

**Zadatak 381 (Sandra, gimnazija)**

Tijelo se nalazi u tekućini gustoće  $\rho$  tako da je  $\frac{1}{5}$  volumena tijela iznad površine tekućine.

Kolika je gustoća tijela?

A.  $\frac{\rho}{5}$       B.  $\frac{\rho}{2}$       C.  $\frac{4 \cdot \rho}{5}$       D.  $\rho$

**Rješenje 381**

$$\rho, \quad V, \quad \rho_1 = ?$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Tijelo se nalazi u tekućini tako da je  $\frac{1}{5}$  njegova volumena iznad površine tekućine. U tekućini nalazi

se  $\frac{4}{5}$  volumena.

$$V_1 = V - \frac{1}{5} \cdot V \Rightarrow V_1 = \frac{4}{5} \cdot V.$$

Dakle, uzgon djeluje na  $\frac{4}{5}$  volumena. Ako tijelo lebdi u vodi, uzgon je jednak težini.

$$\begin{aligned} F_{uz} = G &\Rightarrow \rho \cdot g \cdot V_1 = m \cdot g \Rightarrow \rho \cdot g \cdot \frac{4}{5} \cdot V = \rho_1 \cdot V \cdot g \Rightarrow \rho \cdot g \cdot \frac{4}{5} \cdot V = \rho_1 \cdot V \cdot g \quad / \cdot \frac{1}{V \cdot g} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho \cdot \frac{4}{5} = \rho_1 \Rightarrow \rho_1 = \frac{4 \cdot \rho}{5}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

**Vježba 381**

Tijelo se nalazi u tekućini gustoće  $\rho$  tako da je  $\frac{2}{5}$  volumena tijela iznad površine tekućine.

Kolika je gustoća tijela?

A.  $\frac{2 \cdot \rho}{5}$       B.  $\frac{3 \cdot \rho}{2}$       C.  $\frac{3 \cdot \rho}{5}$       D.  $3 \cdot \rho$

**Rezultat:**      C.

### Zadatak 382 (Marija, maturantica)

Tijelo od aluminiya ( $\rho_1 = 2700 \text{ kg / m}^3$ ) s masom 50 g treba obložiti parafinom ( $\rho_2 = 900 \text{ kg / m}^3$ ) tako da bi nastalo tijelo lebdjelo u vodi. Koliku masu parafina treba uporabiti? (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$ )

A. 283 g      B. 320 g      C. 475 g      D. 690 g

### Rješenje 382

$\rho_1 = 2700 \text{ kg / m}^3$ ,       $m_1 = 50 \text{ g} = 0.05 \text{ kg}$ ,       $\rho_2 = 900 \text{ kg / m}^3$ ,       $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$ ,  
 $m_2 = ?$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Budući da nastalo tijelo (aluminij + parafin) lebdi u vodi, uzgon je jednak težini.

$$\begin{aligned} F_{uz} = G &\Rightarrow \left[ \begin{array}{l} V_1 + V_2 \text{ volumen aluminija i parafina} \\ G_1 + G_2 \text{ težina aluminija i parafina} \end{array} \right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho \cdot g \cdot (V_1 + V_2) = G_1 + G_2 \Rightarrow \rho \cdot g \cdot \left( \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} \right) = m_1 \cdot g + m_2 \cdot g \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho \cdot g \cdot \left( \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} \right) = m_1 \cdot g + m_2 \cdot g \quad /: g \Rightarrow \rho \cdot \left( \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} \right) = m_1 + m_2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho \cdot \frac{m_1}{\rho_1} + \rho \cdot \frac{m_2}{\rho_2} = m_1 + m_2 \Rightarrow \rho \cdot \frac{m_2}{\rho_2} - m_2 = m_1 - \rho \cdot \frac{m_1}{\rho_1} \Rightarrow m_2 \cdot \left( \frac{\rho}{\rho_2} - 1 \right) = m_1 \cdot \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_1} \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_2 \cdot \left( \frac{\rho}{\rho_2} - 1 \right) = m_1 \cdot \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_1} \right) \Rightarrow m_2 \cdot \frac{\rho - \rho_2}{\rho_2} = m_1 \cdot \frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_2 \cdot \frac{\rho - \rho_2}{\rho_2} = m_1 \cdot \frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1} \quad / \cdot \frac{\rho_2}{\rho - \rho_2} \Rightarrow m_2 = m_1 \cdot \frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1} \cdot \frac{\rho_2}{\rho - \rho_2} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow m_2 = m_1 \cdot \frac{(\rho_1 - \rho) \cdot \rho_2}{\rho_1 \cdot (\rho - \rho_2)} = 0.05 \text{ kg} \cdot \frac{\left(2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \cdot 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)} = 0.283 \text{ kg} = 283 \text{ g}.$$

Odgovor je pod A.

