

Zadatak 361 (Ivy, gimnazija)

Koliko grama leda od $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ treba staviti u 1 kg vode od $28\text{ }^{\circ}\text{C}$ da je ohladimo na $10\text{ }^{\circ}\text{C}$? (specifični toplinski kapacitet vode $c = 4.19 \cdot 10^3\text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5\text{ J / kg}$)

Rješenje 361

$$t_1 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}, \quad m_1 = 1\text{ kg}, \quad t_2 = 28\text{ }^{\circ}\text{C}, \quad t = 10\text{ }^{\circ}\text{C}, \quad c = 4.19 \cdot 10^3\text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \\ \lambda = 3.3 \cdot 10^5\text{ J / kg}, \quad m_2 = ?$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q_t = m \cdot \lambda,$$

gdje je λ specifična toplina taljenja.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Količina topline Q_1 koju voda izgubi kada stavljamo led u nju jednaka je zbroju topline taljenja leda Q_2 i topline Q_3 potrebne za zagrijavanje vode nastale od leda do temperature smjese.

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_2 + Q_3 \Rightarrow m_1 \cdot c \cdot (t_2 - t) = m_2 \cdot \lambda + m_2 \cdot c \cdot (t - t_1) \Rightarrow \\ \Rightarrow m_2 \cdot \lambda + m_2 \cdot c \cdot (t - t_1) &= m_1 \cdot c \cdot (t_2 - t) \Rightarrow m_2 \cdot (\lambda + c \cdot (t - t_1)) = m_1 \cdot c \cdot (t_2 - t) \Rightarrow \\ \Rightarrow m_2 \cdot (\lambda + c \cdot (t - t_1)) &= m_1 \cdot c \cdot (t_2 - t) \cdot \frac{1}{\lambda + c \cdot (t - t_1)} \Rightarrow m_2 = \frac{m_1 \cdot c \cdot (t_2 - t)}{\lambda + c \cdot (t - t_1)} = \\ &= \frac{1\text{ kg} \cdot 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (28\text{ }^{\circ}\text{C} - 10\text{ }^{\circ}\text{C})}{3.3 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} + 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (10\text{ }^{\circ}\text{C} - 0\text{ }^{\circ}\text{C})} = 0.203\text{ kg} = 203\text{ g}. \end{aligned}$$

Vježba 361

Koliko grama leda od $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ treba staviti u 100 dag vode od $28\text{ }^{\circ}\text{C}$ da je ohladimo na $10\text{ }^{\circ}\text{C}$? (specifični toplinski kapacitet vode $c = 4.19 \cdot 10^3\text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5\text{ J / kg}$)

Rezultat: 70.2 $^{\circ}\text{C}$.

Zadatak 362 (Ivy, gimnazija)

Koliko je topline potrebno da iz 3 kg leda od $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ dobijemo vodu od $10\text{ }^{\circ}\text{C}$? (specifični toplinski kapacitet vode $c_1 = 4.19 \cdot 10^3\text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifični toplinski kapacitet leda $c_2 = 2.1 \cdot 10^3\text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5\text{ J / kg}$)

Rješenje 362

$$m = 3\text{ kg}, \quad t_1 = -5\text{ }^{\circ}\text{C}, \quad t = 0\text{ }^{\circ}\text{C}, \quad t_2 = 10\text{ }^{\circ}\text{C}, \quad c_1 = 4.19 \cdot 10^3\text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \\ c_2 = 2.1 \cdot 10^3\text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \quad \lambda = 3.3 \cdot 10^5\text{ J / kg}, \quad Q = ?$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike

temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q_t = m \cdot \lambda,$$

gdje je λ specifična toplina taljenja.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Količina topline Q potrebna da se iz leda temperature t_1 dobije voda temperature t_2 sastoji se od:

- topline zagrijavanja leda

$$Q_1 = m \cdot c_2 \cdot (t - t_1)$$

- topline taljenja leda

$$Q_2 = m \cdot \lambda$$

- topline zagrijavanja vode

$$Q_3 = m \cdot c_1 \cdot (t_2 - t)$$

Zato je:

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q = m \cdot c_2 \cdot (t - t_1) + m \cdot \lambda + m \cdot c_1 \cdot (t_2 - t) \Rightarrow \\ &\Rightarrow Q = m \cdot [c_2 \cdot (t - t_1) + \lambda + c_1 \cdot (t_2 - t)] = \\ &= 3 \text{ kg} \cdot \left[2.1 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (0 \text{ } ^\circ\text{C} - (-5 \text{ } ^\circ\text{C})) + 3.3 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} + 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (10 \text{ } ^\circ\text{C} - 0 \text{ } ^\circ\text{C}) \right] = \\ &= 1.15 \cdot 10^6 \text{ J}. \end{aligned}$$

Vježba 362

Koliko je topline potrebno da iz 300 dag leda od $-5 \text{ } ^\circ\text{C}$ dobijemo vodu od $10 \text{ } ^\circ\text{C}$? (specifični toplinski kapacitet vode $c_1 = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifični toplinski kapacitet leda $c_2 = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$)

Rezultat: $1.15 \cdot 10^6 \text{ J}$.

Zadatak 363 (Ivy, gimnazija)

Bakrena kugla od 320 g ugrijava se na $100 \text{ } ^\circ\text{C}$ i zatim stavlja u šupljinu komada leda od $0 \text{ } ^\circ\text{C}$. Koliko će leda ona rastaliti? (specifični toplinski kapacitet bakra $c = 0.38 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$)

Rješenje 363

$$m_1 = 320 \text{ g} = 0.32 \text{ kg}, \quad t_1 = 100 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad t = 0 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad c = 0.38 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \\ \lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}, \quad m_2 = ?$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.
 Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q_t = m \cdot \lambda,$$

gdje je λ specifična toplina taljenja.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Zbog zakona očuvanja energije količina topline Q_1 koju bakrena kugla izgubi jednaka je količini topline Q_2 koju led dobije.

$$\begin{aligned} Q_1 = Q_2 &\Rightarrow m_1 \cdot c \cdot (t_1 - t) = m_2 \cdot \lambda \Rightarrow m_2 \cdot \lambda = m_1 \cdot c \cdot (t_1 - t) \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_2 \cdot \lambda = m_1 \cdot c \cdot (t_1 - t) \cdot \frac{1}{\lambda} \Rightarrow m_2 = \frac{m_1 \cdot c \cdot (t_1 - t)}{\lambda} = \\ &= \frac{0.32 \text{ kg} \cdot 0.38 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (100 \text{ } ^\circ\text{C} - 0 \text{ } ^\circ\text{C})}{3.3 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} = 0.037 \text{ kg} = 37 \text{ g}. \end{aligned}$$

Vježba 363

Bakrena kugla od 0.32 kg ugrijava se na 100 °C i zatim stavlja u šupljinu komada leda od 0 °C. Koliko će leda ona rastaliti? (specifični toplinski kapacitet bakra $c = 0.38 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$)

Rezultat: 37 g.

