

Zadatak 081 (Ajax, gimnazija)

U posudi obujma 590 litara nalazi se kisik pri normiranom tlaku. Izračunaj masu tog kisika. (gustoća kisika $\rho = 1.43 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 081

$$V = 590 \text{ l} = 590 \text{ dm}^3 = 0.59 \text{ m}^3, \quad \rho = 1.43 \text{ kg/m}^3, \quad m = ?$$

Gustoću ρ neke tvari definiramo omjerom mase m i obujma V tijela:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Masa kisika iznosi:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V = 1.43 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.59 \text{ m}^3 = 0.8437 \text{ kg} = 843.7 \text{ g}.$$

Vježba 081

U posudi obujma 295 litara nalazi se kisik pri normiranom tlaku. Izračunaj masu tog kisika. (gustoća kisika $\rho = 1.43 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 421.85 g.

Zadatak 082 (Tomislav, srednja škola)

Uz normirane uvjete gustoća je vodika 0.090 kg/m^3 , a kisika 1.43 kg/m^3 . Koliko je puta masa molekule vodika manja od mase molekule kisika?

Rješenje 082

$$\rho_H = 0.090 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_O = 1.43 \text{ kg/m}^3, \quad m_H : m_O = ?$$

Molarni volumen bilo kojeg plina uz normirane uvjete (tlak $p_0 = 101325 \text{ Pa}$ i temperatura $T_0 = 273.15 \text{ K}$) iznosi (Avogadrov zakon):

$$V = 2.24 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}.$$

Dakle, prema Avogadrovom zakonu za jedan mol plinova kisika i vodika vrijedi:

$$V_O = V_H \Rightarrow \frac{m_O}{\rho_O} = \frac{m_H}{\rho_H} \Rightarrow \frac{m_O}{m_H} = \frac{\rho_O}{\rho_H} \Rightarrow \frac{m_O}{m_H} = \frac{1.43 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{0.090 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 15.89 \approx 16 \Rightarrow \frac{m_H}{m_O} = \frac{1}{16} \Rightarrow m_H = \frac{1}{16} \cdot m_O.$$

Vježba 082

Uz normirane uvjete gustoća je dušika 1.25 kg/m^3 , a klora 3.2 kg/m^3 . Kako se odnose njihove mase?

Rezultat: $m_N = m_{Cl}$.

Zadatak 083 (Mario, srednja škola)

Koliko se molekula nalazi u kapljici vode promjera 0.1 mm ? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, atomska jedinica mase $u = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)

Rješenje 083

$$2 \cdot r = 0.1 \text{ mm} \Rightarrow r = 0.05 \text{ mm} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad u = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg},$$

$N = ?$

Masa kapljice vode iznosi:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = V \cdot \rho \Rightarrow m = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \cdot \rho.$$

Masa molekule vode dobije se pomoću izraza

$$m_{H_2O} = M_r \cdot u.$$

Relativna molekulska masa M_r jednaka je zbroju relativnih atomskih masa vodika i kisika čije su

vrijednosti naznačene u periodnom sustavu elemenata:



$$M_r = 2 \cdot 1.008 + 16.00 = 18.016.$$

Broj molekula u kapljici vode je:

$$N = \frac{m}{m_{H_2O}} \Rightarrow N = \frac{\frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \cdot \rho}{M_r \cdot u} \Rightarrow N = \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi \cdot \rho}{3 \cdot M_r \cdot u} = \frac{4 \cdot (5 \cdot 10^{-5} \text{ m})^3 \cdot \pi \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{3 \cdot 18.016 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 1.75 \cdot 10^{16} \text{ molekula.}$$

Vježba 083

Koliko se molekula nalazi u kapljici vode promjera 0.2 mm? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, atomska jedinica mase $u = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)

Rezultat: $1.4 \cdot 10^{17}$.

Zadatak 084 (Tony, srednja škola)

Odredi korisnost toplinskog stroja ako je poznato da je za vrijeme jednoga kružnog procesa utrošen rad $3 \cdot 10^3 \text{ J}$, a hladnijem spremniku predana energija od $16 \cdot 10^3 \text{ J}$.

Rješenje 084

$$W = 3 \cdot 10^3 \text{ J}, \quad Q_2 = 16 \cdot 10^3 \text{ J}, \quad \eta = ?$$

Za vrijeme jednoga kružnog procesa radno tijelo primi od toplijeg spremnika toplinu Q_1 i preda hladnijem spremniku toplinu Q_2 . Promjena topline $Q_1 - Q_2$ pri idealnom stroju prelazi u mehanički rad W :

$$W = Q_1 - Q_2.$$

Korisnost η nekog toplinskog stroja govori koliki je dio topline dobivene od toplijeg spremnika prešao u mehanički rad W , tj.

