

Zadatak 401 (Darko, veleučilište)

Predmet od legure bakra i zlata teži u zraku 0.49 N, a uronjen u alkohol 0.46 N. Odredite masu zlata u predmetu. Zanimarite uzgon u zraku. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća bakra $\rho_1 = 8900 \text{ kg/m}^3$, gustoća zlata $\rho_2 = 19300 \text{ kg/m}^3$, gustoća alkohola $\rho = 790 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 401

$G = 0.49 \text{ N}$ težina u zraku, $G_1 = 0.46 \text{ N}$ težina u alkoholu, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$,
 $\rho_1 = 8900 \text{ kg/m}^3$, $\rho_2 = 19300 \text{ kg/m}^3$, $\rho = 790 \text{ kg/m}^3$, $m_2 = ?$ masa zlata

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g \Rightarrow m = \frac{G}{g},$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Označimo slovom m masu predmeta od legure bakra i zlata. Tada je

$$m = m_1 + m_2,$$

gdje je m_1 masa bakra, m_2 masa zlata.

Težina G_1 predmeta u alkoholu jednaka je razlici težine G predmeta u zraku i sile uzgona F_{uz} .

$$G_1 = G - F_{uz} \Rightarrow G_1 = G - \rho \cdot g \cdot (V_1 + V_2) \Rightarrow \rho \cdot g \cdot (V_1 + V_2) = G - G_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho \cdot g \cdot (V_1 + V_2) = G - G_1 \cdot \frac{1}{\rho \cdot g} \Rightarrow V_1 + V_2 = \frac{G - G_1}{\rho \cdot g} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} \\ V_2 = \frac{m_2}{\rho_2} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} = \frac{G - G_1}{\rho \cdot g}.$$

Iz

$$m = m_1 + m_2$$

dobije se

$$m_1 = m - m_2.$$

Promatramo sustav jednažba.

$$\left. \begin{aligned} m_1 = m - m_2 \\ \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} = \frac{G - G_1}{\rho \cdot g} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{m - m_2}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} = \frac{G - G_1}{\rho \cdot g} \Rightarrow \frac{m}{\rho_1} - \frac{m_2}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} = \frac{G - G_1}{\rho \cdot g} \Rightarrow \\
\Rightarrow \frac{m_2}{\rho_2} - \frac{m_2}{\rho_1} = \frac{G - G_1}{\rho \cdot g} - \frac{m}{\rho_1} \Rightarrow \left[m = \frac{G}{g} \right] \Rightarrow m_2 \cdot \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right) = \frac{G - G_1}{\rho \cdot g} - \frac{G}{g \cdot \rho_1} \Rightarrow \\
\Rightarrow m_2 \cdot \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right) = \frac{G - G_1}{\rho \cdot g} - \frac{G}{g \cdot \rho_1} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1}} \Rightarrow m_2 = \frac{\frac{G - G_1}{\rho \cdot g} - \frac{G}{g \cdot \rho_1}}{\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1}} = \\
= \frac{\frac{0.49 \text{ N} - 0.46 \text{ N}}{790 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} - \frac{0.49 \text{ N}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}{\frac{1}{19300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} - \frac{1}{8900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 0.0288 \text{ kg} = 28.8 \text{ g}.$$

Vježba 401

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 402 (Alen, obrtnička škola)

Tijela građena od različitih tvari imaju jednake mase. Što možemo reći za njihove volumene?

- A. Imaju jednake volumene. B. Volumeni su razmjerni njihovim gustoćama.
C. Volumeni su obrnuto razmjerni njihovim gustoćama.
D. Volumeni ne ovise o gustoćama tijela.

Rješenje 402

$$m_1 = m_2, \quad \rho_1, \quad \rho_2$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegovog obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Omjer je količnik dviju istovrsnih veličina

$$a : b = k \text{ ili } \frac{a}{b} = k,$$

gdje je:

- a – prvi član omjera,
b – drugi član omjera,
k – vrijednost (kvocijent) omjera.

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \text{ i } c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c.

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

Neka je:

$$\left. \begin{array}{l} m_1 = \rho_1 \cdot V_1 \\ m_2 = \rho_2 \cdot V_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{pretpostavka} \\ m_1 = m_2 \end{array} \right] \Rightarrow \rho_1 \cdot V_1 = \rho_2 \cdot V_2 \Rightarrow V_1 : V_2 = \rho_2 : \rho_1.$$

Tijela različitih materijala mogu imati jednaku masu ako su im volumeni obrnuto razmjerni njihovim gustoćama.

Odgovor je pod C.

Vježba 402

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 403 (Alen, obrtnička škola)

Odredi volumen tijela koje je u vodi za 0.5 N lakše nego u zraku. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 403

$$\Delta G = F_{uz} = 0.5 \text{ N}, \quad \rho = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad V = ?$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Sila koja olakšava tijelo u vodi je uzgon.

$$\begin{aligned} F_{uz} = \rho \cdot g \cdot V &\Rightarrow \rho \cdot g \cdot V = F_{uz} \Rightarrow \rho \cdot g \cdot V = F_{uz} \cdot \frac{1}{\rho \cdot g} \Rightarrow V = \frac{F_{uz}}{\rho \cdot g} = \\ &= \frac{0.5 \text{ N}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 5.097 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 = 50.97 \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

Vježba 403

Odredi volumen tijela koje je u vodi za 500 mN lakše nego u zraku. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 50.97 cm³.