Zadatak 364 (Tony, tehnička škola)

Mjerilo od mjedi ispravno je kod 0 °C. Ako ovim mjerilom kod 16 °C nađemo da neka duljina iznosi 1860.4 m, kolika je zapravo ta duljina? (koeficijent linearnog rastezanja mjedi $\beta = 1.7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)

Rješenje 364

$$t = 16 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad l_{16} = 1860.4 \text{ m}, \quad \beta = 1.7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \quad d = ?$$

Kad štapa nekog čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri 0 °C ima duljinu l_0 , povisimo temperaturu za t (od 0 °C do t), on će se produljiti za:

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja koji se definira izrazom:

$$\beta = \frac{l_t - l_0}{l_0 \cdot t}.$$

Jedinica za koeficijent linearnog rastezanja je K^{-1} . Iz izraza za β slijedi da će nakon zagrijavanja duljina štapa biti jednaka:

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t).$$

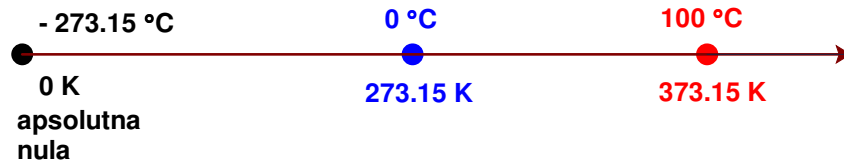
Taj izraz vrijedi i za kubično rastezanje tekućine, kao i za šuplja čvrsta tijela.

Kelvinova i Celzijusova ljestvica su dvije različite temperaturne ljestvice.

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 °C, što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T \text{ (K)} = \Delta t \text{ (} ^\circ\text{C)}.$$



Duljinu mjerila pri 16 °C označimo sa l_{16} , a pri 0 °C sa l_0 . Prvo izračunamo duljinu mjerila na temperaturi 0 °C.

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t) \Rightarrow l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t) \cdot \frac{1}{1 + \beta \cdot t} \Rightarrow l_0 = \frac{l_t}{1 + \beta \cdot t} \Rightarrow l_0 = \frac{l_{16}}{1 + \beta \cdot t} =$$

$$= \frac{1860.4 \text{ m}}{1 + 1.7 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K} \cdot 16 \text{ } ^\circ\text{C}} = 1859.89 \text{ m.}$$

Uočimo da se mjerilo na temperaturi 16 °C produljilo za

$$\Delta l = l_{16} - l_0 = 1860.4 \text{ m} - 1859.89 \text{ m} = 0.51 \text{ m.}$$

Da bismo dobili pravu duljinu na 16 °C moramo izmjerenoj vrijednosti 1860.4 m dodati 0.51 m.

$$d = l_{16} + \Delta l = 1860.4 \text{ m} + 0.51 \text{ m} = 1860.91 \text{ m.}$$

Vježba 364

Mjerilo od mjedi ispravno je kod 0 °C. Ako ovim mjerilom kod 16 °C nađemo da neka duljina iznosi 18604 dm, kolika je zapravo ta duljina? (koeficijent linearnog rastezanja mjedi $\beta = 1.7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)

Rezultat: 18609.1 dm.

Zadatak 365 (Bruno, gimnazija)

U posudi se nalaze 3 litre vode temperature 15 °C. Koliko će vode ispariti uz korisni utrošak 1 kWh energije? (specifični toplinski kapacitet vode $c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina isparavanja vode $r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$, vrelište vode $t = 100 \text{ } ^\circ\text{C}$)

Rješenje 365

$$V = 3 \text{ l} = 3 \text{ dm}^3 \Rightarrow m = 3 \text{ kg}, \quad t_1 = 15 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad Q = 1 \text{ kWh} = 1000 \text{ Wh} = 1000 \cdot 3600 \text{ Ws} =$$

$$= 3600000 \text{ J} = 3.6 \cdot 10^6 \text{ J}, \quad c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \quad r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ J / kg}, \quad t = 100 \text{ } ^\circ\text{C},$$

$$m_1 = ?$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Tekućina prelazi u paru pri svakoj temperaturi. Temperatura iznad koje pri određenom tlaku tekućina više ne može postojati u tekućem agregatnom stanju naziva se vrelištem. Temperatura vrelišta ostaje nepromijenjena sve dok sva tekućina vrenjem ne prijeđe u paru. Toplino koja je potrebna da tekućina mase m prijeđe u paru iste temperature možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot r,$$

gdje je r specifična toplina isparavanja.

Jedinicu (za rad i energiju) džul zovemo još i vatssekunda.

$$J = W \cdot s.$$

Utrošena toplina (energija) Q jednaka je zbroju topline zagrijavanja Q_1 vode mase m do vrelišta i topline isparavanja Q_2 dijela vode mase m_1 .

$$\begin{aligned}
Q &= Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_1 + Q_2 = Q \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta t + m_1 \cdot r = Q \Rightarrow m_1 \cdot r = Q - m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow \\
&\Rightarrow m_1 \cdot r = Q - m \cdot c \cdot \Delta t \cdot \frac{1}{r} \Rightarrow m_1 = \frac{Q - m \cdot c \cdot \Delta t}{r} \Rightarrow m_1 = \frac{Q - m \cdot c \cdot (t - t_1)}{r} = \\
&= \frac{3.6 \cdot 10^6 \text{ J} - 3 \text{ kg} \cdot 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (100 - 15) \text{ K}}{22.6 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} = 1.12 \text{ kg}.
\end{aligned}$$

Vježba 365

U posudi se nalazi 30 dl vode temperature 15 °C. Koliko će vode ispariti uz korisni utrošak 3600 kJ energije? (specifični toplinski kapacitet vode $c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$, specifična toplina isparavanja vode $r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ J} / \text{kg}$, vrelište vode $t = 100 \text{ °C}$)

Rezultat: 1.12 kg.

Zadatak 366 (Mirela, gimnazija)

Kolika je gustoća zraka na visini 1000 m nad morem uz 0 °C ako je tlak na toj visini 670 mmHg? (Gustoća zraka uz 0 °C i 760 mmHg je 1.293 kg/m³)

Rješenje 366

$h = 1000 \text{ m}$, $t = 0 \text{ °C} \Rightarrow T = 273 + t = (273 + 0) \text{ K} = 273 \text{ K}$, $p_2 = 670 \text{ mmHg}$,
 $p_1 = 760 \text{ mmHg}$, $\rho_1 = 1.293 \text{ kg/m}^3$, M – molna masa zraka, $\rho_2 = ?$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz kvocijenta mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Broj atoma i molekula u makroskopskim tijelima je velik i obično se ne izražava brojnošću, već veličinom množina, tj. količina tvari (znak: n). Jedinica za količinu tvari ili množinu je mol (znak: mol). Jednadžba stanja plina, ako je zadana množina n idealnog plina (ili masa plina m i molna masa M), glasi:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \text{ ili } p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$$

gdje je p tlak, V obujam plina, n množina tvari, m masa plina, M molna masa plina, R plinska konstanta, T termodinamička temperatura plina.

