

### Zadatak 441 (Ivan, gimnazija)

Koliki treba biti minimalni volumen drvene daske ( $\rho_d = 850 \text{ kg / m}^3$ ) da bi osoba mase 50 kg, koja stoji na njoj u vodi, bila potpuno iznad vode? (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$ )

A.  $0.15 \text{ m}^3$       B.  $0.27 \text{ m}^3$       C.  $0.33 \text{ m}^3$       D.  $0.35 \text{ m}^3$

### Rješenje 441

$$\rho_d = 850 \text{ kg / m}^3, \quad m = 50 \text{ kg}, \quad \rho = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad V_d = ?$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

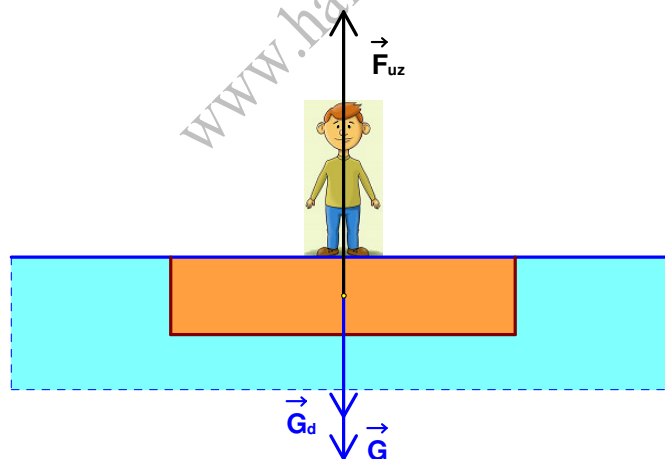
$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.



Sila uzgona  $F_{uz}$  po iznosu mora biti jednaka zbroju težine daske  $G_d$  i težine osobe  $G$ .

$$\begin{aligned} F_{uz} &= G_d + G \Rightarrow \rho \cdot g \cdot V_d = m_d \cdot g + m \cdot g \Rightarrow \rho \cdot g \cdot V_d = \rho_d \cdot V_d \cdot g + m \cdot g \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho \cdot g \cdot V_d = \rho_d \cdot V_d \cdot g + m \cdot g \quad /: g \Rightarrow \rho \cdot V_d = \rho_d \cdot V_d + m \Rightarrow \rho \cdot V_d - \rho_d \cdot V_d = m \Rightarrow \\ &\Rightarrow (\rho - \rho_d) \cdot V_d = m \Rightarrow (\rho - \rho_d) \cdot V_d = m \quad /: \frac{1}{\rho - \rho_d} \Rightarrow V_d = \frac{m}{\rho - \rho_d} = \\ &= \frac{50 \text{ kg}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0.33 \text{ m}^3. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

### Vježba 441

Koliki treba biti minimalni volumen drvene daske ( $\rho_d = 850 \text{ kg / m}^3$ ) da bi osoba mase 60 kg, koja stoji na njoj u vodi, bila potpuno iznad vode? (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$ )

- A.  $0.37 \text{ m}^3$       B.  $0.39 \text{ m}^3$       C.  $0.4 \text{ m}^3$       D.  $0.45 \text{ m}^3$

**Rezultat:** C.

### Zadatak 442 (Tomislav, gimnazija)

Djevojčica mase 34 kg sjedi na lopti tako da je lopta potpuno uronjena u vodu. Koliki je polumjer lopte? Ukupna masa lopte iznosi 200 g. Zanimarite silu uzgona na djevojčicu. (gustoća vode  $\rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3$ )

### Rješenje 442

$$m_d = 34 \text{ kg}, \quad m_l = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad r = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

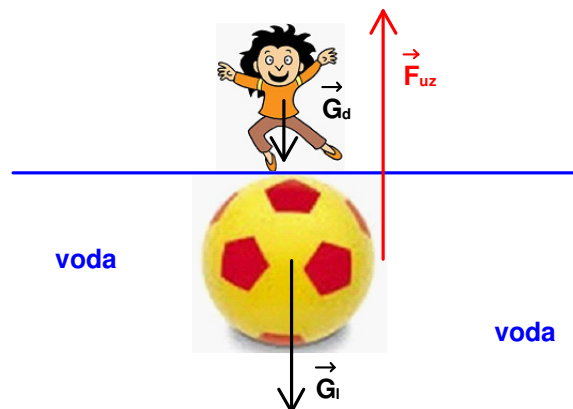
Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Kugla polumjera  $r$  ima obujam (volumen):

