

Zadatak 101 (Dijana, gimnazija)

U prostoriji koja nije hermetički zatvorena temperatura zraka povećava se od 0 °C do 27 °C. Za koliko se postotaka smanji broj molekula zraka u prostoriji?

Rješenje 101

$$t_1 = 0 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = 273 \text{ K}, \quad t_2 = 27 \text{ °C} \Rightarrow T_2 = 273 + t_2 = 273 + 27 = 300 \text{ K},$$

$$\frac{\Delta N}{N} = ?$$

Jednadžba plinskog stanja može se iskazati brojem N molekula u obliku:

$$p \cdot V = k_B \cdot N \cdot T,$$

gdje je k_B Boltzmanova konstanta.

Budući da su tlak i obujam stalni, vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} p \cdot V = k_B \cdot N_1 \cdot T_1 \\ p \cdot V = k_B \cdot N_2 \cdot T_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{p \cdot V}{p \cdot V} = \frac{k_B \cdot N_1 \cdot T_1}{k_B \cdot N_2 \cdot T_2} \Rightarrow \frac{N_1 \cdot T_1}{N_2 \cdot T_2} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_1 \cdot T_1 = N_2 \cdot T_2 \Rightarrow N_2 = \frac{N_1 \cdot T_1}{T_2}.$$

Postotak za koji se smanji broj molekula iznosi:

$$\frac{\Delta N}{N_1} = \frac{N_1 - N_2}{N_1} = \frac{N_1 - \frac{N_1 \cdot T_1}{T_2}}{N_1} = \frac{N_1 \cdot \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right)}{N_1} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{273 \text{ K}}{300 \text{ K}} = 0.09 = 9\%.$$

Vježba 101

U prostoriji koja nije hermetički zatvorena temperatura zraka povećava se od 0 °C do 77 °C. Za koliko se postotaka smanji broj molekula zraka u prostoriji?

Rezultat: 22%.

Zadatak 102 (Rea, gimnazija)

Odredite srednju kinetičku energiju molekule plina kod 15 °C. (Boltzmanova konstanta $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$)

Rješenje 102

$$t = 15 \text{ °C} \Rightarrow T = 273 + t = 273 + 15 = 288 \text{ K}, \quad k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}, \quad \overline{E_k} = ?$$

Pri određenoj temperaturi srednja je kinetička energija molekule svih plinova jednaka. Ona ovisi samo o temperaturi T plina:

$$\overline{E_k} = \frac{3}{2} \cdot k_B \cdot T.$$

Srednja kinetička energija molekule plina iznosi:

$$\overline{E_k} = \frac{3}{2} \cdot k_B \cdot T = \frac{3}{2} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 288 \text{ K} = 5.96 \cdot 10^{-21} \text{ J}.$$

Vježba 102

Odredite srednju kinetičku energiju molekule plina kod 27 °C. (Boltzmanova konstanta $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$)

Rezultat: $6.21 \cdot 10^{-21} \text{ J}$.

Zadatak 103 (Rea, gimnazija)

Odredite srednju kvadratnu brzinu molekule plina kod 15 °C, ako je masa molekule $m_1 = 4.65 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$. (Boltzmanova konstanta $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$)

Rješenje 103

$$t = 15 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T = 273 + t = 273 + 15 = 288 \text{ K}, \quad m_1 = 4.65 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

$$k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}, \quad v_{sk} = ?$$

Srednju kvadratnu brzinu v_{sk} naći ćemo iz izraza za srednju kinetičku energiju jedne molekule:

$$\left. \begin{aligned} \overline{E_k} &= \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \overline{v^2} \\ \overline{E_k} &= \frac{3}{2} \cdot k_B \cdot T \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \overline{v^2} = \frac{3}{2} \cdot k_B \cdot T \quad / \cdot \frac{2}{m_1} \Rightarrow \overline{v^2} = \frac{3 \cdot k_B \cdot T}{m_1} \Rightarrow v_{sk} = \sqrt{\overline{v^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{sk} = \sqrt{\frac{3 \cdot k_B \cdot T}{m_1}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 288 \text{ K}}{4.65 \cdot 10^{-26} \text{ kg}}} = 506.37 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vježba 103

Odredite srednju kvadratnu brzinu molekule plina kod $27 \text{ }^\circ\text{C}$, ako je masa molekule $m_1 = 4.65 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$. (Boltzmanova konstanta $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$)

Rezultat: 516.81 m/s.

Zadatak 104 (Ana, gimnazija)

Na drveni kotač promjera 100 cm treba staviti željezni obruč kojega je promjer 5 mm manji od promjera kotača. Za koliko stupnjeva treba povisiti temperaturu željeznom obruču? (koeficijent linearnog rastezanja željeza $\beta = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)

Rješenje 104

$$d = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}, \quad \Delta d = 5 \text{ mm} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad \beta = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \quad t = ?$$

Kad štapu nekog čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri $0 \text{ }^\circ\text{C}$ ima duljinu l_0 , povisimo temperaturu za t (od $0 \text{ }^\circ\text{C}$ do t), on će se produljiti za

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja.

Budući da se opseg kotača, a s njime i promjer rastežu linearno, slijedi:

$$\Delta O = \beta \cdot O \cdot t \Rightarrow t = \frac{\Delta O}{\beta \cdot O} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{opseg kruga} \\ O = d \cdot \pi \end{array} \right] \Rightarrow t = \frac{\Delta d \cdot \pi}{\beta \cdot d \cdot \pi} \Rightarrow t = \frac{\Delta d}{\beta \cdot d} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{1.2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} \cdot 1 \text{ m}} = 416.67 \text{ K}.$$

Vježba 104

Na drveni kotač promjera 200 cm treba staviti željezni obruč kojega je promjer 10 mm manji od promjera kotača. Za koliko stupnjeva treba povisiti temperaturu željeznom obruču? (koeficijent linearnog rastezanja željeza $\beta = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)

Rezultat: 416.67 K.

Zadatak 105 (Malecka, medicinska škola)

Čelični most ima duljinu 200 m pri $0 \text{ }^\circ\text{C}$. Koliki mora biti procjep koji kompenzira promjenu duljine ako se očekuje godišnja promjena temperature od $-30 \text{ }^\circ\text{C}$ do $+40 \text{ }^\circ\text{C}$. Koeficijent linearnog toplinskog širenja čelika je 10^{-5} K^{-1} .