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

$$\left. \begin{array}{l} W = Q_1 - Q_2 \\ \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} Q_1 = W + Q_2 \\ \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \end{array} \right\} \Rightarrow \eta = \frac{W}{W + Q_2} = \frac{3 \cdot 10^3 \text{ J}}{3 \cdot 10^3 \text{ J} + 16 \cdot 10^3 \text{ J}} = 0.1579 = \frac{15.79}{100} \approx 16\%.$$

Vježba 084

Odredi korisnost toplinskog stroja ako je poznato da je za vrijeme jednoga kružnog procesa utrošen rad $3 \cdot 10^3 \text{ J}$, a hladnijem spremniku predana energija od $12 \cdot 10^3 \text{ J}$.

Rezultat: 20%.

Zadatak 085 (Tony, srednja škola)

Plin koji izvodi Carnotov kružni proces obavi rad 300 J na svakih $2 \cdot 10^3 \text{ J}$ topline dobivene od toplijeg spremnika.

- Kolika je korisnost djelovanja toga kružnog procesa?
- Koliko je puta temperatura toplijeg spremnika veća od temperature hladnijeg spremnika?

Rješenje 085

$$W = 300 \text{ J}, \quad Q_1 = 2 \cdot 10^3 \text{ J}, \quad \eta = ?, \quad \frac{T_1}{T_2} = ?$$

Za vrijeme jednoga kružnog procesa radno tijelo primi od toplijeg spremnika toplinu Q_1 i preda hladnijem spremniku toplinu Q_2 . Promjena topline $Q_1 - Q_2$ pri idealnom stroju prelazi u mehanički rad W :

$$W = Q_1 - Q_2.$$

Korisnost η nekog toplinskog stroja govori koliki je dio topline dobivene od toplijeg spremnika prešao u mehanički rad W , tj.

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

a)

$$\left. \begin{array}{l} W = Q_1 - Q_2 \\ \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} Q_2 = Q_1 - W \\ \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \end{array} \right\} \Rightarrow \eta = \frac{Q_1 - (Q_1 - W)}{Q_1} \Rightarrow \eta = \frac{Q_1 - Q_1 + W}{Q_1} \Rightarrow \eta = \frac{W}{Q_1} =$$

$$= \frac{300 \text{ J}}{2 \cdot 10^3 \text{ J}} = 0.15 = \frac{15}{100} = 15\%$$

Korisnost η nekog toplinskog stroja govori koliki je dio topline dobivene od toplijeg spremnika prešao u mehanički rad W , tj.

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

gdje su T_1 i T_2 temperature toplijeg odnosno hladnijeg spremnika.

b)

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \Rightarrow \eta = \frac{T_1}{T_1} - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 1 - \eta \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1 - \eta} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1 - 0.15} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{0.85} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = 1.1765 \Rightarrow T_1 = 1.1765 \cdot T_2$$

Vježba 085

Plin koji izvodi Carnotov kružni proces obavi rad 600 J na svakih $2 \cdot 10^3$ J topline dobivene od toplijeg spremnika.

a) Kolika je korisnost djelovanja toga kružnog procesa?

b) Koliko je puta temperatura toplijeg spremnika veća od temperature hladnijeg spremnika?

Rezultat: a) 30% b) $T_1 = 1.4286 \cdot T_2$.

Zadatak 086 (Ivy, medicinska škola)

Kamen padne sa visine 5 m. Za koliko se poveća temperatura kamena ako se njegova kinetička energija pretvori u unutarnju energiju? (specifični toplinski kapacitet kamena $c = 1.04 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 086

$$h = 5 \text{ m}, \quad c = 1.04 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) = 1040 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}), \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta t = ?$$

Budući da se kinetička energija kamena koja je jednaka gravitacijskoj potencijalnoj energiji potpuno utroši na povećanje unutarnje energije, slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} E_k = E_{gp} \\ E_{gp} = Q \end{array} \right\} \Rightarrow m \cdot g \cdot h = m \cdot c \cdot \Delta t / \cdot \frac{1}{m \cdot c} \Rightarrow \Delta t = \frac{g \cdot h}{c} = \frac{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ m}}{1040 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 0.047 \text{ K}$$

Vježba 086

Kamen padne sa visine 10 m. Za koliko se poveća temperatura kamena ako se njegova kinetička energija pretvori u unutarnju energiju? (specifični toplinski kapacitet kamena $c = 1.04 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 0.094 K.

