

### Zadatak 321 (Edo, gimnazija)

Koliko topline treba da se iz 1 litre vode od 15 °C dobije destilirana voda? (specifični toplinski kapacitet vode  $c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ , specifična toplina isparavanja  $r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$ , vrelište vode  $t = 100 \text{ °C}$ )

#### Rješenje 321

$V = 1 \text{ l} \Rightarrow m = 1 \text{ kg}$ ,  $t_1 = 15 \text{ °C}$ ,  $c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ ,  $r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$ ,  
 $t = 100 \text{ °C}$ ,  $Q = ?$

Toplina  $Q$  je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je  $m$  masa tijela,  $c$  specifični toplinski kapacitet, a  $\Delta t$  promjena temperature.

Tekućina prelazi u paru pri svakoj temperaturi. Temperatura iznad koje pri određenom tlaku tekućina više ne može postojati u tekućem agregatnom stanju naziva se vrelištem. Temperatura vrelišta ostaje nepromijenjena sve dok sva tekućina vrenjem ne prijeđe u paru. Toplinu koja je potrebna da tekućina mase  $m$  prijeđe u paru iste temperature možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot r,$$

gdje je  $r$  specifična toplina isparavanja.

Toplina  $Q$  potrebna da se od vode temperature  $t$  dobije destilirana voda jednaka je zbroju topline zagrijavanja  $Q_1$  do vrelišta vode i topline isparavanja  $Q_2$ .

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot \Delta t + m \cdot r \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t - t_1) + m \cdot r \Rightarrow Q = m \cdot (c \cdot (t - t_1) + r) = \\ &= 1 \text{ kg} \cdot \left( 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (100 - 15) \text{ K} + 22.6 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right) = 2.62 \cdot 10^6 \text{ J}. \end{aligned}$$

#### Vježba 321

Koliko topline treba da se iz 2 litre vode od 15 °C dobije destilirana voda? (specifični toplinski kapacitet vode  $c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ , specifična toplina isparavanja  $r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$ , vrelište vode  $t = 100 \text{ °C}$ )

**Rezultat:**  $5.23 \cdot 10^6 \text{ J}$ .

### Zadatak 322 (Edo, gimnazija)

Električni grijač predaje toplinu snagom od 1.8 kW spremniku vode. Koliko je vremena potrebno da se 200 kg vode temperature 10 °C zagrije do temperature 70 °C? (specifični toplinski kapacitet vode  $c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ )

#### Rješenje 322

$P = 1.8 \text{ kW} = 1800 \text{ W}$ ,  $m = 200 \text{ kg}$ ,  $t_1 = 10 \text{ °C}$ ,  $t_2 = 70 \text{ °C}$ ,  
 $c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ ,  $t = ?$

Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije (toplinsku, mehaničku, kemijsku, ...) u nekom trošilu za vrijeme  $t$  jednaka je

$$W = P \cdot t,$$

gdje je  $P$  snaga trošila.

Toplina  $Q$  je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je  $m$  masa tijela,  $c$  specifični toplinski kapacitet, a  $\Delta t$  promjena temperature.

**Zakon očuvanja energije:**

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.

- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Budući da se sva električna energija  $W$  koju proizvede električni grijač pretvorila u toplinsku energiju potrebnu za zagrijavanje vode  $Q$ , slijedi:

$$W = Q \Rightarrow P \cdot t = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow P \cdot t = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \Rightarrow P \cdot t = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) / \frac{1}{P} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{m \cdot c \cdot (t_2 - t_1)}{P} = \frac{200 \text{ kg} \cdot 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (70 - 10) \text{ K}}{1800 \text{ W}} = 27933 \text{ s} =$$

$$= [27933 : 3600] \text{ h} = 7.76 \text{ h} = 7 \text{ h} + 0.76 \text{ h} = 7 \text{ h} + [0.76 \cdot 60] \text{ min} = 7 \text{ h} + 46 \text{ min} = 7 \text{ h } 46 \text{ min}.$$

### Vježba 322

Električni grijač predaje toplinu snagom od 1.8 kW spremniku vode. Koliko je vremena potrebno da se 200 kg vode temperature 20 °C zagrije do temperature 80 °C? (specifični toplinski kapacitet vode  $c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ )

**Rezultat:** 7 h 46 min.

### Zadatak 323 (DJ, strukovna škola)

Kada se vodi mase 1.2 kg dovede toplina od 12.6 kJ njezina se temperatura poveća na 85 °C. Kolika je početna temperatura vode? (specifični toplinski kapacitet vode  $c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{°C})$ )

### Rješenje 323

$$m = 1.2 \text{ kg}, \quad Q = 12.6 \text{ kJ} = 12600 \text{ J}, \quad t_2 = 85 \text{ °C}, \quad c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{°C}),$$

$$t_1 = ?$$

Toplina  $Q$  je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je  $m$  masa tijela,  $c$  specifični toplinski kapacitet, a  $\Delta t$  promjena temperature.

Računamo početnu temperaturu  $t_1$  vode.

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) / \frac{1}{m \cdot c} \Rightarrow \frac{Q}{m \cdot c} = t_2 - t_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1 = t_2 - \frac{Q}{m \cdot c} = 85 \text{ °C} - \frac{12600 \text{ J}}{1.2 \text{ kg} \cdot 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{°C}}} = 82.5 \text{ °C}.$$

### Vježba 323

Kada se vodi mase 2.4 kg dovede toplina od 25.2 kJ njezina se temperatura poveća na 85 °C. Kolika je početna temperatura vode? (specifični toplinski kapacitet vode  $c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{°C})$ )

**Rezultat:** 82.5 °C.

### Zadatak 324 (Mala Tina, kemijska škola)

Temperatura vode u čaši povisi se od 20 °C na 30 °C. Koliko iznosi  $\Delta T$ ?

A. 303 K      B. 293 K      C. 283 K      D. 10 K

### Rješenje 324

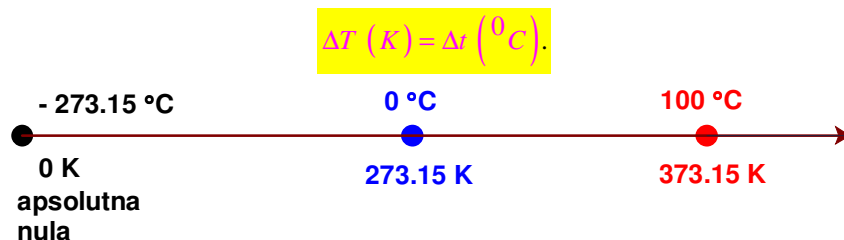
$$t_1 = 20 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = (273 + 20) \text{ K} = 293 \text{ K},$$

$$t_2 = 30\text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_2 = 273 + t_2 = (273 + 30)\text{ K} = 303\text{ K}, \quad \Delta T = ?$$

Kelvinova i Celzijusova ljestvica su dvije različite temperaturne ljestvice.