Zadatak 404 (Jelena, gimnazija)

Lagana opruga konstante elastičnosti 90 N / m zanemarive mase pričvršćena je za pod. Na oprugu se pričvrsti balon volumena 5 m³ punjen helijem, Ukupna masa balona i helija u njemu iznosi 0.897 kg. Ako je gustoća okolnog zraka 1.29 kg / m³ izračunajte maksimalno produljenje opruge y . (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 404

$$k = 90 \text{ N / m}, \quad V = 5 \text{ m}^3, \quad m = 0.897 \text{ kg}, \quad \rho = 1.29 \text{ kg / m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2,$$

$y = ?$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju

jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže. Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Sila koja djeluje na tijelo mase m i pod djelovanjem koje tijelo harmonički titra jednaka je

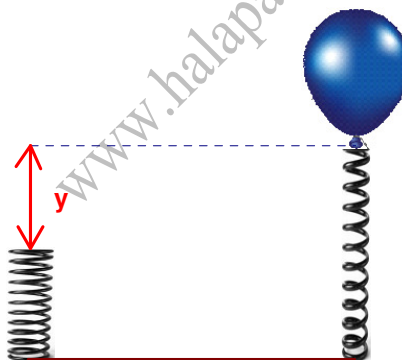
$$F = -k \cdot x,$$

gdje je k konstanta elastičnosti, x pomak, elongacija ili udaljenost od položaja ravnoteže. Predznak minus pokazuje da je harmonička sila suprotnog smjera od elongacije. U numeričkim izračunima dopušteno je zanemariti minus. Kada je riječ o opruzi, konstanta k zove se konstanta elastičnosti opruge.

Ovdje je elastična sila rezultanta sile uzgona zraka i težine balona i helija. Ona uvjetuje produljenje opruge.

$$F_{el} = F_{uz} - G \Rightarrow k \cdot y = \rho \cdot g \cdot V - m \cdot g \Rightarrow k \cdot y = g \cdot (\rho \cdot V - m) \Rightarrow k \cdot y = g \cdot (\rho \cdot V - m) / \frac{1}{k} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{g \cdot (\rho \cdot V - m)}{k} = \frac{9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \left(1.29 \frac{kg}{m^3} \cdot 5 m^3 - 0.897 kg \right)}{90 \frac{N}{m}} = 0.61 m.$$



Vježba 404

Lagana opruga konstante elastičnosti 90 N/m zanemarive mase pričvršćena je za pod. Na oprugu se pričvrsti balon volumena 5 m^3 punjen helijem, Ukupna masa balona i helija u njemu iznosi 897 g . Ako je gustoća okolnog zraka 1.29 kg/m^3 izračunajte maksimalno produljenje opruge y . (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 0.61 m .

Zadatak 405 (Sanela, gimnazija)

Volumen sante leda iznad vode iznosi 150 m^3 , gustoća leda je 0.92 g/cm^3 . Odredi ukupni volumen i masu sante. (gustoća morske vode $\rho_v = 1030 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 405

$V_1 = 150 \text{ m}^3$, $\rho = 0.92 \text{ g/cm}^3 = 920 \text{ kg/m}^3$, $\rho_v = 1030 \text{ kg/m}^3$, $V = ?$, $m = ?$
Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Neka je V ukupan volumen sante leda. Tada je pod vodom dio sante leda volumena

$$V_2 = V - V_1.$$

Santa leda pliva pa je uzgon F_{uz} jednak težini G, a postiže se onim dijelom volumena V_2 koji je u vodi.

$$\left. \begin{array}{l} V_2 = V - V_1 \\ F_{uz} = G \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} V_2 = V - V_1 \\ \rho_v \cdot g \cdot V_2 = m \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot (V - V_1) = m \cdot g \Rightarrow [m = \rho \cdot V] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot (V - V_1) = \rho \cdot V \cdot g \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot (V - V_1) = \rho \cdot V \cdot g \quad /: g \Rightarrow \rho_v \cdot (V - V_1) = \rho \cdot V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_v \cdot V - \rho_v \cdot V_1 = \rho \cdot V \Rightarrow \rho_v \cdot V - \rho \cdot V = \rho_v \cdot V_1 \Rightarrow (\rho_v - \rho) \cdot V = \rho_v \cdot V_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\rho_v - \rho) \cdot V = \rho_v \cdot V_1 \quad /: \frac{1}{\rho_v - \rho} \Rightarrow V = \frac{\rho_v \cdot V_1}{\rho_v - \rho} = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 150 \text{ m}^3}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 1404.55 \text{ m}^3.$$

Računamo masu sante leda.

$$m = \rho \cdot V = 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1404.55 \text{ m}^3 = 1292186 \text{ kg} \approx 1292.2 \text{ t}.$$

Vježba 405

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 406 (Sanela, gimnazija)

U valjkastoj posudi polumjera 30 cm nalazi se vertikalni stup vode visine 2 m koju tlači klip mase 25 kg. Izračunaj ukupan tlak na dnu ove posude. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 406

$$r = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}, \quad h = 2 \text{ m}, \quad m = 25 \text{ kg}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3,$$

$p = ?$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na

horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže. Tlak je količnik sile F što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu S i te površine:

$$p = \frac{F}{S}.$$

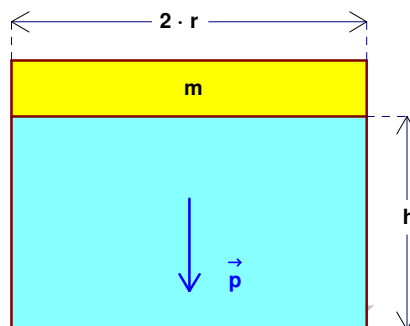
Ploština kruga polumjera r iznosi:

$$S = r^2 \cdot \pi.$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. Djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ ,

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ . Jednak je na svim mjestima na istoj dubini i djeluje jednako u svim smjerovima.



Tlak na dno posude jednak je zbroju:

- hidrostatskog tlaka na dubini h

$$p_1 = \rho \cdot g \cdot h$$

- tlaka klipa uslijed svoje mase (težine)

$$p_2 = \frac{G}{S} \Rightarrow p_2 = \frac{m \cdot g}{r^2 \cdot \pi}.$$

Dobije se:

$$p = p_1 + p_2 \Rightarrow p = \rho \cdot g \cdot h + \frac{m \cdot g}{r^2 \cdot \pi} \Rightarrow p = g \cdot \left(\rho \cdot h + \frac{m}{r^2 \cdot \pi} \right) =$$

$$= 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \left(1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 2 m + \frac{25 kg}{(0.3 m)^2 \cdot \pi} \right) = 20487.39 Pa \approx 20.5 kPa.$$

Vježba 406

U valjkastoj posudi polumjera 3 dm nalazi se vertikalni stup vode visine 20 dm koju tlači klip mase 25 kg. Izračunaj ukupan tlak na dnu ove posude. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 m/s^2$, gustoća vode $\rho = 1000 kg/m^3$)

Rezultat: 20.5 kPa.

