Zadatak 381 (Omega, tehnička škola)

Nađi broj molekula vodika u posudi obujma 1 cm^3 ako je tlak plina na stijenke posude $2.7 \cdot 10^4$ Pa, a srednja brzina molekula 2400 m / s. (masa molekule vodika (H_2) $m_1 = 3.35 \cdot 10^{-27}$ kg)

Rješenje 381

$V = 1\ cm^3 = 10^{-6}\ m^3$, $p = 2.7 \cdot 10^4$ Pa, $\bar{v} = 2400\ m/s$, $m_1 = 3.35 \cdot 10^{-27}$ kg,

N = ?

Pomoću kinetičke teorije plinova možemo tlak plina izraziti pomoću impulsa molekula na stijenke posude.

$$p = \frac{1}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot m_1 \cdot \overline{v^2},$$

gdje je N broj molekula plina, V obujam plina, m_1 masa molekule, $\overline{v^2}$ srednja vrijednost kvadrata molekulske brzine.

$$p = \frac{1}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot m_1 \cdot \overline{v^2} \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot m_1 \cdot \overline{v^2} = p \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot m_1 \cdot \overline{v^2} = p \ / \cdot \frac{3 \cdot V}{m_1 \cdot \overline{v^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = \frac{3 \cdot p \cdot V}{m_1 \cdot \overline{v^2}} = \frac{3 \cdot 2.7 \cdot 10^4\ Pa \cdot 10^{-6}\ m^3}{3.35 \cdot 10^{-27}\ kg \cdot \left(2400\ \frac{m}{s}\right)^2} = 4.198 \cdot 10^{18} \approx 4.2 \cdot 10^{18} \text{ molekula}.$$

Vježba 381

Nađi broj molekula vodika u posudi obujma 0.001 dm^3 ako je tlak plina na stijenke posude 27 kPa, a srednja brzina molekula 2400 m / s. (masa molekule vodika (H_2) $m_1 = 3.35 \cdot 10^{-27}$ kg)

Rezultat: $4.2 \cdot 10^{18}$ molekula.

Zadatak 382 (Omega, tehnička škola)

U 1 cm^3 plina ima $1.45 \cdot 10^{12}$ molekula. Srednja kinetička energija molekula pri njihovu nesređenom gibanju je $1.242 \cdot 10^{-20}$ J. Odredi tlak kojim plin pritišće na stijenke posude.

Rješenje 382

$V = 1\ cm^3 = 10^{-6}\ m^3$, $N = 1.45 \cdot 10^{12}$, $\overline{E_k} = 1.242 \cdot 10^{-20}\ J$, p = ?

Pomoću kinetičke teorije plinova možemo tlak plina izraziti pomoću impulsa molekula na stijenke posude.

$$p = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot \overline{E_k},$$

gdje je N broj molekula plina, V obujam plina, $\overline{E_k}$ srednja kinetička energija jedne molekule.

$$p = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot \overline{E_k} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1.45 \cdot 10^{12}}{10^{-6}\ m^3} \cdot 1.242 \cdot 10^{-20}\ J = 0.012\ Pa.$$

Vježba 382

U 1000 mm^3 plina ima $1.45 \cdot 10^{12}$ molekula. Srednja kinetička energija molekula pri njihovu nesređenom gibanju je $1.242 \cdot 10^{-20}$ J. Odredi tlak kojim plin pritišće na stijenke posude.

Rezultat: 0.012 Pa.

Zadatak 383 (Omega, tehnička škola)

Pri tlaku $1.013 \cdot 10^5$ Pa gustoća kisika iznosi 1.43 kg / m^3. Izračunaj srednju kvadratnu brzinu gibanja molekula.

Rješenje 383

$p = 1.013 \cdot 10^5$ Pa, $\rho = 1.43$ kg / m^3, $\bar{v} = ?$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz kvocijenta mase m tijela i njegova obujma V:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Pomoću kinetičke teorije plinova možemo tlak plina izraziti pomoću impulsa molekula na stijenke posude.

$$p = \frac{1}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot m_1 \cdot \overline{v^2},$$

gdje je N broj molekula plina, V obujam plina, m_1 masa molekule, $\overline{v^2}$ srednja vrijednost kvadrata molekulske brzine.

$$\left.\begin{array}{l} \rho = \frac{m}{V} \\ p = \frac{1}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot m_1 \cdot \overline{v^2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \rho = \frac{m}{V} \\ p = \frac{1}{3} \cdot \frac{N \cdot m_1}{V} \cdot \overline{v^2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{masa plina} \\ m = N \cdot m_1 \end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \rho = \frac{m}{V} \\ p = \frac{1}{3} \cdot \frac{m}{V} \cdot \overline{v^2} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{1}{3} \cdot \rho \cdot \overline{v^2} \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \rho \cdot \overline{v^2} = p \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \rho \cdot \overline{v^2} = p \;/ \cdot \frac{3}{\rho} \Rightarrow \overline{v^2} = \frac{3 \cdot p}{\rho} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \overline{v^2} = \frac{3 \cdot p}{\rho} \;/ \sqrt{\;} \Rightarrow \bar{v} = \sqrt{\frac{3 \cdot p}{\rho}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1.013 \cdot 10^5 \; Pa}{1.43 \; \frac{kg}{m^3}}} = 460.996 \; \frac{m}{s} \approx 461 \; \frac{m}{s}.$$

Vježba 383

Pri tlaku $2.026 \cdot 10^5$ Pa gustoća kisika iznosi 2.86 kg / m^3. Izračunaj srednju kvadratnu brzinu gibanja molekula.

Rezultat: 461 m / s.

Zadatak 384 (Ivha, gimnazija)

Koliko leda temperature – 5 °C treba ubaciti u 200 g vode temperature 20 °C da se temperatura vode nakon otapanja leda i uspostave toplinske ravnoteže snizi na 15 °C? Gubitke zanemarujemo. (toplina taljenja leda λ = 335 kJ / kg, specifični toplinski kapacitet leda c_1 = 2093 J / (kg · K), specifični toplinski kapacitet vode c_2 = 4190 J / (kg · K))

Rješenje 384

t_1 = – 5 °C, m_2 = 200 g = 0.2 kg, t_2 = 20 °C, t = 0 °C talište leda, τ = 15 °C, λ = 335 kJ / kg = 335000 J / kg, c_1 = 2093 J / (kg · K), c_2 = 4190 J / (kg · K), m_1 = ?

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot \left(t_2 - t_1\right),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q_t = m \cdot \lambda,$$

gdje je λ specifična toplina taljenja.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.

- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Kada su u međusobnom dodiru dva tijela različitih temperatura, onda je, prema zakonu o očuvanju energije, povećanje unutarnje energije tijela koje se grije jednako smanjenju unutarnje energije tijela koje se hladi, tj.

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t),$$

gdje je t konačna temperatura, tj. temperatura pri kojoj oba tijela postižu toplinsku ravnotežu.
Proces pretvaranja leda u vodu zadane temperature sastoji se od tri koraka:

- zagrijavanje leda do tališta (temperature t)

$$Q_1 = m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1)$$

- taljenje leda

$$Q_2 = m_1 \cdot \lambda$$

- zagrijavanje nastale vode mase m_1 do temperature toplinske ravnoteže τ

$$Q_3 = m_1 \cdot c_2 \cdot (\tau - t).$$

Snižavanjem temperature vode mase m_2 od t_2 na temperaturu toplinske ravnoteže τ dobije se toplina

$$Q = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - \tau)$$

koja služi za grijanje leda do temperature tališta t, otapanje leda i grijanje nastale vode do temperature τ.

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) + m_1 \cdot \lambda + m_1 \cdot c_2 \cdot (\tau - t) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - \tau) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot (c_1 \cdot (t - t_1) + \lambda + c_2 \cdot (\tau - t)) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - \tau) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot (c_1 \cdot (t - t_1) + \lambda + c_2 \cdot (\tau - t)) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - \tau) \quad / \cdot \frac{1}{c_1 \cdot (t - t_1) + \lambda + c_2 \cdot (\tau - t)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 = \frac{m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - \tau)}{c_1 \cdot (t - t_1) + \lambda + c_2 \cdot (\tau - t)} =$$

$$= \frac{0.2\ kg \cdot 4190\ \frac{J}{kg \cdot K} \cdot (20 - 15)\ K}{2093\ \frac{J}{kg \cdot K} \cdot (0 - (-5))\ K + 335000\ \frac{J}{kg} + 4190\ \frac{J}{kg \cdot K} \cdot (15 - 0)\ K} = 0.01026\ kg = 10.26\ g.$$

Vježba 384

Koliko leda temperature – 5 °C treba ubaciti u 20 dag vode temperature 20 °C da se temperatura vode nakon otapanja leda i uspostave toplinske ravnoteže snizi na 15 °C? Gubitke zanemarujemo. (toplina taljenja leda λ = 335 kJ / kg, specifični toplinski kapacitet leda c_1 = 2093 J / (kg · K), specifični toplinski kapacitet vode c_2 = 4190 J / (kg · K))

Rezultat: 10.26 g.

Zadatak 385 (Ivha, gimnazija)

Kilogram leda temperature – 15 °C ubaci se u vodu temperature 30 °C. Kolika je masa vode ako je nakon otapanja leda i uspostave toplinske ravnoteže temperatura smjese 15 °C? Gubitke zanemarujemo. (toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5$ J / kg, specifični toplinski kapacitet leda c_1 = 2100 J / (kg · K), specifični toplinski kapacitet vode c_2 = 4190 J / (kg · K))

Rješenje 385

m_1 = 1 kg, t_1 = – 15 °C, t_2 = 30 °C, t = 0 °C talište leda, τ = 15 °C,

$\lambda = 3.3 \cdot 10^5$ J / kg, $c_1 = 2100$ J / (kg · K), $c_2 = 4190$ J / (kg · K), $m_2 = ?$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \;\Rightarrow\; Q = m \cdot c \cdot \left(t_2 - t_1\right),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.
Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q_t = m \cdot \lambda,$$

gdje je λ specifična toplina taljenja.
Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Kada su u međusobnom dodiru dva tijela različitih temperatura, onda je, prema zakonu o očuvanju energije, povećanje unutarnje energije tijela koje se grije jednako smanjenju unutarnje energije tijela koje se hladi, tj.

$$Q_1 = Q_2 \;\Rightarrow\; m_1 \cdot c_1 \cdot \left(t - t_1\right) = m_2 \cdot c_2 \cdot \left(t_2 - t\right),$$

gdje je t konačna temperatura, tj. temperatura pri kojoj oba tijela postižu toplinsku ravnotežu.
Proces pretvaranja leda u vodu zadane temperature sastoji se od tri koraka:

- zagrijavanje leda do tališta (temperature t)

$$Q_1 = m_1 \cdot c_1 \cdot \left(t - t_1\right)$$

- taljenje leda

$$Q_2 = m_1 \cdot \lambda$$

- zagrijavanje nastale vode mase m_1 do temperature toplinske ravnoteže τ

$$Q_3 = m_1 \cdot c_2 \cdot \left(\tau - t\right).$$

Snižavanjem temperature vode mase m_2 od t_2 na temperaturu toplinske ravnoteže τ dobije se toplina

$$Q = m_2 \cdot c_2 \cdot \left(t_2 - \tau\right)$$

koja služi za grijanje leda do temperature tališta t, otapanje leda i grijanje nastale vode do temperature τ.

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q \;\Rightarrow\; m_1 \cdot c_1 \cdot \left(t - t_1\right) + m_1 \cdot \lambda + m_1 \cdot c_2 \cdot \left(\tau - t\right) = m_2 \cdot c_2 \cdot \left(t_2 - \tau\right) \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; m_1 \cdot \left(c_1 \cdot \left(t - t_1\right) + \lambda + c_2 \cdot \left(\tau - t\right)\right) = m_2 \cdot c_2 \cdot \left(t_2 - \tau\right) \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; m_2 \cdot c_2 \cdot \left(t_2 - \tau\right) = m_1 \cdot \left(c_1 \cdot \left(t - t_1\right) + \lambda + c_2 \cdot \left(\tau - t\right)\right) \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; m_2 \cdot c_2 \cdot \left(t_2 - \tau\right) = m_1 \cdot \left(c_1 \cdot \left(t - t_1\right) + \lambda + c_2 \cdot \left(\tau - t\right)\right) \;/ \cdot \frac{1}{c_2 \cdot \left(t_2 - \tau\right)} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; m_2 = \frac{m_1 \cdot \left(c_1 \cdot \left(t - t_1\right) + \lambda + c_2 \cdot \left(\tau - t\right)\right)}{c_2 \cdot \left(t_2 - \tau\right)} =$$

$$=\frac{1\ kg\cdot\left(2100\ \frac{J}{kg\cdot K}\cdot(0-(-15))\ K+3.3\cdot10^{5}\ \frac{J}{kg}+4190\ \frac{J}{kg\cdot K}\cdot(15-0)\ K\right)}{4190\ \frac{J}{kg\cdot K}\cdot(30-0)\ K}=3.4\ kg.$$

Vježba 385

Tisuću grama leda temperature – 15 °C ubaci se u vodu temperature 30 °C. Kolika je masa vode ako je nakon otapanja leda i uspostave toplinske ravnoteže temperatura smjese 15 °C? Gubitke zanemarujemo. (toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5$ J / kg, specifični toplinski kapacitet leda $c_1 = 2100$ J / (kg · K), specifični toplinski kapacitet vode $c_2 = 4190$ J / (kg · K))

Rezultat: 3.4 kg.