Zadatak 087 (Ivy, medicinska škola)

Umjetni Zemljini satelit giba se brzinom 8 km/s. Za koliko će se povećati temperatura satelita prilikom sudara ako se sva njegova kinetička energija pretvori u unutarnju energiju? (specifični toplinski kapacitet materijala od kojeg je izgrađen satelit $c = 418 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$)

Rješenje 087

$$v = 8 \text{ km/s} = 8000 \text{ m/s}, \quad c = 418 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}), \quad \Delta t = ?$$

Satelit prije sudara ima kinetičku energiju E_k koja potpuno prijeđe u njegovu unutarnju energiju. Zato je:

$$E_k = Q \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot c \cdot \Delta t \quad / \cdot \frac{1}{m \cdot c} \Rightarrow \Delta t = \frac{v^2}{2 \cdot c} = \frac{\left(8000 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 418 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 76555.02 \text{ K}.$$

Vježba 087

Umjetni Zemljini satelit giba se brzinom 4 km/s. Za koliko će se povećati temperatura satelita prilikom sudara ako se sva njegova kinetička energija pretvori u unutarnju energiju? (specifični toplinski kapacitet materijala od kojeg je izgrađen satelit $c = 418 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$)

Rezultat: 19138.76 K.

Zadatak 088 (Gina, medicinska škola)

Određena je količina vodika zatvorena u čeličnoj boci. Kad bocu uronimo u smjesu leda i vode, manometar priključen na bocu pokazuje tlak $1.24 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Kolika je temperatura u boci kad manometar pokazuje tlak $1.24 \cdot 10^4 \text{ Pa}$? $\left(\alpha = \frac{1}{273} \text{ K}^{-1}\right)$.

Rješenje 088

$$p_0 = 1.24 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad p_t = 1.24 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad \alpha = \frac{1}{273} \text{ K}^{-1}, \quad t = ?$$

Smjesa leda i vode ima temperaturu $0 \text{ }^\circ\text{C}$. Budući da je obujam stalan (izohorna promjena) tlak će se promjenom temperature mijenjati prema Charlesovu zakonu:

$$p_t = p_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \Rightarrow 1 + \alpha \cdot t = \frac{p_t}{p_0} \Rightarrow \alpha \cdot t = \frac{p_t}{p_0} - 1 \quad / \cdot \frac{1}{\alpha} \Rightarrow t = \frac{1}{\alpha} \cdot \left(\frac{p_t}{p_0} - 1\right) =$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{\frac{1}{273} \text{ K}^{-1}} \cdot \left(\frac{1.24 \cdot 10^4 \text{ Pa}}{1.24 \cdot 10^5 \text{ Pa}} - 1\right) = -245.7 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Vježba 088

Određena je količina vodika zatvorena u čeličnoj boci. Kad bocu uronimo u smjesu leda i vode, manometar priključen na bocu pokazuje tlak $1.33 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Kolika je temperatura u boci kad manometar pokazuje tlak $1.33 \cdot 10^4 \text{ Pa}$? $\left(\alpha = \frac{1}{273} \text{ K}^{-1}\right)$.

Rezultat: $-245.7 \text{ }^\circ\text{C}$.

Zadatak 089 (Sanela, maturantica)

Jedan mol vodika (H_2) zagrijavamo od $20 \text{ }^\circ\text{C}$ do $120 \text{ }^\circ\text{C}$ pri stalnom tlaku. Koliki je rad pri tome plin obavio? (molna masa vodika $M = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$, plinska konstanta $R = 8.31 \text{ J}/(\text{K} \cdot \text{mol})$)

Rješenje 089

$n = 1 \text{ mol}, \quad t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 273 + 20 = 293 \text{ K}, \quad p_1 = p_2 = p = \text{konst.},$
 $t_2 = 120 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_2 = 273 + 120 = 393 \text{ K}, \quad M = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}, \quad R = 8.31 \text{ J}/(\text{K} \cdot \text{mol}), \quad W = ?$
 Pri izobarnom (tlak stalan) širenju plina rad je jednak

$$W = p \cdot (V_2 - V_1).$$

Napisat ćemo plinsku jednadžbu za početno i konačno stanje:

$$\left. \begin{array}{l} p_1 \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1 \\ p_2 \cdot V_2 = n \cdot R \cdot T_2 \end{array} \right\} \Rightarrow [p = \text{konst.}] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1 \\ p \cdot V_2 = n \cdot R \cdot T_2 \end{array} \right\}.$$