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 °C, što izražavamo jednadžbom:



Kelvinova i Celzijusova ljestvica podijeljene su na jednake dijelove i vrijedi:

$$T (\text{K}) = 273 + t (^\circ\text{C}) \quad , \quad t (^\circ\text{C}) = T (\text{K}) - 273.$$

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} T_1 = 293\text{ K} \quad , \quad T_2 = 303\text{ K} \\ \Delta T = T_2 - T_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta T = 303\text{ K} - 293\text{ K} \Rightarrow \Delta T = 10\text{ K}.$$

Odgovor je pod D.

2. inačica

Budući da je  $\Delta T = \Delta t$ , vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} t_1 = 20\text{ }^\circ\text{C} \quad , \quad t_2 = 30\text{ }^\circ\text{C} \\ \Delta t = t_2 - t_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta t = 30\text{ }^\circ\text{C} - 20\text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow \Delta t = 10\text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow [\Delta T = \Delta t] \Rightarrow \Delta T = 10\text{ K}.$$

Odgovor je pod D.

### Vježba 324

Temperatura vode u čaši povisi se od 10 °C na 20 °C. Koliko iznosi  $\Delta T$ ?

- A. 303 K      B. 293 K      C. 283 K      D. 10 K

**Rezultat:** D.

### Zadatak 325 (Mala Tina, kemijska škola)

Iz saune koja je na temperaturi 45 °C prešli ste u kadu sa vodom koja je na temperaturi 309 K. Kolika je temperatura vode iskazana u °C?

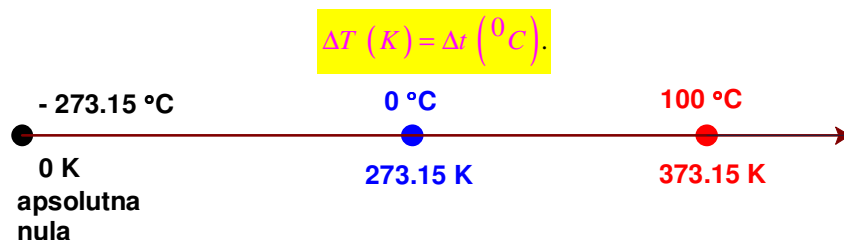
### Rješenje 325

$$t_1 = 45\text{ }^\circ\text{C}, \quad T_2 = 309\text{ K} \quad t_2 = ?$$

Kelvinova i Celzijusova ljestvica su dvije različite temperaturne ljestvice.

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 °C, što izražavamo jednadžbom:

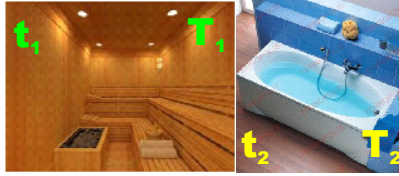


Kelvinova i Celzijusova ljestvica podijeljene su na jednake dijelove i vrijedi:

$$T(K) = 273 + t(^{\circ}C) \quad , \quad t(^{\circ}C) = T(K) - 273.$$

Temperatura u kadi je

$$t_2 = T_2 - 273 = (309 - 273) ^{\circ}C = 36 ^{\circ}C.$$



### Vježba 325

Iz saune koja je na temperaturi  $45 ^{\circ}C$  prešli ste u kadu sa vodom koja je na temperaturi  $300 K$ . Kolika je temperatura vode iskazana u  $^{\circ}C$ ?

**Rezultat:**  $27 ^{\circ}C$ .

### Zadatak 326 (Mario, gimnazija)

U posudi obujma  $500 \text{ cm}^3$  nalaze se plinovi vodik i dušik jednakih masa  $20 \text{ g}$ . Temperatura u posudi iznosi  $60 ^{\circ}C$ . Koliki je ukupni tlak plinova u posudi? (molna masa vodika  $M_1 = 0.002 \text{ kg/mol}$ , molna masa dušika  $M_2 = 0.032 \text{ kg/mol}$ , plinska konstanta  $R = 8.314 \text{ J / (K} \cdot \text{mol)}$ )

### Rješenje 326

$$V = 500 \text{ cm}^3 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3, \quad m_1 = m_2 = m = 20 \text{ g} = 0.02 \text{ kg},$$

$$t = 60 ^{\circ}C \Rightarrow T = 273 + t = (273 + 60) \text{ K} = 333 \text{ K}, \quad M_1 = 0.002 \text{ kg/mol}, \quad M_2 = 0.032 \text{ kg/mol},$$

$$R = 8.314 \text{ J / (K} \cdot \text{mol)}, \quad p = ?$$

Jedan od oblika jednadžbe stanja plina glasi

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \Rightarrow p = \frac{m}{M} \cdot \frac{R \cdot T}{V},$$

gdje je  $p$  tlak plina,  $V$  obujam plina,  $m$  masa plina,  $M$  molna masa plina,  $R$  plinska konstanta,  $T$  termodinamička temperatura.

### Daltonov zakon

Imamo li smjesu nekoliko plinova, ukupni će tlak biti jednak zbroju parcijalnih tlakova pomiješanih plinova. Tlak smjese je

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n,$$

gdje su  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$  tlakovi pojedinih plinova. Parcijalni ili djelomični tlak plina je tlak što bi ga imala jedna od pomiješanih količina plina kad bi sama ispunila cijeli prostor u kojemu se nalazi smjesa.