Zadatak 386 (Ivha, gimnazija)

Da bi se određena masa neke tvari zagrijala od 20 °C do 80 °C potrebno je četiri puta manje energije nego za zagrijavanje jednake mase vode od 20 °C do vrenja. Koliki je specifični toplinski kapacitet te tvari? (specifični toplinski kapacitet vode $c_2 = 4190$ J / (kg · K))

Rješenje 386

$m_1 = m$, $t_1 = 20$ °C, $t_2 = 80$ °C, $m_2 = m$, $t_3 = 20$ °C, $t_4 = 100$ °C vrelište vode, $c_2 = 4190$ J / (kg · K), $c_1 = ?$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q=m\cdot c\cdot\Delta t\ \Rightarrow\ Q=m\cdot c\cdot(t_2-t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.
Računamo toplinu:

- Q_1 potrebnu da se tvar mase m_1 zagrije od temperature t_1 do t_2.

$$Q_1=m_1\cdot c_1\cdot(t_2-t_1)\ \Rightarrow\ Q_1=m\cdot c_1\cdot(t_2-t_1)$$

- Q_2 potrebnu da se voda mase m_2 zagrije od temperature t_3 do vrelišta t_4.

$$Q_2=m_2\cdot c_2\cdot(t_4-t_3)\ \Rightarrow\ Q_2=m\cdot c_2\cdot(t_4-t_3).$$

Iz uvjeta zadatka slijedi da je toplina Q_1 četiri puta manja od Q_2.

$$Q_1=\frac{1}{4}\cdot Q_2\ \Rightarrow\ m\cdot c_1\cdot(t_2-t_1)=\frac{1}{4}\cdot m\cdot c_2\cdot(t_4-t_3)\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ m\cdot c_1\cdot(t_2-t_1)=\frac{1}{4}\cdot m\cdot c_2\cdot(t_4-t_3)\ /\cdot\frac{1}{m\cdot(t_2-t_1)}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ c_1=\frac{c_2\cdot(t_4-t_3)}{4\cdot(t_2-t_1)}=\frac{4190\ \frac{J}{kg\cdot K}\cdot(100-20)\ K}{4\cdot(80-20)\ K}=1396.67\ \frac{J}{kg\cdot K}\approx1397\ \frac{J}{kg\cdot K}.$$

Vježba 386

Da bi se određena masa neke tvari zagrijala od 30 °C do 90 °C potrebno je četiri puta manje energije nego za zagrijavanje jednake mase vode od 20 °C do vrenja. Koliki je specifični toplinski kapacitet te tvari? (specifični toplinski kapacitet vode $c_2 = 4190$ J / (kg · K))

Rezultat: $1397\ \frac{J}{kg\cdot K}.$

Zadatak 387 (Oggy, gimnazija)

Početna temperatura idealnog plina je 20 °C, a početni volumen je 0.2 litre pri tlaku 1.2 bara. Ekspanzijom pri tome tlaku obavi se rad od 90 J. Odredi konačni volumen i temperaturu.

Rješenje 387

$t_1 = 20$ °C => $T_1 = 273 + t_1 = (273 + 20)$ K $= 293$ K, $V_1 = 0.2$ l $= 0.2$ dm^3 $= 2 \cdot 10^{-4}$ m^3, $p = 1.2$ bar $= 1.2 \cdot 10^5$ Pa, $W = 90$ J, $V_2 = ?$, $t_2 = ?$

Kad plinu dovodimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak

$$W = p \cdot \Delta V \;\Rightarrow\; W = p \cdot \left(V_2 - V_1\right).$$

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay – Lussacovu [Gej – Lisak] zakonu. Jednadžba u termodinamičkoj ljestvici temperature glasi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Računamo volumen V_2.

$$W = p \cdot \left(V_2 - V_1\right) \;\Rightarrow\; p \cdot \left(V_2 - V_1\right) = W \;\Rightarrow\; p \cdot \left(V_2 - V_1\right) = W \;/ \cdot \frac{1}{p} \;\Rightarrow\; V_2 - V_1 = \frac{W}{p} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{W}{p} + V_1 = \frac{90\ J}{1.2 \cdot 10^5\ Pa} + 2 \cdot 10^{-4}\ m^3 = 0.00095\ m^3 = 0.95\ dm^3 = 0.95\ l.$$

Budući da se plin izobarno širio, njegova konačna temperatura t_2 iznosi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \;\Rightarrow\; \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \;/ \cdot \frac{T_2 \cdot T_1}{V_1} \;\Rightarrow\; T_2 = \frac{V_2 \cdot T_1}{V_1} = \frac{0.95\ l \cdot 293\ K}{0.2\ l} = 1392\ K.$$

Preračunavamo u °C.

$T_2 = 1392$ K => $t_2 = T_2 - 273 = (1392 - 273)$ °C $= 1119$ °C.

Vježba 387

Početna temperatura idealnog plina je 20 °C, a početni volumen je 200 cm^3 pri tlaku 1.2 bara. Ekspanzijom pri tome tlaku obavi se rad od 90 J. Odredi konačni volumen i temperaturu.

Rezultat: 0.95 L, 1110 °C.

Zadatak 388 (Lara, gimnazija)

Koliko molekula plina ima u posudi obujma 5 litara? Plin je pod tlakom 0.2 MPa na temperaturi 27 °C. (plinska konstanta $R = 8.314$ J / (mol · K), Boltzmanova konstanta $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J / K, Avogadrova konstanta $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$ mol^{-1})

Rješenje 388

$V = 5$ l $= 5$ dm^3 $= 5 \cdot 10^{-3}$ m^3, $p = 0.2$ MPa $= 2 \cdot 10^5$ Pa,
$t = 27$ °C => $T = 273 + t = (273 + 27)$ K $= 300$ K, $R = 8.314$ J / (mol · K),
$k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J / K, $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}, $N = ?$

Broj atoma i molekula u makroskopskim tijelima je velik i obično se ne izražava brojnošću, već veličinom množina, tj. količina tvari (znak: n). Jedinica za količinu tvari ili množinu je mol (znak: mol). Jedan mol bilo koje tvari sadrži jednak broj jedinki (molekula, atoma itd.) i to $6.022 \cdot 10^{23}$, što je brojčana vrijednost Avogadrove konstante $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.
Broj jedinki N u množini tvari n iznosi:

$$N = n \cdot N_A.$$

Jednadžba stanja plina, ako je zadana množina n idealnog plina, glasi:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T,$$

gdje je p tlak, V obujam plina, R plinska konstanta, T termodinamička temperatura plina. Jednadžbu plinskog stanja možemo iskazati i brojem N molekula u obliku

$$p \cdot V = k_B \cdot N \cdot T,$$

gdje je k_B Boltzmanova konstanta $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J / K.