Oduzimanjem dobivenih jednadžbi dobije se rad:

$$\left. \begin{array}{l} p \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1 \\ p \cdot V_2 = n \cdot R \cdot T_2 \\ W = p \cdot (V_2 - V_1) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p \cdot V_2 - p \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_2 - n \cdot R \cdot T_1 \\ W = p \cdot (V_2 - V_1) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p \cdot (V_2 - V_1) = n \cdot R \cdot (T_2 - T_1) \\ W = p \cdot (V_2 - V_1) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W = n \cdot R \cdot (T_2 - T_1) = 1 \text{ mol} \cdot 8.31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \cdot (393 \text{ K} - 293 \text{ K}) = 831 \text{ J}.$$

Vježba 089

Jedan mol vodika (H_2) zagrijavamo od 10°C do 110°C pri stalnom tlaku. Koliki je rad pri tome plin obavio? (molna masa vodika $M = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$, plinska konstanta $R = 8.31 \text{ J/(K} \cdot \text{mol)}$)

Rezultat: 831 J.

Zadatak 090 (Sanela, maturantica)

Antena od bakra na temperaturi 0°C ima duljinu 50 m. Koliko se promijeni duljina antene nakon hlađenja do temperature -20°C ? (koeficijent linearnog rastezanja bakra $\beta = 1.7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)

Rješenje 090

$$t_1 = 0^\circ\text{C}, \quad l = 50 \text{ m}, \quad t_2 = -20^\circ\text{C}, \quad \beta = 1.7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \quad \Delta l = ?$$

Kad štapu nekog čvrstog tijela koji prema dogovoru pri 0°C ima duljinu l_0 , povisimo temperaturu za t (od 0°C do t), on će se produljiti za

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t.$$

Duljina štapa se promijenila za:

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t = 1.7 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} \cdot 50 \text{ m} \cdot 20 \text{ K} = 0.017 \text{ m}.$$

Vježba 090

Antena od bakra na temperaturi 0°C ima duljinu 100 m. Koliko se promijeni duljina antene nakon hlađenja do temperature -20°C ? (koeficijent linearnog rastezanja bakra $\beta = 1.7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)

Rezultat: 0.034 m.

Zadatak 091 (Sanela, maturantica)

Koliki obujam ima količina žive mase 200 g na temperaturi 100°C ako njezina gustoća na temperaturi 0°C iznosi 13690 kg/m^3 ? (koeficijent kubičnog rastezanja žive $\alpha = 1.18 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$)

Rješenje 091

$$m = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}, \quad t = 100^\circ\text{C}, \quad \rho_0 = 13690 \text{ kg/m}^3, \quad \alpha = 1.18 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \quad V_t = ?$$

Gustoća žive na temperaturi t je:

$$\rho_t = \frac{m}{V_t} \Rightarrow \rho_t = \frac{m}{V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t)} \Rightarrow \left[\rho_0 = \frac{m}{V_0} \right] \Rightarrow \rho_t = \frac{\rho_0}{1 + \alpha \cdot t}.$$

Živa ima obujam:

$$V_t = \frac{m}{\rho_t} \Rightarrow V_t = \frac{m}{\frac{\rho_0}{1 + \alpha \cdot t}} \Rightarrow V_t = \frac{m \cdot (1 + \alpha \cdot t)}{\rho_0} =$$

$$= \frac{0.2 \text{ kg} \cdot \left(1 + 1.18 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}} \cdot 100 \text{ K}\right)}{13690 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0.00001633 \text{ m}^3 = 16.33 \text{ cm}^3.$$

Vježba 091

Koliki obujam ima količina žive mase 400 g na temperaturi 100 °C ako njezina gustoća na temperaturi 0 °C iznosi 13690 kg/m³? (koeficijent kubičnog rastezanja žive $\alpha = 1.18 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$)

Rezultat: 32.67 cm³.

Zadatak 092 (Sanela, maturantica)

Meteorološki balon, napunjen na temperaturi 20 °C i tlaku $1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, ima obujam 50 cm³. Koliki je njegov obujam na visini gdje je temperatura -40 °C i tlak $6.665 \cdot 10^3 \text{ Pa}$?


Rješenje 092

$$t_1 = 20 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273 + 20 = 293 \text{ K}, \quad p_1 = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad V_1 = 50 \text{ cm}^3,$$

$$t_2 = -40 \text{ °C} \Rightarrow T_2 = 273 + (-40) = 233 \text{ K}, \quad p_2 = 6.665 \cdot 10^3 \text{ Pa}, \quad V_2 = ?$$

Iz jednadžbe stanja plina dobije se:

p = ?