### Vježba 382

Tijelo od aluminijsa ( $\rho_1 = 2700 \text{ kg / m}^3$ ) s masom 5 dag treba obložiti parafinom ( $\rho_2 = 900 \text{ kg / m}^3$ ) tako da bi nastalo tijelo lebdjelo u vodi. Koliku masu parafina treba uporabiti? (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$ )

- A. 283 g      B. 320 g      C. 475 g      D. 690 g

**Rezultat:** A.

### Zadatak 383 (Marija, maturantica)

U 0.1 kg parafina ugrađeno je toliko olova da nastalo tijelo lebdi u vodi. Kolika je masa olova? (gustoća parafina  $\rho_1 = 900 \text{ kg / m}^3$ , gustoća olova  $\rho_2 = 11800 \text{ kg / m}^3$ , gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$ )

- A.  $0.865 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$       B.  $0.930 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$       C.  $1.21 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$       D.  $1.78 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$

### Rješenje 383

$m_1 = 0.1 \text{ kg}$ ,       $\rho_1 = 900 \text{ kg / m}^3$ ,       $\rho_2 = 11800 \text{ kg / m}^3$ ,       $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$ ,  
 $m_2 = ?$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegovog obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Budući da nastalo tijelo (parafin + olovo) lebdi u vodi, uzgon je jednak težini.

$$F_{uz} = G \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} V_1 + V_2 \text{ volumen parafina i olova} \\ G_1 + G_2 \text{ težina parafina i olova} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho \cdot g \cdot (V_1 + V_2) = G_1 + G_2 \Rightarrow \rho \cdot g \cdot \left( \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} \right) = m_1 \cdot g + m_2 \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho \cdot g \cdot \left( \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} \right) = m_1 \cdot g + m_2 \cdot g \quad /: g \Rightarrow \rho \cdot \left( \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} \right) = m_1 + m_2 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \rho \cdot \frac{m_1}{\rho_1} + \rho \cdot \frac{m_2}{\rho_2} &= m_1 + m_2 \Rightarrow \rho \cdot \frac{m_2}{\rho_2} - m_2 = m_1 - \rho \cdot \frac{m_1}{\rho_1} \Rightarrow m_2 \cdot \left( \frac{\rho}{\rho_2} - 1 \right) = m_1 \cdot \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_1} \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow m_2 \cdot \left( \frac{\rho}{\rho_2} - \frac{1}{1} \right) &= m_1 \cdot \left( \frac{1}{1} - \frac{\rho}{\rho_1} \right) \Rightarrow m_2 \cdot \frac{\rho - \rho_2}{\rho_2} = m_1 \cdot \frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1} \Rightarrow \\ \Rightarrow m_2 \cdot \frac{\rho - \rho_2}{\rho_2} &= m_1 \cdot \frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1} \cdot \frac{\rho_2}{\rho - \rho_2} \Rightarrow m_2 = m_1 \cdot \frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1} \cdot \frac{\rho_2}{\rho - \rho_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow m_2 &= m_1 \cdot \frac{(\rho_1 - \rho) \cdot \rho_2}{\rho_1 \cdot (\rho - \rho_2)} = 0.1 \text{ kg} \cdot \frac{\left( 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \cdot 11800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left( 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 11800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)} = 1.21 \cdot 10^{-2} \text{ kg}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

### Vježba 383

U 10 dag parafina ugrađeno je toliko olova da nastalo tijelo lebdi u vodi. Kolika je masa olova? (gustoća parafina  $\rho_1 = 900 \text{ kg / m}^3$ , gustoća olova  $\rho_2 = 11800 \text{ kg / m}^3$ , gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$ )