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$



Sila uzgona  $F_{uz}$  na loptu po iznosu je jednaka težini lopte i djevojčice.

$$\begin{aligned} F_{uz} = G_l + G_d &\Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot V_l = m_l \cdot g + m_d \cdot g \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi = (m_l + m_d) \cdot g \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi = (m_l + m_d) \cdot g \cdot \frac{3}{4 \cdot \rho_v \cdot g \cdot \pi} \Rightarrow r^3 = \frac{3 \cdot (m_l + m_d)}{4 \cdot \rho_v \cdot \pi} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow r^3 = \frac{3 \cdot (m_l + m_d)}{4 \cdot \rho_v \cdot \pi} \quad / \sqrt[3]{\quad} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot (m_l + m_d)}{4 \cdot \rho_v \cdot \pi}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot (0.2 \text{ kg} + 34 \text{ kg})}{4 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \pi}} =$$

$$= 0.2014 \text{ m} = 20.14 \text{ cm}.$$

### Vježba 442

Djevojčica mase 33.5 kg sjedi na lopti tako da je lopta potpuno uronjena u vodu. Koliki je polumjer lopte? Ukupna masa lopte iznosi 700 g. Zanimarite silu uzgona na djevojčicu. (gustoća vode  $\rho_v = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$ )

**Rezultat:** 20.14 cm.

### Zadatak 443 (Max2, gimnazija)

U tekućinu gustoće  $13500 \text{ kg} / \text{m}^3$  uronjeno je homogeno tijelo gustoće  $6750 \text{ kg} / \text{m}^3$ . Koji dio volumena tijela (u postocima) je iznad površine tekućine?

- A. 80%      B. 50%      C. 20%      D. 10%

### Rješenje 443

$$\rho_1 = 13500 \text{ kg} / \text{m}^3 \text{ gustoća tekućine,} \quad \rho_2 = 6750 \text{ kg} / \text{m}^3 \text{ gustoća tijela,} \quad \frac{V_1}{V} = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

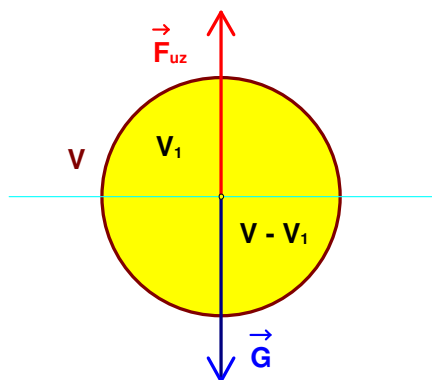
Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9 \% = \frac{9}{100}, \quad 81 \% = \frac{81}{100}, \quad 4.5 \% = \frac{4.5}{100}, \quad 547 \% = \frac{547}{100}, \quad p \% = \frac{p}{100}.$$



Neka je  $V$  volumen tijela. Označimo s  $V_1$  dio volumena tijela iznad tekućine. Tada je  $V - V_1$  volumena u tekućini. Budući da tijelo pliva, njegova težina jednaka je uzgonu.

$$\begin{aligned}
 G = F_{uz} &\Rightarrow m \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot (V - V_1) \Rightarrow \rho_2 \cdot V \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot (V - V_1) \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \rho_2 \cdot V \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot (V - V_1) \quad /: g \Rightarrow \rho_2 \cdot V = \rho_1 \cdot (V - V_1) \Rightarrow \rho_2 \cdot V = \rho_1 \cdot V - \rho_1 \cdot V_1 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \rho_1 \cdot V_1 = \rho_1 \cdot V - \rho_2 \cdot V \Rightarrow \rho_1 \cdot V_1 = (\rho_1 - \rho_2) \cdot V \Rightarrow \rho_1 \cdot V_1 = (\rho_1 - \rho_2) \cdot V \quad /: \frac{1}{V \cdot \rho_1} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1} \Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{13500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 6750 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{13500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{1}{2} \quad /: V \Rightarrow \\
 &\Rightarrow V_1 = \frac{1}{2} \cdot V \Rightarrow V_1 = \frac{50}{100} \cdot V \Rightarrow V_1 = 50\% \cdot V.
 \end{aligned}$$

Odgovor je pod B.

