

### Zadatak 121 (Matej, tehnička škola)

Pri brzini 30 km/h motorni bicikl razvija snagu 882 W i pritom troši 1.5 litara benzina na putu od 100 km. Kolika je korisnost motora ako je specifična toplina izgaranja benzina  $4.6 \cdot 10^7$  J/kg? (gustoća benzina  $\rho = 700$  kg/m<sup>3</sup>)

#### Rješenje 121

$$v = 30 \text{ km/h} = [30 : 3.6] = 8.33 \text{ m/s}, \quad P_i = 882 \text{ W}, \quad V = 1.5 \text{ l} = 1.5 \text{ dm}^3 = 0.0015 \text{ m}^3, \\ s = 100 \text{ km} = 10^5 \text{ m}, \quad q = 4.6 \cdot 10^7 \text{ J/kg}, \quad \rho = 700 \text{ kg/m}^3, \quad \eta = ?$$

Jednoliko gibanje po pravcu duž puta s je takvo gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je s put za tijelo koje se giba stalnom brzinom v za vrijeme t.

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v}.$$

Toplina Q koja se oslobađa pri potpunom izgaranju goriva mase m izražava se umnoškom

$$Q = m \cdot q,$$

gdje je q specifična toplina izgaranja.

Gustoću  $\rho$  neke tvari definiramo omjerom mase m i obujma V tijela:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Omjer između energije koju iskorišćujemo od nekog stroja i ukupne energije koju ulažemo u stroj zovemo korisnost stroja  $\eta$ :

$$\eta = \frac{W_i}{W_u} \Rightarrow \eta = \frac{P_i \cdot t}{P_u \cdot t} \Rightarrow \eta = \frac{P_i}{P_u}.$$

Toplina Q dobivena izgaranjem benzina jednaka je uloženom radu pa za ukupnu snagu vrijedi:

$$P_u = \frac{W_u}{t} \Rightarrow P_u = \frac{Q}{t}.$$

Ukupna snaga motora iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} t = \frac{s}{v} \\ m = \rho \cdot V, \quad Q = m \cdot q \\ P_u = \frac{Q}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t = \frac{s}{v} \\ Q = \rho \cdot V \cdot q \\ P_u = \frac{Q}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow P_u = \frac{\rho \cdot V \cdot q}{\frac{s}{v}} \Rightarrow P_u = \frac{\rho \cdot V \cdot q \cdot v}{s}.$$

Korisnost motora ima vrijednost:

$$\eta = \frac{P_i}{P_u} \Rightarrow \eta = \frac{P_i}{\frac{\rho \cdot V \cdot q \cdot v}{s}} \Rightarrow \eta = \frac{P_i \cdot s}{\rho \cdot V \cdot q \cdot v} = \frac{882 \text{ W} \cdot 10^5 \text{ m}}{700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.0015 \text{ m}^3 \cdot 4.6 \cdot 10^7 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 8.33 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \\ = 0.2192 = \frac{21.92}{100} = 21.92\% \approx 22\%.$$



**S**

### Vježba 121

Pri brzini 60 km/h motorni bicikl razvija snagu 1764 W i pritom troši 1.5 litara benzina na putu od 100 km. Kolika je korisnost motora ako je specifična toplina izgaranja benzina  $4.6 \cdot 10^7$  J/kg? (gustoća benzina  $\rho = 700$  kg/m<sup>3</sup>)

**Rezultat:** 22%.

### Zadatak 122 (Matej, tehnička škola)

Odredi prosječnu snagu automobila koji na putu od 1 km troši 150 g benzina i ima pri brzini 30 km/h korisnost motora 25%. Specifična toplina izgaranja benzina  $4.6 \cdot 10^7$  J/kg.

### Rješenje 122

$s = 1$  km = 1000 m,  $m = 150$  g = 0.15 kg,  $v = 30$  km/h =  $[30 : 3.6] = 8.33$  m/s,  
 $\eta = 25\% = 0.25$ ,  $q = 4.6 \cdot 10^7$  J/kg,  $P_i = ?$

Jednoliko gibanje po pravcu duž puta  $s$  je takvo gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je  $s$  put za tijelo koje se giba stalnom brzinom  $v$  za vrijeme  $t$ .

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v}.$$

Toplina  $Q$  koja se oslobađa pri potpunom izgaranju goriva mase  $m$  izražava se umnoškom

$$Q = m \cdot q,$$

gdje je  $q$  specifična toplina izgaranja.

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga  $P$  jednaka je omjeru rada  $W$  i vremena  $t$  za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Omjer između energije koju iskorišćujemo od nekog stroja i ukupne energije koju ulažemo u stroj zovemo korisnost stroja  $\eta$ :

$$\eta = \frac{W_i}{W_u} \Rightarrow \eta = \frac{P_i \cdot t}{P_u \cdot t} \Rightarrow \eta = \frac{P_i}{P_u}.$$

Toplina  $Q$  dobivena izgaranjem benzina jednaka je uloženom radu pa za ukupnu snagu vrijedi:

$$P_u = \frac{W_u}{t} \Rightarrow P_u = \frac{Q}{t}.$$

Ukupna snaga motora iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} t = \frac{s}{v} \\ Q = m \cdot q \\ P_u = \frac{Q}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow P_u = \frac{m \cdot q}{\frac{s}{v}} \Rightarrow P_u = \frac{m \cdot q \cdot v}{s}.$$

Prosječna snaga automobila (iskorištena snaga)  $P_i$  iznosi:

$$\eta = \frac{P_i}{P_u} \Rightarrow \eta = \frac{P_i}{P_u} \cdot P_u \Rightarrow P_i = \eta \cdot P_u \Rightarrow P_i = \eta \cdot \frac{m \cdot q \cdot v}{s} = 0.25 \cdot \frac{0.15 \text{ kg} \cdot 4.6 \cdot 10^7 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \cdot 8.33 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1000 \text{ m}} =$$
$$= 14369.25 \text{ W} \approx 14.4 \text{ kW}.$$

### Vježba 122

Odredi prosječnu snagu automobila koji na putu od 2 km troši 300 g benzina i ima pri brzini 30 km/h korisnost motora 25%. Specifična toplina izgaranja benzina  $4.6 \cdot 10^7$  J/kg.