1.inačica

$$\left.\begin{array}{l} N = n \cdot N_A \\ p \cdot V = n \cdot R \cdot T \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} n \cdot N_A = N \\ p \cdot V = n \cdot R \cdot T \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} n \cdot N_A = N \;/ \cdot \dfrac{1}{N_A} \\ p \cdot V = n \cdot R \cdot T \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} n = \dfrac{N}{N_A} \\ p \cdot V = n \cdot R \cdot T \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array}\right] \Rightarrow p \cdot V = \frac{N}{N_A} \cdot R \cdot T \Rightarrow \frac{N}{N_A} \cdot R \cdot T = p \cdot V \Rightarrow \frac{N}{N_A} \cdot R \cdot T = p \cdot V \;/ \cdot \frac{N_A}{R \cdot T} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = \frac{p \cdot V \cdot N_A}{R \cdot T} = \frac{2 \cdot 10^5 \; Pa \cdot 5 \cdot 10^{-3} \; m^3 \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \; \frac{1}{mol}}{8.314 \; \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 300 \; K} = 2.4 \cdot 10^{23} \text{ molekula}.$$

2.inačica

$$p \cdot V = k_B \cdot N \cdot T \Rightarrow k_B \cdot N \cdot T = p \cdot V \Rightarrow k_B \cdot N \cdot T = p \cdot V \;/ \cdot \frac{1}{k_B \cdot T} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = \frac{p \cdot V}{k_B \cdot T} = \frac{2 \cdot 10^5 \; Pa \cdot 5 \cdot 10^{-3} \; m^3}{1.38 \cdot 10^{-23} \; \frac{J}{K} \cdot 300 \; K} = 2.4 \cdot 10^{23} \text{ molekula}.$$

Vježba 388

Koliko molekula plina ima u posudi obujma 5000 cm^3? Plin je pod tlakom 200 kPa na temperaturi 27 °C. (plinska konstanta R = 8.314 J / (mol · K), Boltzmanova konstanta $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J / K, Avogadrova konstanta $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$ mol^{-1})

Rezultat: $2.4 \cdot 10^{23}$.

Zadatak 389 (Dora, gimnazija)

S koje je visine pala kugla od aluminija ako joj se temperatura povisila za 1.5 K? Cjelokupan rad pri padu utrošen je na zagrijavanje kugle. (specifični toplinski kapacitet aluminija c = 920 J / (kg · K), ubrzanje slobodnog pada g = 9.81 m / s^2)

Rješenje 389

$\Delta t = 1.5$ K, c = 920 J / (kg · K), g = 9.81 m / s^2, h = ?

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.
Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot \left(t_2 - t_1\right),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.
Budući da je cjelokupan rad pri padu kugle utrošen na njezino zagrijavanje, slijedi:

$$\left.\begin{array}{l} W = \Delta E_{gp} \\ W = Q \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta E_{gp} = Q \Rightarrow m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot 0 = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow m \cdot g \cdot h = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot g \cdot h = m \cdot c \cdot \Delta t \quad / \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow h = \frac{c \cdot \Delta t}{g} = \frac{920 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot 1.5 \ K}{9.81 \frac{m}{s^2}} = 140.67 \ m.$$

Vježba 389

S koje je visine pala kugla od aluminija ako joj se temperatura povisila za 3 K? Cjelokupan rad pri padu utrošen je na zagrijavanje kugle. (specifični toplinski kapacitet aluminija $c = 920 \ J / (kg \cdot K)$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \ m / s^2$)

Rezultat: 281.35 m.

Zadatak 390 (Dora, gimnazija)

Temperatura vode na vrhu slapa visokog 50 m iznosi 10 °C. Kada bi se sva potencijalna energija vode pretvorila na dnu slapa u toplinsku, izračunajte kolika bi bila temperatura vode na dnu slapa. (specifični toplinski kapacitet vode $c = 4190 \ J / (kg \cdot K)$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \ m / s^2$)

Rješenje 390

$h = 50$ m, $t_1 = 10$ °C, $c = 4190 \ J / (kg \cdot K)$, $g = 9.81 \ m / s^2$, $t_2 = ?$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.
Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot \left(t_2 - t_1\right),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.
Ako se sva gravitacijska potencijalna energija vode pretvori u toplinsku, onda vrijedi:

$$E_{gp} = Q \Rightarrow m \cdot g \cdot h = m \cdot c \cdot \left(t_2 - t_1\right) \Rightarrow m \cdot g \cdot h = m \cdot c \cdot \left(t_2 - t_1\right) \quad / \cdot \frac{1}{m \cdot c} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{g \cdot h}{c} = t_2 - t_1 \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{g \cdot h}{c} \Rightarrow t_2 = \frac{g \cdot h}{c} + t_1 =$$

$$= \frac{9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 50 \ m}{4190 \frac{J}{kg \cdot K}} + 10 \ ^0C = 10.12 \ ^0C.$$

Vježba 390

Temperatura vode na vrhu slapa visokog 50 m iznosi 20 °C. Kada bi se sva potencijalna energija vode pretvorila na dnu slapa u toplinsku, izračunajte kolika bi bila temperatura vode na dnu slapa. (specifični toplinski kapacitet vode c = 4190 J / (kg · K), ubrzanje slobodnog pada g = 9.81 m / s^2)

Rezultat: 20.12 °C.

Zadatak 391 (Jaca, gimnazija)

Na temperaturi 600 °C duljina bakrene žice je 60 m. Kolika je duljina te žice na temperaturi 0 °C? Linearni koeficijent termičkoga rastezanja bakra je $1.7 \cdot 10^{-5}$ K^{-1}.