Iz sustava jednadžbi stanja plina za početno (prvo) stanje i konačno (drugo) stanje plina dobije se gustoća ρ_2 .

$$\begin{aligned}
&\left. \begin{aligned} p_1 \cdot V_1 &= \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T \\ p_2 \cdot V_2 &= \frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2 \cdot V_2} = \frac{\frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T}{\frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T} \Rightarrow \\
&\Rightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2 \cdot V_2} = \frac{\frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T}{\frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T} \Rightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2 \cdot V_2} = \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2 \cdot V_2} = \frac{\rho_1 \cdot V_1}{\rho_2 \cdot V_2} \Rightarrow \\
&\Rightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2 \cdot V_2} = \frac{\rho_1 \cdot V_1}{\rho_2 \cdot V_2} \cdot \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot p_2 \cdot \rho_2 \Rightarrow p_1 \cdot \rho_2 = \rho_1 \cdot p_2 \Rightarrow \\
&\Rightarrow p_1 \cdot \rho_2 = \rho_1 \cdot p_2 \cdot \frac{1}{p_1} \Rightarrow \rho_2 = \rho_1 \cdot \frac{p_2}{p_1} = 1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{670 \text{ mmHg}}{760 \text{ mmHg}} = 1.14 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.
\end{aligned}$$

Vježba 366

Kolika je gustoća zraka na visini 1 km nad morem uz 0 °C ako je tlak na toj visini 670 mmHg? (Gustoća zraka uz 0 °C i 760 mmHg je 1.293 kg/m³)

Rezultat: 1.12 kg.

Zadatak 367 (Ivana, gimnazija)

Valjak obujma 0.2 litre, na temperaturi 20 °C, zatvoren je pokretnim klipom površine 5 cm². Koliko će se klip pomaknuti ako se plin zagrije do temperature 100 °C?

Rješenje 367

$$V_1 = 0.2 \text{ l} = 0.2 \text{ dm}^3 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3, \quad t_1 = 20 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = (273 + 20) \text{ K} = 293 \text{ K}, \\ S = 5 \text{ cm}^2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \quad t_2 = 100 \text{ °C} \Rightarrow T_2 = 273 + t_2 = (273 + 100) \text{ K} = 373 \text{ K}, \quad h = ?$$

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay – Lussacovu [Gej – Lisak] zakonu. Jednadžba u termodinamičkoj ljestvici temperature glasi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Obujam uspravnog valjka, ako je zadana ploština S osnovke (baze) i visina h

$$V = S \cdot h.$$

Nakon zagrijavanja, uz stalan tlak, obujam V_2 plina iznosit će:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \cdot \frac{T_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = V_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}.$$

Promjena obujma plina jednaka je razlici konačnog obujma V_2 i početnog obujma V_1 plina.

$$\Delta V = V_2 - V_1 \Rightarrow \Delta V = V_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} - V_1 \Rightarrow \Delta V = V_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right).$$

Budući da se promjena obujma plina može izraziti i na ovaj način

$$\Delta V = S \cdot h,$$

gdje je h pomak klipa, slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta V = S \cdot h \\ \Delta V = V_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \end{array} \right\} \Rightarrow S \cdot h = V_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \Rightarrow S \cdot h = V_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \cdot \frac{1}{S} \Rightarrow \\ \Rightarrow h = \frac{V_1}{S} \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = \frac{2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3}{5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} \cdot \left(\frac{373 \text{ K}}{293 \text{ K}} - 1 \right) = 0.1092 \text{ m} = 10.92 \text{ cm}.$$

Vježba 367

Valjak obujma 2 decilitra, na temperaturi 20 °C, zatvoren je pokretnim klipom površine 5 cm². Koliko će se klip pomaknuti ako se plin zagrije do temperature 100 °C?

Rezultat: 10.92 cm.

Zadatak 368 (Ivana, gimnazija)

Na temperaturi 27 °C otvor staklene cijevi obujma 5 cm³ prislonjen je na kap žive. Koliko će žive ući u cijev prilikom snižavanja temperature na 7 °C? (gustoća žive $\rho = 13\,600 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 368

$$t_1 = 27 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = (273 + 27) \text{ K} = 300 \text{ K}, \quad V_1 = 5 \text{ cm}^3 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3, \\ t_2 = 7 \text{ °C} \Rightarrow T_2 = 273 + t_2 = (273 + 7) \text{ K} = 280 \text{ K}, \quad \rho = 13\,600 \text{ kg/m}^3, \quad \Delta V = ?$$

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay – Lussacovu [Gej – Lisak] zakonu. Jednadžba u termodinamičkoj ljestvici temperature glasi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz kvocijenta mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da je tlak zraka stalan, stanje zraka u cijevi mijenja se po zakonu

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

pa nakon snižavanja temperature obujam V_2 zraka iznosi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \cdot T_2 \Rightarrow V_2 = V_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}.$$

Hlađenjem se obujam zraka u cijevi smanji se za

$$\Delta V = V_1 - V_2 \Rightarrow \Delta V = V_1 - V_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \Delta V = V_1 \cdot \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

pa obujam žive koja uđe u cijev iznosi:

$$\left. \begin{aligned} \Delta V &= V_1 \cdot \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \\ m &= \rho \cdot \Delta V \end{aligned} \right\} \Rightarrow m = \rho \cdot V_1 \cdot \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) =$$

$$= 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \left(1 - \frac{280 \text{ K}}{300 \text{ K}}\right) = 0.00453 \text{ kg} = 4.53 \text{ g}.$$



Vježba 368

Na temperaturi 27 °C otvor staklene cijevi obujma 0.005 dm³ prislonjen je na kap žive. Koliko će žive ući u cijev prilikom snižavanja temperature na 7 °C? (gustoća žive $\rho = 13\,600 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 4.53 g.

Zadatak 369 (Ivana, gimnazija)

Klip dijeli valjak na dva dijela u kojima su parametri stanja plina: p_1, V_1, T_1 i p_2, V_2, T_2 . U jednom trenutku klip se oslobodi i počne se slobodno gibati bez trenja. Pri kojem će tlaku prestati gibanje klipa, ako se temperatura plina u prvom dijelu valjka poveća zagrijavanjem za ΔT , a u drugom smanji hlađenjem za ΔT .

Rješenje 369

$$p_1, V_1, T_1, p_2, V_2, T_2, p = ?$$

Općenitu ovisnost između tri parametra idealnog plina – obujma, tlaka i temperature – možemo izraziti zakonom koji sadrži sva tri plinska zakona:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}.$$

Računamo tlak p plina koji je u oba dijela valjka nakon prestanka gibanja klipa.