### Vježba 443

U tekućinu gustoće  $12600 \text{ kg/m}^3$  uronjeno je homogeno tijelo gustoće  $6300 \text{ kg/m}^3$ . Koji dio volumena tijela (u postocima) je iznad površine tekućine?

- A. 80%      B. 50%      C. 20%      D. 10%

**Rezultat:** B.

### Zadatak 444 (Tonka, maturantica)

Brzina vode u cijevi je  $0.8 \text{ m/s}$ . Koliko poraste statički tlak vode na stijenku cijevi kad se polumjer cijevi poveća 2 puta? (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

#### Rješenje 444

$$v_1 = 0.8 \text{ m/s}, \quad r, \quad R = 2 \cdot r, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \Delta p_s = ?$$

Količinu tekućine  $I$  koja prođe u jedinici vremena s nekim presjekom cijevi površine  $S$  zovemo jakost struje. Ona iznosi

$$I = S \cdot v,$$

gdje je  $v$  brzina protjecanja.

Gibanje fluida je stacionarno ako kroz bilo koji poprečni presjek cijevi za jednaki vremenski interval prođe jednaki volumen fluida. Tada vrijedi jednadžba kontinuiteta

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2,$$

gdje je  $v_1$  brzina fluida kroz presjek  $S_1$ ,  $v_2$  brzina fluida kroz presjek  $S_2$ .

Tlak tekućine na stijenke cijevi kroz koju protječe zove se statički tlak  $p_s$ . On ovisi o brzini protjecanja tekućine. Veći je što je brzina manja. Tlak koji zbog brzine tekućine nastaje unutar tekućine zove se dinamički tlak i iznosi

$$p_d = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2,$$

gdje je  $\rho$  gustoća tekućine.

Za stacionarni tok idealne tekućine u horizontalnoj cijevi vrijedi zakon u obliku Bernoullijeve jednačbe. On kaže da je zbroj statičkog i dinamičkog tlaka stalan.

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2.$$

Ploština kruga polumjera  $r$  iznosi:

$$S = r^2 \cdot \pi.$$

Kada se polumjer cijevi poveća brzina vode u njoj iznosi:

$$\begin{aligned} S_2 \cdot v_2 &= S_1 \cdot v_1 \Rightarrow R^2 \cdot \pi \cdot v_2 = r^2 \cdot \pi \cdot v_1 \Rightarrow (2 \cdot r)^2 \cdot \pi \cdot v_2 = r^2 \cdot \pi \cdot v_1 \Rightarrow 4 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v_2 = r^2 \cdot \pi \cdot v_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 4 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v_2 = r^2 \cdot \pi \cdot v_1 \cdot \frac{1}{4 \cdot r^2 \cdot \pi} \Rightarrow v_2 = \frac{v_1}{4} = \frac{0.8 \frac{m}{s}}{4} = 0.2 \frac{m}{s}. \end{aligned}$$

Računamo porast statičkog tlaka.

$$\begin{aligned} p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 &= p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \Rightarrow p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \Rightarrow [\Delta p_s = p_2 - p_1] \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta p_s = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \Rightarrow \Delta p_s = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_1^2 - v_2^2) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot \left( \left( 0.8 \frac{m}{s} \right)^2 - \left( 0.2 \frac{m}{s} \right)^2 \right) = 300 Pa. \end{aligned}$$

#### Vježba 444

Brzina vode u cijevi je 0.9 m/s. Koliko poraste statički tlak vode na stijenku cijevi kad se polumjer cijevi poveća 3 puta? (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

**Rezultat:** 400 Pa.

#### Zadatak 445 (Vedran, tehnička škola)

U šupljom kugli, polumjera 1 m, ostvaren je ultravisoki vakuum. Kolika sila djeluje na kuglu? Atmosferski tlak je 998 mbar.