**Rezultat:** 14.4 kW.

### Zadatak 123 (Matej, tehnička škola)

Aluminijska raketa, ispaljena vertikalno, dosegne najveću visinu 150 km, gdje ima temperaturu 50 °C. Kad raketa padne na zemlju, njezina je brzina 600 m/s. Kolika je bila temperatura rakete u času kad je dodirnula zemlju ako je raketa zadržala samo polovinu topline nastale trenjem u zraku? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ , specifični toplinski kapacitet aluminijska  $c = 0.92 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ ).

#### Rješenje 123

$$h = 150 \text{ km} = 1.5 \cdot 10^5 \text{ m}, \quad t_1 = 50 \text{ }^\circ\text{C}, \quad v = 600 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \\ c = 0.92 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad t_2 = ?$$

U polju sile teže tijelo mase  $m$  ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je  $g$  akceleracija slobodnog pada, a  $h$  vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Toplina  $Q$  koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t,$$

gdje je  $m$  masa tijela,  $c$  specifični toplinski kapacitet, a  $\Delta t$  promjena temperature tijela.

Raketa u najvišoj točki iznad zemlje ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h.$$

Prilikom pada na zemlju raketa ima energiju u obliku kinetičke energije

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Na zagrijavanje rakete, zbog trenja u zraku, prešlo je

$$\Delta E = E_{gp} - E_k.$$

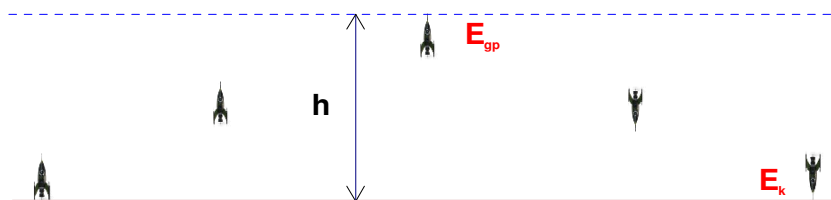
Budući da je raketa zadržala samo polovinu topline nastale trenjem u zraku, slijedi:

$$\frac{1}{2} \cdot \Delta E = Q \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (E_{gp} - E_k) = Q \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow E_{gp} - E_k = 2 \cdot Q \Rightarrow m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 2 \cdot m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 2 \cdot m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow 2 \cdot g \cdot h - v^2 = 4 \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \cdot \frac{1}{4 \cdot c} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot g \cdot h - v^2}{4 \cdot c} = t_2 - t_1 \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{2 \cdot g \cdot h - v^2}{4 \cdot c} \Rightarrow t_2 = t_1 + \frac{2 \cdot g \cdot h - v^2}{4 \cdot c} =$$

$$= 50 \text{ }^\circ\text{C} + \frac{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1.5 \cdot 10^5 \text{ m} - \left(600 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{4 \cdot 0.92 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 751.90 \text{ }^\circ\text{C}.$$



### Vježba 123

Aluminijska raketa, ispaljena vertikalno, dosegne najveću visinu 150 km, gdje ima temperaturu 40 °C. Kad raketa padne na zemlju, njezina je brzina 600 m/s. Kolika je bila temperatura rakete u času kad je dodirнула zemlju ako je raketa zadržala samo polovinu topline nastale trenjem u zraku? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ , specifični toplinski kapacitet aluminijska  $c = 0.92 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ ).

**Rezultat:** 741.90 °C.

### Zadatak 124 (Matej, tehnička škola)

Tijelo mase 100 kg klizi niz kosinu visine 3 m i duljine 6 m. Koliko će se energije pretvoriti u unutrašnju energiju tijela i kosine kad se tijelo spusti s visine 3 m do horizontalne podloge? Faktor trenja je 0.2. ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 124

$$m = 100 \text{ kg}, \quad h = 3 \text{ m}, \quad d = 6 \text{ m}, \quad \mu = 0.2, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta U = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu. Akceleracija  $g$  kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracija slobodnog pada.

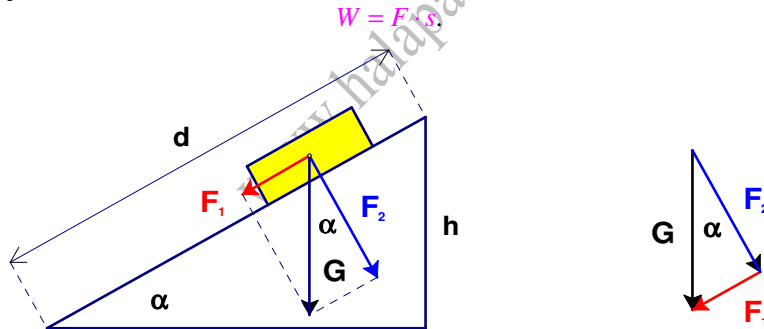
$$G = m \cdot g.$$

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je  $F_{tr}$  trenje,  $\mu$  faktor trenja,  $F_N$  veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba.

Tijelo obavlja rad  $W$  ako djeluje nekom silom  $F$  na putu  $s$  na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi



Uočimo dva pravokutna trokuta:

- veći sa katetom  $h$  i hipotenuzom  $d$
- manji sa katetom  $F_1$  i hipotenuzom  $G$ .