U prvom dijelu valjka parametri stanja plina su: p_1 , V_1 i T_1 . Nakon povećanja temperature za ΔT parametri stanja plina bit će: p , V_1' i $T_1 + \Delta T$ pa vrijedi plinska jednačba

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p \cdot V_1'}{T_1 + \Delta T}$$

U drugom dijelu valjka parametri stanja plina su: p_2 , V_2 i T_2 . Nakon sniženja temperature za ΔT parametri stanja plina bit će: p , V_2' i $T_2 - \Delta T$ pa vrijedi plinska jednačba

$$\frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} = \frac{p \cdot V_2'}{T_2 - \Delta T}$$

Budući da je

$$V_1 + V_2 = V_1' + V_2'$$

iz sustava plinskih jednačbi dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p \cdot V_1'}{T_1 + \Delta T} \\ \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} = \frac{p \cdot V_2'}{T_2 - \Delta T} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p \cdot V_1'}{T_1 + \Delta T} \cdot (T_1 + \Delta T) \\ \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} = \frac{p \cdot V_2'}{T_2 - \Delta T} \cdot (T_2 - \Delta T) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot (T_1 + \Delta T)}{T_1} = p \cdot V_1' \\ \frac{p_2 \cdot V_2 \cdot (T_2 - \Delta T)}{T_2} = p \cdot V_2' \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} p \cdot V_1' = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot (T_1 + \Delta T)}{T_1} \\ p \cdot V_2' = \frac{p_2 \cdot V_2 \cdot (T_2 - \Delta T)}{T_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{zbrojimo} \\ \text{jednačbe} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p \cdot V_1' + p \cdot V_2' = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot (T_1 + \Delta T)}{T_1} + \frac{p_2 \cdot V_2 \cdot (T_2 - \Delta T)}{T_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p \cdot (V_1' + V_2') = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_2 \cdot (T_1 + \Delta T) + p_2 \cdot V_2 \cdot T_1 \cdot (T_2 - \Delta T)}{T_1 \cdot T_2} \Rightarrow \left[V_1 + V_2 = V_1' + V_2' \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p \cdot (V_1 + V_2) = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_2 \cdot (T_1 + \Delta T) + p_2 \cdot V_2 \cdot T_1 \cdot (T_2 - \Delta T)}{T_1 \cdot T_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p \cdot (V_1 + V_2) = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_2 \cdot (T_1 + \Delta T) + p_2 \cdot V_2 \cdot T_1 \cdot (T_2 - \Delta T)}{T_1 \cdot T_2} \cdot \frac{1}{V_1 + V_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_2 \cdot (T_1 + \Delta T) + p_2 \cdot V_2 \cdot T_1 \cdot (T_2 - \Delta T)}{T_1 \cdot T_2 \cdot (V_1 + V_2)}$$

Vježba 369

Klip dijeli valjak na dva dijela u kojima su parametri stanja plina: p_1 , V_1 , T_1 i p_2 , V_2 , T_2 . U jednom trenutku klip se oslobodi i počne se slobodno gibati bez trenja. Pri kojem će tlaku prestati gibanje klipa, ako se temperatura plina u prvom dijelu valjka poveća zagrijavanjem za T , a u drugom smanji hlađenjem za T .

Rezultat:
$$p = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_2 \cdot (T_1 + T) + p_2 \cdot V_2 \cdot T_1 \cdot (T_2 - T)}{T_1 \cdot T_2 \cdot (V_1 + V_2)}$$

Zadatak 370 (Treći razred ☺, elektrotehnička škola)

Komad slitine mase 0.15 kg zagrije se na temperaturu od 540 °C i ubaci u 400 g vode temperature 10 °C koja se nalazi u kalorimetru od aluminijske mase 200 g. Konačna temperatura smjese je 30.5 °C. Koliki je specifični toplinski kapacitet slitine ? (specifični toplinski kapacitet vode $c_2 = 4186 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifični toplinski kapacitet aluminijske $c_3 = 900 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$)

Rješenje 370

$m_1 = 0.15 \text{ kg}, \quad t_1 = 540 \text{ }^\circ\text{C}, \quad m_2 = 400 \text{ g} = 0.4 \text{ kg}, \quad t_2 = 10 \text{ }^\circ\text{C}, \quad m_3 = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg},$
 $t_3 = 10 \text{ }^\circ\text{C}, \quad \theta = 30.5 \text{ }^\circ\text{C}, \quad c_2 = 4186 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \quad c_3 = 900 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \quad c_1 = ?$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Kada su u međusobnom dodiru dva tijela različitih temperatura, onda je, prema zakonu o očuvanju energije, povećanje unutarnje energije tijela koje se grije jednako smanjenju unutarnje energije tijela koje se hladi, tj.

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (\theta - t_1) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - \theta),$$

gdje je θ konačna temperatura, tj. temperatura pri kojoj oba tijela postižu toplinsku ravnotežu. Uočimo da su temperature vode i kalorimetra jednake

$$t_2 = t_3 = t = 10 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Slitina	Voda	Kalorimeter (aluminij)
$m_1 = 0.15 \text{ kg}$	$m_2 = 400 \text{ g} = 0.4 \text{ kg}$	$m_3 = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}$
$t_1 = 540 \text{ }^\circ\text{C}$	$t_2 = 10 \text{ }^\circ\text{C}$	$t_3 = 10 \text{ }^\circ\text{C}$
$c_1 = ?$	$c_2 = 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	$c_3 = 900 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
Konačna temperatura smjese: $\theta = 30.5 \text{ }^\circ\text{C}$.		

Toplinska energija slitine utrošit će se za grijanje vode i kalorimetra do temperature θ .

$$\begin{aligned} Q_1 = Q_2 + Q_3 &\Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t_1 - \theta) = m_2 \cdot c_2 \cdot (\theta - t_2) + m_3 \cdot c_3 \cdot (\theta - t_3) \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t_1 - \theta) = m_2 \cdot c_2 \cdot (\theta - t) + m_3 \cdot c_3 \cdot (\theta - t) \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t_1 - \theta) = (m_2 \cdot c_2 + m_3 \cdot c_3) \cdot (\theta - t) \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t_1 - \theta) = (m_2 \cdot c_2 + m_3 \cdot c_3) \cdot (\theta - t) \cdot \frac{1}{m_1 \cdot (t_1 - \theta)} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow c_1 = \frac{(m_2 \cdot c_2 + m_3 \cdot c_3) \cdot (\theta - t)}{m_1 \cdot (t_1 - \theta)} = \frac{\left(0.4 \text{ kg} \cdot 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} + 0.2 \text{ kg} \cdot 900 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}\right) \cdot (30.5 - 10) \text{ K}}{0.15 \text{ kg} \cdot (540 - 30.5) \text{ K}} =$$

$$= 497.42 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \approx 500 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}.$$



Vježba 370

Komad slitine mase 15 dag zagrije se na temperaturu od 540 °C i ubaci u 40 dag vode temperature 10 °C koja se nalazi u kalorimetru od aluminijske mase 20 dag. Konačna temperatura smjese je 30.5 °C. Koliki je specifični toplinski kapacitet slitine? (specifični toplinski kapacitet vode $c_2 = 4186 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$, specifični toplinski kapacitet aluminijske $c_3 = 900 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$)

Rezultat: $500 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$.