#### Rješenje 445

$$r = 1 \text{ m}, \quad p = 998 \text{ mbar} = 99800 \text{ Pa}, \quad F = ?$$

Tlak je količnik sile  $F$  što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu  $S$  i te površine:

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \cdot S.$$

Oplošje kugle polumjera  $r$  iznosi:

$$S = 4 \cdot r^2 \cdot \pi.$$

Tlak unutar kugle je zanemariv pa je iznos sile koja djeluje na kuglu jednak:

$$F = p \cdot S \Rightarrow F = p \cdot 4 \cdot r^2 \cdot \pi = 99800 \text{ Pa} \cdot 4 \cdot (1 \text{ m})^2 \cdot \pi = 1254123.79 \text{ N} \approx 1.25 \cdot 10^6 \text{ N} = 1.25 \text{ MN}.$$

#### Vježba 445

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 446 (Vedran, tehnička škola)

U šupljoj kugli, polumjera 1 m, vlada tlak od 1.1 MPa, a vanjski je tlak 1 bar. Kolika sila djeluje na kuglu?

#### Rješenje 446

$$r = 1 \text{ m}, \quad p_1 = 1.1 \text{ MPa} = 1.1 \cdot 10^6 \text{ Pa}, \quad p_2 = 1 \text{ bar} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad F = ?$$

Tlak je količnik sile  $F$  što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu  $S$  i te površine:

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \cdot S.$$

Oplošje kugle polumjera  $r$  iznosi:

$$S = 4 \cdot r^2 \cdot \pi.$$

Kugla, čije je oplošje

$$S = 4 \cdot r^2 \cdot \pi,$$

nalazi se pod tlakom

$$p = p_1 - p_2$$

pa iznos sile koja djeluje na kuglu ima vrijednost

$$\begin{aligned} F = p \cdot S \Rightarrow F &= (p_1 - p_2) \cdot 4 \cdot r^2 \cdot \pi = (1.1 \cdot 10^6 \text{ Pa} - 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}) \cdot 4 \cdot (1 \text{ m})^2 \cdot \pi = \\ &= 12566370.61 \text{ N} \approx 1.26 \cdot 10^7 \text{ N}. \end{aligned}$$

### Vježba 446

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 447 (Ana, maturantica)

Na kojoj je dubini pod vodom polumjer mjehura zraka dvostruko manji od onog na površini ( $p_1 = 10^5 \text{ Pa}$ ). Temperatura vode je stalna. (gustoca vode  $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$ , ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m / s}^2$ )

#### Rješenje 447

$$R = r / 2, \quad p_1 = 10^5 \text{ Pa}, \quad \rho = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad h = ?$$

Volumen kugle polumjera  $r$  iznosi:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. Djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca  $h$  tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine  $\rho$ ,

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak  $p$  povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine  $\rho$ . Jednak je na svim mjestima na istoj dubini i djeluje jednako u svim smjerovima.

Ako pri promjeni stanja dane mase plina, temperatura ostaje stalna (izotermno stanje), promjene obujma i tlaka plina možemo opisati Boyle – Mariotteovim zakonom:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2.$$

Iz formule vidi se da su tlak i volumen obrnuto razmjerne veličine (koliko se puta tlak poveća, toliko se puta volumen smanji; koliko se puta tlak smanji, toliko se puta volumen poveća).

Na dubini  $h$  tlak  $p_2$  iznosi:

$$p_2 = p_1 + \rho \cdot g \cdot h.$$

Jednadžba stanja idealnog plina (izotermno stanje) daje

$$p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \Rightarrow (p_1 + \rho \cdot g \cdot h) \cdot \frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi = p_1 \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (p_1 + \rho \cdot g \cdot h) \cdot \frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi &= p_1 \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \cdot \frac{3}{4 \cdot \pi} \Rightarrow (p_1 + \rho \cdot g \cdot h) \cdot R^3 = p_1 \cdot r^3 \Rightarrow \\ \Rightarrow (p_1 + \rho \cdot g \cdot h) \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^3 &= p_1 \cdot r^3 \Rightarrow (p_1 + \rho \cdot g \cdot h) \cdot \frac{r^3}{8} = p_1 \cdot r^3 \Rightarrow \\ \Rightarrow (p_1 + \rho \cdot g \cdot h) \cdot \frac{r^3}{8} &= p_1 \cdot r^3 \cdot \frac{8}{r^3} \Rightarrow p_1 + \rho \cdot g \cdot h = 8 \cdot p_1 \Rightarrow \rho \cdot g \cdot h = 8 \cdot p_1 - p_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho \cdot g \cdot h = 7 \cdot p_1 \Rightarrow \rho \cdot g \cdot h &= 7 \cdot p_1 \cdot \frac{1}{\rho \cdot g} \Rightarrow h = \frac{7 \cdot p_1}{\rho \cdot g} = \frac{7 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 71.36 \text{ m.} \end{aligned}$$