$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow p_1 \cdot V_1 \cdot T_2 = p_2 \cdot V_2 \cdot T_1 \Rightarrow V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_2}{p_2 \cdot T_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{p_1 \cdot T_2}{p_2 \cdot T_1} \cdot V_1 = \frac{1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 233 \text{ K}}{6.665 \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot 293 \text{ K}} \cdot 50 \text{ cm}^3 = 604.32 \text{ cm}^3.$$

Vježba 092

Meteorološki balon, napunjen na temperaturi 20 °C i tlaku $1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, ima obujam 50 cm³. Koliki je njegov obujam na visini gdje je temperatura -40 °C i tlak $1.333 \cdot 10^4 \text{ Pa}$?

Rezultat: 302.16 cm³.

Zadatak 093 (Sanela, maturantica)

Za punjenje balona do tlaka 4 MPa, na temperaturi 0 °C, potroši se količina CO₂ čija je masa 7.88 kg. Tijekom punjenja balona temperatura plina se ne mijenja. Koliki je obujam balona? (gustoća CO₂ u normiranim uvjetima je $\rho_0 = 1.97 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 093

Za normirane uvjete vrijedi: tlak $p_0 = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ i temperatura $t_0 = 0 \text{ °C}$ ili $T_0 = 273 \text{ K}$.

$$p = 4 \text{ MPa} = 4 \cdot 10^6 \text{ Pa}, \quad m = 7.88 \text{ kg}, \quad \rho_0 = 1.97 \text{ kg/m}^3, \quad p_0 = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad V = ?$$

Obujam plina pri normiranim uvjetima je

$$V_0 = \frac{m}{\rho_0}$$

pa se Boyle-Mariotteov zakon (izotermna promjena)

$$p_0 \cdot V_0 = p \cdot V$$

može napisati u obliku

$$p_0 \cdot \frac{m}{\rho_0} = p \cdot V \quad / \cdot \rho_0 \Rightarrow p_0 \cdot m = p \cdot V \cdot \rho_0 \Rightarrow V = \frac{p_0 \cdot m}{p \cdot \rho_0} = \frac{1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 7.88 \text{ kg}}{4 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 1.97 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0.1 \text{ m}^3.$$

Vježba 093

Za punjenje balona do tlaka 4 MPa, na temperaturi 0 °C, potroši se količina CO₂ čija je masa 7.88 kg. Tijekom punjenja balona temperatura plina se ne mijenja. Koliki je obujam balona? (gustoća CO₂ u normiranim uvjetima je $\rho_0 = 1.97 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 0.2 m³.

Zadatak 094 (Sanela, maturantica)

Količina helija mase 6 g nalazi se na temperaturi 27 °C i tlaku 0.3 MPa. Ako plinu povećamo tlak i obujam dva puta kolika će biti temperatura i tlak? (molna masa helija $M = 0.004 \text{ kg/mol}$, plinska konstanta $R = 8.31 \text{ J/(K} \cdot \text{mol)}$)

Rješenje 094

$$m = 6 \text{ g} = 0.006 \text{ kg}, \quad t_1 = 27 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 273 + 27 = 300 \text{ K}, \\ p_1 = 0.3 \text{ MPa} = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad M = 0.004 \text{ kg/mol}, \quad R = 8.31 \text{ J/(K} \cdot \text{mol)}, \quad t_2 = ?, \quad p_2 = ?$$

Budući da smo plinu povećali tlak i obujam dva puta:

$$p_2 = 2 \cdot p_1, \quad V_2 = 2 \cdot V_1$$

iz jednadžbe stanja plina dobije se konačna temperatura T_2 , tj. t_2 :

$$\left. \begin{array}{l} p_2 = 2 \cdot p_1, \quad V_2 = 2 \cdot V_1 \\ \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{2 \cdot p_1 \cdot 2 \cdot V_1}{T_2} \cdot \frac{T_1 \cdot T_2}{p_1 \cdot V_1} \Rightarrow T_2 = 4 \cdot T_1 = 4 \cdot 300 \text{ K} = 1200 \text{ K}.$$