Rješenje 105

$$l_0 = 200 \text{ m}, \quad t_1 = -30 \text{ }^\circ\text{C}, \quad t_2 = +40 \text{ }^\circ\text{C}, \quad \beta = 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \quad \Delta l = ?$$

Kad štapu nekog čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri $0 \text{ }^\circ\text{C}$ ima duljinu l_0 , povisimo temperaturu za t (od $0 \text{ }^\circ\text{C}$ do t), on će se produljiti za

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja.

Budući da se samo pri temperaturi većoj od $0 \text{ }^\circ\text{C}$ duljina mosta povećava (pri temperaturi manjoj od $0 \text{ }^\circ\text{C}$ ona se smanjuje), procjep mosta mora biti:

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot \Delta t = 10^{-5} \frac{1}{K} \cdot 200 \text{ m} \cdot 40 \text{ K} = 0.08 \text{ m} = 8 \text{ cm}.$$

Vježba 105

Čelični most ima duljinu 200 m pri 0 °C. Koliki mora biti procjep koji kompenzira promjenu duljine ako se očekuje godišnja promjena temperature od – 30 °C do + 80 °C. Koeficijent linearnog toplinskog širenja čelika je 10^{-5} K^{-1} .

Rezultat: 16 cm.

Zadatak 106 (Ela, gimnazija)

S krova zgrade visoke 80 metara pao je komad željeza. Koliko će mu porasti temperatura nakon udara u tlo, ako se 80% njegove kinetičke energije pretvori u njegovu unutarnju energiju? (specifični toplinski kapacitet željeza je $c = 460 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$)

Rješenje 106

$$h = 80 \text{ m}, \quad Q = 80\% \cdot E_k = 0.8 \cdot E_k, \quad c = 460 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}), \quad \Delta t = ?$$

U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula. Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

U zatvorenom (izoliranom) sustavu tijela zbroj energija je konstantan. Energija se može pretvarati iz jednog oblika u drugi (**zakon o očuvanju energije**).

Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t,$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela. Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela.

Zbog zakona o očuvanju energije gravitacijska potencijalna energija koju tijelo ima na vrhu zgrade bit će jednaka njegovoj kinetičkoj energiji kada udari u tlo. Zato porast temperature iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} Q = 0.8 \cdot E_k \\ E_k = E_{gp} \end{array} \right\} \Rightarrow Q = 0.8 \cdot E_{gp} \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta t = 0.8 \cdot m \cdot g \cdot h / \frac{1}{m \cdot c} \Rightarrow \Delta t = \frac{0.8 \cdot g \cdot h}{c} =$$

$$= \frac{0.8 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 80 \text{ m}}{460 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 1.36 \text{ K}.$$

Vježba 106

S krova zgrade visoke 160 metara pao je komad željeza. Koliko će mu porasti temperatura nakon udara u tlo, ako se 80% njegove kinetičke energije pretvori u njegovu unutarnju energiju? (specifični toplinski kapacitet željeza je $c = 460 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$)

Rezultat: 2.73 K.

Zadatak 107 (Martina, gimnazija)

Ako se apsolutna temperatura jednoatomnog plina udvostruči, što će se dogoditi sa srednjom kinetičkom energijom nasumičnog gibanja čestica plina?

- A) Smanjit će se na četvrtinu. B) Neće se promijeniti. C) Povećat će se četiri puta.
D) Povećat će se dva puta. E) Smanjit će se na pola.

Rješenje 107

Pri određenoj temperaturi srednja kinetička energija molekule svih plinova jednaka je. Ona ovisi o temperaturi plina:

$$\overline{E_k} = \frac{3}{2} \cdot k_B \cdot T.$$

Budući da je srednja kinetička energija molekule svih plinova razmjerna s temperaturom (manja temperatura – manja kinetička energija, veća temperatura – veća kinetička energija), kad se temperatura udvostruči kinetička energija povećat će se dva puta.

Odgovor jer pod D.

Vježba 107

Ako se apsolutna temperatura jednoatomnog plina utrostruči, što će se dogoditi sa srednjom kinetičkom energijom nasumičnog gibanja čestica plina?

- A) Smanjit će se na trećinu. B) Neće se promijeniti. C) Povećat će se tri puta.
D) Povećat će se dva puta. E) Smanjit će se na pola.

Rezultat: Odgovor jer pod C.

Zadatak 108 (Tajana, srednja škola)

Sat njihalica ide točno na 0 °C. Koliko zaostaje za 1 dan na temperaturi 20 °C? (linearni koeficijent rastezanja niti je $1.7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, pretpostavimo matematičko njihalo)

Rješenje 108

$t_0 = 0 \text{ °C}$, $T = 1 \text{ dan} = 24 \text{ h} = [24 \cdot 3600] = 86400 \text{ s}$, $t = 20 \text{ °C}$, $\beta = 1.7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$,
 $\Delta T = ?$

Kad štapu nekoga čvrstoga tijela, koji prema dogovoru pri 0 °C ima duljinu l_0 , povisimo temperaturu za t (od 0 °C do t), on će se produžiti za

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja koji se definira izrazom

$$\beta = \frac{l_t - l_0}{l_0 \cdot t}.$$

Iz izraza za β slijedi da će nakon zagrijavanja duljina štapa biti jednaka

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t).$$

Matematičko njihalo je njihalo (zamišljeno) koje ima nerastezljivu nit bez mase i kojega je masa kuglice koja nije koncentrirana u jednoj točki. Uz male amplitude takvo njihalo izvodi harmonične titraje. Vrijeme jednog titraja matematičkog njihala jest

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}},$$

gdje je l duljina njihala, a g akceleracija slobodnog pada.