Rješenje 391

$t = 600$ °C, $l_{600} = 60$ m, $\beta = 1.7 \cdot 10^{-5}$ K^{-1}, $l_0 = ?$

Kad štapu nekog čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri 0 °C ima duljinu l_0, povisimo temperaturu za t (od 0 °C do t), on će se produljiti za:

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja koji se definira izrazom:

$$\beta = \frac{l_t - l_0}{l_0 \cdot t}.$$

Jedinica za koeficijent linearnog rastezanja je K^{-1}. Iz izraza za β slijedi da će nakon zagrijavanja duljina štapa biti jednaka:

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t).$$

Taj izraz vrijedi i za kubično rastezanje tekućine, kao i za šuplja čvrsta tijela.
Duljinu bakrene žice pri 600 ºC označimo sa l_{600}, a pri 0 ºC sa l_0. Tada je:

$$l_{600} = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t) \Rightarrow l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t) = l_{600} \Rightarrow l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t) = l_{600} \; / \cdot \frac{1}{1 + \beta \cdot t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l_0 = \frac{l_{600}}{1 + \beta \cdot t} = \frac{60 \; m}{1 + 1.7 \cdot 10^{-5} \; \frac{1}{K} \cdot 600 \; K} = 59.39 \; m.$$

Vježba 391

Na temperaturi 600 °C duljina bakrene žice je 120 m. Kolika je duljina te žice na temperaturi 0 °C? Linearni koeficijent termičkoga rastezanja bakra je $1.7 \cdot 10^{-5}$ K^{-1}.

Rezultat: 118.79 m.

Zadatak 392 (Neira, srednja škola)

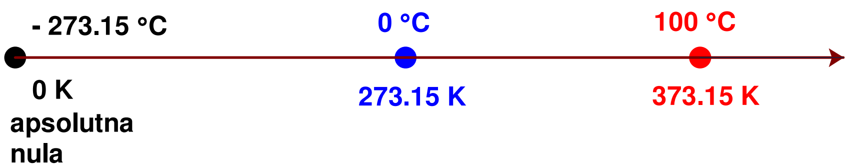
Ako pomiješamo 1 litru vode temperature 300 K sa 2 litre vode temperature 87 °C, kolika će biti temperatura smjese? (specifični toplinski kapacitet vode c = 4190 J / (kg · K))

Rješenje 392

$V_1 = 1$ l => $m_1 = 1$ kg, $T_1 = 300$ K => $t_1 = T_1 - 273 = (300 - 273)$ °C $= 27$ °C,
$V_2 = 2$ l => $m_2 = 2$ kg, $t_2 = 87$ °C, $c = 4190$ J / (kg · K), $t = ?$

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).
Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 °C, što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T\ (K) = \Delta t\ \left({}^{\circ}C\right).$$



Kelvinova i Celzijeva ljestvica podijeljene su na jednake dijelove i vrijedi:

$$T\ (K) = 273 + t\ \left({}^{\circ}C\right) \quad , \quad t\ \left({}^{\circ}C\right) = T\ (K) - 273.$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \;\Rightarrow\; Q = m \cdot c \cdot \left(t_2 - t_1\right),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela.
Kada su u međusobnom dodiru dva tijela različitih temperatura, onda je, prema zakonu o očuvanju energije, povećanje unutarnje energije tijela koje se grije jednako smanjenju unutarnje energije tijela koje se hladi, tj.

$$Q_1 = Q_2 \;\Rightarrow\; m_1 \cdot c_1 \cdot \left(t - t_1\right) = m_2 \cdot c_2 \cdot \left(t_2 - t\right),$$

gdje je t konačna temperatura, tj. temperatura pri kojoj oba tijela postižu toplinsku ravnotežu.
Računamo temperaturu smjese.

$$\left.\begin{array}{l} Q_1 = m_1 \cdot c \cdot \left(t - t_1\right) \\ Q_2 = m_2 \cdot c \cdot \left(t_2 - t\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{zakon o očuvanju energije} \\ Q_1 = Q_2 \end{array}\right] \Rightarrow m_1 \cdot c \cdot \left(t - t_1\right) = m_2 \cdot c \cdot \left(t_2 - t\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot c \cdot \left(t - t_1\right) = m_2 \cdot c \cdot \left(t_2 - t\right) \;/ : c \;\Rightarrow\; m_1 \cdot \left(t - t_1\right) = m_2 \cdot \left(t_2 - t\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot t - m_1 \cdot t_1 = m_2 \cdot t_2 - m_2 \cdot t \;\Rightarrow\; m_1 \cdot t + m_2 \cdot t = m_2 \cdot t_2 + m_1 \cdot t_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \cdot \left(m_1 + m_2\right) = m_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot t_2 \;\Rightarrow\; t \cdot \left(m_1 + m_2\right) = m_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot t_2 \;/ \cdot \frac{1}{m_1 + m_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{m_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot t_2}{m_1 + m_2} = \frac{1\ kg \cdot 27\ {}^{0}C + 2\ kg \cdot 87\ {}^{0}C}{1\ kg + 2\ kg} = 67\ {}^{0}C.$$

Vježba 392

Ako pomiješamo 2 litre vode temperature 300 K sa 4 litre vode temperature 87 °C, kolika će biti temperatura smjese? (specifični toplinski kapacitet vode $c_2 = 4190$ J / (kg · K))

Rezultat: 67 °C.

Zadatak 393 (Jakov, maturant)

Ronilac udahne 4 litre zraka na površini. Koliki volumen zraka ima u plućima kada zaroni na 5 metara dubine. Proces je izoterman. (normirani tlak zraka p_0 = 101325 Pa, ubrzanje slobodnog pada g = 9.81 m / s^2, gustoća zraka ρ = 1000 kg / m^3)

Rješenje 393

V_1 = 4 l = 4 dm^3 = 4 · 10^{-3} m^3, h = 5 m, $p_1 = p_0$ = 101325 Pa, g = 9.81 m / s^2, ρ = 1000 kg / m^3, V_2 = ?

Ako pri promjeni stanja dane mase plina, temperatura ostaje stalna (izotermno stanje), promjene obujma i tlaka plina možemo opisati Boyle – Mariotteovim zakonom:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2.$$

Iz formule vidi se da su tlak i volumen obrnuto razmjerne veličine (koliko se puta tlak poveća, toliko se puta volumen smanji; koliko se puta tlak smanji, toliko se puta volumen poveća).
Hidrostatički tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. On djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ:

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ.
Ukupan tlak p_2 koji djeluje na ronioca na dubini h jednak je zbroju normiranog tlaka p_0 i hidrostatičkog tlaka ρ · g · h na toj dubini.

$$p_2 = p_0 + \rho \cdot g \cdot h.$$

Budući da je proces izoterman, vrijedi:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \Rightarrow p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \Rightarrow p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \; / \cdot \frac{1}{p_2} \Rightarrow V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{p_0 \cdot V_1}{p_0 + \rho \cdot g \cdot h} = \frac{101325\ Pa \cdot 4 \cdot 10^{-3}\ m^3}{101325\ Pa + 1000\ \frac{kg}{m^3} \cdot 9.81\ \frac{m}{s^2} \cdot 5\ m} = 0.002695\ m^3 = 2.695\ dm^3 = 2.695\ l.$$

Vježba 393

Ronilac udahne 4 litre zraka na površini. Koliki volumen zraka ima u plućima kada zaroni na 5 metara dubine. Proces je izoterman. (normirani tlak zraka p_0 = 101325 Pa, ubrzanje slobodnog pada g = 9.81 m / s^2, gustoća zraka ρ = 1000 kg / m^3)

Rezultat: 2.695 l.