### Vježba 447

Na kojoj je dubini pod vodom polumjer mjehura zraka trostruko manji od onog na površini ( $p_1 = 10^5 \text{ Pa}$ ). Temperatura vode je stalna. (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$ , ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m / s}^2$ )

**Rezultat:** 265.04 m.

### Zadatak 448 (Ivan, maturant)

Komad aluminija je obješen na niti i zatim potpuno uronjen u posudu s vodom. Ako je masa aluminija 1 kg, a njegova gustoća  $2.7 \cdot 10^3 \text{ kg / m}^3$ , koliki je omjer napetosti niti prije i poslije uranjanja? (gustoća vode  $\rho_2 = 1000 \text{ kg / m}^3$ )

A. 2.7      B. 1      C. 3.7      D. 1.59

### Rješenje 448

$$m = 1 \text{ kg}, \quad \rho_1 = 2.7 \cdot 10^3 \text{ kg / m}^3, \quad \rho_2 = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad \frac{G}{G - F_{uz}} = ?$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Težina komada aluminija je manja u vodi nego u zraku zbog uzgona pa vrijedi:

$$\frac{G}{G - F_{uz}} = \frac{m \cdot g}{m \cdot g - \rho_2 \cdot g \cdot V} \Rightarrow \frac{G}{G - F_{uz}} = \frac{\rho_1 \cdot V \cdot g}{\rho_1 \cdot V \cdot g - \rho_2 \cdot g \cdot V} \Rightarrow \frac{G}{G - F_{uz}} = \frac{\rho_1 \cdot V \cdot g}{V \cdot g \cdot (\rho_1 - \rho_2)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{G}{G - F_{uz}} = \frac{\rho_1 \cdot V \cdot g}{V \cdot g \cdot (\rho_1 - \rho_2)} \Rightarrow \frac{G}{G - F_{uz}} = \frac{\rho_1}{\rho_1 - \rho_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{G}{G - F_{uz}} = \frac{2.7 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2.7 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \Rightarrow \frac{G}{G - F_{uz}} = 1.59.$$

Odgovor je pod D.

### Vježba 448

Komad aluminija je obješen na niti i zatim potpuno uronjen u posudu s vodom. Ako je masa aluminija 2 kg, a njegova gustoća  $2.7 \cdot 10^3 \text{ kg / m}^3$ , koliki je omjer napetosti niti prije i poslije uranjanja? (gustoća vode  $\rho_2 = 1000 \text{ kg / m}^3$ )

- A. 2.7      B. 1      C. 3.7      D. 1.59

**Rezultat:** D.

### Zadatak 449 (Valentina, medicinska škola)

Djevojčica mase 34 kg sjedi na lopti tako da je lopta potpuno uronjena u vodu. Koliki je polumjer lopte? Ukupna masa lopte iznosi 200 g. Zanemarite silu uzgona na djevojčicu. (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$ )

### Rješenje 449

$m_1 = 34 \text{ kg}$  masa djevojčice,       $m_2 = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}$  masa lopte,       $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$ ,  
 $r = ?$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Kugla polumjera  $r$  ima obujam (volumen):

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Budući da je zanemarena sila uzgona na djevojčicu, sila uzgona na loptu mora po iznosu biti jednaka težinama djevojčice i lopte.