Budući da su parcijalni tlakovi

- vodika  $p_1 = \frac{m_1}{M_1} \cdot \frac{R \cdot T}{V} \Rightarrow p_1 = \frac{m}{M_1} \cdot \frac{R \cdot T}{V}$
- dušika  $p_2 = \frac{m_2}{M_2} \cdot \frac{R \cdot T}{V} \Rightarrow p_2 = \frac{m}{M_2} \cdot \frac{R \cdot T}{V},$

ukupni tlak iznosi:

$$p = p_1 + p_2 \Rightarrow p = \frac{m}{M_1} \cdot \frac{R \cdot T}{V} + \frac{m}{M_2} \cdot \frac{R \cdot T}{V} \Rightarrow p = \frac{m \cdot R \cdot T}{V} \cdot \left( \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right) =$$

$$= \frac{0.02 \text{ kg} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \cdot 333 \text{ K}}{5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3} \cdot \left( \frac{1}{0.002 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}} + \frac{1}{0.032 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}} \right) = 58831942.5 \text{ Pa} \approx 5.883 \cdot 10^7 \text{ Pa}.$$

### Vježba 326

U posudi obujma  $250 \text{ cm}^3$  nalaze se plinovi vodik i dušik jednakih masa  $10 \text{ g}$ . Temperatura u posudi iznosi  $60 \text{ }^\circ\text{C}$ . Koliki je ukupni tlak plinova u posudi? (molna masa vodika  $M_1 = 0.002 \text{ kg/mol}$ , molna masa dušika  $M_2 = 0.032 \text{ kg/mol}$ , plinska konstanta  $R = 8.314 \text{ J / (K} \cdot \text{mol)}$ )

**Rezultat:**  $5.883 \cdot 10^7 \text{ Pa}$ .

### Zadatak 327 (Lea, gimnazija)

Plin zauzima volumen  $2 \text{ dm}^3$ . Uz konstantnu temperaturu plinu se poveća tlak za  $20\%$ . Za koliko će se promijeniti njegov volumen?

#### Rješenje 327

$$V_1 = 2 \text{ dm}^3, \quad T = \text{konst.}, \quad p_1 = p, \quad p_2 = p + 20\% \cdot p = p + \frac{20}{100} \cdot p = 1.20 \cdot p,$$

$$\Delta V = ?$$

Ako pri promjeni stanja dane mase plina, temperatura ostaje stalna (izotermno stanje), promjene obujma i tlaka plina možemo opisati Boyle – Mariotteovim zakonom:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2.$$

Iz formule vidi se da su tlak i volumen obrnuto razmjerne veličine (koliko se puta tlak poveća, toliko se puta volumen smanji; koliko se puta tlak smanji, toliko se puta volumen poveća).

Računamo volumen  $V_2$  plina nakon povećanja tlaka.

$$\begin{aligned} p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 &\Rightarrow p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \Rightarrow p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \cdot \frac{1}{p_2} \Rightarrow V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2} = \\ &= \frac{p \cdot 2 \text{ dm}^3}{1.20 \cdot p} = \frac{p \cdot 2 \text{ dm}^3}{1.20 \cdot p} = \frac{2 \text{ dm}^3}{1.20} = 1.67 \text{ dm}^3. \end{aligned}$$

Vidimo da se volumen smanjio za

$$\Delta V = V_1 - V_2 = 2 \text{ dm}^3 - 1.67 \text{ dm}^3 = 0.33 \text{ dm}^3.$$

### Vježba 327

Plin zauzima volumen  $2 \text{ dm}^3$ . Uz konstantnu temperaturu plinu se poveća tlak za  $50\%$ . Za koliko će se promijeniti njegov volumen?

**Rezultat:**  $\Delta V = 0.67 \text{ dm}^3$ .

### Zadatak 328 (Lea, gimnazija)

Vertikalna valjkasta posuda površine dna  $40 \text{ cm}^2$  zatvorena je pomičnim klipom mase  $2 \text{ kg}$ . U posudi je zrak na temperaturi  $20^\circ\text{C}$ . Na klip stavimo uteg mase  $6 \text{ kg}$ . Za koliko moramo povisiti temperaturu zraka u posudi da bi se klip s utegom vratio u početni položaj? Atmosferski tlak je  $101.3 \text{ kPa}$ . (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 328

$$\begin{aligned} S = 40 \text{ cm}^2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2, \quad m_1 = 2 \text{ kg} - \text{masa klipa}, \quad t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 273 + t = \\ = (273 + 20) \text{ K} = 293 \text{ K}, \quad m_2 = 6 \text{ kg} - \text{masa utega}, \quad p_0 = 101.3 \text{ kPa} = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \\ g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta T = ? \end{aligned}$$

Tlak je omjer sile što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu i te površine

$$p = \frac{F}{S}$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Mijenja li se temperatura nekoj masi plina stalnog obujma (**izohorna promjena**), mijenjat će se tlak plina prema Charlesovu zakonu:

$$V = konst. \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}, \quad \frac{p}{T} = konst.$$

Prije stavljanja utega ukupni tlak  $p_1$  u posudi jednak je zbroju atmosferskog tlaka  $p_0$  i tlaka  $p_k$  koji stvara pomični klip mase  $m_1$ .

$$p_1 = p_0 + p_k \Rightarrow p_1 = p_0 + \frac{G_1}{S} \Rightarrow p_1 = p_0 + \frac{m_1 \cdot g}{S}$$

Nakon stavljanja utega ukupni tlak  $p_2$  u posudi jednak je zbroju atmosferskog tlaka  $p_0$ , tlaka  $p_k$  koji stvara pomični klip mase  $m_1$  i tlaka  $p_u$  koji uzrokuje uteg mase  $m_2$ .

$$p_2 = p_0 + p_k + p_u \Rightarrow p_2 = p_0 + \frac{G_1}{S} + \frac{G_2}{S} \Rightarrow p_2 = p_0 + \frac{m_1 \cdot g}{S} + \frac{m_2 \cdot g}{S} \Rightarrow p_2 = p_0 + \frac{(m_1 + m_2) \cdot g}{S}$$

Budući da se volumen u posudi ne smije promijeniti riječ je o izohornom (izovolumnom) stanju plina pa vrijedi:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \cdot \frac{T_2 \cdot T_1}{p_1} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \frac{p_0 + \frac{(m_1 + m_2) \cdot g}{S}}{p_0 + \frac{m_1 \cdot g}{S}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \frac{p_0 + \frac{(m_1 + m_2) \cdot g}{S}}{\frac{p_0 + \frac{m_1 \cdot g}{S}}{1 + \frac{S}{S}}} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \frac{S \cdot p_0 + (m_1 + m_2) \cdot g}{S \cdot p_0 + m_1 \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \frac{\frac{S \cdot p_0 + (m_1 + m_2) \cdot g}{S}}{\frac{S \cdot p_0 + m_1 \cdot g}{S}} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \frac{S \cdot p_0 + (m_1 + m_2) \cdot g}{S \cdot p_0 + m_1 \cdot g} =$$

$$= 293 \text{ K} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} + (2 \text{ kg} + 6 \text{ kg}) \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} + 2 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 333.60 \text{ K}.$$

Temperaturu moramo povisiti za

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 333.60 \text{ K} - 293 \text{ K} = 40.6 \text{ K}.$$

### Vježba 328

Vertikalna valjkasta posuda površine dna  $0.4 \text{ dm}^2$  zatvorena je pomičnim klipom mase  $2 \text{ kg}$ . U posudi je zrak na temperaturi  $20^\circ\text{C}$ . Na klip stavimo uteg mase  $600 \text{ dag}$ . Za koliko moramo povisiti temperaturu zraka u posudi da bi se klip s utegom vratio u početni položaj? Atmosferski tlak je  $101.3 \text{ kPa}$ . (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:**  $\Delta T = 40.6 \text{ K}$ .