Zadatak 394 (Josip, gimnazija)

Dva mola idealnoga jednoatomnog plina izohorno se zagrijava od 273 K do 400 K. Koliko se pritom promijeni unutarnja energija toga plina? (Avogadrova konstanta N_A = 6.022 · 10^{23} mol^{-1}, plinska konstanta R = 8.314 J / (K · mol), Boltzmanova konstanta k_B = 1.38 · 10^{-23} J / K)

Rješenje 394

n = 2 mol, T_1 = 273 K, T_2 = 400 K, N_A = 6.022 · 10^{23} mol^{-1}, R = 8.314 J / (K · mol), k_B = 1.38 · 10^{-23} J / K, ΔU = ?

Za jednoatomne plinove možemo za unutarnju energiju zapisati jednadžbe:

- $$\left.\begin{array}{l} U = \frac{3}{2} \cdot N \cdot k_B \cdot T \\ N = n \cdot N_A \end{array}\right\} \Rightarrow U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot N_A \cdot k_B \cdot T$$
- $$U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T,$$

gdje je N broj atoma ili molekula, k_B Boltzmanova konstanta, T termodinamička temperatura, n količina tvari, N_A Avogadrova konstanta, R plinska konstanta.

1.inačica

Promjena unutarnje energije iznosi:

$$\Delta U = U_2 - U_1 \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot N_A \cdot k_B \cdot T_2 - \frac{3}{2} \cdot n \cdot N_A \cdot k_B \cdot T_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot N_A \cdot k_B \cdot \left(T_2 - T_1\right) =$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} \cdot 2\ mol \cdot 6.022 \cdot 10^{23}\ mol^{-1} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23}\ \frac{J}{K} \cdot \left(400 - 273\right)\ K = 3166.25\ J.$$

2.inačica

Promjena unutarnje energije iznosi:

$$\Delta U = U_2 - U_1 \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T_2 - \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T_1 \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \left(T_2 - T_1\right) =$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} \cdot 2\ mol \cdot 8.314\ \frac{J}{K \cdot mol} \cdot \left(400 - 273\right)\ K = 3167.63\ J.$$

Samo bez panike! Razlika u rezultatima pojavila se zbog zaokruživanja.

Vježba 394

Dva mola idealnoga jednoatomnog plina izohorno se zagrijava od 278 K do 405 K. Koliko se pritom promijeni unutarnja energija toga plina? (Avogadrova konstanta $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}, plinska konstanta R = 8.314 J / (K · mol), Boltzmanova konstanta $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J / K)

Rezultat: ≈ 3167 J.

Zadatak 395 (Jadranka, srednja škola)

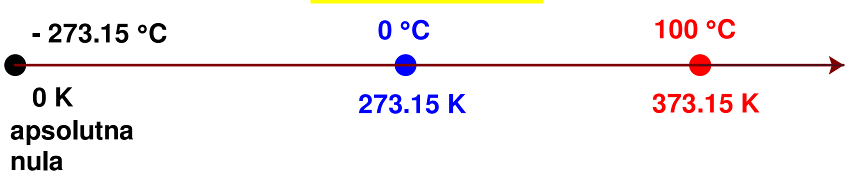
Korisnost nekoga Carnotova stroja jest 25%. Temperatura toplijega spremnika jest 124 ºC. Kolika je temperatura hladnijega spremnika?

Rješenje 395

η = 25% = 0.25, t_1 = 124 °C => $T_1 = 273 + t_1$ = (273 + 124) K = 397 K, t_2 = ?

Kelvinova i Celzijusova ljestvica su dvije različite temperaturne ljestvice.
Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).
Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 °C, što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T\ (K) = \Delta t\ \left({}^{0}C\right).$$



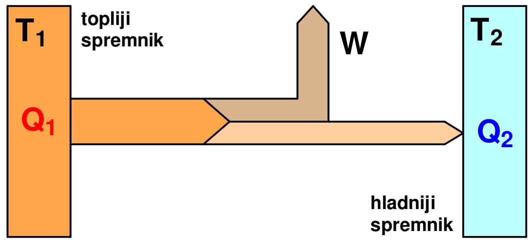
Pri toplinskim strojevima dio unutarnje energije plinova i para (radnog tijela) pretvaramo u rad. To je moguće samo kad se radno tijelo nalazi između spremnika više i spremnika niže temperature. Za vrijeme jednoga kružnog procesa radno tijelo primi od toplijeg spremnika toplinu Q_1 i preda hladnijem spremniku toplinu Q_2. Promjena topline $Q_1 - Q_2$ pri idealnom stroju prelazi u mehanički rad W:

$$W = Q_1 - Q_2.$$

Korisnost η nekoga toplinskog stroja govori o tome koliki je dio topline dobivene od toplijeg spremnika prešao u mehanički rad W, tj.

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad , \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

gdje su T_1 i T_2 temperature toplijeg odnosno hladnijeg spremnika. Korisnost ne ovisi o vrsti radnog tijela, već samo o razlici temperatura toplijeg i hladnijeg spremnika. Što je ta razlika veća, korisnost je veća.



Temperatura hladnijega spremnika je T_2. Računamo temperaturu T_1.

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \Rightarrow \eta = \frac{T_1}{T_1} - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \eta = \frac{T_1}{T_1} - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 1 - \eta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 1 - \eta \; / \cdot T_1 \Rightarrow T_2 = (1 - \eta) \cdot T_1 = (1 - 0.25) \cdot 397 \; K = 297.75 \; K \approx 298 \; K.$$

Temperatura hladnijega spremnika u ºC iznosi:

$$T_2 = 298 \; K \Rightarrow t_2 = T_2 - 273 = (298 - 273) \; {}^0C = 25 \; {}^0C.$$

Vježba 395

Korisnost nekoga Carnotova stroja jest 20%. Temperatura toplijega spremnika jest 124 ºC. Kolika je temperatura hladnijega spremnika?

Rezultat: 45 ºC.