Zadatak 407 (Sanela, gimnazija)

U bazenu se nalazi čamac natovaren drvom (gustoća manja od gustoće vode). Ako se drvo izbaci u bazen, što će se dogoditi s razinom vode? (gustoća vode ρ_v , ubrzanje slobodnog pada g)

- A. Spustit će se. B. Ostat će ista. C. Povisit će se.
D. Ovisi o vrsti drva. E. Ovisi o količini vode u bazenu.

Rješenje 407

ρ_v , g

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

1. inačica

Razina vode ostaje ista bez obzira je li drvo u čamcu ili samo pliva izvan čamca u bazenu. Tijelo koje pliva istiskuje volumen vode čija je težina jednaka težini tog tijela.

Odgovor je pod B.

2. inačica

Neka je:

- m_1 masa čamca
- m_2 masa drva.

Čamac natovaren drvima pliva u bazenu jer je težina čamca i drva jednaka uzgonu.

$$(m_1 + m_2) \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V, \quad V \text{ je uronjeni dio čamca.}$$

Računamo V .

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2) \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V &\Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot V = (m_1 + m_2) \cdot g \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot V = (m_1 + m_2) \cdot g \cdot \frac{1}{\rho_v \cdot g} \Rightarrow \\ &\Rightarrow V = \frac{m_1 + m_2}{\rho_v}. \end{aligned}$$

Kada se drvo izbací u bazen:

- sam čamac pliva jer je njegova težina jednaka uzgonu

$$m_1 \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V_1, \quad V_1 \text{ je uronjeni dio samog čamca.}$$

Računamo V_1 .

$$m_1 \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V_1 \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot V_1 = m_1 \cdot g \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot V_1 = m_1 \cdot g \cdot \frac{1}{\rho_v \cdot g} \Rightarrow V_1 = \frac{m_1}{\rho_v}.$$

- drvo pliva jer je njegova težina jednaka uzgonu

$$m_2 \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V_2, \quad V_2 \text{ je uronjeni dio drva.}$$

Računamo V_2 .

$$m_2 \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V_2 \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot V_2 = m_2 \cdot g \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot V_2 = m_2 \cdot g \cdot \frac{1}{\rho_v \cdot g} \Rightarrow V_2 = \frac{m_2}{\rho_v}.$$

Promjena razine vode u bazenu iznosi:

$$\Delta V = V - (V_1 + V_2) \Rightarrow \Delta V = \frac{m_1 + m_2}{\rho_v} - \left(\frac{m_1}{\rho_v} + \frac{m_2}{\rho_v} \right) \Rightarrow \Delta V = \frac{m_1 + m_2}{\rho_v} - \frac{m_1 + m_2}{\rho_v} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta V = \frac{m_1 + m_2}{\rho_v} - \frac{m_1 + m_2}{\rho_v} \Rightarrow \Delta V = 0.$$

Dakle, razina ostaje jednaka.

Odgovor je pod B.

Vježba 407

U bazenu napunjenom vodom gustoće ρ_v , na zračnom jastuku, nalazi se predmet gustoće ρ . Ako se predmet izbaciti u bazen što se tada događa sa razinom vode? Pretpostavimo da je $\rho < \rho_v$.

- A. Spustit će se. B. Ostat će ista. C. Povisit će se.
D. Ovisi o vrsti predmeta. E. Ovisi o količini vode u bazenu.

Rezultat: B.

Zadatak 408 (Tea, gimnazija)

Dvije čaše napunjene vodom do vrha imaju jednake mase. Ako u jednu čašu stavimo komad drveta koji pluta, koja će čaša imati veću masu?

- A. čaša s drvetom B. čaša s drvetom ako se uračuna atmosferski tlak
C. čaša bez drveta D. obje čaše imat će jednake mase
E. nema dovoljno informacija da bi se dao valjan zaključak

Rješenje 408

$$m_1 = m_2$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_f \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_f gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Budući da je težina (masa) istisnute vode jednaka težini (masi) komada drveta koje pluta, obje će čaše imati jednake mase.

Odgovor je pod D.

Vježba 408

Dvije posude, jednakih volumena i masa, napunjene su do vrha vodom. Vaga na kojoj se posude nalaze je laboratorijska mehanička vaga. Ako se u jednu posudu stavi komad drveta hoće li vaga ostati u ravnoteži? (Vaga ima dvije rešetkaste zdjelice da voda može otjecati.)

Rezultat: Budući da je težina (masa) istisnute vode jednaka težini (masi) komada drveta koje pluta, vaga će ostati u ravnoteži.

Zadatak 409 (Tea, gimnazija)

Spheres X and Y of the same material fall at their terminal velocities through a liquid without causing turbulence. If Y has twice the radius of X, the ratio of the terminal velocity of Y to that of X is

- A. 1 : 4 B. 1 : 2 C. 1 : 1 D. 2 : 1 E. 4 : 1

Rješenje 409

$$r_2 = 2 \cdot r_1, \quad \rho_1 = \rho_2 = \rho, \quad \rho_f - \text{gustoća fluida}, \quad v_2 : v_1 = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_f \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_f gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Kugla polumjera r ima obujam (volumen):

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Viskoznost je trenje nastalo pri strujanju fluida (tekućine ili plina) zbog različite brzine gibanja njegovih slojeva.