Zadatak 371 (Matija, gimnazija)

Na električnoj grijalici stoje oznake 220 V i 800 W. Grijalicom možemo za 10 minuta ugrijati pola litre vode od 10 °C na 100 °C. Kolika je djelotvornost grijalice? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, specifični toplinski kapacitet vode $c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$)

Rješenje 371

$$U = 220 \text{ V}, \quad P = 800 \text{ W}, \quad t = 10 \text{ min} = 600 \text{ s}, \quad V = 0.5 \text{ l} = 0.5 \text{ dm}^3 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3,$$

$$t_1 = 10 \text{ °C}, \quad t_2 = 100 \text{ °C}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K}), \quad \eta = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz kvocijenta mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Kvocijent između energije koju iskorišćujemo od nekog stroja i ukupne energije koju ulažemo u stroj zovemo djelotvornost stroja η .

$$\eta = \frac{W_i}{W_u}, \quad \eta = \frac{Q_i}{Q_u}.$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

$$\text{Na primjer, } 9 \% = \frac{9}{100}, \quad 81 \% = \frac{81}{100}, \quad 4.5 \% = \frac{4.5}{100}, \quad 0.3 \% = \frac{0.3}{100}, \quad p \% = \frac{p}{100}.$$

Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije u nekom trošilu za vrijeme t jednaka je

$$E = P \cdot t,$$

gdje je P snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije, t vrijeme. Najprije odredimo:

- iznos topline apsorbirane vodom

$$\left. \begin{aligned} m &= \rho \cdot V \\ Q_1 &= m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q_1 = \rho \cdot V \cdot c \cdot (t_2 - t_1)$$

- iznos topline razvijene strujom budući da se električna energija pretvori u toplinsku bez gubitaka

$$Q_2 = P \cdot t.$$

Djelotvornost grijalice jednaka je kvocijentu iznosa toplina Q_1 i Q_2 .

$$\eta = \frac{Q_1}{Q_2} \Rightarrow \eta = \frac{\rho \cdot V \cdot c \cdot (t_2 - t_1)}{P \cdot t} = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (100 - 10) \text{ K}}{800 \text{ W} \cdot 600 \text{ s}} =$$

$$= 0.39 = \frac{39}{100} = 39\%.$$

Vježba 371

Na električnoj grijalici stoje oznake 220 V i 800 W. Grijalicom možemo za 20 minuta ugrijati litru vode od 10 °C na 100 °C. Kolika je djelotvornost grijalice? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, specifični toplinski kapacitet vode $c = 4186 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$)

Rezultat: 39%.

Zadatak 372 (Kaja, gimnazija)

Tijelo ima pri 0 °C obujam V_0 i gustoću ρ_0 .

- Kolika je njegova masa?
- Tijelo ugrijemo do temperature t_1 . Koliki su njegov obujam V_1 i njegova gustoća ρ_1 ? Koeficijent obujamnog rastezanja je α .
- Tijelo se ugrije do temperature t_2 . Koliki je njegov obujam V_2 i gustoća ρ_2 ? Pokaži da za dobivene

rezultate vrijedi relacija $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$. Kakvo fizikalno svojstvo objašnjava ta relacija?

Rješenje 372

$V_0, \rho_0, \alpha, t_1, t_2, V_1 = ?, \rho_1 = ?, V_2 = ?, \rho_2 = ?$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz kvocijenta mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Kad čvrstom tijelu povisimo temperaturu, njegove se dimenzije povećaju. Ako su sve dimenzije čvrstog tijela podjednako izražene, riječ je o obujamnom rastezanju. Neka tijelo pri 0 °C ima obujam V_0 . Povisimo li tijelu temperaturu za t (od 0 °C do t), njegov će se obujam povećati za

$$\Delta V = \alpha \cdot t \cdot V_0,$$

gdje je α koeficijent obujamnog rastezanja. Pri temperaturi t tijelo će imati obujam

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t).$$

Taj izraz vrijedi i za obujamno rastezanje tekućina, kao i za šuplja čvrsta tijela.

- Masa tijela obujma V_0 i gustoće ρ_0 iznosi:

$$\rho_0 = \frac{m}{V_0} \Rightarrow \frac{m}{V_0} = \rho_0 \Rightarrow \frac{m}{V_0} = \rho_0 \cdot V_0 \Rightarrow m = \rho_0 \cdot V_0.$$

- Na temperaturi t_1 obujam tijela V_1 je:

$$V_1 = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1).$$

Budući da masa tijela s promjenom temperature ostaje nepromijenjena (stalna), vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} V_1 = \frac{m}{\rho_1}, V_0 = \frac{m}{\rho_0} \\ V_1 = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{m}{\rho_1} = \frac{m}{\rho_0} \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \Rightarrow \frac{m}{\rho_1} = \frac{m}{\rho_0} \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \cdot \frac{1}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\rho_1} = \frac{1}{\rho_0} \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \Rightarrow \frac{1}{\rho_1} = \frac{1 + \alpha \cdot t_1}{\rho_0} \Rightarrow \frac{1 + \alpha \cdot t_1}{\rho_0} = \frac{1}{\rho_1} \Rightarrow \frac{1 + \alpha \cdot t_1}{\rho_0} = \frac{1}{\rho_1} \cdot \rho_0 \cdot \rho_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_1 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) = \rho_0 \Rightarrow \rho_1 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) = \rho_0 \cdot \frac{1}{1 + \alpha \cdot t_1} \Rightarrow \rho_1 = \frac{\rho_0}{1 + \alpha \cdot t_1}.$$

c) Na temperaturi t_2 obujam tijela V_2 je:

$$V_2 = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2).$$

Budući da masa tijela s promjenom temperature ostaje nepromijenjena (stalna), vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} V_2 = \frac{m}{\rho_2}, V_0 = \frac{m}{\rho_0} \\ V_2 = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{m}{\rho_2} = \frac{m}{\rho_0} \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) \Rightarrow \frac{m}{\rho_2} = \frac{m}{\rho_0} \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) \cdot \frac{1}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\rho_2} = \frac{1}{\rho_0} \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) \Rightarrow \frac{1}{\rho_2} = \frac{1 + \alpha \cdot t_2}{\rho_0} \Rightarrow \frac{1 + \alpha \cdot t_2}{\rho_0} = \frac{1}{\rho_2} \Rightarrow \frac{1 + \alpha \cdot t_2}{\rho_0} = \frac{1}{\rho_2} \cdot \rho_0 \cdot \rho_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_2 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) = \rho_0 \Rightarrow \rho_2 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) = \rho_0 \cdot \frac{1}{1 + \alpha \cdot t_2} \Rightarrow \rho_2 = \frac{\rho_0}{1 + \alpha \cdot t_2}.$$

Računamo kvocijent V_1 i V_2 .

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{m}{\rho_1}}{\frac{m}{\rho_2}} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{m}{\rho_1}}{\frac{m}{\rho_2}} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

Iz relacije vidi se da su obujmovi obrnuto razmjerni s gustoćama.

Vježba 372

Tijelo ima pri 0°C obujam 4 m^3 i gustoću 800 kg/m^3 . Kolika je njegova masa?

Rezultat: 3200 kg.