- A.  $0.865 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$       B.  $0.930 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$       C.  $1.21 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$       D.  $1.78 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$

**Rezultat:** C.

### Zadatak 384 (Asterix, gimnazija)

U komad parafina mase 170 g umetnut je komad aluminija. Kolika je masa aluminija ako takvo tijelo lebdi u vodi? (gustoća parafina  $\rho_1 = 900 \text{ kg / m}^3$ , gustoća aluminija  $\rho_2 = 2700 \text{ kg / m}^3$ , gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$ )

### Rješenje 384

$$m_1 = 170 \text{ g} = 0.17 \text{ kg}, \quad \rho_1 = 900 \text{ kg / m}^3, \quad \rho_2 = 11800 \text{ kg / m}^3, \quad \rho = 1000 \text{ kg / m}^3, \\ m_2 = ?$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Budući da nastalo tijelo (parafin + aluminij) lebdi u vodi, uzgon je jednak težini.

$$\begin{aligned}
F_{uz} = G &\Rightarrow \left[ \begin{array}{l} V_1 + V_2 \text{ volumen parafina i aluminija} \\ G_1 + G_2 \text{ težina parafina i aluminija} \end{array} \right] \Rightarrow \\
&\Rightarrow \rho \cdot g \cdot (V_1 + V_2) = G_1 + G_2 \Rightarrow \rho \cdot g \cdot \left( \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} \right) = m_1 \cdot g + m_2 \cdot g \Rightarrow \\
&\Rightarrow \rho \cdot g \cdot \left( \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} \right) = m_1 \cdot g + m_2 \cdot g \quad /: g \Rightarrow \rho \cdot \left( \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} \right) = m_1 + m_2 \Rightarrow \\
&\Rightarrow \rho \cdot \frac{m_1}{\rho_1} + \rho \cdot \frac{m_2}{\rho_2} = m_1 + m_2 \Rightarrow \rho \cdot \frac{m_2}{\rho_2} - m_2 = m_1 - \rho \cdot \frac{m_1}{\rho_1} \Rightarrow m_2 \cdot \left( \frac{\rho}{\rho_2} - 1 \right) = m_1 \cdot \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_1} \right) \Rightarrow \\
&\Rightarrow m_2 \cdot \left( \frac{\rho}{\rho_2} - \frac{1}{1} \right) = m_1 \cdot \left( \frac{1}{1} - \frac{\rho}{\rho_1} \right) \Rightarrow m_2 \cdot \frac{\rho - \rho_2}{\rho_2} = m_1 \cdot \frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1} \Rightarrow \\
&\Rightarrow m_2 \cdot \frac{\rho - \rho_2}{\rho_2} = m_1 \cdot \frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1} \quad / \cdot \frac{\rho_2}{\rho - \rho_2} \Rightarrow m_2 = m_1 \cdot \frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1} \cdot \frac{\rho_2}{\rho - \rho_2} \Rightarrow \\
&\Rightarrow m_2 = m_1 \cdot \frac{(\rho_1 - \rho) \cdot \rho_2}{\rho_1 \cdot (\rho - \rho_2)} = 0.17 \text{ kg} \cdot \frac{\left( 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \cdot 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left( 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)} = 0.03 \text{ kg} = 30 \text{ g}.
\end{aligned}$$

### Vježba 384

U komad parafina mase 17 dag umetnut je komad aluminija. Kolika je masa aluminija ako takvo tijelo lebdi u vodi? (gustoća parafina  $\rho_1 = 900 \text{ kg / m}^3$ , gustoća aluminija  $\rho_2 = 2700 \text{ kg / m}^3$ , gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$ )

**Rezultat:** 30 g.

### Zadatak 385 (Vesna, medicinska škola)

Tlak zraka iznad sokova u plastičnim bocama tijekom ljetnih dana može narasti do 5 bara. Kolikoj sili se opire zatvarač boce promjera 22 mm?