Viskoznost fluida uzrokuje i otpor gibanju čvrstih tijela kroz fluid. Sila otpora za kuglu polumjera r koja se brzinom v giba u fluidu viskoznosti η ili se taj fluid giba oko nje iznosi:

$$F = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v.$$

Kada kuglica postigne ravnotežnu brzinu (terminalnu brzinu) sila viskoznosti jednaka je težini kuglice umanjenoj za uzgon.

$$\begin{aligned} 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v &= G - F_{uz} \Rightarrow 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v = m \cdot g - \rho_f \cdot g \cdot V \Rightarrow \\ \Rightarrow 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v &= \rho \cdot V \cdot g - \rho_f \cdot g \cdot V \Rightarrow 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v = g \cdot V \cdot (\rho - \rho_f) \Rightarrow \\ \Rightarrow 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v &= g \cdot V \cdot (\rho - \rho_f) / \cdot \frac{1}{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r} \Rightarrow v = \frac{g \cdot V \cdot (\rho - \rho_f)}{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r}. \end{aligned}$$

Dobili smo izraz za brzinu.

Dogovor!

Polumjer planeta X bit će r_1 . Polumjer planeta Y bit će r_2 .

U zadatku su dva planeta X (indeks 1) i Y (indeks 2).

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \frac{g \cdot V_1 \cdot (\rho_1 - \rho_f)}{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_1} \\ v_2 &= \frac{g \cdot V_2 \cdot (\rho_2 - \rho_f)}{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_1 &= \frac{g \cdot V_1 \cdot (\rho - \rho_f)}{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_1} \\ v_2 &= \frac{g \cdot V_2 \cdot (\rho - \rho_f)}{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\frac{g \cdot V_2 \cdot (\rho - \rho_f)}{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_2}}{\frac{g \cdot V_1 \cdot (\rho - \rho_f)}{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_1}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\frac{g \cdot V_2 \cdot (\rho - \rho_f)}{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_2}}{\frac{g \cdot V_1 \cdot (\rho - \rho_f)}{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_1}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{V_2 \cdot r_1}{V_1 \cdot r_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi \cdot r_1}{\frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi \cdot r_2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi \cdot r_1}{\frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi \cdot r_2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{uvjet} \\ r_2 = 2 \cdot r_1 \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{2 \cdot r_1}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{2 \cdot r_1}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{2^2}{1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{4}{1} \Rightarrow v_2 : v_1 = 4 : 1.$$

Odgovor je pod E.

Vježba 409

Spheres X and Y of the same material fall at their terminal velocities through a liquid without causing turbulence. If Y has twice the radius of X, the ratio of the terminal velocity of X to that of Y is

- A. 1 : 4 B. 1 : 2 C. 1 : 1 D. 2 : 1 E. 4 : 1

Rezultat: A.

Zadatak 410 (Lussy, medicinska škola; Mario, tehnička škola)

U čaši pliva grumen leda. Što će se dogoditi s razinom vode kad se led otopi?
(Kocka leda pluta na vrhu pune čaše. Kada se rastopi hoće li se dio vode preliti iz čaše?)
(gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3$, gustoća leda $\rho = 916.7 \text{ kg / m}^3$)

Rješenje 410

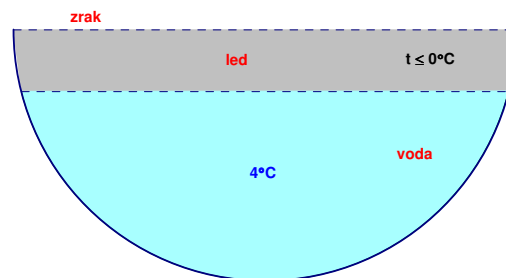
$$\rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad \rho = 916.7 \text{ kg / m}^3$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Anomalija vode

Snizujemo li temperaturu vode do 4°C volumen joj se smanjuje. Daljnjim smanjenjem temperature volumen vode povećava se. Dakle, voda se pri smrzavanju širi dok se većini tvari smanjenjem temperature volumen smanjuje.



Oredimo volumen 1 kg vode u tekućem stanju i u obliku leda:

$$\bullet \text{ voda } \left. \begin{array}{l} m = 1 \text{ kg} \\ \rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[V = \frac{m}{\rho} \right] \Rightarrow V = \frac{1 \text{ kg}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0.001 \text{ m}^3 = 1 \text{ dm}^3$$

$$\bullet \text{ led } \left. \begin{array}{l} m = 1 \text{ kg} \\ \rho = 916.7 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[V = \frac{m}{\rho} \right] \Rightarrow V = \frac{1 \text{ kg}}{916.7 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 1.091 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 1.091 \text{ dm}^3.$$

Masa 1 kg vode u tekućem stanju ima manji volumen od iste mase smrznute vode (leda). Kada se voda zaledi širi se i zauzima više prostora nego u tekućem stanju. Dakle, grumen leda (kocka leda) rastopit će se, ali se voda ne prelijeva.

Vježba 410

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 411 (Igor, tehnička škola)

Na svladavanje trenja pri premještanju 0.05 dm^3 vode u horizontalnoj cijevi od mjesta na kojem je tlak $4 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ do nekog drugog mjesta utrošen je rad 0.5 J . Koliki je tlak na tome drugome mjestu?

Rješenje 411

$$V = 0.05 \text{ dm}^3 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3, \quad p_1 = 4 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad W = 0.5 \text{ J}, \quad p_2 = ?$$

Rad pri protoku fluida volumena V (koji je nestlačiv) s mjesta gdje je tlak p_1 na mjesto gdje je tlak p_2 jednak je:

$$\begin{aligned} W &= (p_1 - p_2) \cdot V. \\ W &= (p_1 - p_2) \cdot V \Rightarrow W = (p_1 - p_2) \cdot V \cdot \frac{1}{V} \Rightarrow \frac{W}{V} = p_1 - p_2 \Rightarrow p_2 = p_1 - \frac{W}{V} = \\ &= 4 \cdot 10^4 \text{ Pa} - \frac{0.5 \text{ J}}{5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3} = 3 \cdot 10^4 \text{ Pa}. \end{aligned}$$

Vježba 411

Na svladavanje trenja pri premještanju 50 cm^3 vode u horizontalnoj cijevi od mjesta na kojem je tlak 40 kPa do nekog drugog mjesta utrošen je rad 0.5 J . Koliki je tlak na tome drugome mjestu?

Rezultat: 30 kPa.