### Zadatak 329 (Dado, gimnazija)

Posudu koja sadrži  $5$  litara zraka pri normalnom tlaku spojimo s potpuno praznom (vakuum) posudom volumena  $4.5$  litara. Koliki je konačni tlak zraka, ako je proces izoterman ( $T = \text{konst.}$ ) (atmosferski tlak  $p_0 = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ )

#### Rješenje 329

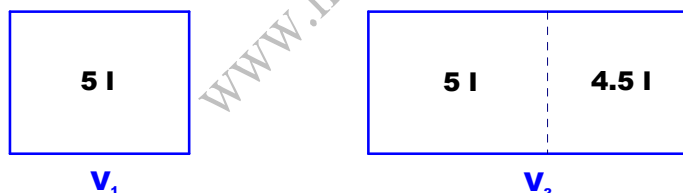
$$V_1 = 5 \text{ l} = 5 \text{ dm}^3 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad p_1 = p_0 = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \\ V_2 = 5 \text{ l} + 4.5 \text{ l} = 9.5 \text{ l} = 9.5 \text{ dm}^3 = 9.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad p_2 = ?$$

Tlak  $1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , odnosno  $1.013 \text{ bar}$ , zovemo normiranim tlakom i označavamo ga sa  $p_0$ . Ako pri promjeni stanja dane mase plina, temperatura ostaje stalna (izotermno stanje), promjene obujma i tlaka plina možemo opisati Boyle-Mariotteovim zakonom:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2.$$

Računamo konačni tlak  $p_2$  plina.

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \Rightarrow p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \Rightarrow p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \cdot \frac{1}{V_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{V_2} = \\ = \frac{1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{9.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3} = 53315.79 \text{ Pa}.$$



### Vježba 329

Posudu koja sadrži  $4$  litre zraka pri normalnom tlaku spojimo s potpuno praznom (vakuum) posudom volumena  $5$  litara. Koliki je konačni tlak zraka, ako je proces izoterman ( $T = \text{konst.}$ ) (atmosferski tlak  $p_0 = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ )

**Rezultat:**  $45022.22 \text{ Pa}$ .

### Zadatak 330 (Josip, gimnazija)

U valjkastoj posudi površine dna  $500 \text{ cm}^2$  nalazi se na temperaturi  $20^\circ\text{C}$  plin volumena  $4$  litre. Za koliko će se pomaknuti klip ako plin zagrijemo na temperaturu  $100^\circ\text{C}$ ?

#### Rješenje 330

$$S = 500 \text{ cm}^2 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2, \quad t_1 = 20^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 273 + t = (273 + 20) \text{ K} = 293 \text{ K}, \\ V = 4 \text{ l} = 4 \text{ dm}^3 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad t_2 = 100^\circ\text{C} \Rightarrow T_2 = 273 + t = (273 + 100) \text{ K} = 373 \text{ K}, \quad \Delta h = ?$$

#### Obujam valjka

Uspravni i kosi valjak površine baze  $S$  i visine  $v$  imaju jednake obujmove. Taj obujam iznosi:

$$V = S \cdot v.$$

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), obujam dane mase plina

mijenjat će se prema Gay – Lussacovu [Gej – Lisak] zakonu. Jednadžba u termodinamičkoj ljestvici temperature glasi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Budući da je tlak plina stalan (izobarno stanje), izračunat ćemo volumen  $V_2$  nakon zagrijavanja plina do temperature  $T_2$ :

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \cdot T_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{T_1} \cdot T_2 \Rightarrow V_2 = V_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}$$

Promjena volumena plina iznosi:

$$\Delta V = V_2 - V_1 \Rightarrow \Delta V = V_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} - V_1 \Rightarrow \Delta V = V_1 \cdot \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right)$$

Ova se promjena volumena može izraziti i kao

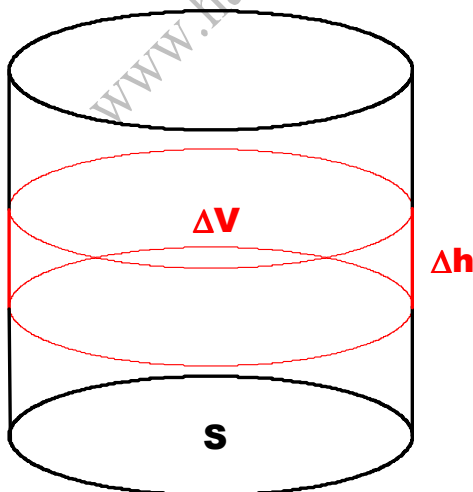
$$\Delta V = S \cdot \Delta h,$$

gdje je  $S$  površina baze valjka,  $\Delta h$  visina za koji se pomakao klip.

Pomak klipa  $\Delta h$  iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta V = S \cdot \Delta h \\ \Delta V = V_1 \cdot \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow S \cdot \Delta h = V_1 \cdot \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \Rightarrow S \cdot \Delta h = V_1 \cdot \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \cdot \frac{1}{S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta h = \frac{V_1}{S} \cdot \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = \frac{4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2} \cdot \left( \frac{373 \text{ K}}{293 \text{ K}} - 1 \right) = 0.0218 \text{ m} = 2.18 \text{ cm}.$$



### Vježba 330

U valjkastoj posudi površine dna  $5 \text{ dm}^2$  nalazi se na temperaturi  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  plin volumena  $4000 \text{ cm}^3$ . Za koliko će se pomaknuti klip ako plin zagrijemo na temperaturu  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ ?

**Rezultat:**  $\Delta h = 2.18 \text{ cm}$ .

### Zadatak 331 (Stella, gimnazija)

Dvije posude spojene su pomoću cijevi na kojoj se nalazi ventil. Kada je ventil zatvoren tlak plina u prvoj posudi je  $0.2 \text{ MPa}$ , a u drugoj  $0.4 \text{ MPa}$ . U posudama se nalaze jednake količine plina. Koliki će biti tlak u posudama, ako otvorimo ventil?



### Rješenje 331

$p_1 = 0.2 \text{ MPa} = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ,  $p_2 = 0.4 \text{ MPa} = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ,  $m_1 = m_2 = m$ ,  $V_1$ ,  $V_2$ ,  
 $M$ ,  $R$ ,  $T$ ,  $p = ?$

Jedan od oblika jednadžbe stanja plina glasi

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T,$$

gdje je  $p$  tlak plina,  $V$  obujam plina,  $m$  masa plina,  $M$  molna masa plina,  $R$  plinska konstanta,  $T$  termodinamička temperatura.