Budući da imaju jednake kutove, slični su pa vrijedi razmjer:

$$G : F_1 = d : h \Rightarrow d \cdot F_1 = G \cdot h \quad | : d \Rightarrow F_1 = \frac{G \cdot h}{d}.$$

Uporabom Pitagorina poučka dobije se:

$$\begin{aligned} F_1^2 + F_2^2 &= G^2 \Rightarrow F_2^2 = G^2 - F_1^2 \quad | \sqrt{\phantom{x}} \Rightarrow F_2 = \sqrt{G^2 - F_1^2} \Rightarrow F_2 = \sqrt{G^2 - \left(\frac{G \cdot h}{d}\right)^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow F_2 &= \sqrt{G^2 - \frac{G^2 \cdot h^2}{d^2}} \Rightarrow F_2 = \sqrt{\frac{G^2 \cdot d^2 - G^2 \cdot h^2}{d^2}} \Rightarrow F_2 = \sqrt{\frac{G^2 \cdot (d^2 - h^2)}{d^2}} \Rightarrow \\ \Rightarrow F_2 &= \frac{G}{d} \cdot \sqrt{d^2 - h^2} \Rightarrow F_2 = \frac{m \cdot g}{d} \cdot \sqrt{d^2 - h^2}. \end{aligned}$$

Kada se tijelo spusti niz kosinu zbog trenja će se dio energije pretvoriti u unutrašnju energiju tijela i kosine:

$$\Delta U = W_{tr} \Rightarrow \Delta U = F_{tr} \cdot d \Rightarrow \Delta U = \mu \cdot F_2 \cdot d \Rightarrow \Delta U = \mu \cdot \frac{m \cdot g}{d} \cdot \sqrt{d^2 - h^2} \cdot d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta U = \mu \cdot m \cdot g \cdot \sqrt{d^2 - h^2} = 0.2 \cdot 100 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sqrt{(6 \text{ m})^2 - (3 \text{ m})^2} = 1019.49 \text{ J}.$$

### Vježba 124

Tijelo mase 200 kg kliže niz kosinu visine 3 m i duljine 6 m. Koliko će se energije pretvoriti u unutrašnju energiju tijela i kosine kad se tijelo spusti s visine 3 m do horizontalne podloge? Faktor trenja je 0.2. ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 2038.97 J.

### Zadatak 125 (Matej, tehnička škola)

Teret mase 300 kg podignemo 10 m visoko pomoću motora koji utroši 0.01 kg nafte. Kolika je korisnost motora ako je specifična toplina izgaranja nafte  $4.6 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$ ? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 125

$$m = 300 \text{ kg}, \quad h = 10 \text{ m}, \quad m_1 = 0.01 \text{ kg}, \quad q = 4.6 \cdot 10^7 \text{ J/kg}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \eta = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu. Akceleracija  $g$  kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracija slobodnog pada.

$$G = m \cdot g.$$

U polju sile teže tijelo mase  $m$  ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h.$$

gdje je  $g$  akceleracija slobodnog pada, a  $h$  vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Toplina  $Q$  koja se oslobađa pri potpunom izgaranju goriva mase  $m$  izražava se umnoškom

$$Q = m \cdot q,$$

gdje je  $q$  specifična toplina izgaranja.

Omjer između energije koju iskorišćujemo od nekog stroja i ukupne energije koju ulažemo u stroj zovemo korisnost stroja  $\eta$ :

$$\eta = \frac{W_i}{W_u} \Rightarrow \eta = \frac{P_i \cdot t}{P_u \cdot t} \Rightarrow \eta = \frac{P_i}{P_u}.$$

Rad koji obavi motor dizalice jednak je promjeni gravitacijske potencijalne energije:

$$W_i = \Delta E_{gp} \Rightarrow W_i = m \cdot g \cdot h - 0 \Rightarrow W_i = m \cdot g \cdot h.$$

Ukupan rad motora ekvivalentan je toplini koja se oslobodi potpunim izgaranjem nafte mase  $m_1$ :

$$W_u = Q \Rightarrow W_u = m_1 \cdot q.$$

Korisnost motora iznosi:

$$\eta = \frac{W_i}{W_u} \Rightarrow \eta = \frac{m \cdot g \cdot h}{m_1 \cdot q} = \frac{300 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ m}}{0.01 \text{ kg} \cdot 4.6 \cdot 10^7 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} = 0.064 = \frac{6.4}{100} = 6.4 \text{ \%}.$$

### Vježba 125

Teret mase 600 kg podignemo 10 m visoko pomoću motora koji utroši 0.02 kg nafte. Kolika je korisnost motora ako je specifična toplina izgaranja nafte  $4.6 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$ ? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 6.4%.

**Zadatak 126 (Snješko, gimnazijalac)**

Odredi masu molekule vodika ( $H_2$ ), dušika ( $N_2$ ) i vode ( $H_2O$ ).

**Rješenje 126**

Relativna atomska masa  $A_r$ , nekog atoma, odnosno molekule  $M_r$ , jest broj koji govori koliko je puta masa atoma ili molekule veća od  $\frac{1}{12}$  mase atoma izotopa  $^{12}_6C$ . Masa  $\frac{1}{12}$  mase atoma izotopa ugljika  $^{12}_6C$  jest atomska jedinica mase (znak:  $u$ ). Izražena u kilogramima, ta masa iznosi

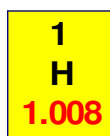
$$u = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg.}$$

Prema tome masa molekule je

$$m_M = M_r \cdot u.$$

- masa molekule vodika ( $H_2$ )

Najprije odredimo relativnu molekulsku masu  $M_r$ . Ona je jednaka zbroju relativnih atomskih masa dva atoma vodika čija je vrijednost naznačena u periodnom sustavu elemenata.



$$M_r = 2 \cdot 1.008 = 2.016.$$

Masa molekule iznosi:

$$m_{H_2} = M_r \cdot u = 2.016 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 3.35 \cdot 10^{-27} \text{ kg.}$$

- masa molekule dušika ( $N_2$ )

Najprije odredimo relativnu molekulsku masu  $M_r$ . Ona je jednaka zbroju relativnih atomskih masa dva atoma dušika čija je vrijednost naznačena u periodnom sustavu elemenata.



$$M_r = 2 \cdot 14.01 = 28.02.$$

Masa molekule iznosi:

$$m_{N_2} = M_r \cdot u = 28.02 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 4.65 \cdot 10^{-26} \text{ kg.}$$

- masa molekule vode ( $H_2O$ )

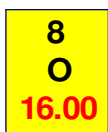
Najprije odredimo relativnu molekulsku masu  $M_r$ . Ona je jednaka zbroju relativnih atomskih masa dva atoma vodika i jednog atoma kisika čije su vrijednosti naznačena u periodnom sustavu elemenata.