Zadatak 412 (Igor, tehnička škola)

Kolika je brzina istjecanja 10^{-3} m^3 zraka koji se nalazi pod tlakom $1.44 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ u prostor napunjen zrakom pri tlaku $9.6 \cdot 10^4 \text{ Pa}$? (gustoća zraka $\rho = 1.293 \text{ kg / m}^3$)

Rješenje 412

$$V = 10^{-3} \text{ m}^3, \quad p_1 = 1.44 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad p_2 = 9.6 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad \rho = 1.293 \text{ kg / m}^3, \quad v = ?$$

Rad pri protoku fluida volumena V (koji je nestlačiv) s mjesta gdje je tlak p_1 na mjesto gdje je tlak p_2 jednak je:

$$W = (p_1 - p_2) \cdot V.$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

1. inačica

Rad tlačne sile promijenit će samo kinetičku energiju zraka.

$$\begin{aligned}
 W = E_k &\Rightarrow (p_1 - p_2) \cdot V = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow [m = \rho \cdot V] \Rightarrow (p_1 - p_2) \cdot V = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot v^2 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow (p_1 - p_2) \cdot V = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot v^2 \quad / \cdot \frac{2}{\rho \cdot V} \Rightarrow \frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho} = v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho}} = \\
 &= \sqrt{\frac{2 \cdot (1.44 \cdot 10^5 \text{ Pa} - 9.6 \cdot 10^4 \text{ Pa})}{1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 272.48 \frac{\text{m}}{\text{s}}.
 \end{aligned}$$

2. inačica

Rad tlačne sile je

$$W = (p_1 - p_2) \cdot V = (1.44 \cdot 10^5 \text{ Pa} - 9.6 \cdot 10^4 \text{ Pa}) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 48 \text{ J}.$$

Masa zraka iznosi

$$m = \rho \cdot V = 1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 1.293 \cdot 10^{-3} \text{ kg}.$$

Budući da je rad jednak promjeni kinetičke energije vrijedi:

$$\begin{aligned}
 W = E_k &\Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = W \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = W \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot W}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot W}{m} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 48 \text{ J}}{1.293 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}} = 272.48 \frac{\text{m}}{\text{s}}.
 \end{aligned}$$

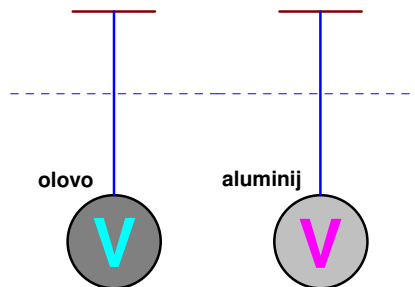
Vježba 412

Kolika je brzina istjecanja 1 dm³ zraka koji se nalazi pod tlakom 144 kPa u prostor napunjen zrakom pri tlaku 96 kPa? (gustoća zraka $\rho = 1.293 \text{ kg / m}^3$)

Rezultat: 272.48 m / s.

Zadatak 413 (Jadranka, srednja škola)

Dvije kuglice jednakih volumena, jedna od olova, a druga od aluminija, uronjene su u vodu (slika).



a) Na koju kuglicu djeluje veća sila uzgona?

b) Koji je konac izložen većoj napetosti? (gustoća olova $\rho_1 = 11300 \text{ kg / m}^3$, gustoća aluminija $\rho_2 = 2700 \text{ kg / m}^3$)

Rješenje 413

$$\rho_1 = 11300 \text{ kg / m}^3, \quad \rho_2 = 2700 \text{ kg / m}^3$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

a)

Budući da kuglice imaju jednake volumene, sile uzgona bit će jednake.

b)

Napetost konca jednaka je po iznosu rezultanti sile teže i uzgona. Veća je napetost konca na kojem visi olovna kuglica jer je gustoća olova veća od gustoće aluminijske.

Vježba 413

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 414 (Jadranka, srednja škola)

Na vodi pliva tijelo od pluta mase 0.8 kg. Koliki se teret može staviti na tijelo da ne potone? (gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3$, gustoća pluta $\rho = 400 \text{ kg / m}^3$)

Rješenje 414

$$m = 0.8 \text{ kg}, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad \rho = 400 \text{ kg / m}^3, \quad m_1 = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

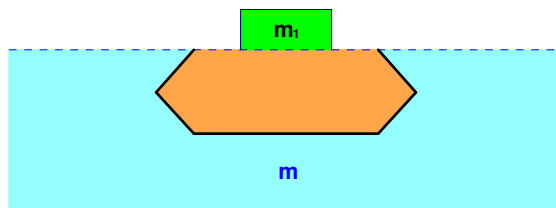
$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.



Zbroj težina tijela od pluta i tereta mora biti jednaka sili uzgona vode na tijelo od pluta.

$$\begin{aligned}
 G + G_1 &= F_{uz} \Rightarrow m \cdot g + m_1 \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow m \cdot g + m_1 \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} \Rightarrow \\
 \Rightarrow m \cdot g + m_1 \cdot g &= \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} \quad /: g \Rightarrow m + m_1 = \rho_v \cdot \frac{m}{\rho} \Rightarrow m_1 = \rho_v \cdot \frac{m}{\rho} - m \Rightarrow \\
 \Rightarrow m_1 &= m \cdot \left(\frac{\rho_v}{\rho} - 1 \right) = 0.8 \text{ kg} \cdot \left(\frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} - 1 \right) = 1.2 \text{ kg}.
 \end{aligned}$$

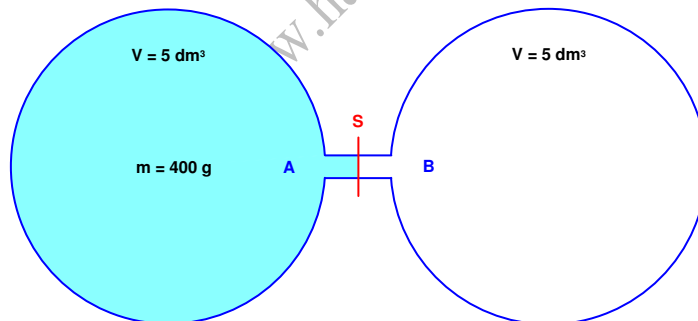
Vježba 414

Na vodi pliva tijelo od pluta mase 80 dag. Koliki se teret može staviti na tijelo da ne potone? (gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$, gustoća pluta $\rho = 400 \text{ kg} / \text{m}^3$)

Rezultat: 1.2 kg.