### Rješenje 385

$$p = 5 \text{ bar} = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad 2 \cdot r = 22 \text{ mm} \Rightarrow r = 11 \text{ mm} = 0.011 \text{ m}, \quad F = ?$$

Tlak je količnik sile  $F$  što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu  $S$  i te površine:

$$p = \frac{F}{S}.$$

Ploština kruga polumjera  $r$  iznosi:

$$P = r^2 \cdot \pi.$$

Sila kojoj se zatvarač boce opire iznosi:

$$\begin{aligned}
p &= \frac{F}{S} \Rightarrow \frac{F}{S} = p \Rightarrow \frac{F}{S} = p \quad / \cdot S \Rightarrow F = p \cdot S \Rightarrow F = p \cdot r^2 \cdot \pi = \\
&= 5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot (0.011 \text{ m})^2 \cdot \pi = 190.07 \text{ N}.
\end{aligned}$$

### Vježba 385

Tlak zraka iznad sokova u plastičnim bocama tijekom ljetnih dana može narasti do 5 bara. Kolikoj sili se opire zatvarač boce promjera 2.2 cm?

**Rezultat:** 190.07 N.

**Zadatak 386 (Vesna, medicinska škola)**

Težina automobila je 9 kN. Koliki je tlak na horizontalnu podlogu ako je dodirna ploha svake gume i asfalta 140 cm<sup>2</sup>?

**Rješenje 386**

$$G = 9 \text{ kN} = 9000 \text{ N}, \quad S = 140 \text{ cm}^2 = 0.014 \text{ m}^2, \quad p = ?$$

Tlak je količnik sile F što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu S i te površine:

$$p = \frac{F}{S}.$$

Budući da je tlak uzrokovan težinom G automobila pri čemu svaki od četiri kotača ima dodirnu plohu S, slijedi:

$$p = \frac{G}{4 \cdot S} = \frac{9000 \text{ N}}{4 \cdot 0.014 \text{ m}^2} = 160714.29 \text{ Pa}.$$

**Vježba 386**

Težina automobila je 18 kN. Koliki je tlak na horizontalnu podlogu ako je dodirna ploha svake gume i asfalta 280 cm<sup>2</sup>?

**Rezultat:** 160714.29 Pa.

**Zadatak 387 (Valentina, gimnazija)**

Šuplja metalna kugla, vanjskog obujma 200 cm<sup>3</sup>, ima masu 0.14 kg. Potopi se na dubinu 1 m ispod površine vode i pusti. Do koje će visine iskočiti iznad površine vode? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ , gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

**Rješenje 387**

$$V = 200 \text{ cm}^3 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3, \quad m = 0.14 \text{ kg}, \quad h = 1 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \\ \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad H = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

**Drugi Newtonov poučak:** Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila F.

Akceleracija a tijela je razmjerna sili i ima smjer sile.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici.

Vertikalni hitac prema gore sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom  $v_0$  i slobodnog pada. Najviši domet h što ga tijelo može postići pri vertikalnom hicu jest put u času kad je  $v = 0$ .

Onda je

$$h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na

horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže. Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase  $m$  ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je  $g$  akceleracija slobodnog pada, a  $h$  vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

**Zakon očuvanja energije:**

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Tijelo obavlja rad  $W$  ako djeluje nekom silom  $F$  na putu  $s$  na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

1. inačica

Pustimo li šuplju kuglu na dubini  $h$  ispod površine vode ona će se gibati jednoliko ubrzano prema površini. Na nju djeluje rezultanta sile teže  $G$  i njoj suprotne sile uzgona  $F_{uz}$ . Pritom akceleracija tijela prema Newtonovu poučku iznosi:

$$\begin{aligned} F = F_{uz} - G &\Rightarrow m \cdot a = \rho \cdot g \cdot V - m \cdot g \Rightarrow m \cdot a = \rho \cdot g \cdot V - m \cdot g \cdot \frac{1}{m} \Rightarrow \\ &\Rightarrow a = \frac{\rho \cdot g \cdot V}{m} - g \Rightarrow a = g \cdot \left( \frac{\rho \cdot V}{m} - 1 \right). \end{aligned}$$

Budući da se šuplja kugla giba jednoliko ubrzano bez početne brzine, na kraju puta  $h$  imat će brzinu

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot h \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot \left( \frac{\rho \cdot V}{m} - 1 \right) \cdot h.$$