U °C to iznosi:

$$t_2 = T_2 - 273 = (1200 - 273) \text{ }^\circ\text{C} = 927 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Konačni obujam V_2 helija iznosi:

$$p_2 \cdot V_2 = n \cdot R \cdot T_2 \Rightarrow p_2 \cdot V_2 = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T_2 \cdot \frac{1}{p_2} \Rightarrow V_2 = \frac{m \cdot R \cdot T_2}{M \cdot p_2} \Rightarrow V_2 = \frac{m \cdot R \cdot T_2}{M \cdot 2 \cdot p_1} = \\ = \frac{0.006 \text{ kg} \cdot 8.31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \cdot 1200 \text{ K}}{0.004 \frac{\text{kg}}{\text{mol}} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = 0.025 \text{ m}^3 = 25 \text{ dm}^3.$$

Vježba 094

Količina helija mase 12 g nalazi se na temperaturi 27 °C i tlaku 0.3 MPa. Ako plinu povećamo tlak i obujam tri puta kolika će biti temperatura i tlak? (molna masa helija $M = 0.004 \text{ kg/mol}$, plinska konstanta $R = 8.31 \text{ J/(K} \cdot \text{mol)}$)

Rezultat: $t_2 = 2427 \text{ }^\circ\text{C}$, $V_2 = 74.79 \text{ dm}^3$

Zadatak 095 (Sanela, maturantica)

Kolika je gustoća zraka u sobi pri normiranim uvjetima? (molna masa zraka $M = 0.029 \text{ kg/mol}$, plinska konstanta $R = 8.31 \text{ J/(K} \cdot \text{mol)}$)

Rješenje 095

Za normirane uvjete vrijedi: tlak $p_0 = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ i temperatura $t_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ ili $T_0 = 273 \text{ K}$.

$$m = 0.029 \text{ kg/mol}, \quad R = 8.31 \text{ J/(K} \cdot \text{mol)}, \quad p_0 = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad T_0 = 273 \text{ K} \quad \rho = ?$$

Iz jednadžbe stanja plina i definicije gustoće dobije se gustoća zraka u sobi:

$$\left. \begin{array}{l} p_0 \cdot V = n \cdot R \cdot T_0 \\ \rho = \frac{m}{V} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p_0 \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T_0 \\ m = \rho \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow p_0 \cdot V = \frac{\rho \cdot V}{M} \cdot R \cdot T_0 \cdot \frac{M}{V} \Rightarrow \\ \Rightarrow p_0 \cdot M = \rho \cdot R \cdot T_0 \Rightarrow \rho = \frac{p_0 \cdot M}{R \cdot T_0} = \frac{1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0.029 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}}{8.31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \cdot 273 \text{ K}} = 1.295 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 095

Kolika je gustoća zraka u zatvorenoj prostoriji pri normiranim uvjetima? (molna masa zraka $M = 0.029 \text{ kg/mol}$, plinska konstanta $R = 8.31 \text{ J/(K} \cdot \text{mol)}$)

Rezultat: $1.295 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Zadatak 096 (Sanela, maturantica)

Određena količina vodika (H_2) nalazi se u posudi obujma 10 cm^3 . Tlak u posudi je 6 MPa , a temperatura $27 \text{ }^\circ\text{C}$. Koliko molekula vodika ima u posudi? (plinska konstanta $R = 8.31 \text{ J/(K} \cdot \text{mol)}$, Avogadrova konstanta $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$)

Rješenje 096

$$V = 10 \text{ cm}^3 = 10^{-5} \text{ m}^3, \quad p = 6 \text{ MPa} = 6 \cdot 10^6 \text{ Pa}, \quad t = 27 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T = 273 + 27 = 300 \text{ K},$$
$$R = 8.31 \text{ J/(K} \cdot \text{mol)}, \quad N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}, \quad N = ?$$

Iz jednačbe stanja plina dobije se broj molova n vodika u posudi:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T}$$

Broj molekula vodika iznosi:

$$N = n \cdot N_A \Rightarrow N = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} \cdot N_A = \frac{6 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 10^{-5} \text{ m}^3}{8.31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \cdot 300 \text{ K}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} = 1.45 \cdot 10^{22} \text{ molekula.}$$

Vježba 096

Određena količina vodika (H_2) nalazi se u posudi obujma 10 cm^3 . Tlak u posudi je 12 MPa , a temperatura $27 \text{ }^\circ\text{C}$. Koliko molekula vodika ima u posudi? (plinska konstanta $R = 8.31 \text{ J/(K} \cdot \text{mol)}$, Avogadrova konstanta $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$)

Rezultat: $2.9 \cdot 10^{22} \text{ molekula.}$

Zadatak 097 (Marko, maturant gimnazije)