Zadatak 373 (Nika, gimnazija)

Olovno puščano zrno na 100°C udara u čeličnu ploču i rastali se. Kolika mu je bila najmanja brzina? (talište olova $t_2 = 327^\circ\text{C}$, specifični toplinski kapacitet olova $c = 130\text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplota taljenja olova $\lambda = 25\text{ kJ/kg}$)

Rješenje 373

$t_1 = 100^\circ\text{C}$, $t_2 = 327^\circ\text{C}$, $c = 130\text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, $\lambda = 25\text{ kJ/kg} = 25000\text{ J/kg}$,
 $v = ?$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q_t = m \cdot \lambda,$$

gdje je λ specifična toplota taljenja.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Zbog zakona očuvanja energije sva kinetička energija E_k puščanog zrna pri sudaru prijeđe u toplinu Q_1 potrebitu za grijanje zrna do tališta i toplinu taljenja Q_2 .

$$\begin{aligned} E_k &= Q_1 + Q_2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) + m \cdot \lambda \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) + m \cdot \lambda \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = 2 \cdot c \cdot (t_2 - t_1) + 2 \cdot \lambda \Rightarrow \\ \Rightarrow v^2 &= 2 \cdot c \cdot (t_2 - t_1) + 2 \cdot \lambda \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot c \cdot (t_2 - t_1) + 2 \cdot \lambda} = \\ &= \sqrt{2 \cdot 130 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot (327 - 100) K + 2 \cdot 25\,000 \frac{J}{kg}} = 330 \frac{m}{s}. \end{aligned}$$

Vježba 373

Olovno puščano zrno na 100°C udara u čeličnu ploču i rastali se. Kolika mu je bila najmanja brzina? (talište olova $t = 327^\circ\text{C}$, specifični toplinski kapacitet olova $c = 130 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$, specifična toplota taljenja olova $\lambda = 0.25 \cdot 10^5 \text{ J} / \text{kg}$)

Rezultat: 330 m/s.

Zadatak 374 (Mikro, gimnazija)

Na 0°C žica od čelika dugačka je 220 m, a žica od srebra je na toj temperaturi duga 219.5 m. Pri kojoj će temperaturi obje žice biti jednako dugačke, ako je koeficijent linearnog termičkog rastezanja čelika $1.06 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, a srebra $1.97 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$?

Rješenje 374

$$l_{e0} = 220 \text{ m}, \quad l_{s0} = 219.5 \text{ m}, \quad \beta_c = 1.06 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \quad \beta_s = 1.97 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \quad t = ?$$

Kad štapu nekog čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri 0°C ima duljinu l_0 , povisimo temperaturu za t (od 0°C do t), on će se produljiti za:

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja koji se definira izrazom:

$$\beta = \frac{l_t - l_0}{l_0 \cdot t}.$$

Jedinica za koeficijent linearnog rastezanja je K^{-1} . Iz izraza za β slijedi da će nakon zagrijavanja duljina štapa biti jednaka:

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t).$$

Tražimo na kojoj će temperaturi obje žice biti jednako dugačke.

$$\begin{aligned}
& \left. \begin{aligned} l_{\check{c}} &= l_{\check{c}0} \cdot (1 + \beta_{\check{c}} \cdot t) \\ l_s &= l_{s0} \cdot (1 + \beta_s \cdot t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{uvjet} \\ l_{\check{c}} = l_s \end{array} \right] \Rightarrow l_{\check{c}0} \cdot (1 + \beta_{\check{c}} \cdot t) = l_{s0} \cdot (1 + \beta_s \cdot t) \Rightarrow \\
& \Rightarrow l_{\check{c}0} + l_{\check{c}0} \cdot \beta_{\check{c}} \cdot t = l_{s0} + l_{s0} \cdot \beta_s \cdot t \Rightarrow l_{\check{c}0} \cdot \beta_{\check{c}} \cdot t - l_{s0} \cdot \beta_s \cdot t = l_{s0} - l_{\check{c}0} \Rightarrow \\
& \Rightarrow t \cdot (l_{\check{c}0} \cdot \beta_{\check{c}} - l_{s0} \cdot \beta_s) = l_{s0} - l_{\check{c}0} \Rightarrow t \cdot (l_{\check{c}0} \cdot \beta_{\check{c}} - l_{s0} \cdot \beta_s) = l_{s0} - l_{\check{c}0} \cdot \frac{1}{l_{\check{c}0} \cdot \beta_{\check{c}} - l_{s0} \cdot \beta_s} \Rightarrow \\
& \Rightarrow t = \frac{l_{s0} - l_{\check{c}0}}{l_{\check{c}0} \cdot \beta_{\check{c}} - l_{s0} \cdot \beta_s} = \frac{219.5 \text{ m} - 220 \text{ m}}{220 \text{ m} \cdot 1.06 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} - 219.5 \text{ m} \cdot 1.97 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}} = 250.99 \text{ } ^\circ\text{C}.
\end{aligned}$$

Vježba 374

Na 0 °C žica od čelika dugačka je 440 m, a žica od srebra je na toj temperaturi duga 439 m. Pri kojoj će temperaturi obje žice biti jednako dugačke, ako je koeficijent linearnog termičkog rastezanja čelika $1.06 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, a srebra $1.97 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$?

Rezultat: 250.99 °C.

Zadatak 375 (Timon, srednja škola)

Tlak u žarulji pri temperaturi 20 °C iznosi $0.9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Koliki je tlak u žarulji kada se zrak u njoj ugrije na 127 °C?

Rješenje 375

$$\begin{aligned}
t_1 = 20 \text{ } ^\circ\text{C} & \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = (273 + 20) \text{ K} = 293 \text{ K}, & p_1 &= 0.9 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \\
t_2 = 127 \text{ } ^\circ\text{C} & \Rightarrow T_2 = 273 + t_2 = (273 + 127) \text{ K} = 400 \text{ K}, & p_2 &= ?
\end{aligned}$$

Mijenja li se temperatura nekoj masi plina stalnog obujma (izohorna promjena), mijenjat će se tlak plina prema Charlesovu zakonu:

$$V = \text{konst.} \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}, \quad \frac{p}{T} = \text{konst.}$$



Računamo tlak u žarulji nakon povećanja temperature pod pretpostavkom da je volumen stalan.

$$\begin{aligned}
\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} & \Rightarrow \frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1} \Rightarrow \frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1} \cdot T_2 \Rightarrow p_2 = \frac{T_2}{T_1} \cdot p_1 = \\
& = \frac{400 \text{ K}}{293 \text{ K}} \cdot 0.9 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 1.23 \cdot 10^5 \text{ Pa}.
\end{aligned}$$

Vježba 375

Tlak u žarulji pri temperaturi 20 °C iznosi 90 kPa. Koliki je tlak u žarulji kada se zrak u njoj ugrije na 127 °C?

Rezultat: $1.23 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

Zadatak 376 (Matias, srednja škola)

Koliko je topline potrebno da bi se 3 kg leda temperature 253 K istalilo i da bi se temperatura tako dobivene vode podigla na 353 K? (specifični toplinski kapacitet leda $c_1 = 2100 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$, specifični toplinski kapacitet vode $c_2 = 4190 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$)

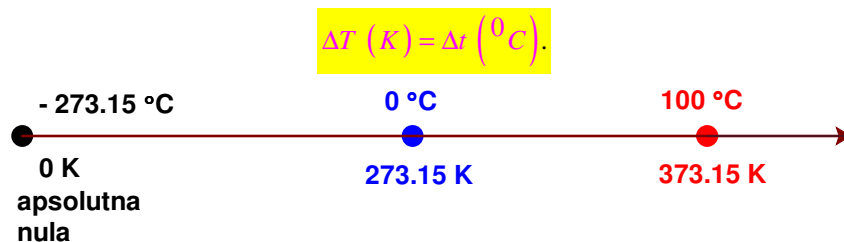
Rješenje 376

$m = 3 \text{ kg}$, $T_1 = 253 \text{ K} \Rightarrow t_1 = T_1 - 273 = (253 - 273) \text{ }^\circ\text{C} = -20 \text{ }^\circ\text{C}$,
 $t = 0 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T = 273 + t = (273 + 0) \text{ K} = 273 \text{ K}$, **talište leda**,
 $T_2 = 353 \text{ K} \Rightarrow t_2 = T_2 - 273 = (353 - 273) \text{ }^\circ\text{C} = 80 \text{ }^\circ\text{C}$, $c_1 = 2100 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$,
 $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$, $c_2 = 4190 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, $Q = ?$

Kelvinova i Celzijusova ljestvica su dvije različite temperaturne ljestvice.

