle – Mariotteov zakon pomoću kojeg izrazimo tlak p<sub>2</sub> kao funkciju tlaka p<sub>1</sub>.

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \Rightarrow p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \Rightarrow p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \cdot \frac{1}{V_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{V_2}.$$

Relativna promjena tlaka zraka iznosi:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta p}{p_1} &= \frac{p_2 - p_1}{p_1} \Rightarrow \frac{\Delta p}{p_1} = \frac{p_2}{p_1} - \frac{p_1}{p_1} \Rightarrow \frac{\Delta p}{p_1} = \frac{p_2}{p_1} - \frac{p_1}{p_1} \Rightarrow \frac{\Delta p}{p_1} = \frac{p_2}{p_1} - 1 \Rightarrow \left[ p_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{V_2} \right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{\Delta p}{p_1} = \frac{\frac{p_1 \cdot V_1}{V_2}}{p_1} - 1 \Rightarrow \frac{\Delta p}{p_1} = \frac{\frac{p_1 \cdot V_1}{V_2}}{\frac{p_1}{1}} - 1 \Rightarrow \frac{\Delta p}{p_1} = \frac{\frac{p_1 \cdot V_1}{V_2}}{\frac{p_1}{1}} - 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{\Delta p}{p_1} = \frac{V_1}{V_2} - 1 \Rightarrow \frac{\Delta p}{p_1} = \frac{0.026 \text{ m}^3}{0.014 \text{ m}^3} - 1 \Rightarrow \frac{\Delta p}{p_1} = 0.8571 \Rightarrow \frac{\Delta p}{p_1} = 85.71\% \approx 86\%. \end{aligned}$$

### Vježba 459

Neka količina zraka ima volumen 26 dm<sup>3</sup>. Kolika je relativna promjena tlaka zraka, ako se volumen smanji na 18 dm<sup>3</sup>, a temperatura ostane stalna? Rješenje izrazite u %.

**Rezultat:** 44.44 %.



### Zadatak 460 (Ivan, gimnazija)

- Tijelo ima pri  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  obujam  $V_0$  i gustoću  $\rho_0$ .
- Kolika je njegova masa?
  - Tijelo ugrijemo do  $t_1$ . Koliki je njegov obujam  $V_1$  i njegova gustoća  $\rho_1$ ? Kubični koeficijent rastezanja je  $\alpha$ .
  - Tijelo se ugrije do temperature  $t_2$ . Koliki je njegov obujam  $V_2$  i gustoća  $\rho_2$ ?

Pokaži da za dobivene rezultate vrijedi relacija  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$ . Kakvo fizikalno svojstvo objašnjava ta relacija?

### Rješenje 460

$$V_0, \quad \rho_0, \quad t_1, \quad t_2, \quad \alpha, \quad V_1 = ?, \quad \rho_1 = ?, \quad V_2 = ?, \quad \rho_2 = ?$$

Kad čvrstom tijelu povisimo temperaturu, njegove se dimenzije povećaju. Ako su sve dimenzije čvrstog tijela podjednako izražene, riječ je o obujamnom rastezanju. Neka tijelo pri  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  ima obujam  $V_0$ . Povisimo li tijelu temperaturu za  $t$  (od  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  do  $t$ ), njegov će se obujam povećati za

$$\Delta V = \alpha \cdot t \cdot V_0,$$

gdje je  $\alpha$  koeficijent obujamnog rastezanja. Pri temperaturi  $t$  tijelo će imati obujam

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t).$$

Taj izraz vrijedi i za obujamno rastezanje tekućina, kao i za šuplja čvrsta tijela. Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz količnika mase  $m$  tijela i njegova obujma  $V$ :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

- a) Masa tijela je

$$m = \rho_0 \cdot V_0.$$

- b) Obujam tijela pri temperaturi  $t_1$  mijenja se prema zakonu

$$V_1 = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1).$$

Budući da se masa tijela s promjenom temperature ne mijenja, vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} m = \rho_0 \cdot V_0 \\ m = \rho_1 \cdot V_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \rho_0 \cdot V_0 = \rho_1 \cdot V_1 \Rightarrow \rho_1 \cdot V_1 = \rho_0 \cdot V_0 \Rightarrow \rho_1 \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) = \rho_0 \cdot V_0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \rho_1 \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) = \rho_0 \cdot V_0 \quad / \cdot \frac{1}{V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1)} \Rightarrow \rho_1 = \frac{\rho_0}{1 + \alpha \cdot t_1}.$$

- c) Obujam tijela pri temperaturi  $t_2$  mijenja se prema zakonu

$$V_2 = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2).$$

Budući da se masa tijela s promjenom temperature ne mijenja, vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} m = \rho_0 \cdot V_0 \\ m = \rho_2 \cdot V_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \rho_0 \cdot V_0 = \rho_2 \cdot V_2 \Rightarrow \rho_2 \cdot V_2 = \rho_0 \cdot V_0 \Rightarrow \rho_2 \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) = \rho_0 \cdot V_0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \rho_2 \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) = \rho_0 \cdot V_0 \quad / \cdot \frac{1}{V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2)} \Rightarrow \rho_2 = \frac{\rho_0}{1 + \alpha \cdot t_2}.$$

Provjerimo relaciju

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{m}{\rho_1}}{\frac{m}{\rho_2}} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

Ili

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1)}{V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2)} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1)}{V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2)} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1 + \alpha \cdot t_1}{1 + \alpha \cdot t_2} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} 1 + \alpha \cdot t_1 = \frac{\rho_0}{\rho_1} \\ 1 + \alpha \cdot t_2 = \frac{\rho_0}{\rho_2} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{\rho_0}{\rho_1}}{\frac{\rho_0}{\rho_2}} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

Relacija objašnjava svojstvo da se volumeni tijela na različitim temperaturama odnose obrnuto razmjerno s gustoćama na tim temperaturama.

#### Vježba 460

Tijelo ima pri 0 °C masu  $m$  i gustoću  $\rho_0$ . Koliki je njegov obujam?

**Rezultat:**  $V_0 = \frac{m}{\rho_0}.$