Zadatak 415 (Matej, obrtnička škola)

Na slici su dvije posude A i B jednakih volumena. U posudi A volumena 5 dm^3 nalazi se plin mase 400 g, a u posudi B je vakuum. Pri otvorenoj slavini S jedan dio plina iz posude A prijede u posudu B.



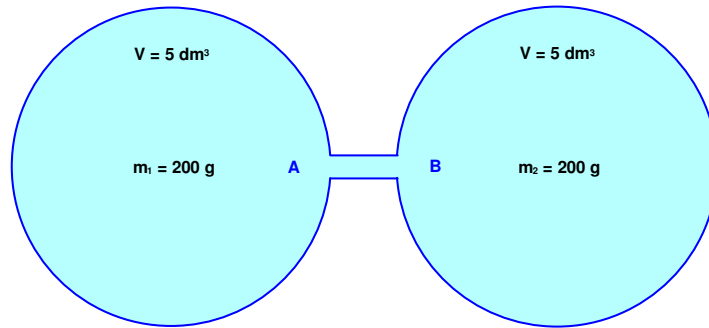
- Kolika je gustoća plina u posudi A prije otvaranja slavine?
- Kolika je gustoća plina u posudi A poslije otvaranja slavine?
- Kolika je gustoća plina u posudi B poslije otvaranja slavine?

Rješenje 415

$$V = 5 \text{ dm}^3 = 0.005 \text{ m}^3, \quad m = 400 \text{ g} = 0.4 \text{ kg}, \quad \rho = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V}.$$



a)
Gustoća plina u posudi A prije otvaranja slavine iznosi:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0.4 \text{ kg}}{0.005 \text{ m}^3} = 80 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

b)
Otvaranjem slavine plin prelazi iz posuda A u posudu B i jednakomjerno se raspoređi. U svakoj posudi je 200 g plina.

$$m_1 = m_2 = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}.$$

Gustoća plina u posudi A poslije otvaranja slavine iznosi:

$$\rho = \frac{m_1}{V} = \frac{0.2 \text{ kg}}{0.005 \text{ m}^3} = 40 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

c)
Gustoća plina u posudi B poslije otvaranja slavine iznosi:

$$\rho = \frac{m_2}{V} = \frac{0.2 \text{ kg}}{0.005 \text{ m}^3} = 40 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

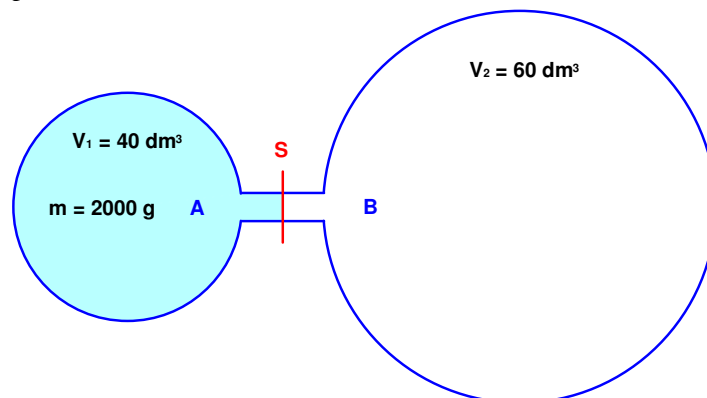
Vježba 415

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 416 (Matej, obrtnička škola)

Na slici su dvije posude A i B. Posuda A ima volumen 40 dm³, a posuda B 60 dm³. U posudi A nalazi se plin mase 2000 g, a u posudi B je vakuum. Pri otvorenoj slavini S jedan dio plina iz posude A prijeđe u posudu B.

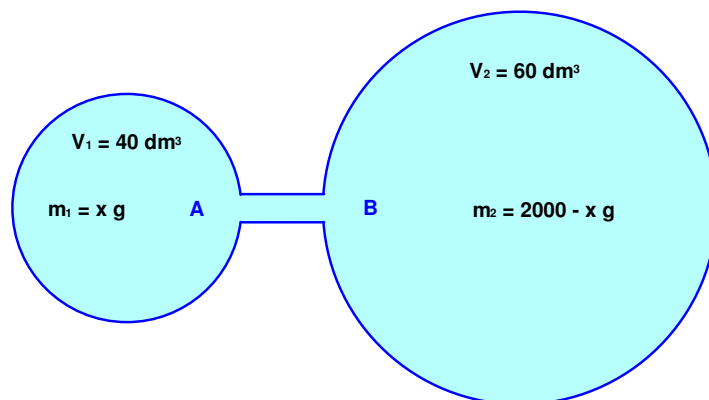


- Kolika je gustoća plina u posudi A prije otvaranja slavine?
- Kolika je gustoća plina u posudi A poslije otvaranja slavine?
- Kolika je gustoća plina u posudi B poslije otvaranja slavine?