Uočimo da plin u obje posude ima jednaku masu i da je temperatura jednaka. Neka posude imaju obujmove  $V_1$  i  $V_2$ . Prije otvaranja ventila stanje plina u svakoj posudi opisano je jednadžbom:

- prva posuda:  $p_1 \cdot V_1 = \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T \Rightarrow p_1 \cdot V_1 = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$
- druga posuda:  $p_2 \cdot V_2 = \frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T \Rightarrow p_2 \cdot V_2 = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T.$

Nakon otvaranja ventila stanje plina u spojenim posudama obujma  $V_1 + V_2$  opisano je jednadžbom

$$p \cdot (V_1 + V_2) = \frac{m_1 + m_2}{M} \cdot R \cdot T \Rightarrow p \cdot (V_1 + V_2) = \frac{m + m}{M} \cdot R \cdot T \Rightarrow p \cdot (V_1 + V_2) = 2 \cdot \frac{m}{M} \cdot R \cdot T.$$

Iz sustava jednadžbi izračunamo  $V_2$ .

$$\left. \begin{array}{l} p_1 \cdot V_1 = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \\ p_2 \cdot V_2 = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \Rightarrow p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \cdot \frac{1}{p_2} \Rightarrow V_2 = V_1 \cdot \frac{p_1}{p_2}.$$

Pomoću sljedećeg sustava jednadžbi dobijemo tlak  $p$ .

$$\left. \begin{array}{l} p \cdot (V_1 + V_2) = 2 \cdot \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \\ p_1 \cdot V_1 = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \\ V_2 = V_1 \cdot \frac{p_1}{p_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p \cdot (V_1 + V_2) = 2 \cdot p_1 \cdot V_1 \\ V_2 = V_1 \cdot \frac{p_1}{p_2} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow p \cdot \left( V_1 + V_1 \cdot \frac{p_1}{p_2} \right) = 2 \cdot p_1 \cdot V_1 \Rightarrow p \cdot V_1 \cdot \left( 1 + \frac{p_1}{p_2} \right) = 2 \cdot p_1 \cdot V_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p \cdot V_1 \cdot \left( 1 + \frac{p_1}{p_2} \right) = 2 \cdot p_1 \cdot V_1 \cdot \frac{1}{V_1} \Rightarrow p \cdot \left( 1 + \frac{p_1}{p_2} \right) = 2 \cdot p_1 \Rightarrow p \cdot \left( \frac{1}{1} + \frac{p_1}{p_2} \right) = 2 \cdot p_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p \cdot \frac{p_2 + p_1}{p_2} = 2 \cdot p_1 \Rightarrow p \cdot \frac{p_1 + p_2}{p_2} = 2 \cdot p_1 \cdot \frac{p_2}{p_1 + p_2} \Rightarrow p = \frac{2 \cdot p_1 \cdot p_2}{p_1 + p_2} =$$

$$= \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{2 \cdot 10^5 \text{ Pa} + 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = 2.67 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 0.267 \cdot 10^6 \text{ Pa} \approx 0.27 \text{ MPa}.$$

### Vježba 331

Dvije posude spojene su pomoću cijevi na kojoj se nalazi ventil. Kada je ventil zatvoren tlak plina u prvoj posudi je 0.4 MPa, a u drugoj 0.8 MPa. U posudama se nalaze jednake količine plina. Koliki će biti tlak u posudama, ako otvorimo ventil?

**Rezultat:**  $5.33 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

**Zadatak 332 (Petra, gimnazija)**

U valjku obujma 2 litre sa pomičnim klipom nalazi se plin pod tlakom 0.1 MPa. Zbog zagrijavanja njegov se obujam poveća 2 puta. Koliki rad plin obavi pri rastezanju?

**Rješenje 332**

$$V = 2 \text{ l} = 2 \text{ dm}^3 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad p = 0.1 \text{ MPa} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad V_2 = 2 \cdot V_1, \quad W = ?$$

Kad plinu dovodimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot (V_2 - V_1).$$

Rad plina iznosi:

$$W = p \cdot (V_2 - V_1) \Rightarrow W = p \cdot (2 \cdot V_1 - V_1) \Rightarrow W = p \cdot V_1 = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 200 \text{ J}.$$

**Vježba 332**

U valjku obujma 2 litre sa pomičnim klipom nalazi se plin pod tlakom 0.2 MPa. Zbog zagrijavanja njegov se obujam poveća 2 puta. Koliki rad plin obavi pri rastezanju?

**Rezultat:** 400 J.

**Zadatak 333 (Davor, veleučilište)**

U posudi obujma V nalazi se smjesa tri plina masa  $m_1, m_2, m_3$  i molnih masa  $M_1, M_2, M_3$  na temperaturi T i tlaku p. Kolika je gustoća smjese?

**Rješenje 333**

$$V, \quad m_1, \quad m_2, \quad m_3, \quad M_1, \quad M_2, \quad M_3, \quad T, \quad p, \quad \rho = ?$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Jedan od oblika jednadžbe stanja plina glasi

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \Rightarrow p = \frac{m}{M} \cdot \frac{R \cdot T}{V},$$

gdje je p tlak plina, V obujam plina, m masa plina, M molna masa plina, R plinska konstanta, T termodinamička temperatura.

**Daltonov zakon**

Imamo li smjesu nekoliko plinova, ukupni će tlak biti jednak zbroju parcijalnih tlakova pomiješanih plinova. Tlak smjese je

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n,$$

gdje su  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$  tlakovi pojedinih plinova. Parcijalni ili djelomični tlak plina je tlak što bi ga imala jedna od pomiješanih količina plina kad bi sama ispunila cijeli prostor u kojemu se nalazi smjesa.