$$F_{uz} = G_1 + G_2 \Rightarrow \rho \cdot g \cdot V = m_1 \cdot g + m_2 \cdot g \Rightarrow \rho \cdot g \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi = (m_1 + m_2) \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho \cdot g \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi = (m_1 + m_2) \cdot g \quad / \cdot \frac{3}{\rho \cdot g \cdot 4 \cdot \pi} \Rightarrow r^3 = \frac{3 \cdot (m_1 + m_2)}{4 \cdot \pi \cdot \rho} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow r^3 = \frac{3 \cdot (m_1 + m_2)}{4 \cdot \pi \cdot \rho} \quad / \quad \sqrt[3]{\quad} \quad \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot (m_1 + m_2)}{4 \cdot \pi \cdot \rho}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot (34 \text{ kg} + 0.2 \text{ kg})}{4 \cdot \pi \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} =$$

$$= 0.2014 \text{ m} = 20.14 \text{ cm}.$$

### Vježba 449

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 450 (Lea, srednja škola)

Drveni kvadar gustoće  $0.5 \text{ g/cm}^3$  pliva na ulju gustoće  $0.85 \text{ g/cm}^3$ . Koliki će dio kvadra, izražen u postotku, biti iznad ulja?

- A. 40.4%      B. 40.86%      C. 41.18%      D. 42.14%

### Rješenje 450

$$\rho_1 = 0.5 \text{ g/cm}^3 = 500 \text{ kg/m}^3 \text{ kvadar}, \quad \rho_2 = 0.85 \text{ g/cm}^3 = 850 \text{ kg/m}^3 \text{ ulje}, \quad p = ?$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 547\% = \frac{547}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

**Kako u postotku izraziti smanjenje broja a za broj b?**

$$p = \frac{a-b}{a} \cdot 100\%.$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

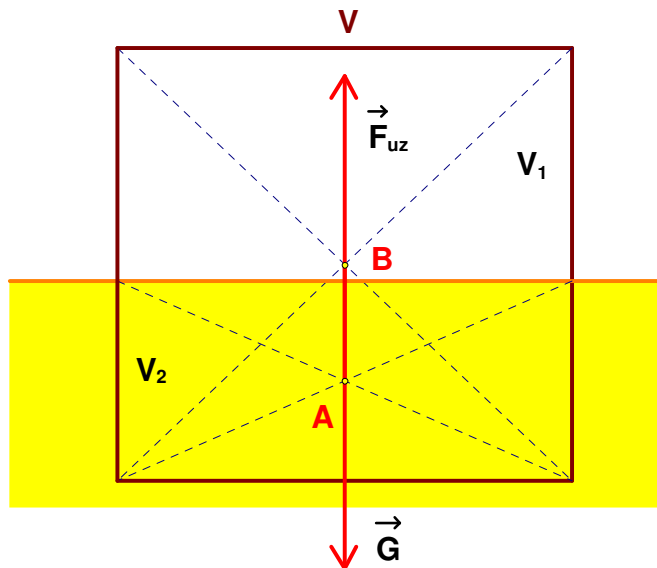
$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.



Neka je:

- $V_1$  – dio obujma kvadra iznad ulja
- $V_2$  – dio obujma kvadra uronjen u ulje
- $V$  – obujam kvadra.

Tada je

$$V = V_1 + V_2 \Rightarrow V_2 = V - V_1.$$

Sila teža

$$G = m \cdot g \Rightarrow G = \rho_1 \cdot V \cdot g$$

djeluje u točki B (središte mase kvadra), a uzgon

$$F_{uz} = \rho_2 \cdot V_2 \cdot g$$

djeluje u točki A (središte mase potopljenog dijela kvadra). Budući da kvadar pliva na ulju, sila teža po iznosu jednaka je uzgonu.

$$G = F_{uz} \Rightarrow \rho_1 \cdot V \cdot g = \rho_2 \cdot V_2 \cdot g \Rightarrow \rho_1 \cdot V \cdot g = \rho_2 \cdot V_2 \cdot g \quad /: g \Rightarrow \rho_1 \cdot V = \rho_2 \cdot V_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_1 \cdot V = \rho_2 \cdot (V - V_1) \Rightarrow \rho_1 \cdot V = \rho_2 \cdot V - \rho_2 \cdot V_1 \Rightarrow \rho_2 \cdot V_1 = \rho_2 \cdot V - \rho_1 \cdot V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_2 \cdot V_1 = (\rho_2 - \rho_1) \cdot V \Rightarrow \rho_2 \cdot V_1 = (\rho_2 - \rho_1) \cdot V \quad /: \frac{1}{\rho_2 \cdot V} \Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}.$$

Postotak je

$$p = \frac{V_1}{V} \cdot 100\% \Rightarrow p = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \cdot 100\% = \frac{850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \cdot 100\% = 41.18\%.$$

Odgovor je pod C.