Rješenje 416

$V_1 = 40 \text{ dm}^3 = 0.04 \text{ m}^3$, $V_2 = 60 \text{ dm}^3 = 0.06 \text{ m}^3$, $m = 2000 \text{ g} = 2 \text{ kg}$, $\rho = ?$
Gustoća ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$



a)
Gustoća plina u posudi A prije otvaranja slavine iznosi:

$$\rho = \frac{m}{V_1} = \frac{2 \text{ kg}}{0.04 \text{ m}^3} = 50 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

b)
Kada se otvori slavina dio plina iz posude A prijeđe u posudu B. Neka u posudi A ostane x grama plina. Tada će u posudi B biti $2000 - x$ grama plina. Budući da se gustoća plina, nakon otvaranja slavine u posudama, neće promijeniti, vrijedi:

$$\begin{aligned} \frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2} &\Rightarrow \frac{x}{0.04 \text{ m}^3} = \frac{2000 - x}{0.06 \text{ m}^3} \Rightarrow \frac{x}{0.04 \text{ m}^3} = \frac{2000 - x}{0.06 \text{ m}^3} \cdot 0.04 \cdot 0.06 \text{ m}^3 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 0.06 \cdot x = 0.04 \cdot (2000 - x) \Rightarrow 0.06 \cdot x = 80 - 0.04 \cdot x \Rightarrow 0.06 \cdot x + 0.04 \cdot x = 80 \Rightarrow 0.1 \cdot x = 80 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 0.1 \cdot x = 80 \cdot 10 \Rightarrow x = 800 \text{ g} = 0.8 \text{ kg}. \end{aligned}$$

U posudi A je 0.8 kg plina, a u posudi B

$$2 \text{ kg} - 0.8 \text{ kg} = 1.2 \text{ kg}.$$

Gustoća plina u posudi A poslije otvaranja slavine iznosi:

$$\rho = \frac{m_1}{V_1} = \frac{0.8 \text{ kg}}{0.04 \text{ m}^3} = 20 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

c)
Gustoća plina u posudi B poslije otvaranja slavine iznosi:

$$\rho = \frac{m_2}{V_2} = \frac{1.2 \text{ kg}}{0.06 \text{ m}^3} = 20 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 416

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 417 (Božidar, obrtnička škola)

Kocka brida 10 cm načinjena je od legure gustoće $4000 \text{ kg} / \text{m}^3$ i leži na dnu posude ispunjene vodom. Odredite tlak kojim kocka djeluje na dno posude. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$,

gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3$)

Rješenje 417

$$a = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad \rho = 4000 \text{ kg / m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad p = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Tlak je količnik sile F što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu S i te površine:

$$p = \frac{F}{S}$$

Četverokut je dio ravnine omeđen sa četiri dužine. Konveksni četverokuti su četverokuti kojima su svi kutovi manji od 180° .

Kvadrat je četverokut kojemu su sve stranice sukladne, a dijagonale međusobno sukladne i okomite. Površina kvadrata duljine stranice a izračunava se po formuli

$$S = a^2.$$

Kocka (heksaedar) spada u pravilne poliedre. Omeđena je sa šest sukladnih strana koje su kvadrati, ima 8 vrhova i 12 bridova. Ako kocka ima brid a , tada je obujam:

$$V = a^3.$$

Sila F kojom kocka djeluje na dno posude jednaka je razlici sile teže G i uzgona F_{uz} .

$$\begin{aligned} F = G - F_{uz} &\Rightarrow F = m \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow F = \rho \cdot V \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow F = V \cdot g \cdot (\rho - \rho_v) \Rightarrow \\ &\Rightarrow F = a^3 \cdot g \cdot (\rho - \rho_v). \end{aligned}$$

Tlak iznosi:

$$\begin{aligned} p = \frac{F}{S} &\Rightarrow p = \frac{a^3 \cdot g \cdot (\rho - \rho_v)}{a^2} \Rightarrow p = \frac{a^3 \cdot g \cdot (\rho - \rho_v)}{a^2} \Rightarrow p = a \cdot g \cdot (\rho - \rho_v) = \\ &= 0.1 \text{ m} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(4000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) = 2943 \text{ Pa}. \end{aligned}$$

Vježba 417

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 418 (Sanja, gimnazija)

U vertikalnoj U cijevi ploština unutarnjeg poprečnog presjeka jednog kraka je S , a drugog $3 \cdot S$. U cijevi je živa i njezina razina nalazi se 30 cm niže od vrha cijevi. Za koliko će se podići razina žive u širem dijelu cijevi, ako se u užu dio nalije voda do vrha? (gustoća vode $\rho_1 = 1000 \text{ kg / m}^3$, gustoća žive $\rho_2 = 13600 \text{ kg / m}^3$)

Rješenje 418

$$l = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}, \quad S_1 = S, \quad S_2 = 3 \cdot S, \quad \rho_1 = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad \rho_2 = 13600 \text{ kg / m}^3, \\ h_2 = ?$$

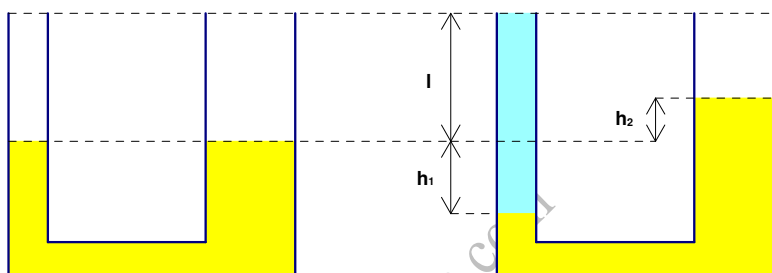
Obujam (volumen) valjka čija je baza (osnovka) krug ploštine S i visina h iznosi:

$$V = S \cdot h.$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. Djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ ,

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ . Jednak je na svim mjestima na istoj dubini i djeluje jednako u svim smjerovima.



Lijevanjem vode u užu krak cijevi razina žive se u širem kraku penje dok se ne uspostavi ravnoteža hidrostatskih tlakova u cijevi. Razina žive je l ispod vrha cijevi. Dodavanjem vode razina se u užem kraku spustila za h_1 , a u širem popela za h_2 . Sada je razlika razina žive u oba kraka jednaka $h_1 + h_2$. Zbog nestlačljivosti tekućina količina žive koja je potisnuta iz užeg kraka cijevi prelazi u širi krak.

$$V_1 = V_2 \Rightarrow S_1 \cdot h_1 = S_2 \cdot h_2 \Rightarrow S \cdot h_1 = 3 \cdot S \cdot h_2 \Rightarrow S \cdot h_1 = 3 \cdot S \cdot h_2 \quad /: S \Rightarrow h_1 = 3 \cdot h_2.$$

Zbog ravnoteže hidrostatski tlakovi u oba kraka cijevi moraju biti jednaki.