Za svaki plin u posudi može se napisati njegov parcijalni tlak:

$$p_1 = \frac{m_1}{M_1} \cdot \frac{R \cdot T}{V}, \quad p_2 = \frac{m_2}{M_2} \cdot \frac{R \cdot T}{V}, \quad p_3 = \frac{m_3}{M_3} \cdot \frac{R \cdot T}{V}.$$

Ukupni tlak p u posudi jednak je zbroju pojedinačnih tlakova pa vrijedi:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 \Rightarrow p = \frac{m_1}{M_1} \cdot \frac{R \cdot T}{V} + \frac{m_2}{M_2} \cdot \frac{R \cdot T}{V} + \frac{m_3}{M_3} \cdot \frac{R \cdot T}{V} \Rightarrow p = \left( \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \frac{m_3}{M_3} \right) \cdot \frac{R \cdot T}{V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \left( \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \frac{m_3}{M_3} \right) \cdot \frac{R \cdot T}{V} \quad / \cdot \frac{V}{p} \Rightarrow V = \left( \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \frac{m_3}{M_3} \right) \cdot \frac{R \cdot T}{p}$$

Budući da je gustoća smjese jednaka kvocijentu ukupne mase i obujma posude

$$\rho = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{V},$$

slijedi

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \frac{m_1 + m_2 + m_3}{V} \\ V &= \left( \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \frac{m_3}{M_3} \right) \cdot \frac{R \cdot T}{p} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \rho = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{\left( \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \frac{m_3}{M_3} \right) \cdot \frac{R \cdot T}{p}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{(m_1 + m_2 + m_3) \cdot p}{\left( \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \frac{m_3}{M_3} \right) \cdot R \cdot T} \Rightarrow \rho = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \frac{m_3}{M_3}} \cdot \frac{p}{R \cdot T}$$

### Vježba 333

U posudi obujma  $V$  nalazi se smjesa dva plina masa  $m_1, m_2$  i molnih masa  $M_1, M_2$  na temperaturi  $T$  i tlaku  $p$ . Kolika je gustoća smjese?

**Rezultat:**

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}} \cdot \frac{p}{R \cdot T}$$

### Zadatak 334 (Martin, srednja škola)

Odredite rad koji obavi plin obujma 200 l kada pri stalnom tlaku  $1 \cdot 10^5$  Pa temperatura poraste od 27 °C do 327 °C.

#### Rješenje 334

$$V_1 = 200 \text{ l} = 200 \text{ dm}^3 = 0.2 \text{ m}^3, \quad p = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa},$$

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay – Lussacovu [Gej – Lisak] zakonu. Jednadžba u termodinamičkoj ljestvici temperature glasi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Kad plinu dovodimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot (V_2 - V_1)$$

Kada temperatura plina poraste njegov obujam  $V_2$  iznosi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \cdot T_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{T_1} \cdot T_2 \Rightarrow V_2 = V_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}$$

Računamo rad plina  $W$ .

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot (V_2 - V_1) \Rightarrow W = p \cdot \left( V_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} - V_1 \right) \Rightarrow W = p \cdot V_1 \cdot \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \Rightarrow$$

$$= 1 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0.2 \text{ m}^3 \cdot \left( \frac{600 \text{ K}}{300 \text{ K}} - 1 \right) = 20000 \text{ J} = 2 \cdot 10^4 \text{ J} = 20 \text{ kJ}.$$

### Vježba 334

Odredite rad koji obavi plin obujma 200 l kada pri stalnom tlaku  $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  temperatura poraste od  $27^\circ\text{C}$  do  $327^\circ\text{C}$ .

**Rezultat:** 40 kJ.

### Zadatak 335 (Rocky, gimnazija)

Početna temperatura idealnog plina je  $20^\circ\text{C}$ , a početni volumen je 0.2 l pri tlaku 1.2 bara. Ekspanzijom pritom tlaku obavi se rad od 90 J. Odredi konačni volumen i temperaturu.

### Rješenje 335

$$t_1 = 20^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = (273 + 20) \text{ K} = 293 \text{ K}, \quad V_1 = 0.2 \text{ l} = 0.2 \text{ dm}^3 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3,$$

$$p = 1.2 \text{ bar} = 1.2 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad W = 90 \text{ J}, \quad V_2 = ?, \quad t_2 = ?$$

Kad plinu dovodimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot (V_2 - V_1).$$

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay – Lussacovu [Gej – Lisak] zakonu. Jednadžba u termodinamičkoj ljestvici temperature glasi:

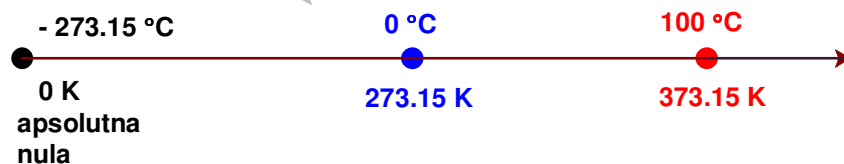
$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Kelvinova i Celzijusova ljestvica su dvije različite temperaturne ljestvice.

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od  $1^\circ\text{C}$ , što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T (\text{K}) = \Delta t (^\circ\text{C}).$$



Kelvinova i Celzijusova ljestvica podijeljene su na jednake dijelove i vrijedi:

$$T (\text{K}) = 273 + t (^\circ\text{C}), \quad t (^\circ\text{C}) = T (\text{K}) - 273.$$

Računamo konačni volumen  $V_2$ .

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot (V_2 - V_1) \Rightarrow W = p \cdot (V_2 - V_1) \cdot \frac{1}{p} \Rightarrow V_2 - V_1 = \frac{W}{p} \Rightarrow V_2 = \frac{W}{p} + V_1 =$$

$$= \frac{90 \text{ J}}{1.2 \cdot 10^5 \text{ Pa}} + 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 0.00095 \text{ m}^3 = \left[ 1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 \right] = 0.95 \text{ dm}^3 = 0.95 \text{ l}.$$

Budući da je tlak stalan (izobarna promjena), vrijedi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \cdot T_1 \cdot T_2 \Rightarrow V_1 \cdot T_2 = V_2 \cdot T_1 \Rightarrow V_1 \cdot T_2 = V_2 \cdot T_1 \cdot \frac{1}{V_1} \Rightarrow T_2 = \frac{V_2 \cdot T_1}{V_1} =$$

$$= \frac{0.95 \text{ l} \cdot 293 \text{ K}}{0.2 \text{ l}} = 1392 \text{ K}.$$

Sada je:

$$T_2 = 273 + t_2 \Rightarrow t_2 = T_2 - 273 = (1392 - 273) \text{ } ^0\text{C} = 1119 \text{ } ^0\text{C}.$$

### Vježba 335

Početna temperatura idealnog plina je  $20 \text{ } ^0\text{C}$ , a početni volumen je  $20 \text{ cl}$  pri tlaku  $1.2 \text{ bara}$ . Ekspanzijom pritom tlaku obavi se rad od  $0.09 \text{ kJ}$ . Odredi konačni volumen i temperaturu.