+



+



$$M_r = 2 \cdot 1.008 + 16.00 = 2.016 + 16.00 = 18.016.$$

Masa molekule iznosi:

$$m_{H_2O} = M_r \cdot u = 18.016 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 2.99 \cdot 10^{-26} \text{ kg.}$$

**Vježba 126**

Odredi masu dvije molekule vodika ( $H_2$ ).

**Rezultat:**  $6.69 \cdot 10^{-27} \text{ kg.}$

**Zadatak 127 (Snješko, gimnazijalac)**

Odredi broj molekula koji se nalazi pri normiranom tlaku u 1 g helija.

**Rješenje 127**

$$m = 1 \text{ g} = 10^{-3} \text{ kg}, \quad N = ?$$

Relativna atomska masa  $A_r$ , nekog atoma, odnosno molekule  $M_r$ , jest broj koji govori koliko je puta masa atoma ili molekule veća od  $\frac{1}{12}$  mase atoma izotopa  $^{12}_6C$ . Masa  $\frac{1}{12}$  mase atoma izotopa ugljika  $^{12}_6C$  jest atomska jedinica mase (znak:  $u$ ). Izražena u kilogramima, ta masa iznosi

$$u = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg.}$$

Prema tome masa molekule je

$$m_M = M_r \cdot u.$$

Računamo masu molekule helija (He). Molekula helija (plemenitog plina) je jednoatomna. Najprije odredimo relativnu molekulsku masu  $M_r$ . Ona je jednaka relativnoj atomskoj masi jednog atoma helija čija je vrijednost naznačena u periodnom sustavu elemenata.

<b>2</b>
<b>He</b>
<b>4.003</b>

$$M_r = 4.003.$$

Masa molekule iznosi:

$$m_{He} = M_r \cdot u = 4.003 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 6.64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$

Budući da znamo masu jedne molekule helija  $m_{He}$ , tada će u masi  $m$  biti  $N$  molekula:

$$N = \frac{m}{m_{He}} = \frac{10^{-3} \text{ kg}}{6.64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 1.50 \cdot 10^{23} \text{ molekula.}$$

### Vježba 127

Odredi broj molekula koji se nalazi pri normiranom tlaku u 10 g helija.

**Rezultat:**  $1.51 \cdot 10^{25}$  molekula.

### Zadatak 128 (Snješko, gimnazijalac)

Odredi broj molekula koji se nalazi pri normiranom tlaku u  $1 \text{ m}^3$  argona. (gustoća argona  $\rho = 1.784 \text{ kg/m}^3$ )

### Rješenje 128

$$V = 1 \text{ m}^3, \quad \rho = 1.784 \text{ kg/m}^3, \quad N = ?$$

Relativna atomska masa  $A_r$ , nekog atoma, odnosno molekule  $M_r$ , jest broj koji govori koliko je puta masa atoma ili molekule veća od  $\frac{1}{12}$  mase atoma izotopa  $^{12}_6\text{C}$ . Masa  $\frac{1}{12}$  mase atoma izotopa ugljika  $^{12}_6\text{C}$  jest atomska jedinica mase (znak:  $u$ ). Izražena u kilogramima, ta masa iznosi

$$u = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$

Prema tome masa molekule je

$$m_M = M_r \cdot u.$$

Jedan mol bilo koje tvari sadrži jednak broj jedinica (molekula, atoma i sl.), i to  $6.022 \cdot 10^{23}$  što je brojčana vrijednost Avogadrove konstante  $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

Masu molekule  $m_M$  možemo naći iz izraza

$$m_M = \frac{M}{N_A},$$

gdje  $M$  označuje molnu masu molekula.

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

1. inačica

Odredimo masu molekule argona (Ar). Molekula argona (plemenitog plina) je jednoatomna. Najprije odredimo relativnu molekulsku masu  $M_r$ . Ona je jednaka relativnoj atomskoj masi jednog atoma argona čija je vrijednost naznačena u periodnom sustavu elemenata.

<b>18</b>
<b>Ar</b>
<b>39.95</b>

$$M_r = 39.95.$$

Masa molekule iznosi:

$$m_{Ar} = M_r \cdot u = 39.95 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 6.63 \cdot 10^{-26} \text{ kg}.$$

Računamo masu  $1 \text{ m}^3$  argona:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V = 1.784 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1 \text{ m}^3 = 1.784 \text{ kg}.$$

Budući da znamo masu jedne molekule argona  $m_{Ar}$ , tada će u masi  $m$  biti  $N$  molekula:

$$N = \frac{m}{m_{Ar}} = \frac{1.784 \text{ kg}}{6.63 \cdot 10^{-26} \text{ kg}} = 2.69 \cdot 10^{25} \text{ molekula}.$$

2. inačica

**18**  
**Ar**  
**39.95**

Iz tablice periodnog sustava elementa očitamo molnu masu argona:

$$M_{Ar} = 39.95 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 0.03995 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}.$$

Dakle, jedan mol argona (mase  $m = 39.95 \text{ g} = 0.03995 \text{ kg}$ ) sadrži  $6.022 \cdot 10^{23}$  molekula. Obujam što ga zauzima molna masa argona iznosi:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{0.03995 \text{ kg}}{1.784 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0.022393498 \text{ m}^3.$$

Prema tome, ako u  $0.022393498 \text{ m}^3$  argona ima  $6.022 \cdot 10^{23}$  molekula, onda u  $1 \text{ m}^3$  ima, dakle

$$N = \frac{1 \text{ m}^3}{0.022393498 \text{ m}^3} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \text{ molekula} = 2.69 \cdot 10^{25} \text{ molekula}.$$

### Vježba 128

Odredi broj molekula koji se nalazi pri normiranom tlaku u  $10 \text{ m}^3$  argona. (gustoća argona  $\rho = 1.784 \text{ kg/m}^3$ )