Duljina njihala na temperaturi $t = 20 \text{ °C}$ je

$$l_{20} = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot (t - t_0)).$$

Omjer perioda na temperaturama $t_0 = 0 \text{ °C}$ i $t = 20 \text{ °C}$ iznosi:

$$\left. \begin{aligned} T_0 &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_0}{g}} \\ T_{20} &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_{20}}{g}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{T_0}{T_{20}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_0}{g}}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_{20}}{g}}} \Rightarrow \frac{T_0}{T_{20}} = \frac{\sqrt{\frac{l_0}{g}}}{\sqrt{\frac{l_{20}}{g}}} \Rightarrow \frac{T_0}{T_{20}} = \sqrt{\frac{l_0}{\frac{l_{20}}{g}}} \Rightarrow \frac{T_0}{T_{20}} = \sqrt{\frac{l_0}{l_{20}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_0}{T_{20}} = \sqrt{\frac{l_0}{l_0 \cdot (1 + \beta \cdot (t - t_0))}} \Rightarrow \frac{T_0}{T_{20}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \beta \cdot (t - t_0)}} \Rightarrow \frac{T_0}{T_{20}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \beta \cdot (t - t_0)}}.$$

Za 1 dan sat kasni:

$$\Delta T = T - T_0 \cdot \frac{T_0}{T_{20}} \Rightarrow \Delta T = T \cdot \left(1 - \frac{T_0}{T_{20}}\right) \Rightarrow \Delta T = T \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \beta \cdot (t - t_0)}}\right) =$$

$$= 86400 \text{ s} \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 1.7 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} \cdot (20 - 0) \text{ K}}}\right) = 14.68 \text{ s}.$$

Vježba 108

Sat njihalica ide točno na 0 °C. Koliko zaostaje za pola dana na temperaturi 20 °C? (linearni koeficijent rastezanja niti je $1.7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, pretpostavimo matematičko njihalo)

Rezultat: 7.34 s.

Zadatak 109 (Klepek, tehnička škola)

Koliko je topline potrebno da se komad leda mase 1 g na temperaturi -30 °C pretvori u paru temperature 120 °C ?

(specifični toplinski kapacitet leda $c_l = 2.1 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$, specifični toplinski kapacitet vode $c_v = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina isparavanja vode $r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$, specifični toplinski kapacitet vodene pare $c_p = 1.9 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$)

Rješenje 109

$$m = 1 \text{ g} = 0.001 \text{ kg}, \quad t_1 = -30 \text{ °C}, \quad t_2 = 0 \text{ °C}, \quad t_3 = 100 \text{ °C}, \quad t_4 = 120 \text{ °C},$$

$$c_l = 2.1 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad \lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J/kg}, \quad c_v = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ J/kg},$$

$$c_p = 1.9 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad Q = ?$$

Taljenje je proces prijelaza tvari iz čvrstog agregatnog stanja u tekuće agregatno stanje. Talište je temperatura pri kojoj se čvrsto tijelo tali (odnosno očvršćuje) pri normiranom tlaku. Ta temperatura ostaje nepromijenjena sve dok se tvar ne rastali, odnosno očvrstne.

Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot \lambda,$$

gdje je λ specifična toplina taljenja.

Tekućina prelazi u paru pri svakoj temperaturi. Temperatura iznad koje pri određenom tlaku tekućina više ne može postojati u tekućem agregatnom stanju naziva se vrelište. Temperatura vrelišta ostaje nepromijenjena sve dok sva tekućina vrenjem ne prijeđe u paru.

Toplinu koja je potrebna da tekućina mase m prijeđe u paru iste temperature možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot r,$$

gdje je r specifična toplina isparavanja.

Proces se sastoji od pet koraka:

- zagrijavanje leda od $t_1 = -30 \text{ °C}$ do $t_2 = 0 \text{ °C}$

$$Q_1 = m \cdot c_l \cdot (t_2 - t_1)$$

- taljenje leda

$$Q_2 = m \cdot \lambda$$

- zagrijavanje vode od $t_2 = 0 \text{ °C}$ do $t_3 = 100 \text{ °C}$

$$Q_3 = m \cdot c_v \cdot (t_3 - t_2)$$

- isparavanje vode

$$Q_4 = m \cdot r$$

- zagrijavanje vodene pare od $t_3 = 100\text{ °C}$ do $t_4 = 120\text{ °C}$

$$Q_5 = m \cdot c_p \cdot (t_4 - t_3).$$

Ukupna potrebna toplina iznosi:

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 \Rightarrow Q = m \cdot c_l \cdot (t_2 - t_1) + m \cdot \lambda + m \cdot c_v \cdot (t_3 - t_2) + m \cdot r + m \cdot c_p \cdot (t_4 - t_3) \Rightarrow \\ &\Rightarrow Q = m \cdot [c_l \cdot (t_2 - t_1) + \lambda + c_v \cdot (t_3 - t_2) + r + c_p \cdot (t_4 - t_3)] = \\ &= 0.001 \text{ kg} \cdot \left[2.1 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (0 + 30) \text{ K} + 3.3 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} + 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (100 - 0) + 22.6 \cdot 10^{-5} \frac{\text{J}}{\text{kg}} + \right. \\ &\quad \left. + 1.9 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (120 - 100) \text{ K} \right] = 850 \text{ J}. \end{aligned}$$

Vježba 109

Koliko je topline potrebno da se komad leda mase 2 g na temperaturi -30 °C pretvori u paru temperature 120 °C ?

(specifični toplinski kapacitet leda $c_l = 2.1 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$, specifični toplinski kapacitet vode $c_v = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina isparavanja vode $r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$, specifični toplinski kapacitet vodene pare $c_p = 1.9 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$)

Rezultat: 1700 J.

Zadatak 110 (Fric, gimnazija)

Celofanski balon napunjen vodikom (kao što se upotrebljava za istraživanje kozmičkih zraka) širi se do punog volumena kugle promjera 30 m (a da se pri tome celofan ne rastegne) tek na visini 45 km, gdje je tlak 1 kPa i temperatura (stratosfera) -56.5 °C . Odredite volumen tog vodika na površini Zemlje, pri temperaturi 20 °C i tlaku 100 kPa.