U posudi obujma 500 cm^3 nalaze se vodik (H_2) i dušik (N_2) jednakih masa, 20 g . Temperatura u posudi je $60 \text{ }^\circ\text{C}$. Koliki je ukupni tlak plinova u posudi? (plinska konstanta $R = 8.314 \text{ J/(K} \cdot \text{mol)}$, molna masa vodika $M_{\text{H}_2} = 0.002 \text{ kg/mol}$, molna masa dušika $M_{\text{N}_2} = 0.028 \text{ kg/mol}$)

Rješenje 097

$$V = 500 \text{ cm}^3 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3, \quad m = 20 \text{ g} = 0.02 \text{ kg}, \quad t = 60 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T = 273 + 60 = 333 \text{ K},$$
$$R = 8.314 \text{ J/(K} \cdot \text{mol)}, \quad M_{\text{H}_2} = 0.002 \text{ kg/mol}, \quad M_{\text{N}_2} = 0.028 \text{ kg/mol}, \quad p = ?$$

Imamo li smjesu nekoliko plinova, ukupni će tlak biti jednak zbroju parcijalnih tlakova pojedinih plinova. Tlak smjese je (Daltonov zakon)

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n,$$

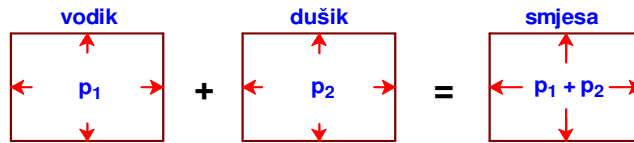
gdje su $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ tlakovi pojedinih plinova. Parcijalni ili djelomični tlak plina je tlak što bi ga imala jedna od pomiješanih količina plina kad bi sama ispunila cijeli prostor u kojemu se nalazi smjesa. Dakle, prema Daltonovu zakonu slijedi

$$p = p_1 + p_2,$$

gdje je:

$$p_1 \cdot V = \frac{m}{M_{\text{H}_2}} \cdot R \cdot T \Rightarrow p_1 = \frac{m \cdot R \cdot T}{V \cdot M_{\text{H}_2}} \text{ tlak vodika,}$$

$$p_2 \cdot V = \frac{m}{M_{N_2}} \cdot R \cdot T \Rightarrow p_2 = \frac{m \cdot R \cdot T}{V \cdot M_{N_2}} \text{ tlak dušika.}$$



Ukupni tlak iznosi:

$$p = p_1 + p_2 \Rightarrow p = \frac{m \cdot R \cdot T}{V \cdot M_{H_2}} + \frac{m \cdot R \cdot T}{V \cdot M_{N_2}} \Rightarrow p = \frac{m \cdot R \cdot T}{V} \left(\frac{1}{M_{H_2}} + \frac{1}{M_{N_2}} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{m \cdot R \cdot T}{V} \cdot \frac{M_{N_2} + M_{H_2}}{M_{H_2} \cdot M_{N_2}} = \frac{0.02 \text{ kg} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \cdot 333 \text{ K}}{5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3} \cdot \frac{0.028 \frac{\text{kg}}{\text{mol}} + 0.002 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}}{0.002 \frac{\text{kg}}{\text{mol}} \cdot 0.028 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}} =$$

$$= 59326328.57 \text{ Pa} \approx 59.33 \text{ MPa.}$$

Vježba 097

U posudi obujma 500 cm^3 nalaze se vodik (H_2) i dušik (N_2) jednakih masa, 40 g. Temperatura u posudi je $60 \text{ }^\circ\text{C}$. Koliki je ukupni tlak plinova u posudi? (plinska konstanta $R = 8.314 \text{ J}/(\text{K} \cdot \text{mol})$, molna masa vodika $M_{H_2} = 0.002 \text{ kg/mol}$, molna masa dušika $M_{N_2} = 0.028 \text{ kg/mol}$)

Rezultat: 118.65 MPa.

Zadatak 098 (Dado, gimnazija)

Plin se nalazi na temperaturi $27 \text{ }^\circ\text{C}$ i na tlaku znatno nižem od atmosferskog. Za koliko je potrebno povisiti temperaturu plina da bi se njegov tlak povećao 100%?

Rješenje 098

$$t_1 = 27 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 273 + 27 = 300 \text{ K}, \quad p_1, \quad p_2 = p_1 + 100\% \cdot p_1 = 2 \cdot p_1, \quad \Delta T = ?$$

Mijenja li se temperatura nekoj masi plina stalnog obujma (izohorna promjena), mijenjat će se tlak plina prema Charlesovu (Šarl) zakonu:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

Računamo povećanje temperature:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_1 \cdot T_2 = p_2 \cdot T_1 \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 \cdot T_1}{p_1} \Rightarrow T_2 = \frac{2 \cdot p_1 \cdot T_1}{p_1} \Rightarrow T_2 = 2 \cdot T_1.$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 \Rightarrow \Delta T = 2 \cdot T_1 - T_1 \Rightarrow \Delta T = T_1 = 300 \text{ K.}$$

Uočimo da je i $\Delta t = 300 \text{ }^\circ\text{C}$ jer je $\Delta T = \Delta t$.