**Rezultat:**  $V_2 = 0.95 \text{ l}$ ,  $t_2 = 1119 \text{ } ^0\text{C}$ .

### Zadatak 336 (Ivan, tehnička škola)

Električni bojler ima snagu grijača  $300 \text{ W}$ , a sadrži  $80 \text{ litara}$  vode. Kolika bi bila brzina porasta temperature u  $^0\text{C}$  u minuti da nema gubitaka energije? (toplinski kapacitet vode  $c = 4186 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$ , gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

### Rješenje 336

$$P = 300 \text{ W}, \quad V = 80 \text{ l} = 80 \text{ dm}^3 = 0.08 \text{ m}^3, \quad c = 4186 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \\ \frac{\Delta T}{\Delta t} = ?$$

Toplina  $Q$  je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (T_2 - T_1),$$

gdje je  $m$  masa tijela,  $c$  specifični toplinski kapacitet, a  $\Delta T$  promjena temperature. Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

### Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije (toplinsku, mehaničku, kemijsku, ...) u nekom trošilu za vrijeme  $t$  jednaka je

$$E = P \cdot t,$$

gdje je  $P$  snaga trošila.

Budući da nema gubitaka energije, toplina (toplinska energija) koju primi voda u bojleru jednaka je energiji koju grijač uzima iz električne mreže.

$$Q = E \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta T = P \cdot \Delta t \Rightarrow [m = \rho \cdot V] \Rightarrow \rho \cdot V \cdot c \cdot \Delta T = P \cdot \Delta t \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho \cdot V \cdot c \cdot \Delta T = P \cdot \Delta t \cdot \frac{1}{\rho \cdot V \cdot c \cdot \Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{P}{\rho \cdot V \cdot c} = \frac{300 \text{ W}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.08 \text{ m}^3 \cdot 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = \\ = 8.96 \cdot 10^{-4} \frac{\text{K}}{\text{s}} = [8.96 \cdot 10^{-4} \cdot 60] = 0.0538 \frac{\text{K}}{\text{min}} = 0.0538 \frac{^0\text{C}}{\text{min}}.$$

### Vježba 336

Električni bojler ima snagu grijača  $600 \text{ W}$ , a sadrži  $160 \text{ litara}$  vode. Kolika bi bila brzina porasta temperature u  $^0\text{C}$  u minuti da nema gubitaka energije? (toplinski kapacitet vode  $c = 4186 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$ , gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

**Rezultat:**  $0.0538 \frac{0\text{C}}{\text{min}}$ .

**Zadatak 337 (Ivan, tehnička škola)**

Kolika mora biti snaga električnog protočnog grijača, ako pri protoku  $0.1 \frac{l}{s}$  treba povisiti temperaturu vode za  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ? Gubitke zanemarite. (toplinski kapacitet vode  $c = 4186 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$ , gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

**Rješenje 337**

$$Q = 0.1 \frac{l}{s} = 0.1 \frac{dm^3}{s} = 0.1 \frac{10^{-3} m^3}{s} = 1 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{s}, \quad \Delta T = 20\text{ }^{\circ}\text{C} = 20 \text{ K},$$

$c = 4186 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K}), \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad P = ?$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (T_2 - T_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a  $\Delta T$  promjena temperature. Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

**Zakon očuvanja energije:**

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije (toplinsku, mehaničku, kemijsku, ...) u nekom trošilu za vrijeme t jednaka je

$$E = P \cdot t,$$

gdje je P snaga trošila.

Protok Q je količina tekućine (obujam V) koji se popuni u jedinici vremena.

$$Q = \frac{V}{t} \Rightarrow V = Q \cdot t.$$

Budući da nema gubitaka energije, toplina (toplinska energija) koju primi voda u bojleru jednaka je energiji koju grijač uzima iz električne mreže.

$$\begin{aligned} Q &= E \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta T = P \cdot \Delta t \Rightarrow [m = \rho \cdot V] \Rightarrow \rho \cdot V \cdot c \cdot \Delta T = P \cdot \Delta t \Rightarrow \\ &\Rightarrow [V = Q \cdot \Delta t] \Rightarrow \rho \cdot Q \cdot \Delta t \cdot c \cdot \Delta T = P \cdot \Delta t \Rightarrow \rho \cdot Q \cdot \Delta t \cdot c \cdot \Delta T = P \cdot \Delta t \cdot \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow \\ &\Rightarrow P = \rho \cdot Q \cdot c \cdot \Delta T = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 20 \text{ K} = 8372 \text{ W}. \end{aligned}$$



### Vježba 337

Kolika mora biti snaga električnog protočnog grijača, ako pri protoku  $0.2 \frac{l}{s}$  treba povisiti temperaturu vode za  $10 \text{ }^\circ\text{C}$ ? Gubitke zanemarite. (toplinski kapacitet vode  $c = 4186 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$ , gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

**Rezultat:** 8372 W.

### Zadatak 338 (Sanchy, gimnazija)

Za koliko će se stupnjeva zagrijati 80 litara vode utroškom 1 kWh energije iz električne mreže, ako se iskoristi 85% energije? (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ , specifični toplinski kapacitet vode  $c = 4190 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$ )

### Rješenje 338

$V = 80 \text{ l} = 80 \text{ dm}^3 = 0.08 \text{ m}^3$ ,  $E = 1 \text{ kWh} = 3600000 \text{ W} \cdot \text{s}$ ,  $p = 85\% = 0.85$ ,  
 $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $c = 4190 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$ ,  $\Delta T = ?$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije (toplinsku, mehaničku, kemijsku, ...) u nekom trošilu za vrijeme  $t$  jednaka je

$$E = P \cdot t,$$

gdje je  $P$  snaga trošila

Toplina  $Q$  je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (T_2 - T_1),$$

gdje je  $m$  masa tijela,  $c$  specifični toplinski kapacitet, a  $\Delta T$  promjena temperature.

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da se u toplinu (toplinsku energiju)  $Q$  potrebnu za zagrijavanje vode pretvorilo samo  $p$  posto električne energije  $E$ , vrijedi:

$$\begin{aligned} Q &= p \cdot E \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta T = p \cdot E \Rightarrow [m = \rho \cdot V] \Rightarrow \rho \cdot V \cdot c \cdot \Delta T = p \cdot E \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho \cdot V \cdot c \cdot \Delta T &= p \cdot E \cdot \frac{1}{\rho \cdot V \cdot c} \Rightarrow \Delta T = \frac{p \cdot E}{\rho \cdot V \cdot c} = \frac{0.85 \cdot 3600000 \text{ W} \cdot \text{s}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.08 \text{ m}^3 \cdot 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = \\ &= 9.13 \text{ K} = 9.13 \text{ }^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

### Vježba 338

Za koliko će se stupnjeva zagrijati 160 litara vode utroškom 2 kWh energije iz električne mreže, ako se iskoristi 85% energije? (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ , specifični toplinski kapacitet vode  $c = 4190 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$ )