Rješenje 110

$$\begin{aligned} 2 \cdot r = 30 \text{ m} \Rightarrow r = 15 \text{ m}, \quad p_2 = 1 \text{ kPa} = 10^3 \text{ Pa}, \quad t_2 = -56.5\text{ °C} \Rightarrow T_2 = 273 + t_2 = \\ 273 - 56.5 = 216.5 \text{ K}, \quad t_1 = 20\text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = 273 + 20 = 293 \text{ K}, \quad p_1 = 100 \text{ kPa} = 10^5 \text{ Pa}, \\ V_1 = ? \end{aligned}$$



Općenitu ovisnost između tri parametra idealnog plina – obujma V , tlaka p i temperature T – možemo izraziti zakonom koji glasi:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \text{ ili kraće } \frac{p \cdot V}{T} = \text{konst.}$$

Volumen vodika na površini Zemlje iznosi:

$$\begin{aligned} \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow p_1 \cdot V_1 \cdot T_2 = p_2 \cdot V_2 \cdot T_1 \Rightarrow V_1 = \frac{p_2 \cdot V_2 \cdot T_1}{p_1 \cdot T_2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{obujam kugle} \\ V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \end{array} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow V_1 = \frac{p_2 \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \cdot T_1}{p_1 \cdot T_2} \Rightarrow V_1 = \frac{4 \cdot p_2 \cdot r^3 \cdot \pi \cdot T_1}{3 \cdot p_1 \cdot T_2} = \frac{4 \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot (15 \text{ m})^3 \cdot \pi \cdot 293 \text{ K}}{3 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 216.5 \text{ K}} = 191.33 \text{ m}^3. \end{aligned}$$

Vježba 110

Celofanski balon napunjen vodikom (kao što se upotrebljava za istraživanje kozmičkih zraka) širi se do punog volumena kugle promjera 20 m (a da se pri tome celofan ne rastegne) tek na visini 45 km, gdje je tlak 1 kPa i temperatura (stratosfera) -56.5 °C . Odredite volumen tog vodika na površini Zemlje, pri temperaturi 20 °C i tlaku 100 kPa.

Rezultat: 56.69 m^3 .

Zadatak 111 (Miroslav, gimnazija)

U koordinatnom sustavu p, V prikazan je kružni proces 1234 plina. Opiši proces i izračunaj rad plina ako je $T_1 = 300 \text{ K}$, $T_2 = 400 \text{ K}$, $T_3 = 500 \text{ K}$. Količina plina je 2 mola. (plinska konstanta $R = 8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$)

Rješenje 111

$T_1 = 300 \text{ K}$, $T_2 = 400 \text{ K}$, $T_3 = 500 \text{ K}$, $n = 2 \text{ mol}$, $R = 8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$,
 $W = ?$

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay-Lussacovu zakonu:

$$\frac{V}{T} = \text{konst.} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Mijenja li se temperatura nekoj masi plina stalnog obujma (izohorna promjena), mijenjat će se tlak plina prema Charlesovu zakonu:

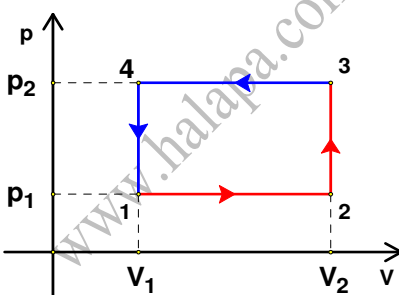
$$\frac{p}{T} = \text{konst.} \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

Ako imamo množinu n idealnog plina, jednadžba stanja glasi

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T.$$

Kad plinu dovodimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak:

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot (V_2 - V_1).$$



Opis kružnog procesa 1234 plina:

- **12**

Prevođenje plina iz stanja 1 u stanje 2 izobarnim zagrijavanjem (tlak stalan, a obujam se povećava).

- **23**

Prevođenje plina iz stanja 2 u stanje 3 izohornim zagrijavanjem (obujam stalan, a tlak se povećava).

- **34**

Prevođenje plina iz stanja 3 u stanje 4 izobarnim hlađenjem (tlak stalan, a obujam se smanjuje).

- **41**

Prevođenje plina iz stanja 4 u stanje 1 izohornim hlađenjem (obujam stalan, a tlak se smanjuje).

Budući da se rad obavlja tijekom izobarnih procesa, ukupni obavljeni rad za vrijeme jednog kružnog procesa je:

$$W = p_1 \cdot (V_2 - V_1) + p_2 \cdot (V_1 - V_2) \Rightarrow W = p_1 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1 + p_2 \cdot V_1 - p_2 \cdot V_2.$$

Zbog relacije

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

dobije se za rad W :

$$W = n \cdot R \cdot T_2 - n \cdot R \cdot T_1 + n \cdot R \cdot T_4 - n \cdot R \cdot T_3 \Rightarrow W = n \cdot R \cdot (T_2 - T_1 + T_4 - T_3).$$

Na temelju Gay-Lussacova zakona primjenjenog na izohorne procese 41 i 23 vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_4}{T_1} \\ \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_3}{T_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} \Rightarrow T_4 = T_1 \cdot \frac{T_3}{T_2}.$$

Obavljeni rad W tijekom jednog kružnog procesa iznosi:

$$\begin{aligned} W &= n \cdot R \cdot \left(T_2 - T_1 + T_1 \cdot \frac{T_3}{T_2} - T_3 \right) = \\ &= 2 \text{ mol} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot \left(400 \text{ K} - 300 \text{ K} + 300 \text{ K} \cdot \frac{500 \text{ K}}{400 \text{ K}} - 500 \text{ K} \right) = -415.7 \text{ J}. \end{aligned}$$

Predznak minus (–) pokazuje da je na dijelu procesa 34 nad plinom obavljen veći rad nego što je rad plina na dijelu procesa 12.

Vježba 111

U koordinatnom sustavu p, V prikazan je kružni proces 1234 plina. Opiši proces i izračunaj rad plina ako je $T_1 = 300 \text{ K}$, $T_2 = 400 \text{ K}$, $T_3 = 500 \text{ K}$. Količina plina je 1 mol. (plinska konstanta $R = 8.314 \text{ mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)

Rezultat: – 207.85 J.