Kada kugla ispliva iz vode gibat će se uvis jednoliko usporeno početnom brzinom  $v$  i deceleracijom  $g$  (vertikalni hitac uvis). Njezin prijeđeni put  $H$  do zaustavljanja (maksimalna visina) je

$$\begin{aligned} H = \frac{v^2}{2 \cdot g} &\Rightarrow H = \frac{2 \cdot g \cdot \left( \frac{\rho \cdot V}{m} - 1 \right) \cdot h}{2 \cdot g} \Rightarrow H = \frac{2 \cdot g \cdot \left( \frac{\rho \cdot V}{m} - 1 \right) \cdot h}{2 \cdot g} \Rightarrow H = \left( \frac{\rho \cdot V}{m} - 1 \right) \cdot h = \\ &= \left( \frac{1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 2 \cdot 10^{-4} m^3}{0.14 kg} - 1 \right) \cdot 1 m = 0.43 m. \end{aligned}$$

2. inačica

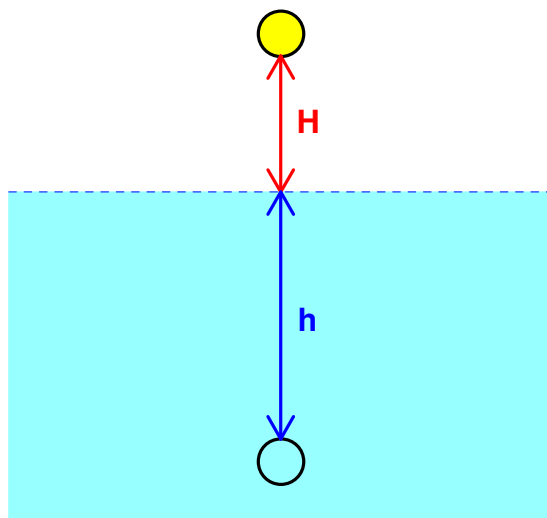
Zadatak možemo riješiti uporabom zakona o očuvanju energije. Povećanje gravitacijske potencijalne

energije  $E_{gp}$  kugle jednako je radu sile uzgona  $F_{uz}$  na putu  $h$ .

$$E_{gp} = W_{uz} \Rightarrow m \cdot g \cdot (H + h) = F_{uz} \cdot h \Rightarrow m \cdot g \cdot (H + h) = \rho \cdot g \cdot V \cdot h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot g \cdot (H + h) = \rho \cdot g \cdot V \cdot h / \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow H + h = \frac{\rho \cdot V \cdot h}{m} \Rightarrow H = \frac{\rho \cdot V \cdot h}{m} - h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H = \left( \frac{\rho \cdot V}{m} - 1 \right) \cdot h = \left( \frac{1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 2 \cdot 10^{-4} m^3}{0.14 kg} - 1 \right) \cdot 1 m = 0.43 m.$$



### Vježba 387

Šuplja metalna kugla, vanjskog obujma  $0.2 \text{ dm}^3$ , ima masu  $140 \text{ g}$ . Potopi se na dubinu  $10 \text{ dm}$  ispod površine vode i pusti. Do koje će visine iskočiti iznad površine vode? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ , gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

**Rezultat:**  $0.43 \text{ m}$ .

### Zadatak 388 (Maturantica, medicinska škola)

Kroz uži dio horizontalno položene cijevi polumjera  $1 \text{ cm}$  teče voda brzinom  $2 \text{ m/s}$  pri statičkome tlaku  $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Koliki je statički tlak u širem dijelu te cijevi polumjera  $1.73 \text{ cm}$ ? Gustoća vode je  $1000 \text{ kg/m}^3$ .

### Rješenje 388

$$r_1 = 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}, \quad v_1 = 2 \text{ m/s}, \quad p_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad r_2 = 1.73 \text{ cm} = 1.73 \cdot 10^{-2} \text{ m},$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad p_2 = ?$$

Količinu tekućine  $I$  koja prođe u jedinici vremena s nekim presjekom cijevi površine  $S$  zovemo jakost struje. Ona iznosi

$$I = S \cdot v,$$

gdje je  $v$  brzina protjecanja.

Gibanje fluida je stacionarno ako kroz bilo koji poprečni presjek cijevi za jednaki vremenski interval prođe jednaki volumen fluida. Tada vrijedi jednačba kontinuiteta

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2,$$

gdje je  $v_1$  brzina fluida kroz presjek  $S_1$ ,  $v_2$  brzina fluida kroz presjek  $S_2$ .