**Rezultat:** 9.13 K = 9.13 °C.

### Zadatak 339 (Sanchy, gimnazija)

Kuhinjski bojler ima snagu grijača 1500 W i sadrži 10 litara vode temperature  $18 \text{ }^\circ\text{C}$ . Za koliko će se vremena voda zagrijati na  $48 \text{ }^\circ\text{C}$ , ako su gubici 10%? (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ , specifični toplinski kapacitet vode  $c = 4190 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$ )

### Rješenje 339

$P = 1500 \text{ W}$ ,  $V = 10 \text{ l} = 10 \text{ dm}^3 = 0.01 \text{ m}^3$ ,  $T_1 = 18 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_2 = 48 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  
 $p = 100\% - 10\% = 90\% = 0.90$ ,  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $c = 4190 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$ ,  $t = ?$

Kako se računa "... p% od x..."?

$$\frac{P}{100} \cdot x.$$

Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije (toplinsku, mehaničku, kemijsku, ...) u nekom trošilu za vrijeme  $t$  jednaka je

$$E = P \cdot t,$$

gdje je  $P$  snaga trošila

Toplina  $Q$  je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (T_2 - T_1),$$

gdje je  $m$  masa tijela,  $c$  specifični toplinski kapacitet, a  $\Delta T$  promjena temperature. Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da se u toplinu (toplinsku energiju)  $Q$  potrebnu za zagrijavanje vode u bojleru pretvorilo samo  $p$  posto električne energije  $E$ , vrijedi:

$$\begin{aligned} Q &= p \cdot E \Rightarrow p \cdot E = Q \Rightarrow p \cdot P \cdot t = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow p \cdot P \cdot t = m \cdot c \cdot (T_2 - T_1) \Rightarrow [m = \rho \cdot V] \Rightarrow \\ &\Rightarrow p \cdot P \cdot t = \rho \cdot V \cdot c \cdot (T_2 - T_1) \Rightarrow p \cdot P \cdot t = \rho \cdot V \cdot c \cdot (T_2 - T_1) / \cdot \frac{1}{p \cdot P} \Rightarrow \\ &\Rightarrow t = \frac{\rho \cdot V \cdot c \cdot (T_2 - T_1)}{p \cdot P} = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.01 \text{ m}^3 \cdot 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (48 - 18) \text{ K}}{0.90 \cdot 1500 \text{ W}} = 931.111111 \text{ s} = \\ &= [931.111111 : 60] = 15.518519 \text{ min} = 15 \text{ min} + 0.518519 \text{ min} = 15 \text{ min} + 0.518519 \cdot 60 \text{ s} = \\ &= 15 \text{ min} + 31.11114 \text{ s} \approx 15 \text{ min } 31 \text{ s}. \end{aligned}$$

### Vježba 339

Kuhinjski bojler ima snagu grijača  $1500 \text{ W}$  i sadrži  $10$  litara vode temperature  $18 \text{ }^\circ\text{C}$ . Za koliko će se vremena voda zagrijati na  $48 \text{ }^\circ\text{C}$ , ako su gubici  $10\%$ ? (specifični toplinski kapacitet vode  $c = 4186 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$ )

**Rezultat:**  $8372 \text{ W}$ .

### Zadatak 340 (Sanchy, gimnazija)

Sušilo kose (fen) ima snagu grijača  $350 \text{ W}$  i zagrijava zrak sa  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  na  $45 \text{ }^\circ\text{C}$ . Odredi maseni i volumni protok zraka. Zanimarujemo promjenu gustoće. (specifični toplinski kapacitet zraka  $c = 1000 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$ , gustoća zraka  $\rho = 1.293 \text{ kg/m}^3$ )

### Rješenje 340

$$\begin{aligned} P &= 350 \text{ W}, \quad T_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}, \quad T_2 = 45 \text{ }^\circ\text{C}, \quad c = 1000 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \quad \rho = 1.293 \text{ kg/m}^3, \\ \frac{\Delta m}{\Delta t} &= ?, \quad \frac{\Delta V}{\Delta t} = ? \end{aligned}$$

Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije (toplinsku, mehaničku, kemijsku, ...) u nekom trošilu za vrijeme  $t$  jednaka je

$$E = P \cdot t,$$



gdje je P snaga trošila

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (T_2 - T_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a  $\Delta T$  promjena temperature.

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije (toplinsku, mehaničku, kemijsku, ...) u nekom trošilu za vrijeme t jednaka je

$$E = P \cdot t,$$

gdje je P snaga trošila.

- Računamo maseni protok

Budući da nema gubitaka energije, toplina (toplinska energija) Q kojom grijač zagrijava zrak jednaka je energiji koju uzima iz električne mreže.

$$\begin{aligned} Q = E &\Rightarrow \Delta m \cdot c \cdot \Delta T = P \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta m \cdot c \cdot (T_2 - T_1) = P \cdot \Delta t \cdot \frac{1}{c \cdot (T_2 - T_1) \cdot \Delta t} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{P}{c \cdot (T_2 - T_1)} = \frac{350 \text{ W}}{1000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (45 - 20) \text{ K}} = 0.014 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 14 \frac{\text{g}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

- Računamo volumni protok

Budući da nema gubitaka energije, toplina (toplinska energija) Q kojom grijač zagrijava zrak jednaka je energiji koju uzima iz električne mreže.

$$\begin{aligned} Q = E &\Rightarrow \Delta m \cdot c \cdot \Delta T = P \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta m \cdot c \cdot (T_2 - T_1) = P \cdot \Delta t \Rightarrow [\Delta m = \rho \cdot \Delta V] \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho \cdot \Delta V \cdot c \cdot (T_2 - T_1) = P \cdot \Delta t \Rightarrow \rho \cdot \Delta V \cdot c \cdot (T_2 - T_1) = P \cdot \Delta t \cdot \frac{1}{\rho \cdot c \cdot (T_2 - T_1) \cdot \Delta t} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{P}{\rho \cdot c \cdot (T_2 - T_1)} = \frac{350 \text{ W}}{1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (45 - 20) \text{ K}} = 0.01083 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = \\ &= 10.83 \frac{\text{dm}^3}{\text{s}} = 10.83 \frac{\text{l}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

### Vježba 340

Sušilo kose (fen) ima snagu grijača 350 W i zagrijava zrak sa 25 °C na 50 °C. Odredi maseni i volumni protok zraka. Zanemarujemo promjenu gustoće. (specifični toplinski kapacitet zraka  $c = 1000 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$ , gustoća zraka  $\rho = 1.293 \text{ kg/m}^3$ )

**Rezultat:** 14 g/s , 10.83 l/s.