$$\begin{aligned} p_1 &= p_2 \Rightarrow \rho_1 \cdot g \cdot (l + h_1) = \rho_2 \cdot g \cdot (h_1 + h_2) \Rightarrow \rho_1 \cdot g \cdot (l + h_1) = \rho_2 \cdot g \cdot (h_1 + h_2) \quad /: g \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho_1 \cdot (l + h_1) = \rho_2 \cdot (h_1 + h_2) \Rightarrow \rho_1 \cdot (l + 3 \cdot h_2) = \rho_2 \cdot (3 \cdot h_2 + h_2) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho_1 \cdot l + 3 \cdot \rho_1 \cdot h_2 = 4 \cdot \rho_2 \cdot h_2 \Rightarrow \rho_1 \cdot l = 4 \cdot \rho_2 \cdot h_2 - 3 \cdot \rho_1 \cdot h_2 \Rightarrow \rho_1 \cdot l = h_2 \cdot (4 \cdot \rho_2 - 3 \cdot \rho_1) \Rightarrow \\ &\Rightarrow h_2 \cdot (4 \cdot \rho_2 - 3 \cdot \rho_1) = \rho_1 \cdot l \Rightarrow h_2 \cdot (4 \cdot \rho_2 - 3 \cdot \rho_1) = \rho_1 \cdot l \quad /: \frac{1}{4 \cdot \rho_2 - 3 \cdot \rho_1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow h_2 = \frac{\rho_1 \cdot l}{4 \cdot \rho_2 - 3 \cdot \rho_1} = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.3 \text{ m}}{4 \cdot 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 3 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 5.84 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 5.84 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Vježba 418

U vertikalnoj U cijevi ploština unutarnjeg poprečnog presjeka jednog kraka je S , a drugog $3 \cdot S$. U cijevi je živa i njezina razina se nalazi na 3 dm niže od vrha cijevi. Za koliko će se podići razina žive u širem dijelu cijevi, ako se u užu dio nalije voda do vrha? (gustoća vode $\rho_1 = 1000 \text{ kg / m}^3$, gustoća žive $\rho_2 = 13600 \text{ kg / m}^3$)

Rezultat: 5.84 mm.

Zadatak 419 (Tihomir, tehnička škola)

Vertikalna cijev promjera 4 cm napunjena je živom ($\rho = 13.6 \text{ g / cm}^3$) do visine 20 cm. Na živu je naliveno 1 L vode. Atmosferski je tlak 1020 hPa. Koliki je ukupni tlak na dnu posude? (gustoća vode $\rho_1 = 1000 \text{ kg / m}^3$)

Rješenje 419

$$2 \cdot r = 4 \text{ cm} \Rightarrow r = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}, \quad \rho = 13.6 \text{ g / cm}^3 = 13600 \text{ kg / m}^3, \quad h_1 = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}, \\ V = 1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3, \quad p_0 = 1020 \text{ hPa} = 1.02 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad \rho_1 = 1000 \text{ kg / m}^3, \\ p = ?$$

Obujam (volumen) valjka polumjera baze (osnovke) r i visine h iznosi:

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h.$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. Djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ ,

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ . Jednak je na svim mjestima na istoj dubini i djeluje jednako u svim smjerovima.

Voda volumena V u vertikalnoj cijevi čini stupac visine h_2 .

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{V}{r^2 \cdot \pi}.$$

Ukupni tlak p na dnu posude je

$$p = p_1 + p_2 + p_0 \Rightarrow p = \rho \cdot g \cdot h_1 + \rho_1 \cdot g \cdot h_2 + p_0 \Rightarrow p = \rho \cdot g \cdot h_1 + \rho_1 \cdot g \cdot \frac{V}{r^2 \cdot \pi} + p_0 \Rightarrow \\ \Rightarrow p = g \cdot \left(\rho \cdot h_1 + \rho_1 \cdot \frac{V}{r^2 \cdot \pi} \right) + p_0 = \\ = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.2 \text{ m} + 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{10^{-3} \text{ m}^3}{(0.02 \text{ m})^2 \cdot \pi} \right) + 1.02 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 136489.75 \text{ Pa}.$$

Vježba 419

Vertikalna cijev promjera 40 mm napunjena je živom ($\rho = 13.6 \text{ g / cm}^3$) do visine 2 dm. Na živu je naliveno 1 L vode. Atmosferski je tlak 1020 hPa. Koliki je ukupni tlak na dnu posude? (gustoća vode $\rho_1 = 1000 \text{ kg / m}^3$)

Rezultat: 136489.75 Pa.

Zadatak 420 (Anita, srednja škola)

Omjer težine tijela gustoće $\rho_1 = 6 \text{ g / cm}^3$ i uzgona na isto tijelo u tekućini, gustoće $\rho_2 = 2 \text{ g / cm}^3$, je:

- A. 0.5 B. 2 C. 3 D. 4 E. 6

Rješenje 420

$$\rho_1 = 6 \text{ g / cm}^3 = 6000 \text{ kg / m}^3, \quad \rho_2 = 2 \text{ g / cm}^3 = 2000 \text{ kg / m}^3, \quad G : F_{uz} = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju

jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže. Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

$$\begin{aligned} \frac{G}{F_{uz}} &= \frac{m \cdot g}{\rho_2 \cdot g \cdot V} \Rightarrow \frac{G}{F_{uz}} = \frac{\rho_1 \cdot V \cdot g}{\rho_2 \cdot g \cdot V} \Rightarrow \frac{G}{F_{uz}} = \frac{\rho_1 \cdot V \cdot g}{\rho_2 \cdot g \cdot V} \Rightarrow \frac{G}{F_{uz}} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{G}{F_{uz}} = \frac{6000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \Rightarrow \frac{G}{F_{uz}} = \frac{6000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \Rightarrow \frac{G}{F_{uz}} = 3. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 420

Omjer težine tijela gustoće $\rho_1 = 8 \text{ g / cm}^3$ i uzgona na isto tijelo u tekućini, gustoće $\rho_2 = 2 \text{ g / cm}^3$, je:

- A. 0.5 B. 2 C. 3 D. 4 E. 6

Rezultat: D.