Vježba 098

Plin se nalazi na temperaturi $27 \text{ }^\circ\text{C}$ i na tlaku znatno nižem od atmosferskog. Za koliko je potrebno povisiti temperaturu plina da bi se njegov tlak povećao 200%?

Rezultat: $\Delta T = 600 \text{ K}$.

Zadatak 099 (Kety, maturantica gimnazije)

Soba ima dimenzije: $a = 4 \text{ m}$, $b = 3 \text{ m}$, $c = 3 \text{ m}$.

- Kolika je masa zraka u sobi pri normiranim uvjetima?
- Kolika je gustoća zraka u sobi?

(molna masa zraka $M = 0.029 \text{ kg/mol}$, plinska konstanta $R = 8.31 \text{ J/(K} \cdot \text{mol)}$, **normirani uvjeti: tlak $p = 101325 \text{ Pa}$, temperatura $T = 273 \text{ K}$**)

Rješenje 099

$a = 4 \text{ m}$, $b = 3 \text{ m}$, $c = 3 \text{ m}$, $M = 0.029 \text{ kg/mol}$, $R = 8.31 \text{ J/(K} \cdot \text{mol)}$,
 $p = 101325 \text{ Pa}$, $T = 273 \text{ K}$, $m = ?$, $\rho = ?$

a) Iz jednačbe stanja plina dobije se masa m :

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \Rightarrow p \cdot V \cdot M = m \cdot R \cdot T \Rightarrow m = \frac{p \cdot V \cdot M}{R \cdot T} \Rightarrow [V = a \cdot b \cdot c] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = \frac{p \cdot a \cdot b \cdot c \cdot M}{R \cdot T} = \frac{101325 \text{ Pa} \cdot 4 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} \cdot 0.029 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}}{8.31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \cdot 273 \text{ K}} = 46.63 \text{ kg}.$$

b) Gustoća zraka u sobi je:

$$\left. \begin{array}{l} \rho = \frac{m}{V} \\ p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{p \cdot M}{R \cdot T} = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{p \cdot M}{R \cdot T} = \frac{101325 \text{ Pa} \cdot 0.029 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}}{8.31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \cdot 273 \text{ K}} = 1.295 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 099

Soba ima dimenzije: $a = 8 \text{ m}$, $b = 3 \text{ m}$, $c = 3 \text{ m}$. Kolika je masa zraka u sobi pri normiranim uvjetima? (molna masa zraka $M = 0.029 \text{ kg/mol}$, plinska konstanta $R = 8.31 \text{ J/(K} \cdot \text{mol)}$, **normirani uvjeti: tlak $p = 101325 \text{ Pa}$, temperatura $T = 273 \text{ K}$**)

Rezultat: 93.26 kg .

Zadatak 100 (Marinko, tehnička škola)

Za koliko se promijeni temperatura plina ako se obujam poveća dva puta, a tlak smanji tri puta?

Rješenje 100

$$V_2 = 2 \cdot V_1, \quad p_2 = \frac{2}{3} \cdot p_1, \quad \frac{\Delta T}{T} = ?$$

Općenitu ovisnost između tri parametra idealnog plina – obujma, tlaka i temperature – možemo izraziti zakonom koji sadrži sva tri plinska zakona:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}.$$

Računamo temperaturu T_2 :

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow p_1 \cdot V_1 \cdot T_2 = p_2 \cdot V_2 \cdot T_1 \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 \cdot V_2 \cdot T_1}{p_1 \cdot V_1} \Rightarrow T_2 = \frac{\frac{1}{3} \cdot p_1 \cdot 2 \cdot V_1 \cdot T_1}{p_1 \cdot V_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{2}{3} \cdot T_1.$$

Promjena temperature iznosi:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{T_1 - \frac{2}{3} \cdot T_1}{T_1} = \frac{T_1 \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right)}{T_1} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} = 0.3333 \dots \approx 33.33\%.$$

Vježba 100

Za koliko se promijeni temperatura plina ako se obujam poveća dva puta, a tlak smanji dva puta?

Rezultat: Nema promjene.