Zadatak 112 (Željko, gimnazija)

Most preko rijeke izgrađen je od dijelova (između dva stupa) duljine 75 m. Postavljanje dijelova mosta obavljeno je na temperaturi $10 \text{ }^\circ\text{C}$. Koliki je razmak potreban ostaviti između dijelova mosta pod uvjetom da se oni ne dodiruju prilikom najviših ljetnih temperatura $40 \text{ }^\circ\text{C}$. Most je napravljen od čelika čiji je koeficijent linearnog rastezanja $\beta = 1.1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

Rješenje 112

$$l_1 = 75 \text{ m}, \quad t_1 = 10 \text{ }^\circ\text{C}, \quad t_2 = 40 \text{ }^\circ\text{C}, \quad \beta = 1.1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \quad \Delta l = ?$$

Kad štapu nekoga čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri $0 \text{ }^\circ\text{C}$ ima duljinu l_0 , povišimo temperaturu za t (od $0 \text{ }^\circ\text{C}$ do t), on će se produžiti za

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

Gdje je β koeficijent linearnog rastezanja koji se definira izrazom

$$\beta = \frac{l_t - l_0}{l_0 \cdot t}.$$

Iz izraza za β slijedi da će nakon zagrijavanja duljina štapa biti jednaka

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t).$$

Razmak između dijelova mosta mora biti veći, ili najmanje jednak, od produljenja jednog dijela mosta pri promjeni temperature od t_1 do t_2 . Pri ovoj promjeni temperature produljenje jednog dijela mosta iznosi:

$$\begin{aligned} \Delta l &= l_2 - l_1 \Rightarrow \Delta l = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_2) - l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_1) \Rightarrow \Delta l = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_2 - 1 - \beta \cdot t_1) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta l = l_0 \cdot (\beta \cdot t_2 - \beta \cdot t_1) \Rightarrow \Delta l = l_0 \cdot \beta \cdot (t_2 - t_1). \end{aligned}$$

Sada je



$$\left. \begin{aligned} \Delta l &= l_0 \cdot \beta \cdot (t_2 - t_1) \\ l_1 &= l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \Delta l &= l_0 \cdot \beta \cdot (t_2 - t_1) \\ l_0 &= \frac{l_1}{1 + \beta \cdot t_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta l = \frac{l_1}{1 + \beta \cdot t_1} \cdot \beta \cdot (t_2 - t_1) =$$

$$= \frac{75 \text{ m}}{1 + 1.1 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} \cdot 10 \text{ K}} \cdot 1.1 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} \cdot (40 - 10) \text{ K} = 0.024747 \text{ m} = 24.747 \text{ mm}.$$

Vježba 112

Most preko rijeke izgrađen je od dijelova (između dva stupa) duljine 150 m. Postavljanje dijelova mosta obavljeno je na temperaturi 10 °C. Koliki je razmak potreban ostaviti između dijelova mosta pod uvjetom da se oni ne dodiruju prilikom najviših ljetnih temperatura 40 °C. Most je napravljen od čelika čiji je koeficijent linearnog rastezanja $\beta = 1.1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

Rezultat: 49.499 mm.

Zadatak 113 (Dijana, gimnazija)

Komadu bakra mase 3.5 kg, temperature 170 °C, hlađenjem snizimo unutarnju energiju za $1.6 \cdot 10^5 \text{ J}$. Do koje se temperature ohladio komad bakra? (specifični toplinski kapacitete bakra $c = 0.38 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$)

Rješenje 113

$$m = 3.5 \text{ kg}, \quad t = 170 \text{ }^\circ\text{C}, \quad Q = -1.6 \cdot 10^5 \text{ J}, \quad c = 0.38 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad t_1 = ?$$

Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi, odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t,$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela. Veličini Q smatramo pozitivnom ako toplinu dovodimo sustavu, a **negativnom** ako je **odvodimo** od sustava.

Budući da hlađenjem tijelu snizujemo unutarnju energiju (veličina Q je negativna), konačna temperatura t_1 iznosi:

$$Q = m \cdot c \cdot (t_1 - t) \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_1 - t) / \frac{1}{m \cdot c} \Rightarrow t_1 - t = \frac{Q}{m \cdot c} \Rightarrow t_1 = t - \frac{Q}{m \cdot c} =$$

$$= 170 \text{ }^\circ\text{C} + \frac{-1.6 \cdot 10^5 \text{ J}}{3.5 \text{ kg} \cdot 0.38 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 170 \text{ }^\circ\text{C} - \frac{1.6 \cdot 10^5 \text{ J}}{3.5 \text{ kg} \cdot 0.38 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 49.70 \text{ }^\circ\text{C} \approx 50 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Vježba 113

Komadu bakra mase 3.5 kg, temperature 150 °C, hlađenjem snizimo unutarnju energiju za $1.6 \cdot 10^5 \text{ J}$. Do koje se temperature ohladio komad bakra? (specifični toplinski kapacitete bakra $c = 0.38 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$)

Rezultat: 30 °C.

Zadatak 114 (Matej, tehnička škola)

Balon od 20 litara napunjen je kisikom koji je pri 16 °C pod tlakom $1.013 \cdot 10^7 \text{ Pa}$. Koliki je normirani obujam? (uz normirane uvjete je tlak $p_0 = 101325 \text{ Pa}$, temperatura $T_0 = 273 \text{ K}$)

Rješenje 114

$$V_1 = 20 \text{ l}, \quad t_1 = 16 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = 289 \text{ K}, \quad p_1 = 1.013 \cdot 10^7 \text{ Pa}, \quad p_0 = 101325 \text{ Pa},$$

$$T_0 = 273 \text{ K}, \quad V_0 = ?$$

Općenitu ovisnost između tri parametra idealnog plina – obujma, tlaka i temperature – možemo izraziti zakonom koji sadrži sva tri plinska zakona:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}.$$

Normirani obujam iznosi:

$$\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} \Rightarrow p_0 \cdot V_0 \cdot T_1 = p_1 \cdot V_1 \cdot T_0 \Rightarrow V_0 = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_0}{p_0 \cdot T_1} = \frac{1.013 \cdot 10^7 \text{ Pa} \cdot 20 \text{ l} \cdot 273 \text{ K}}{101325 \text{ Pa} \cdot 289 \text{ K}} = 1888.81 \text{ l}.$$

Vježba 114

Balon od 40 litara napunjen je kisikom koji je pri 16 °C pod tlakom 1.013 · 10⁷ Pa. Koliki je normirani obujam? (uz normirane uvjete je tlak p₀ = 101325 Pa, temperatura T₀ = 273 K)

Rezultat: 3777.61 l.