### Vježba 450

Drveni kvadar gustoće  $0.5 \text{ g/cm}^3$  pliva na ulju gustoće  $0.8 \text{ g/cm}^3$ . Koliki će dio kvadra, izražen u postotku, biti iznad ulja?

- A. 37.5%      B. 37.9%      C. 38.1%      D. 38.6%

**Rezultat:** A.

### Zadatak 451 (Nata, gimnazija)

Legura zlata i srebra teška je u zraku 120 g, a u vodi 110.4 g. Gustoća zlata je  $19300 \text{ kg/m}^3$ , a srebra  $10500 \text{ kg/m}^3$ . Odredite postotke zlata i srebra u leguri. (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

#### Rješenje 451

$$G_1 = 120 \text{ g} = 0.12 \text{ kg}, \quad G_2 = 110.4 \text{ g} = 0.1104 \text{ kg}, \quad \rho_z = 19300 \text{ kg/m}^3, \\ \rho_s = 10500 \text{ kg/m}^3, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3 \text{ voda}, \quad x = ?, \quad y = ?$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9 \% = \frac{9}{100}, \quad 81 \% = \frac{81}{100}, \quad 4.5 \% = \frac{4.5}{100}, \quad 547 \% = \frac{547}{100}, \quad p \% = \frac{p}{100}.$$

Decimalni broj dijelimo dekadskom jedinicom (10, 100, 1000, 10000, ...) tako da mu decimalnu točku pomaknemo ulijevo za onoliko mjesta koliko dekadski jedinica ima nula.

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g \Rightarrow G = \rho \cdot V \cdot g \Rightarrow V \cdot g = \frac{G}{\rho}.$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Neka su  $G_s$  i  $G_z$  težine srebra i zlata u leguri. Tada je

$$G_s + G_z = G_1.$$

Označimo postotke srebra i zlata slovima x i y.

$$x = \frac{G_s}{G_1}, \quad y = \frac{G_z}{G_1}.$$

Tada je

$$x + y = \frac{G_s}{G_1} + \frac{G_z}{G_1} \Rightarrow x + y = \frac{G_s + G_z}{G_1} \Rightarrow x + y = \frac{G_1}{G_1} \Rightarrow x + y = 1.$$

Težina legure u vodi bit će manja zbog uzgona.

$$G_2 = G_1 - F_{uz} \Rightarrow G_2 = G_1 - \rho \cdot V \cdot g.$$

Volumen legure je V i jednak je zbroju volumena srebra i zlata.

$$V = V_s + V_z.$$

Dalje slijedi:

$$\begin{aligned}
G_2 &= G_1 - \rho \cdot g \cdot (V_s + V_z) \Rightarrow G_2 = G_1 - \rho \cdot (g \cdot V_s + g \cdot V_z) \Rightarrow G_2 = G_1 - \rho \cdot \left( \frac{G_s}{\rho_s} + \frac{G_z}{\rho_z} \right) \Rightarrow \\
&\Rightarrow G_2 = G_1 - \frac{\rho}{\rho_s} \cdot G_s - \frac{\rho}{\rho_z} \cdot G_z \Rightarrow G_2 = G_1 - \frac{\rho}{\rho_s} \cdot G_s - \frac{\rho}{\rho_z} \cdot G_z \cdot \frac{1}{G_1} \Rightarrow \\
\Rightarrow \frac{G_2}{G_1} &= \frac{G_1}{G_1} - \frac{\rho}{\rho_s} \cdot \frac{G_s}{G_1} - \frac{\rho}{\rho_z} \cdot \frac{G_z}{G_1} \Rightarrow \frac{G_2}{G_1} = \frac{G_1}{G_1} - \frac{\rho}{\rho_s} \cdot x - \frac{\rho}{\rho_z} \cdot y \Rightarrow \frac{G_2}{G_1} = 1 - \frac{\rho}{\rho_s} \cdot x - \frac{\rho}{\rho_z} \cdot y \Rightarrow \\
&\Rightarrow \frac{G_2}{G_1} = 1 - \frac{\rho}{\rho_s} \cdot x - \frac{\rho}{\rho_z} \cdot y + \frac{\rho}{\rho_z} \cdot x \Rightarrow \frac{G_2}{G_1} - 1 + \frac{\rho}{\rho_z} = -\frac{\rho}{\rho_s} \cdot x + \frac{\rho}{\rho_z} \cdot x \Rightarrow \\
&\Rightarrow \frac{G_2}{G_1} - 1 + \frac{\rho}{\rho_z} = x \cdot \left( \frac{\rho}{\rho_z} - \frac{\rho}{\rho_s} \right) \Rightarrow \frac{G_2}{G_1} + \frac{\rho}{\rho_z} - 1 = x \cdot \rho \cdot \left( \frac{1}{\rho_z} - \frac{1}{\rho_s} \right) \Rightarrow \\
&\Rightarrow \frac{G_2}{G_1} - 1 + \frac{\rho}{\rho_z} = x \cdot \left( \frac{\rho}{\rho_z} - \frac{\rho}{\rho_s} \right) \Rightarrow \frac{G_2}{G_1} + \frac{\rho}{\rho_z} - 1 = x \cdot \rho \cdot \frac{\rho_s - \rho_z}{\rho_z \cdot \rho_s} \Rightarrow \\
&\Rightarrow \frac{G_2}{G_1} + \frac{\rho}{\rho_z} - 1 = x \cdot \frac{\rho \cdot (\rho_s - \rho_z)}{\rho_z \cdot \rho_s} \Rightarrow x \cdot \frac{\rho \cdot (\rho_s - \rho_z)}{\rho_z \cdot \rho_s} = \frac{G_2}{G_1} + \frac{\rho}{\rho_z} - 1 \Rightarrow \\
&\Rightarrow x \cdot \frac{\rho \cdot (\rho_s - \rho_z)}{\rho_z \cdot \rho_s} = \frac{G_2}{G_1} + \frac{\rho}{\rho_z} - 1 \cdot \frac{\rho_z \cdot \rho_s}{\rho \cdot (\rho_s - \rho_z)} \Rightarrow \\
&\Rightarrow x = \left( \frac{G_2}{G_1} + \frac{\rho}{\rho_z} - 1 \right) \cdot \frac{\rho_z \cdot \rho_s}{\rho \cdot (\rho_s - \rho_z)} = \\
&= \left( \frac{0.1104 \text{ kg}}{0.12 \text{ kg}} + \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{19300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} - 1 \right) \cdot \frac{19300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left( 10500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 19300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)} = 0.6491 = \frac{64.91}{100} = 64.91\%.
\end{aligned}$$

Tada je y jednako

$$x + y = 1 \Rightarrow y = 1 - x \Rightarrow y = 1 - 0.6491 \Rightarrow y = 0.3509 \Rightarrow y = \frac{35.09}{100} = 35.09\%.$$

### Vježba 451

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 452 (Tomislav, tehnička škola)

Kolika količina vode istječe u jednoj minuti iz spremnika kroz otvor promjera 4 cm koji se nalazi 4.9 m ispod razine vode? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 452

$$d = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}, \quad h = 4.9 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad I = ?$$

Količinu tekućine I koja prođe u jedinici vremena s nekim presjekom cijevi površine S zovemo jakost struje. Ona iznosi

$$I = S \cdot v,$$

gdje je v brzina protjecanja.

Površina kruga promjera d dana je izrazom

$$S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

Brzina istjecanja iz posude kroz otvor na dubini h ispod razine tekućine iznosi:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$\left. \begin{array}{l} S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \\ v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \end{array} \right\} \Rightarrow [I = S \cdot v] \Rightarrow I = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \frac{(0.04 \text{ m})^2 \cdot \pi}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4.9 \text{ m}} =$$

$$= 0.0123 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 0.0123 \frac{\text{m}^3}{\frac{1}{60} \text{ min}} = 0.0123 \cdot 60 \frac{\text{m}^3}{\text{min}} = 0.74 \frac{\text{m}^3}{\text{min}}$$

### Vježba 452

Kolika količina vode istječe u jednoj minuti iz spremnika kroz otvor promjera 5 cm koji se nalazi 5.4 m ispod razine vode? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:**  $1.21 \text{ m}^3 / \text{min}$ .