**Rezultat:**  $2.69 \cdot 10^{27}$  molekula.

### Zadatak 129 (Malena, medicinska škola)

Komadu bakra mase  $3.5 \text{ kg}$ , temperature  $170 \text{ }^\circ\text{C}$ , hlađenjem snizimo unutrašnju energiju za  $1.6 \cdot 10^5 \text{ J}$ . Do koje se temperature ohladio komad bakra? (specifični toplinski kapacitet bakra je  $c = 380 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ )

### Rješenje 129

$$m = 3.5 \text{ kg}, \quad t_1 = 170 \text{ }^\circ\text{C}, \quad \Delta U = 1.6 \cdot 10^5 \text{ J}, \quad c = 380 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad t_2 = ?$$

Toplina  $Q$  koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je  $m$  masa tijela,  $c$  specifični toplinski kapacitet, a  $\Delta t$  promjena temperature tijela.

Veličinu  $Q$  smatramo pozitivnom ako toplinu dovodimo sustavu, a negativnom ako je odvodimo od sustava.

Ako se unutrašnja energija tijela mijenja jedino zato što su u dodiru dva tijela različitih temperatura ( $W = 0$ ), onda je

$$\Delta U = Q.$$

Komad bakra ohladio se do temperature  $t_2$ :

$$\left. \begin{array}{l} \Delta U = -Q \\ \text{toplinu odvodimo} \\ \text{od sustava} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta U = -m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \Rightarrow \Delta U = -m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \cdot \frac{-1}{m \cdot c} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{\Delta U}{m \cdot c} = t_2 - t_1 \Rightarrow t_2 = t_1 - \frac{\Delta U}{m \cdot c} = 170 \text{ }^\circ\text{C} - \frac{1.6 \cdot 10^5 \text{ J}}{3.5 \text{ kg} \cdot 380 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 49.70 \text{ }^\circ\text{C} \approx 50 \text{ }^\circ\text{C}.$$



### Vježba 129

Komadu bakra mase 3.5 kg, temperature 190 °C, hlađenjem snizimo unutrašnju energiju za  $1.6 \cdot 10^5$  J. Do koje se temperature ohladio komad bakra? (specifični toplinski kapacitet bakra je  $c = 380$  J/(kg · K))

**Rezultat:** 70 °C.

### Zadatak 130 (Malena, medicinska škola)

Željeznu i bakrenu kuglu jednakih masa zagrijemo do jednake temperature. Zatim svaku bacimo u po jednu čašu s hladnom vodom jednakih masa i jednakih temperatura. Koja će se kugla brže ohladiti? Zašto? (specifični toplinski kapacitet željeza  $c_1 = 460$  J/(kg · K), specifični toplinski kapacitet bakra  $c_2 = 380$  J/(kg · K))

#### Rješenje 130

$$m_1 = m_2 = m, \quad \Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t, \quad c_1 = 460 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad c_2 = 380 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad Q_1 : Q_2 = ?$$

Toplina Q koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a  $\Delta t$  promjena temperature tijela.

Računamo omjer toplina  $Q_1$  i  $Q_2$ :

$$\left. \begin{array}{l} Q_1 = m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta t_1 \\ Q_2 = m_2 \cdot c_2 \cdot \Delta t_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} Q_1 = m \cdot c_1 \cdot \Delta t \\ Q_2 = m \cdot c_2 \cdot \Delta t \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{m \cdot c_1 \cdot \Delta t}{m \cdot c_2 \cdot \Delta t} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{460 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}}{380 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{460}{380} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = 1.21 \Rightarrow Q_1 = 1.21 \cdot Q_2 \Rightarrow Q_2 < Q_1.$$

Brže će se ohladiti bakrena kugla jer sadrži manju količinu topline.

Može i ovako!

Budući da je

$$c_2 < c_1,$$

brže će se ohladiti bakrena kugla.

### Vježba 130

Željeznu i bakrenu kuglu jednakih masa zagrijemo do jednake temperature. Zatim svaku bacimo u po jednu čašu s hladnom vodom jednakih masa i jednakih temperatura. Koja će se kugla sporije ohladiti? Zašto? (specifični toplinski kapacitet željeza  $c_1 = 460$  J/(kg · K), specifični toplinski kapacitet bakra  $c_2 = 380$  J/(kg · K))

**Rezultat:** Sporije će se ohladiti željezna kugla.

### Zadatak 131 (Matej, tehnička škola)

Topliji spremnik toplinskog stroja koji radi prema Carnotovu obratnome kružnom procesu ima temperaturu 200 °C. Kolika je temperatura hladnijeg spremnika ako za svakih  $4.19 \cdot 10^3$  J energije primljene od toplijeg spremnika stroj utroši rad  $1.68 \cdot 10^3$  J? Gubici na trenje i okolinu se zanemaruju.

#### Rješenje 131

$$t_1 = 200 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = 473 \text{ K}, \quad Q_1 = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J}, \quad W = 1.68 \cdot 10^3 \text{ J}, \quad T_2 = ?$$

Pri toplinskim strojevima dio unutarnje energije plinova i para (radnog tijela) pretvaramo u rad. To je moguće samo kad se radno tijelo nalazi između spremnika više i spremnika niže temperature. Za vrijeme jednoga kružnog procesa radno tijelo primi od toplijeg spremnika toplinu  $Q_1$  i preda hladnijem spremniku toplinu  $Q_2$ . Promjena topline  $Q_1 - Q_2$  pri idealnom stroju prelazi u mehanički rad W:

$$W = Q_1 - Q_2.$$

Korisnost  $\eta$  nekoga toplinskog stroja govori o tome koliki je dio topline dobivene od toplijeg spremnika prešao u mehanički rad  $W$ , tj.