Za stacionarni tok idealne tekućine u horizontalnoj cijevi vrijedi zakon u obliku Bernoullijeve jednačbe. Ona kaže da je zbroj statičkog i dinamičkog tlaka stalan.



$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2.$$

Krug je skup svih točaka ravnine kojima je udaljenost od zadane točke S manja ili jednaka zadanom broju  $r > 0$  (polumjeru kruga).

Ploština kruga polumjera  $r$  iznosi:

$$S = r^2 \cdot \pi.$$

$$\left. \begin{aligned} S_1 \cdot v_1 &= S_2 \cdot v_2 \\ p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 &= p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} S_2 \cdot v_2 &= S_1 \cdot v_1 \\ p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 &= p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} S_2 \cdot v_2 &= S_1 \cdot v_1 \cdot \frac{1}{S_2} \\ p_2 &= p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_2 &= \frac{S_1}{S_2} \cdot v_1 \\ p_2 &= p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_1^2 - v_2^2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left( v_1^2 - \left( \frac{S_1}{S_2} \cdot v_1 \right)^2 \right) \Rightarrow p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left( v_1^2 - \left( \frac{S_1}{S_2} \right)^2 \cdot v_1^2 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \cdot \left( 1 - \left( \frac{S_1}{S_2} \right)^2 \right) \Rightarrow p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \cdot \left( 1 - \left( \frac{r_1^2 \cdot \pi}{r_2^2 \cdot \pi} \right)^2 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \cdot \left( 1 - \left( \frac{r_1^2}{r_2^2} \right)^2 \right) \Rightarrow p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \cdot \left( 1 - \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^4 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \cdot \left( 1 - \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^4 \right) =$$

$$= 2 \cdot 10^5 \text{ Pa} + \frac{1}{2} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left( 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \cdot \left( 1 - \left( \frac{10^{-2} \text{ m}}{1.73 \cdot 10^{-2} \text{ m}} \right)^4 \right) = 201776.72 \text{ Pa}.$$

### Vježba 388

Kroz uži dio horizontalno položene cijevi polumjera 0.1 dm teče voda brzinom 7.2 km / h pri statičkome tlaku 200 kPa. Koliki je statički tlak u širem dijelu te cijevi polumjera 1.73 cm? Gustoća vode je 1000 kg / m<sup>3</sup>.

**Rezultat:** 201776.72 Pa.

### Zadatak 389 (Mario, tehnička škola)

Tijelo se nalazi u tekućini gustoće  $\rho$  tako da je  $\frac{1}{5}$  volumena tijela iznad površine tekućine.

Kolika je gustoća tijela?

- A.  $\frac{\rho}{5}$       B.  $\frac{\rho}{2}$       C.  $\frac{4 \cdot \rho}{5}$       D.  $\rho$

### Rješenje 389

$$\rho, \quad V - \text{volumen tijela}, \quad V_1 = \frac{4}{5} \cdot V - \text{dio volumena u tekućini}, \quad \rho_t = ?$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Ako je  $\frac{1}{5}$  volumena tijela iznad površine tekućine, tada su  $\frac{4}{5}$  volumena tijela u tekućini, dakle,

$$V_1 = \frac{4}{5} \cdot V.$$

Budući da je težina  $G$  tijela jednaka po iznosu uzgonu  $F_{uz}$ , slijedi:

$$\begin{aligned} G = F_{uz} &\Rightarrow m \cdot g = \rho \cdot g \cdot V_1 \Rightarrow \rho_t \cdot V \cdot g = \rho \cdot g \cdot \frac{4}{5} \cdot V \Rightarrow \rho_t \cdot V \cdot g = \rho \cdot g \cdot \frac{4}{5} \cdot V \quad / \cdot \frac{1}{V \cdot g} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho_t = \rho \cdot \frac{4}{5} \Rightarrow \rho_t = \frac{4 \cdot \rho}{5}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

### Vježba 389

Tijelo se nalazi u tekućini gustoće  $\rho$  tako da je  $\frac{2}{5}$  volumena tijela iznad površine tekućine.

Kolika je gustoća tijela?

$$A. \frac{\rho}{5} \quad B. \frac{\rho}{2} \quad C. \frac{3 \cdot \rho}{5} \quad D. \rho$$

**Rezultat:** C.