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 $^\circ\text{C}$, što izražavamo jednadžbom:



Kelvinova i Celzijusova ljestvica podijeljene su na jednake dijelove i vrijedi:

$$T \text{ (K)} = 273 + t \text{ (}^\circ\text{C)} \quad , \quad t \text{ (}^\circ\text{C)} = T \text{ (K)} - 273.$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (T_2 - T_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a ΔT promjena temperature.

Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q_t = m \cdot \lambda,$$

gdje je λ specifična toplina taljenja.

1. inačica

Proces će se sastojati od tri koraka. Navedimo ih redom:

1.) zagrijavanje leda do tališta

$$Q_1 = m \cdot c_1 \cdot (t - t_1)$$

2.) taljenje leda

$$Q_2 = m \cdot \lambda$$

3.) zagrijavanje vode do temperature t_2

$$Q_3 = m \cdot c_2 \cdot (t_2 - t).$$

Tako će se izraz za toplinu Q sastojati od tri dijela:

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q = m \cdot c_1 \cdot (t - t_1) + m \cdot \lambda + m \cdot c_2 \cdot (t_2 - t) \Rightarrow \\ &\Rightarrow Q = m \cdot [c_1 \cdot (t - t_1) + \lambda + c_2 \cdot (t_2 - t)] = \end{aligned}$$

$$= 3 \text{ kg} \cdot \left[2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (0 - (-20 \text{ } ^\circ\text{C})) + 3.3 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} + 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (80 \text{ } ^\circ\text{C} - 0 \text{ } ^\circ\text{C}) \right] =$$

$$= 2.12 \cdot 10^6 \text{ J.}$$

2. inačica

Proces će se sastojati od tri koraka. Navedimo ih redom:

1.) zagrijavanje leda do tališta

$$Q_1 = m \cdot c_1 \cdot (T - T_1)$$

2.) taljenje leda

$$Q_2 = m \cdot \lambda$$

3.) zagrijavanje vode do temperature t_2

$$Q_3 = m \cdot c_2 \cdot (T_2 - T).$$

Tako će se izraz za toplinu Q sastojati od tri dijela:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q = m \cdot c_1 \cdot (T - T_1) + m \cdot \lambda + m \cdot c_2 \cdot (T_2 - T) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = m \cdot [c_1 \cdot (T - T_1) + \lambda + c_2 \cdot (T_2 - T)] =$$

$$= 3 \text{ kg} \cdot \left[2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (273 \text{ K} - 253 \text{ K}) + 3.3 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} + 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (353 \text{ K} - 273 \text{ K}) \right] =$$

$$= 2.12 \cdot 10^6 \text{ J.}$$

Vježba 376

Koliko je topline potrebno da bi se 300 dag leda temperature 253 K istalilo i da bi se temperatura tako dobivene vode podigla na 353 K? (specifični toplinski kapacitet leda $c_1 = 2100 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J} / \text{kg}$, specifični toplinski kapacitet vode $c_2 = 4190 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$)

Rezultat: $2.12 \cdot 10^6 \text{ J.}$

Zadatak 377 (Branko, srednja škola)

Na temperaturi od $500 \text{ } ^\circ\text{C}$ rupa u željeznoj ploči ima promjer 30 cm. Koliki je promjer te rupe u željeznoj ploči na temperaturi od $0 \text{ } ^\circ\text{C}$? Linearni koeficijent termičkoga rastezanja željeza iznosi $1.2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

Rješenje 377

$$t = 500 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad l_t = 30 \text{ cm}, \quad \beta = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \quad l_0 = ?$$

Kad štapa nekog čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri $0 \text{ } ^\circ\text{C}$ ima duljinu l_0 , povisimo temperaturu za t (od $0 \text{ } ^\circ\text{C}$ do t), on će se produljiti za:

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja koji se definira izrazom:

$$\beta = \frac{l_t - l_0}{l_0 \cdot t}.$$

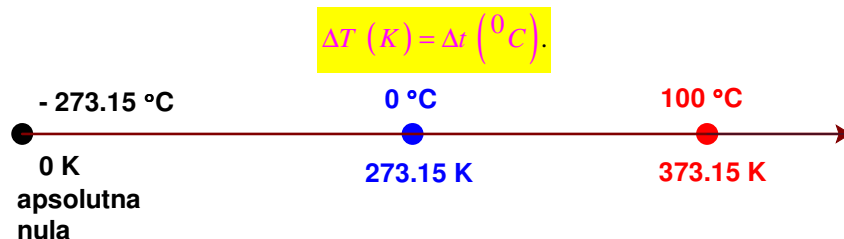
Jedinica za koeficijent linearnog rastezanja je K^{-1} . Iz izraza za β slijedi da će nakon zagrijavanja duljina štapa biti jednaka:

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t).$$

Kelvinova i Celzijusova ljestvica su dvije različite temperaturne ljestvice.

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 °C, što izražavamo jednažbom:



Računamo promjer rupe u željeznoj ploči na temperaturi 0 °C.

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t) \Rightarrow l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t) = l_t \Rightarrow l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t) = l_t \cdot \frac{1}{1 + \beta \cdot t} \Rightarrow l_0 = \frac{l_t}{1 + \beta \cdot t} = \frac{30\text{ cm}}{1 + 1.2 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1} \cdot 500\text{ K}} = 29.82\text{ cm}.$$

Vježba 377

Na temperaturi od 500 °C rupa u željeznoj ploči ima promjer 0.3 m. Koliki je promjer te rupe u željeznoj ploči na temperaturi od 0 °C? Linearni koeficijent termičkoga rastezanja željeza iznosi $1.2 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$.

Rezultat: 29.82 cm.

Zadatak 378 (Branko, srednja škola)

Obujam plina na temperaturi 0 °C iznosi 10 litara, a tlak 10^6 Pa . Plin se izobarno zagrije na temperaturu 1000 °C. Koliki rad pritom obavi plin?