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

gdje su  $T_1$  i  $T_2$  temperature toplijeg odnosno hladnijeg spremnika. Temperaturu hladnijeg spremnika naći ćemo iz izraza:

$$\left. \begin{aligned} W &= Q_1 - Q_2 \\ \frac{T_1 - T_2}{T_1} &= \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{W}{Q_1} \Rightarrow \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{W}{Q_1} \cdot T_1 \Rightarrow T_1 - T_2 = T_1 \cdot \frac{W}{Q_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -T_2 = -T_1 + T_1 \cdot \frac{W}{Q_1} \cdot (-1) \Rightarrow T_2 = T_1 - T_1 \cdot \frac{W}{Q_1} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \left(1 - \frac{W}{Q_1}\right) =$$

$$= 473 \text{ K} \cdot \left(1 - \frac{1.68 \cdot 10^3 \text{ J}}{4.19 \cdot 10^3 \text{ J}}\right) = 283.35 \text{ K}.$$

### Vježba 131

Topliji spremnik toplinskog stroja koji radi prema Carnotovu obratnome kružnom procesu ima temperaturu  $200 \text{ }^\circ\text{C}$ . Kolika je temperatura hladnijeg spremnika ako za svakih  $8.38 \cdot 10^3 \text{ J}$  energije primljene od toplijeg spremnika stroj utroši rad  $3.36 \cdot 10^3 \text{ J}$ ? Gubici na trenje i okolinu se zanemaruju.

**Rezultat:** Sporije će se ohladiti željezna kugla.

### Zadatak 132 (Medicinka, medicinska škola)

Kolika je gustoća tijela mase  $300 \text{ g}$  i obujma  $0.5 \text{ dm}^3$ ? Izrazite rezultat jedinicama  $\text{g/cm}^3$  i  $\text{kg/m}^3$ .

### Rješenje 132

$$m = 300 \text{ g} = 0.3 \text{ kg}, \quad V = 0.5 \text{ dm}^3 = [0.5 \cdot 1000] \text{ cm}^3 = 500 \text{ cm}^3,$$

$$V = 0.5 \text{ dm}^3 = [0.5 : 1000] \text{ m}^3 = 0.0005 \text{ m}^3, \quad \rho = ?$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari definiramo omjerom mase  $m$  i obujma  $V$  tijela:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Gustoća tijela iznosi:

$\rho = \frac{m}{V}$ $\rho = \frac{300 \text{ g}}{500 \text{ cm}^3}$ $\rho = 0.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	$\rho = \frac{m}{V}$ $\rho = \frac{0.3 \text{ kg}}{0.0005 \text{ m}^3}$ $\rho = 600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

### Vježba 132

Kolika je gustoća tijela mase  $600 \text{ g}$  i obujma  $1 \text{ dm}^3$ ? Izrazite rezultat jedinicama  $\text{g/cm}^3$  i  $\text{kg/m}^3$ .

**Rezultat:** 
$$\rho = 0.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

### Zadatak 133 (Medicinka, medicinska škola)

Koliko je teška kapljica žive obujma  $0.25 \text{ cm}^3$ ? (gustoća žive  $\rho = 13600 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ).

### Rješenje 133

$$V = 0.25 \text{ cm}^3 = [0.25 : 1000000] = 0.00000025 \text{ m}^3, \quad \rho = 13600 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \\ G = ?$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari definiramo omjerom mase  $m$  i obujma  $V$  tijela:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu. Akceleracija  $g$  kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracija slobodnog pada.

$$G = m \cdot g.$$

Težina kapljice žive iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} m = \rho \cdot V \\ G = m \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow G = \rho \cdot V \cdot g = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.00000025 \text{ m}^3 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0.033354 \text{ N} \approx 0.033 \text{ N}.$$

### Vježba 133

Koliko je teška kapljica žive obujma  $0.50 \text{ cm}^3$ ? (gustoća žive  $\rho = 13600 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ).

**Rezultat:** 0.067 N.

### Zadatak 134 (Medicinka, medicinska škola)

Koliko je težak  $1 \text{ dm}^3$  leda pri  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ ? (gustoća leda  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ).

### Rješenje 134

$$V = 1 \text{ dm}^3 = [1 : 1000] = 0.001 \text{ m}^3, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3 \text{ (pri } 0 \text{ }^\circ\text{C)}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad G = ?$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari definiramo omjerom mase  $m$  i obujma  $V$  tijela:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu. Akceleracija  $g$  kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracija slobodnog pada.

$$G = m \cdot g.$$

Komad leda je težak:

$$\left. \begin{array}{l} m = \rho \cdot V \\ G = m \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow G = \rho \cdot V \cdot g = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.001 \text{ m}^3 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9.81 \text{ N}.$$

### Vježba 134

Kolika je težina  $2 \text{ dm}^3$  leda pri  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ ? (gustoća leda  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ).

**Rezultat:** 19.62 N.

### Zadatak 135 (Ivana, gimnazija)

Za vrijeme adijabatske kompresije na plinu utrošimo rad  $120 \text{ J}$ . Kolika je promjena unutrašnje energije?

### Rješenje 135

$$W = 120 \text{ J}, \quad \Delta U = ?$$

Unutarnju energiju tijela možemo promijeniti na dva načina:

- međusobnim dodiranjem dvaju tijela različitih temperatura
- mehaničkim radom.

Općenito to možemo izraziti ovako:

$$\Delta U = Q - W,$$

gdje je:

- $\Delta U$  – promjena unutarnje energije tijela
- $Q$  – toplina
- $W$  – mehanički rad.

Rad  $W$  može biti pozitivan ili negativan:

- $W > 0$  (pozitivan), ako sustav obavlja rad
- $W < 0$  (negativan), ako rad obavljaju vanjske sile.

Toplina  $Q$  može biti pozitivna ili negativna:

- $Q > 0$  (pozitivna), ako toplinu dovodimo sustavu
- $Q < 0$  (negativna), ako toplinu odvodimo od sustava.