Zadatak 115 (Matej, tehnička škola)

U staklenu bocu mase 80 g ulijemo 250 g vode. Temperatura vode i boce je 75 °C. Za koliko se snizi temperatura vode ako u nju uronimo komad srebra mase 60 g i temperature 18 °C? (specifični toplinski kapacitet stakla c₁ = 0.84 · 10³ J/(kg · K), specifični toplinski kapacitet vode c₂ = 4.19 · 10³ J/(kg · K), specifični toplinski kapacitet srebra c₃ = 0.25 · 10³ J/(kg · K))

Rješenje 115

Staklo	Voda	Srebro	
m ₁ = 80 g = 0.08 kg	m ₂ = 250 g = 0.25 kg	m ₃ = 60 g = 0.06 kg	
c ₁ = 0.84 · 10 ³ $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	c ₂ = 4.19 · 10 ³ $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	c ₃ = 0.25 · 10 ³ $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	
t ₁ = 75 °C	t ₂ = 75 °C	t ₃ = 18 °C	t = ?

Kad su u međusobnom dodiru dva tijela različitih temperatura, onda je, prema zakonu o očuvanju energije, povećanje unutarnje energije tijela koje se grije jednako smanjenju unutarnje energije tijela koje se hladi, tj.

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t),$$

gdje je t konačna temperatura, tj. temperatura pri kojoj oba tijela postizu toplinsku ravnotežu. Toplina koju su predali staklena boca i voda jednaka je toplini koju komad srebra primi. Najprije odredimo konačnu temperaturu t:

$$\begin{aligned} Q_1 + Q_2 &= Q_3 \Rightarrow \\ \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t_1 - t) + m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t) &= m_3 \cdot c_3 \cdot (t - t_3) \Rightarrow \\ \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot t_1 - m_1 \cdot c_1 \cdot t + m_2 \cdot c_2 \cdot t_2 - m_2 \cdot c_2 \cdot t &= m_3 \cdot c_3 \cdot t - m_3 \cdot c_3 \cdot t_3 \Rightarrow \\ \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot t_2 + m_3 \cdot c_3 \cdot t_3 &= m_1 \cdot c_1 \cdot t + m_2 \cdot c_2 \cdot t + m_3 \cdot c_3 \cdot t \Rightarrow \\ \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot t_2 + m_3 \cdot c_3 \cdot t_3 &= t \cdot (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2 + m_3 \cdot c_3) \Rightarrow \\ \Rightarrow t &= \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot t_2 + m_3 \cdot c_3 \cdot t_3}{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2 + m_3 \cdot c_3} = \\ &= \frac{0.08 \text{ kg} \cdot 0.84 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 75 \text{ } ^\circ\text{C} + 0.25 \text{ kg} \cdot 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 75 \text{ } ^\circ\text{C} + 0.06 \text{ kg} \cdot 0.25 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 18 \text{ } ^\circ\text{C}}{0.08 \text{ kg} \cdot 0.84 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} + 0.25 \text{ kg} \cdot 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} + 0.06 \text{ kg} \cdot 0.25 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = \\ &= 74.24 \text{ } ^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Sniženje temperature vode iznosi:

$$\Delta t = t_2 - t = 75 \text{ } ^\circ\text{C} - 74.24 \text{ } ^\circ\text{C} = 0.76 \text{ } ^\circ\text{C} \approx 1 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Vježba 115

U staklenu bocu mase 160 g ulijemo 500 g vode. Temperatura vode i boce je 75 °C. Za koliko se snizi temperatura vode ako u nju uronimo komad srebra mase 120 g i temperature 18 °C? (specifični toplinski kapacitet stakla $c_1 = 0.84 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, specifični toplinski kapacitet vode $c_2 = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, specifični toplinski kapacitet srebra $c_3 = 0.25 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$)

Rezultat: 1 °C.

Zadatak 116 (Matej, tehnička škola)

U mjedenom kalorimetru mase 120 nalazi se 100 g petroleja temperature 20 °C. U petrolej stavimo željezni uteg mase 200 g koji smo prethodno ugrijali na 96 °C. Temperatura petroleja porasla je na 40 °C? Koliki je specifični toplinski kapacitet petroleja? (specifični toplinski kapacitet mjedi $c_1 = 0.38 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, specifični toplinski kapacitet željeza $c_3 = 0.46 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$)

Rješenje 116

Mjedi	Petrolej	Željezo	
$m_1 = 120 \text{ g} = 0.12 \text{ kg}$	$m_2 = 100 \text{ g} = 0.1 \text{ kg}$	$m_3 = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}$	
$c_1 = 0.38 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	$c_2 = ?$	$c_3 = 0.46 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	
$t_1 = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$	$t_2 = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$	$t_3 = 96 \text{ } ^\circ\text{C}$	$t = 40 \text{ } ^\circ\text{C}$

Kad su u međusobnom dodiru dva tijela različitih temperatura, onda je, prema zakonu o očuvanju energije, povećanje unutarnje energije tijela koje se grije jednako smanjenju unutarnje energije tijela koje se hladi, tj.

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t),$$

gdje je t konačna temperatura, tj. temperatura pri kojoj oba tijela postižu toplinsku ravnotežu. Toplina koju su primili mjedeni kalorimetar i petrolej jednaka je toplini koju je željezni uteg predao. Specifični toplinski kapacitet petroleja iznosi:



$$\begin{aligned} Q_1 + Q_2 &= Q_3 \Rightarrow \\ \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) + m_2 \cdot c_2 \cdot (t - t_2) &= m_3 \cdot c_3 \cdot (t_3 - t) \Rightarrow \\ \Rightarrow m_2 \cdot c_2 \cdot (t - t_2) &= m_3 \cdot c_3 \cdot (t_3 - t) - m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) \Rightarrow \\ \Rightarrow m_2 \cdot c_2 \cdot (t - t_2) &= m_3 \cdot c_3 \cdot (t_3 - t) - m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) \cdot \frac{1}{m_2 \cdot (t - t_2)} \Rightarrow \\ \Rightarrow c_2 &= \frac{m_3 \cdot c_3 \cdot (t_3 - t) - m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1)}{m_2 \cdot (t - t_2)} = \\ &= \frac{0.2 \text{ kg} \cdot 0.46 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (96 - 40) \text{ K} - 0.12 \text{ kg} \cdot 0.38 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (40 - 20) \text{ K}}{0.1 \text{ kg} \cdot (40 - 20) \text{ K}} = 2120 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}. \end{aligned}$$

Vježba 116

U mjedenom kalorimetru mase 240 nalazi se 200 g petroleja temperature 20 °C. U petrolej stavimo željezni uteg mase 400 g koji smo prethodno ugrijali na 96 °C. Temperatura petroleja porasla je na 40 °C? Koliki je specifični toplinski kapacitet petroleja? (specifični toplinski kapacitet mjedi $c_1 = 0.38 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, specifični toplinski kapacitet željeza $c_3 = 0.46 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$)

Rezultat: 2120 $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$.