Rješenje 378

$$t_1 = 0\text{ }^{\circ}\text{C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = (273 + 0)\text{ K} = 273\text{ K}, \quad V_1 = 10\text{ l} = 10\text{ dm}^3 = 0.01\text{ m}^3, \\ p = 10^6\text{ Pa}, \quad t_2 = 1000\text{ }^{\circ}\text{C} \Rightarrow T_2 = 273 + t_2 = (273 + 1000)\text{ K} = 1273\text{ K}, \quad W = ?$$

Kad plinu dovodimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot (V_2 - V_1).$$

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay – Lussacovu [Gej – Lisak] zakonu. Jednažba u termodinamičkoj ljestvici temperature glasi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Budući da se plin izobarno zagrijavao, njegov obujam V_2 je

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \cdot T_2 \Rightarrow V_2 = \frac{T_2}{T_1} \cdot V_1$$

pa promjena obujma plina iznosi:

$$\Delta V = V_2 - V_1 \Rightarrow \Delta V = \frac{T_2}{T_1} \cdot V_1 - V_1 \Rightarrow \Delta V = \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \cdot V_1.$$

Pri tome procesu plin obavi rad čija je vrijednost jednaka:

$$\left. \begin{aligned} \Delta V &= \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \cdot V_1 \\ W &= p \cdot \Delta V \end{aligned} \right\} \Rightarrow W = p \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \cdot V_1 = 10^6\text{ Pa} \cdot \left(\frac{1273\text{ K}}{273\text{ K}} - 1 \right) \cdot 0.01\text{ m}^3 = 3.66 \cdot 10^4\text{ J}.$$

Vježba 378

Obujam plina na temperaturi 0 °C iznosi 0.1 hektolitar, a tlak 10³ kPa. Plin se izobarno zagrije na temperaturu 1000 °C. Koliki rad pritom obavi plin?

Rezultat: 3.66 · 10⁴ J.

Zadatak 379 (Ivica, tehnička škola)

Za jedno pranje suđa potrebno je zagrijati 10 litara vode u električnom bojleru od 15 °C do 65 °C. Cijena 1 kWh električne energije za domaćinstvo je 0.70 kuna. Kolika je cijena jednog pranja suđa ako pretpostavimo da se sva energija utroši na zagrijavanje vode. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$, specifični toplinski kapacitet vode $c = 4200 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$)

Rješenje 379

$$V = 10 \text{ l} = 10 \text{ dm}^3 = 0.01 \text{ m}^3, \quad t_1 = 15 \text{ }^\circ\text{C}, \quad t_2 = 65 \text{ }^\circ\text{C}, \quad 0.70 \frac{\text{kn}}{\text{kWh}},$$
$$\rho = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad c = 4200 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \quad N = ?$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz kvocijenta mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V$$

SI – jedinica za rad i energiju je džul, oznaka J. Jedinicu džul zovemo još i vatssekunda

$$J = W \cdot s.$$

Za rad i energiju rabimo i jedinice

$$\begin{aligned} \text{kilovatsekunda} &= \text{kWs} = 1000 \text{ Ws} = 1000 \text{ J} \\ \text{vatsat} &= \text{Wh} = 3600 \text{ Ws} = 3600 \text{ J} \\ \text{kilovatsat} &= \text{kWh} = 3.6 \cdot 10^6 \text{ Ws} = 3.6 \cdot 10^6 \text{ J}. \end{aligned}$$

Zapamtimo

$$1 \text{ kWh} = 3.6 \cdot 10^6 \text{ J}.$$



Za zagrijavanje vode od 15 °C do 65 °C, tj. za temperaturnu razliku od 50 °C = 50 K potrebna je količina topline

$$\left. \begin{aligned} m &= \rho \cdot V \\ Q &= m \cdot c \cdot \Delta t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} m &= \rho \cdot V \\ Q &= m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda zamjene} \\ \text{(supstitucije)} \end{array} \right] \Rightarrow Q = \rho \cdot V \cdot c \cdot (t_2 - t_1) =$$
$$= 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.01 \text{ m}^3 \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (65 - 15) \text{ K} = 2100000 \text{ J} = 2.1 \cdot 10^6 \text{ J}.$$

Ako pretpostavimo da se sva električna energija E utroši na zagrijavanje vode (pretvori u toplinu Q) dobije se

$$\left. \begin{array}{l} E = Q \\ Q = 2.1 \cdot 10^6 \text{ J} \end{array} \right\} \Rightarrow E = 2.1 \cdot 10^6 \text{ J} = \left[\begin{array}{l} \text{pretvaramo } J \text{ u } kWh \\ \frac{2.1 \cdot 10^6}{3.6 \cdot 10^6} \end{array} \right] = 0.58 \text{ kWh.}$$

Cijena jednog pranja suđa iznosi:

$$N = n \cdot E = 0.70 \frac{kn}{kWh} \cdot 0.58 \text{ kWh} = 0.41 \text{ kn.}$$

Vježba 379

Za jedno pranje suđa potrebno je zagrijati 10 litara vode u električnom bojleru od 13 °C do 63 °C. Cijena 1 kWh električne energije za domaćinstvo je 0.70 kuna. Kolika je cijena jednog pranja suđa ako pretpostavimo da se sva energija utroši na zagrijavanje vode. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$, specifični toplinski kapacitet vode $c = 4200 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$)

Rezultat: 0.41 kn.

Zadatak 380 (Nik, tehnička škola)

Jedan mol vodika (H_2) zagrijavamo od 20 °C do 120 °C pri stalnom tlaku. Koliki je rad pritom plin obavio? (plinska konstanta $R = 8.314 \text{ J} / (\text{mol} \cdot \text{K})$)

Rješenje 380

$$n = 1 \text{ mol}, \quad t_1 = 20 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = (273 + 20) \text{ K} = 293 \text{ K}, \\ t_2 = 120 \text{ °C} \Rightarrow T_2 = 273 + t_2 = (273 + 120) \text{ K} = 393 \text{ K}, \quad R = 8.314 \text{ J} / (\text{mol} \cdot \text{K}), \quad W = ?$$

Kad plinu dovodimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = n \cdot p \cdot (V_2 - V_1).$$

Broj atoma i molekula u makroskopskim tijelima je velik i obično se ne izražava brojnošću, već veličinom množina, tj. količina tvari (znak: n). Jedinica za količinu tvari ili množinu je mol (znak: mol). Jednadžba stanja plina, ako je zadana množina n idealnog plina glasi:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T,$$

gdje je p tlak, V obujam plina, n množina tvari, R plinska konstanta, T termodinamička temperatura plina.

Napišemo li plinsku jednadžbu za početno i konačno stanje plina pri stalnom tlaku p dobije se sustav jednadžbi:

$$\left. \begin{array}{l} p \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1 \\ p \cdot V_2 = n \cdot R \cdot T_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{oduzmemo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow p \cdot V_2 - p \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_2 - n \cdot R \cdot T_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow p \cdot (V_2 - V_1) = n \cdot R \cdot (T_2 - T_1).$$

Obavljeni rad W iznosi:

$$W = p \cdot (V_2 - V_1) \Rightarrow \left[p \cdot (V_2 - V_1) = n \cdot R \cdot (T_2 - T_1) \right] \Rightarrow W = n \cdot R \cdot (T_2 - T_1) = \\ = 1 \text{ mol} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot (393 \text{ K} - 293 \text{ K}) = 831.4 \text{ J.}$$

Vježba 380

Jedan mol vodika (H_2) zagrijavamo od 40 °C do 140 °C pri stalnom tlaku. Koliki je rad pritom plin obavio? (plinska konstanta $R = 8.314 \text{ J} / (\text{mol} \cdot \text{K})$)

Rezultat: 831.4 J.