Pri adijabatskoj promjeni mijenja se stanje plina uz obavljanje rada, a da pritom plin ne izmjenjuje toplinu s okolinom. Sustav je od okoline savršeno toplinski izoliran pa nema izmjene topline, (tj. količine topline  $Q$ ) s okolinom,  $Q = 0$ . Budući da vanjske sile moraju obaviti rad u sustavu ( $W < 0$ ), proizlazi:

$$\left. \begin{array}{l} Q = 0, W = 120 \text{ J} \\ \Delta U = Q - W \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta U = 0 - 120 \text{ J} = -120 \text{ J}.$$

### Vježba 135

Za vrijeme adijabatske kompresije na plinu utrošimo rad 240 J. Kolika je promjena unutrašnje energije?

**Rezultat:** - 240 J.

### Zadatak 136 (Zlatko, tehnička škola)

Odredi korisnost toplinskog stroja ako je poznato da je za vrijeme jednoga kružnog procesa utrošen rad  $3 \cdot 10^3 \text{ J}$ , a hladnijem spremniku predana energija  $16 \cdot 10^3 \text{ J}$ .

### Rješenje 136

$$W = 3 \cdot 10^3 \text{ J}, \quad Q_2 = 16 \cdot 10^3 \text{ J}, \quad \eta = ?$$

Pri toplinskim strojevima dio unutarnje energije plinova i para (radnog tijela) pretvaramo u rad. To je moguće samo kad se radno tijelo nalazi između spremnika više i spremnika niže temperature. Za vrijeme jednoga kružnog procesa radno tijelo primi od toplijeg spremnika toplinu  $Q_1$  i preda hladnijem spremniku toplinu  $Q_2$ . Promjena topline  $Q_1 - Q_2$  pri idealnom stroju prelazi u mehanički rad  $W$ :

$$W = Q_1 - Q_2.$$

Korisnost  $\eta$  nekoga toplinskog stroja govori o tome koliki je dio topline dobivene od toplijeg spremnika prešao u mehanički rad  $W$ , tj.

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

gdje su  $T_1$  i  $T_2$  temperature toplijeg odnosno hladnijeg spremnika. Korisnost ne ovisi o vrsti radnog tijela, već samo o razlici temperatura toplijeg i hladnijeg spremnika. Što je ta razlika veća, korisnost je veća.

Računamo  $Q_1$  toplinu toplijeg spremnika:

$$W = Q_1 - Q_2 \Rightarrow Q_1 = W + Q_2 = 3 \cdot 10^3 \text{ J} + 16 \cdot 10^3 \text{ J} = 19 \cdot 10^3 \text{ J}.$$

Korisnost toplinskog stroja iznosi:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{19 \cdot 10^3 \text{ J} - 16 \cdot 10^3 \text{ J}}{19 \cdot 10^3 \text{ J}} = 0.15789 = \frac{15.789}{100} = 15.789\%.$$

### Vježba 136

Odredi korisnost toplinskog stroja ako je poznato da je za vrijeme jednoga kružnog procesa utrošen rad  $2 \cdot 10^3 \text{ J}$ , a hladnijem spremniku predana energija  $16 \cdot 10^3 \text{ J}$ .

**Rezultat:** 11.11%.

### Zadatak 137 (Marija, srednja škola)

Plin koji izvodi Carnotov kružni proces obavi rad 300 J na svakih  $2 \cdot 10^3$  J topline dobivene od toplijeg spremnika.

- Kolika je korisnost djelovanja toga kružnog procesa?
- Koliko je puta temperatura toplijeg spremnika veća od temperature hladnijeg spremnika?

### Rješenje 137

$$W = 300 \text{ J}, \quad Q_1 = 2 \cdot 10^3 \text{ J}, \quad \eta = ?, \quad T_1/T_2 = ?$$

Pri toplinskim strojevima dio unutarnje energije plinova i para (radnog tijela) pretvaramo u rad. To je moguće samo kad se radno tijelo nalazi između spremnika više i spremnika niže temperature. Za vrijeme jednoga kružnog procesa radno tijelo primi od toplijeg spremnika toplinu  $Q_1$  i preda hladnijem spremniku toplinu  $Q_2$ . Promjena topline  $Q_1 - Q_2$  pri idealnom stroju prelazi u mehanički rad  $W$ :

$$W = Q_1 - Q_2.$$

Korisnost  $\eta$  nekoga toplinskog stroja govori o tome koliki je dio topline dobivene od toplijeg spremnika prešao u mehanički rad  $W$ , tj.

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

gdje su  $T_1$  i  $T_2$  temperature toplijeg odnosno hladnijeg spremnika. Korisnost ne ovisi o vrsti radnog tijela, već samo o razlici temperatura toplijeg i hladnijeg spremnika. Što je ta razlika veća, korisnost je veća.

a)

Računamo toplinu  $Q_2$  hladnijeg spremnika

$$W = Q_1 - Q_2 \Rightarrow Q_2 = Q_1 - W = 2 \cdot 10^3 \text{ J} - 300 \text{ J} = 1700 \text{ J}.$$

Korisnost toplinskog stroja iznosi:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{2 \cdot 10^3 \text{ J} - 1700 \text{ J}}{2 \cdot 10^3 \text{ J}} = 0.15 = \frac{15}{100} = 15\%.$$

b)

Računamo omjer temperature  $T_1$  toplijeg spremnika i temperature  $T_2$  hladnijeg spremnika:

$$\begin{aligned} \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} &\Rightarrow \eta = \frac{T_1}{T_1} - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 1 - \eta \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1 - \eta} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1 - 0.15} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1 - 0.15} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = 1.176 \Rightarrow T_1 = 1.176 \cdot T_2. \end{aligned}$$

### Vježba 137

Plin koji izvodi Carnotov kružni proces obavi rad 400 J na svakih  $2 \cdot 10^3$  J topline dobivene od toplijeg spremnika. Kolika je korisnost djelovanja toga kružnog procesa?

**Rezultat:** 20%.

### Zadatak 138 (Sanja, kemijska škola)

Koliki rad utroši plin kad poveća obujam od 3 litre na 30 litara pri stalnome tlaku  $2.026 \cdot 10^5$  Pa?