Zadatak 396 (Marija, medicinska škola)

Da bismo grijačem snage 5 kW zagrijali 45 kg vode od 293 K do 373 K, trebamo grijati vodu 1 sat. Kolika se pritom snaga izgubi na okoliš? (specifični toplinski kapacitet vode c = 4186 J / (kg · K))

Rješenje 396

P_u = 5 kW = 5000 W ukupna snaga grijača, m = 45 kg, T_1 = 293 K, T_2 = 373 K, t = 1 h = 3600 s, c = 4186 J / (kg · K), ΔP = ?

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Za zagrijavanje vode mase m od temperature T_1 do T_2 treba topline

$$\left. \begin{array}{l} Q = m \cdot c \cdot \Delta T \\ W_k = Q \end{array} \right\} \Rightarrow W_k = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow W_k = m \cdot c \cdot \left(T_2 - T_1\right).$$

Korisna je snaga

$$P_k = \frac{W_k}{t} \Rightarrow P_k = \frac{m \cdot c \cdot \left(T_2 - T_1\right)}{t}$$

pa izgubljena snaga iznosi:

$$\Delta P = P_u - P_k \Rightarrow \Delta P = P_u - \frac{m \cdot c \cdot \left(T_2 - T_1\right)}{t} =$$

$$= 5000 \ W - \frac{45 \ kg \cdot 4186 \ \frac{J}{kg \cdot K} \cdot (373 - 293) \ K}{3600 \ s} = 814 \ W.$$

Vježba 396

Da bismo grijačem snage 5 kW zagrijali 90 kg vode od 293 K do 373 K, trebamo grijati vodu 2 sata. Kolika se pritom snaga izgubi na okoliš? (specifični toplinski kapacitet vode c = 4186 J / (kg · K))

Rezultat: 814 W.

Zadatak 397 (Melita, srednja škola)

Zemljin satelit rotira brzinom 7 km / s. Za koliko će se povećati temperatura satelita prilikom sudara, ako se cjelokupna kinetička energija satelita pretvori u toplinu? (specifični toplinski kapacitet satelita c = 520 J / (kg · K))

Rješenje 397

v = 7 km / s = 7000 m / s, c = 520 J / (kg · K), Δt = ?

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot \left(t_2 - t_1\right),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 °C, što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T \ (K) = \Delta t \left({}^0C\right).$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kinetička energija satelita je

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2,$$

a nakon sudara ta energija prelazi u toplinsku energiju

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t.$$

$$E_k = Q \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \; / \cdot \frac{1}{m \cdot c} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{v^2}{2 \cdot c} = \frac{\left(7000 \, \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 520 \, \frac{J}{kg \cdot K}} = 47115.38 \; K.$$

Vježba 397

Zemljin satelit rotira brzinom 420 km / min. Za koliko će se povećati temperatura satelita prilikom sudara, ako se cjelokupna kinetička energija satelita pretvori u toplinu? (specifični toplinski kapacitet satelita c = 520 J / (kg · K))

Rezultat: $47115.38 \; K.$

Zadatak 398 (Sara, srednja škola)

Srebrna kugla uronjena u vodu od 0 ºC istisne 10 cm^3 vode, a uronjena u vodu od 100 ºC istisne 10.057 cm^3. Koliki je koeficijent obujamnog rastezanja srebra?

Rješenje 398

$V_0 = 10 \; cm^3 = 10^{-5} \; m^3$, $t = 100$ ºC, $V_t = 10.057 \; cm^3 = 1.0057 \cdot 10^{-5} \; m^3$, $\alpha = ?$

Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.
Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).
Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 °C, što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T \, (K) = \Delta t \left({}^0 C\right).$$

Kad čvrstom tijelu povisimo temperaturu, njegove se dimenzije povećaju. Ako su sve dimenzije čvrstog tijela podjednako izražene, riječ je o obujamnom rastezanju. Neka tijelo pri 0 °C ima obujam V_0. Povisimo li tijelu temperaturu za t (od 0 °C do t), njegov će se obujam povećati za

$$\Delta V = \alpha \cdot t \cdot V_0,$$

gdje je α koeficijent obujamnog rastezanja. Pri temperaturi t tijelo će imati obujam

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t).$$

Taj izraz vrijedi i za obujamno rastezanje tekućina, kao i za šuplja čvrsta tijela.
Obujam istisnute vode je ujedno obujam srebrne kugle. Budući da se radi o obujamnom rastezanju čvrstog tijela, vrijedi:

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \Rightarrow V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) = V_t \Rightarrow V_0 + V_0 \cdot \alpha \cdot t = V_t \Rightarrow V_0 \cdot \alpha \cdot t = V_t - V_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_0 \cdot \alpha \cdot t = V_t - V_0 \; / \cdot \frac{1}{V_0 \cdot t} \Rightarrow \alpha = \frac{V_t - V_0}{V_0 \cdot t} =$$

$$= \frac{1.0057 \cdot 10^{-5} \; m^3 - 10^{-5} \; m^3}{10^{-5} \; m^3 \cdot 100 \; {}^0 C} = 0.000057 \; \frac{1}{K} = 5.7 \cdot 10^{-5} \; \frac{1}{K}.$$

Vježba 398

Srebrna kugla uronjena u vodu od 0 ºC istisne 10000 mm^3 vode, a uronjena u vodu od 100 ºC istisne 10057 mm^3. Koliki je koeficijent kubičnog rastezanja srebra?

Rezultat: $5.7 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K}.$

Zadatak 399 (Sara, srednja škola)

Bakrena kugla ima kod 18 ºC promjer 40 mm. Do koje je temperature smijemo zagrijati da još može proći kroz kolut promjera 40.2 mm? (koeficijent linearnog rastezanja bakra β = 1.7 · 10^{-7} K^{-1})

Rješenje 399

t_1 = 18 ºC, d_1 = 40 mm = 0.04 m, d_2 = 40.2 mm = 0.0402 m, β = 1.7 · 10^{-7} K^{-1}, t_2 = ?