Zadatak 117 (Matej, tehnička škola)

Komad bakra mase 500 g i temperature 200 °C baci se zajedno s komadom željeza mase 1 kg i temperature 250 °C u 1 litru vode temperature 20 °C. Za koliko će porasti temperatura vode? (specifični toplinski kapacitet bakra $c_1 = 0.38 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, specifični toplinski kapacitet željeza $c_2 = 0.46 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, specifični toplinski kapacitet vode $c_3 = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$)

Rješenje 117

Bakar	Željezo	Voda	
$m_1 = 500 \text{ g} = 0.5 \text{ kg}$	$m_2 = 1 \text{ kg}$	$V = 1 \text{ litra} \Rightarrow m_3 = 1 \text{ kg}$	
$c_1 = 0.38 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	$c_2 = 0.46 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	$c_3 = 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	
$t_1 = 200 \text{ } ^\circ\text{C}$	$t_2 = 250 \text{ } ^\circ\text{C}$	$t_3 = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$	$\Delta t = ?$

Kad su u međusobnom dodiru dva tijela različitih temperatura, onda je, prema zakonu o očuvanju energije, povećanje unutarnje energije tijela koje se grije jednako smanjenju unutarnje energije tijela koje se hladi, tj.

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t),$$

gdje je t konačna temperatura, tj. temperatura pri kojoj oba tijela postižu toplinsku ravnotežu.

Toplina koju su predali komadi bakra i željeza jednaka je toplini koju je voda primila.

Najprije odredimo konačnu temperaturu t :

$$\begin{aligned} Q_1 + Q_2 &= Q_3 \Rightarrow \\ \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t_1 - t) + m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t) &= m_3 \cdot c_3 \cdot (t - t_3) \Rightarrow \\ \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot t_1 - m_1 \cdot c_1 \cdot t + m_2 \cdot c_2 \cdot t_2 - m_2 \cdot c_2 \cdot t &= m_3 \cdot c_3 \cdot t - m_3 \cdot c_3 \cdot t_3 \Rightarrow \\ \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot t_2 + m_3 \cdot c_3 \cdot t_3 &= m_1 \cdot c_1 \cdot t + m_2 \cdot c_2 \cdot t + m_3 \cdot c_3 \cdot t \Rightarrow \\ \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot t_2 + m_3 \cdot c_3 \cdot t_3 &= t \cdot (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2 + m_3 \cdot c_3) \Rightarrow \\ \Rightarrow t &= \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot t_2 + m_3 \cdot c_3 \cdot t_3}{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2 + m_3 \cdot c_3} = \\ &= \frac{0.5 \text{ kg} \cdot 0.38 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 200 \text{ } ^\circ\text{C} + 1 \text{ kg} \cdot 0.46 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 250 \text{ } ^\circ\text{C} + 1 \text{ kg} \cdot 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 20 \text{ } ^\circ\text{C}}{0.5 \text{ kg} \cdot 0.38 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} + 1 \text{ kg} \cdot 0.46 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} + 1 \text{ kg} \cdot 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = \\ &= 48.93 \text{ } ^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Temperatura vode porast će za:

$$\Delta t = t - t_3 = 48.93 \text{ } ^\circ\text{C} - 20 \text{ } ^\circ\text{C} = 28.93 \text{ } ^\circ\text{C} \approx 29 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Vježba 117

Komad bakra mase 1000 g i temperature 200 °C baci se zajedno s komadom željeza mase 2 kg i temperature 250 °C u 2 litre vode temperature 20 °C. Za koliko će porasti temperatura vode? (specifični toplinski kapacitet bakra $c_1 = 0.38 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, specifični toplinski kapacitet željeza $c_2 = 0.46 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, specifični toplinski kapacitet vode $c_3 = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$)

Rezultat: 29 °C.

Zadatak 118 (Matej, tehnička škola)

U nekoj se peći rabi ugljen koji daje $1.5 \cdot 10^7$ J/kg. Peć iskorišćuje samo 30% topline koja se razvije izgaranjem. Koliko ugljena treba utrošiti ako želimo na toj peći ugrijati 200 litara vode od 10°C do 35°C ? (specifični toplinski kapacitet vode $c = 4.19 \cdot 10^3$ J/(kg · K))

Rješenje 118

$$q = 1.5 \cdot 10^7 \text{ J/kg}, \quad p = 30\%, \quad V = 200 \text{ l} \Rightarrow m_1 = 200 \text{ kg}, \quad t_1 = 10^\circ\text{C}, \quad t_2 = 35^\circ\text{C}, \\ c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad m = ?$$

Toplina Q koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t,$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela.

Toplina Q koja se oslobađa pri potpunom izgaranju goriva mase m izražava se umnoškom

$$Q = m \cdot q,$$

gdje je q specifična toplina izgaranja.

Budući da sa 30% topline Q koju iskorišćuje peć treba ugrijati vodu zadane mase (Q_1 toplina koju voda primi), slijedi:

$$p \cdot Q = Q_1 \Rightarrow 0.30 \cdot m \cdot q = m_1 \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow m = \frac{m_1 \cdot c \cdot \Delta t}{0.30 \cdot q} \Rightarrow m = \frac{m_1 \cdot c \cdot (t_2 - t_1)}{0.30 \cdot q} = \\ = \frac{200 \text{ kg} \cdot 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (35 - 10) \text{ K}}{0.30 \cdot 1.5 \cdot 10^7 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} = 4.66 \text{ kg}.$$

Vježba 118

U nekoj se peći rabi ugljen koji daje $1.5 \cdot 10^7$ J/kg. Peć iskorišćuje samo 30% topline koja se razvije izgaranjem. Koliko ugljena treba utrošiti ako želimo na toj peći ugrijati 400 litara vode od 10°C do 35°C ? (specifični toplinski kapacitet vode $c = 4.19 \cdot 10^3$ J/(kg · K))

Rezultat: 9.31 kg.