### Rješenje 138

$$V_1 = 3 \text{ l} = 3 \text{ dm}^3 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad V_2 = 30 \text{ l} = 30 \text{ dm}^3 = 30 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3,$$
$$p = 2.026 \cdot 10^5 \text{ Pa} = \text{konst.}, \quad W = ?$$

Kad plinu dovodimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot (V_2 - V_1).$$

Utrošeni rad  $W$  iznosi:

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot (V_2 - V_1) = 2.026 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot (3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 - 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3) = 5470.2 \text{ J}.$$

### Vježba 138

Koliki rad utroši plin kad poveća obujam od 4 litre na 31 litru pri stalnome tlaku  $2.026 \cdot 10^5$  Pa?

**Rezultat:** 5470.2 J.

### Zadatak 139 (Matija, gimnazija)

Pri  $17^\circ\text{C}$  plin ima obujam 5 litara i nalazi se pod tlakom  $2 \cdot 10^5$  Pa. Plin se izobarnim zagrijavanjem rasteže i pritom obavi rad 200 J. Za koliko se stupnjeva povisila temperatura plina?

### Rješenje 139

$$t_1 = 17^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = 273 + 17 = 290 \text{ K}, \quad V_1 = 5 \text{ l} = 5 \text{ dm}^3 = 0.005 \text{ m}^3, \\ p_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad p = \text{konst.}, \quad W = 200 \text{ J}, \quad \Delta T = ?$$

Kad plinu dovodimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot (V_2 - V_1).$$

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay – Lussacovu [Gej – Lisak] zakonu. Jednadžba u termodinamičkoj ljestvici temperature glasi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Budući da se plin izobarnim zagrijavanjem rasteže i pritom obavi rad  $W$ , njegov obujam  $V_2$  nakon rastezanja iznosi:

$$W = p \cdot (V_2 - V_1) \Rightarrow W = p \cdot (V_2 - V_1) \quad \text{/: } p \Rightarrow \frac{W}{p} = V_2 - V_1 \Rightarrow V_2 = \frac{W}{p} + V_1 \Rightarrow V_2 = V_1 + \frac{W}{p}.$$

Temperatura plina  $T_2$  je jednaka (izobarno stanje):

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow V_1 \cdot T_2 = V_2 \cdot T_1 \Rightarrow T_2 = \frac{V_2 \cdot T_1}{V_1} \Rightarrow T_2 = \frac{\left(V_1 + \frac{W}{p}\right) \cdot T_1}{V_1}.$$

Povećanje temperature plina iznosi:

$$\Delta T = T_2 - T_1 \Rightarrow \Delta T = \frac{\left(V_1 + \frac{W}{p}\right) \cdot T_1}{V_1} - T_1 \Rightarrow \Delta T = T_1 \cdot \left(\frac{V_1 + \frac{W}{p}}{V_1} - 1\right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta T = T_1 \cdot \left(\frac{\frac{p \cdot V_1 + W}{p}}{V_1} - 1\right) \Rightarrow \Delta T = T_1 \cdot \left(\frac{p \cdot V_1 + W}{p \cdot V_1} - 1\right) \Rightarrow \Delta T = T_1 \cdot \left(\frac{p \cdot V_1}{p \cdot V_1} + \frac{W}{p \cdot V_1} - 1\right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta T = T_1 \cdot \left(1 + \frac{W}{p \cdot V_1} - 1\right) \Rightarrow \Delta T = T_1 \cdot \left(1 + \frac{W}{p \cdot V_1} - 1\right) \Rightarrow \Delta T = T_1 \cdot \frac{W}{p \cdot V_1} =$$

$$= 290 \text{ K} \cdot \frac{200 \text{ J}}{2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0.005 \text{ m}^3} = 58 \text{ K} = [58^\circ \text{C}].$$

### Vježba 139

Pri  $17^\circ \text{C}$  plin ima obujam 5 litara i nalazi se pod tlakom  $4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Plin se izobarnim zagrijavanjem rasteže i pritom obavi rad 400 J. Za koliko se stupnjeva povisila temperatura plina?

**Rezultat:**  $58 \text{ K} = [58^\circ \text{C}]$ .

### Zadatak 140 (Goran, gimnazija)

Koliki rad utroši plin početnog obujma 3 litre kad mu se uz stalni tlak  $2.026 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  povisi temperatura od  $27^\circ \text{C}$  na  $227^\circ \text{C}$ ?

#### Rješenje 140

$$V_1 = 3 \text{ l} = 3 \text{ dm}^3 = 0.003 \text{ m}^3, \quad p_1 = 2.026 \cdot 10^5 \text{ Pa} = \text{konst.},$$

$$t_1 = 27^\circ \text{C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = 273 + 27 = 300 \text{ K},$$

$$t_2 = 227^\circ \text{C} \Rightarrow T_2 = 273 + t_2 = 273 + 227 = 500 \text{ K}, \quad W = ?$$

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay – Lussacovu [Gej – Lisak] zakonu. Jednadžba u termodinamičkoj ljestvici temperature glasi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Kad plinu dovodimo toplinu uz stalni tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot (V_2 - V_1).$$

Obujam plina  $V_2$  nakon povećanja temperature je jednak (izobarno stanje):

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow V_1 \cdot T_2 = V_2 \cdot T_1 \Rightarrow V_2 = \frac{V_1 \cdot T_2}{T_1}.$$

Budući da plinu dovodimo toplinu uz stalni tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad  $W$  koji iznosi:

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot (V_2 - V_1) \Rightarrow W = p \cdot \left( \frac{V_1 \cdot T_2}{T_1} - V_1 \right) \Rightarrow W = p \cdot V_1 \cdot \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right) =$$

$$= 2.026 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0.003 \text{ m}^3 \cdot \left( \frac{500 \text{ K}}{300 \text{ K}} - 1 \right) = 405.2 \text{ J}.$$

### Vježba 140

Koliki rad utroši plin početnog obujma 3 litre kad mu se uz stalni tlak  $4.052 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  povisi temperatura od  $27^\circ \text{C}$  na  $227^\circ \text{C}$ ?

**Rezultat:**  $810.4 \text{ J}$ .