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).
Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 °C, što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T\ (K) = \Delta t\ \left({}^{0}C\right).$$

Kad štapu nekog čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri 0 °C ima duljinu l_0, povisimo temperaturu za t (od 0 °C do t), on će se produljiti za:

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja koji se definira izrazom:

$$\beta = \frac{l_t - l_0}{l_0 \cdot t}.$$

Jedinica za koeficijent linearnog rastezanja je K^{-1}. Iz izraza za β slijedi da će nakon zagrijavanja duljina štapa biti jednaka:

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t).$$

Budući da prolazak kugle kroz kolut ovisi o promjeru kugle, riječ je o linearnom rastezanju. Iz sustava jednadžbi dobije se temperatura t_2.

$$\left.\begin{array}{l} d_1 = d_0 \cdot \left(1 + \beta \cdot t_1\right) \\ d_2 = d_0 \cdot \left(1 + \beta \cdot t_2\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array}\right] \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{d_0 \cdot \left(1 + \beta \cdot t_2\right)}{d_0 \cdot \left(1 + \beta \cdot t_1\right)} \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{\cancel{d_0} \cdot \left(1 + \beta \cdot t_2\right)}{\cancel{d_0} \cdot \left(1 + \beta \cdot t_1\right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{1 + \beta \cdot t_2}{1 + \beta \cdot t_1} \Rightarrow \frac{1 + \beta \cdot t_2}{1 + \beta \cdot t_1} = \frac{d_2}{d_1} \Rightarrow \frac{1 + \beta \cdot t_2}{1 + \beta \cdot t_1} = \frac{d_2}{d_1} \ / \cdot \left(1 + \beta \cdot t_1\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + \beta \cdot t_2 = \frac{d_2}{d_1} \cdot \left(1 + \beta \cdot t_1\right) \Rightarrow \beta \cdot t_2 = \frac{d_2}{d_1} \cdot \left(1 + \beta \cdot t_1\right) - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \beta \cdot t_2 = \frac{d_2}{d_1} \cdot \left(1 + \beta \cdot t_1\right) - 1 \ / \cdot \frac{1}{\beta} \Rightarrow t_2 = \frac{1}{\beta} \cdot \left[\frac{d_2}{d_1} \cdot \left(1 + \beta \cdot t_1\right) - 1\right] =$$

$$= \frac{1}{1.7 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K}} \cdot \left[\frac{0.0402\ m}{0.04\ m} \cdot \left(1 + 1.7 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K} \cdot 18\ K\right) - 1\right] = 312.2\ {}^{0}C.$$

Vježba 399

Bakrena kugla ima kod 18 ºC promjer 4 cm. Do koje je temperature smijemo zagrijati da još može proći kroz kolut promjera 4.02 cm? (koeficijent linearnog rastezanja bakra β = 1.7 · 10^{-7} K^{-1})

Rezultat: 312.2 ºC.

Zadatak 400 (Mira, gimnazija)

Nogometnu loptu volumena 2.8 litara (u napuhanom stanju) pumpamo ručnom pumpom koja u jednom hodu ručice daje 200 cm^3 zraka. Lopta je u početku pumpanja potpuno ispražnjena, a pumpamo je do tlaka od 180 kPa. Koliko puta treba pritisnuti ručicu pumpe? (normirani tlak $p_0 = 1.013 \cdot 10^5$ Pa)

A. 22 *B.* 20 *C.* 25 *D.* 30

Rješenje 400

$V = 2.8\ l = 2.8\ dm^3 = 2.8 \cdot 10^{-3}\ m^3$, $V_0 = 200\ cm^3 = 2 \cdot 10^{-4}\ m^3$, $p = 180\ kPa = 1.8 \cdot 10^5\ Pa$, $p_0 = 1.013 \cdot 10^5\ Pa$, $N = ?$

Jednadžba stanja plina, ako je zadana masa plina m i molna masa M, glasi:

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \Rightarrow m = \frac{p \cdot V \cdot M}{R \cdot T},$$

gdje je p tlak, V obujam plina, m masa plina, M molna masa plina, R plinska konstanta, T termodinamička temperatura plina.
Ako pri promjeni stanja dane mase plina, temperatura ostaje stalna (izotermno stanje), promjene obujma i tlaka plina možemo opisati Boyle – Mariotteovim zakonom:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2.$$

Iz formule vidi se da su tlak i volumen obrnuto razmjerne veličine (koliko se puta tlak poveća, toliko se puta volumen smanji; koliko se puta tlak smanji, toliko se puta volumen poveća).

1.inačica

Neka je N broj volumena V_0 zraka koje u jednom hodu ručice pumpe upumpamo u loptu čiji je volumen u napuhanom stanju V. Budući da je temperatura stalna (izotermno stanje) vrijedi:

$$p \cdot V = p_0 \cdot \left(N \cdot V_0\right) \Rightarrow p \cdot V = N \cdot p_0 \cdot V_0 \Rightarrow N \cdot p_0 \cdot V_0 = p \cdot V \Rightarrow N \cdot p_0 \cdot V_0 = p \cdot V \ / \cdot \frac{1}{p_0 \cdot V_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = \frac{p \cdot V}{p_0 \cdot V_0} = \frac{1.8 \cdot 10^5\ Pa \cdot 2.8 \cdot 10^{-3}\ m^3}{1.013 \cdot 10^5\ Pa \cdot 2 \cdot 10^{-4}\ m^3} = 24.88 \approx 25.$$

Odgovor je pod C.

2.inačica

Neka je:

- m masa zraka u lopti u napuhanom stanju

$$m = \frac{p \cdot V \cdot M}{R \cdot T}$$

- m_0 masa zraka koji se utiskuje jednim pritiskom ručice pumpe

$$m_0 = \frac{p_0 \cdot V_0 \cdot M}{R \cdot T}.$$

Uz pretpostavku da su temperature zraka u lopti i pumpi jednake broj potrebnih pritisaka pumpe će biti jednak kvocijentu mase zraka u lopti m i mase zraka m_0 koji se utiskuje jednim pritiskom ručice pumpe:

$$N = \frac{m}{m_0} \Rightarrow N = \frac{\frac{p \cdot V \cdot M}{R \cdot T}}{\frac{p_0 \cdot V_0 \cdot M}{R \cdot T}} \Rightarrow N = \frac{\frac{p \cdot V \cdot M}{R \cdot T}}{\frac{p_0 \cdot V_0 \cdot M}{R \cdot T}} \Rightarrow N = \frac{p \cdot V}{p_0 \cdot V_0} =$$

$$= \frac{1.8 \cdot 10^{5}\ Pa \cdot 2.8 \cdot 10^{-3}\ m^{3}}{1.013 \cdot 10^{5}\ Pa \cdot 2 \cdot 10^{-4}\ m^{3}} = 24.88 \approx 25.$$

Vježba 400

Nogometnu loptu volumena 5.6 litara (u napuhanom stanju) pumpamo ručnom pumpom koja u jednom hodu ručice daje 400 cm^3 zraka. Lopta je u početku pumpanja potpuno ispražnjena, a pumpamo je do tlaka od 180 kPa. Koliko puta treba pritisnuti ručicu pumpe? (normirani tlak $p_0 = 1.013 \cdot 10^5$ Pa)

A. 22 *B*. 20 *C*. 25 *D*. 30

Rezultat: C.