Zadatak 119 (Matej, tehnička škola)

Smjesu olovnih i aluminijskih strugotina ukupne mase 150 g i temperature 100°C stavimo u kalorimetar s vodom mase 230 g i temperature 15°C . Konačna temperatura u kalorimetru je 20°C . Toplinski kapacitet kalorimetra je 41.9 J/K. Koliko je bilo olovnih, a koliko aluminijskih strugotina? (specifični toplinski kapacitet olova $c_1 = 0.13 \cdot 10^3$ J/(kg · K), specifični toplinski kapacitet aluminija $c_2 = 0.92 \cdot 10^3$ J/(kg · K), specifični toplinski kapacitet vode $c_3 = 4.19 \cdot 10^3$ J/(kg · K))

Rješenje 119

Olovo	Aluminij	Voda	Kalorimetar
$t_1 = 100^\circ\text{C}$	$t_2 = t_1 = 100^\circ\text{C}$	$t_3 = 15^\circ\text{C}$	$C = 41.9 \frac{\text{J}}{\text{K}}$
$c_1 = 0.13 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	$c_2 = 0.92 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	$c_3 = 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	$t = 20^\circ\text{C}$
$m_1 = ?$	$m_2 = ?$	$m_3 = 230 \text{ g} = 0.23 \text{ kg}$	
$m_1 + m_2 = m, \quad m = 150 \text{ g} = 0.15 \text{ kg}$			

Toplina Q koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t,$$

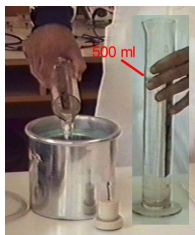
gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela.

Toplinski kapacitet C tijela jednak je umnošku specifičnog toplinskog kapaciteta c tijela i mase m tijela:

$$C = m \cdot c.$$

Tada je toplina Q tijela jednaka:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = C \cdot \Delta t.$$



Toplina koju su predali strugotine olova i aluminija jednaka je toplini koju su voda i kalorimetar primili.

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_{\text{kalorimetar}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t_1 - t) + m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t) = m_3 \cdot c_3 \cdot (t - t_3) + C \cdot (t - t_3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [m_1 + m_2 = m \Rightarrow m_2 = m - m_1] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t_1 - t) + (m - m_1) \cdot c_2 \cdot (t_1 - t) = m_3 \cdot c_3 \cdot (t - t_3) + C \cdot (t - t_3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t_1 - t) + m \cdot c_2 \cdot (t_1 - t) - m_1 \cdot c_2 \cdot (t_1 - t) = m_3 \cdot c_3 \cdot (t - t_3) + C \cdot (t - t_3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t_1 - t) - m_1 \cdot c_2 \cdot (t_1 - t) = m_3 \cdot c_3 \cdot (t - t_3) + C \cdot (t - t_3) - m \cdot c_2 \cdot (t_1 - t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot (t_1 - t) \cdot (c_1 - c_2) = (t - t_3) \cdot (m_3 \cdot c_3 + C) - m \cdot c_2 \cdot (t_1 - t) \quad / \cdot \frac{1}{(t_1 - t) \cdot (c_1 - c_2)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 = \frac{(t - t_3) \cdot (m_3 \cdot c_3 + C) - m \cdot c_2 \cdot (t_1 - t)}{(t_1 - t) \cdot (c_1 - c_2)} =$$

$$= \frac{(20 - 15) \text{ K} \cdot \left(0.23 \text{ kg} \cdot 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} + 41.9 \frac{\text{J}}{\text{K}} \right) - 0.15 \text{ kg} \cdot 0.92 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (100 - 20) \text{ K}}{(100 - 20) \text{ K} \cdot \left(0.13 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} - 0.92 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right)} =$$

$$= 0.095 \text{ kg} = 95 \text{ g}.$$

Mase strugotina iznose:

- olovo $m_1 = 95 \text{ g}$
- aluminij $m_2 = m - m_1 = 150 \text{ g} - 95 \text{ g} = 55 \text{ g}$.

Vježba 119

Smjesu olovnih i aluminijskih strugotina ukupne mase 15 dag i temperature 100 °C stavimo u kalorimetar s vodom mase 23 dag i temperature 15 °C. Konačna temperatura u kalorimetru je 20 °C. Toplinski kapacitet kalorimetra je 41.9 J/K. Koliko je bilo olovnih, a koliko aluminijskih strugotina? (specifični toplinski kapacitet olova $c_1 = 0.13 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, specifični toplinski kapacitet aluminija $c_2 = 0.92 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, specifični toplinski kapacitet vode $c_3 = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$)

Rezultat: $m_{\text{olovo}} = 95 \text{ g}$, $m_{\text{aluminij}} = 55 \text{ g}$.

Zadatak 120 (Matej, tehnička škola)

Kolika je promjena unutrašnje energije sustava kojemu predamo 1676 J topline i istodobno obavimo na njemu rad 838 J?

Rješenje 120

$$Q = 1676 \text{ J}, \quad W = 838 \text{ J}, \quad \Delta U = ?$$

Unutrašnju energiju tijela možemo promijeniti na dva načina: međusobnim dodiranjem dvaju tijela različitih temperatura i mehaničkim radom. Općenito to možemo izraziti ovako:

$$\Delta U = Q - W,$$

gdje je ΔU promjena unutrašnje energije tijela, Q toplina, a W mehanički rad.

Rad je:

- pozitivan, $W > 0 \Rightarrow$ sustav obavlja rad
- negativan, $W < 0 \Rightarrow$ vanjske sile obavljaju rad.

Toplina je:

- pozitivna, $Q > 0 \Rightarrow$ toplinu dovodimo sustavu
- negativna, $Q < 0 \Rightarrow$ toplinu odvodimo od sustava.

Veličinu Q smatramo pozitivnom ako toplinu dovodimo sustavu pa je

$$Q = 1676 \text{ J.}$$

Veličinu W smatramo negativnom ako vanjske sile obavljaju rad pa je

$$W = - 838 \text{ J.}$$

Zato promjena unutrašnje energije iznosi:

$$\Delta U = Q - W = 1676 \text{ J} - (- 838 \text{ J}) = 1676 \text{ J} + 838 \text{ J} = 2514 \text{ J.}$$

Vježba 120

Kolika je promjena unutrašnje energije sustava kojemu predamo 1878 J topline i istodobno obavimo na njemu rad 939 J?

Rezultat: 2817 J.