

### Zadatak 361 (Daneja, gimnazija)

Lopticu za stolni tenis, polumjera 15 mm i mase 5 g, uronimo u vodu na dubinu 30 cm. Kad lopticu ispustimo, ona iskoči iz vode na visinu 10 cm iznad vode. Kolika se energija pritom pretvorilo u toplinu zbog otpora vode? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ , gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

#### Rješenje 361

$$r = 15 \text{ mm} = 0.015 \text{ m}, \quad m = 5 \text{ g} = 0.005 \text{ kg}, \quad d = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}, \quad h = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \\ g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad Q = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase  $m$  ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je  $g$  akceleracija slobodnog pada, a  $h$  vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo obavlja rad  $W$  ako djeluje nekom silom  $F$  na putu  $s$  na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

**Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.**

$$W = \Delta E.$$

#### Obujam kugle

Obujam (volumen) kugle polumjera  $r$  iznosi:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Uzgon uvjetuje gibanje kuglice uvis. Rad  $W$  koji rezultantna sila  $F$  (razlika sile uzgona  $F_{uz}$  i težine  $G$ ) obavi pri gibanju kuglice na putu  $d$  jednak je njezinoj kinetičkoj energiji.

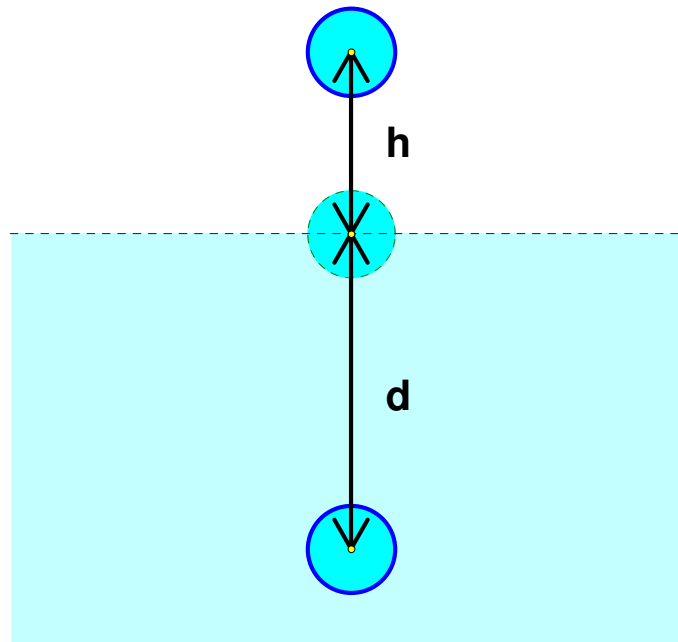
$$\left. \begin{array}{l} F = F_{uz} - G \\ W = F \cdot d \\ E_k = W \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} W = (F_{uz} - G) \cdot d \\ E_k = W \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = (F_{uz} - G) \cdot d.$$

Zbog otpora vode kuglica će na površini imati energiju  $E$  koja je jednaka kinetičkoj energiji  $E_k$  umanjenoj za količinu topline  $Q$ .

$$E = E_k - Q \Rightarrow E = (F_{uz} - G) \cdot d - Q.$$

Kada kuglica iskoči iz vode na visinu  $h$ , njezina gravitacijska potencijalna energija  $E_{gp}$  po iznosu jednaka je energiji  $E$ .

$$\begin{aligned}
E_{gp} = E &\Rightarrow m \cdot g \cdot h = (F_{uz} - G) \cdot d - Q \Rightarrow Q = (F_{uz} - G) \cdot d - m \cdot g \cdot h \Rightarrow \\
\Rightarrow Q &= (\rho \cdot g \cdot V - m \cdot g) \cdot d - m \cdot g \cdot h \Rightarrow Q = \left( \rho \cdot g \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi - m \cdot g \right) \cdot d - m \cdot g \cdot h \Rightarrow \\
\Rightarrow Q &= g \cdot \left( \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi - m \right) \cdot d - m \cdot g \cdot h \Rightarrow Q = g \cdot \left( \left( \frac{4}{3} \cdot \rho \cdot r^3 \cdot \pi - m \right) \cdot d - m \cdot h \right) = \\
&= 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \left( \left( \frac{4}{3} \cdot 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot (0.015 m)^3 \cdot \pi - 0.005 kg \right) \cdot 0.3 m - 0.005 kg \cdot 0.1 m \right) = 2.2 \cdot 10^{-2} J.
\end{aligned}$$



### Vježba 361

Lopticu za stolni tenis, polumjera 1.5 cm i mase 5 g, uronimo u vodu na dubinu 3 dm. Kad lopticu ispustimo, ona iskoči iz vode na visinu 1 dm iznad vode. Kolika se energija pritom pretvorilo u toplinu zbog otpora vode? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ , gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

**Rezultat:**  $2.2 \cdot 10^{-2} \text{ J}$ .

### Zadatak 362 (Daneja, gimnazija)

Tijelo u obliku kocke pliva na živi tako da je njegova četvrtina uronjena u živu. Koliki će dio tijela biti uronjen u živu ako na nju dolijemo toliko vode da pokriva cijelo tijelo? (gustoća žive  $\rho_1 = 13600 \text{ kg/m}^3$ , gustoća vode  $\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

### Rješenje 362

$$\Delta V = \frac{1}{4} \cdot V, \quad \rho_1 = 13600 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad V_1 = ?$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

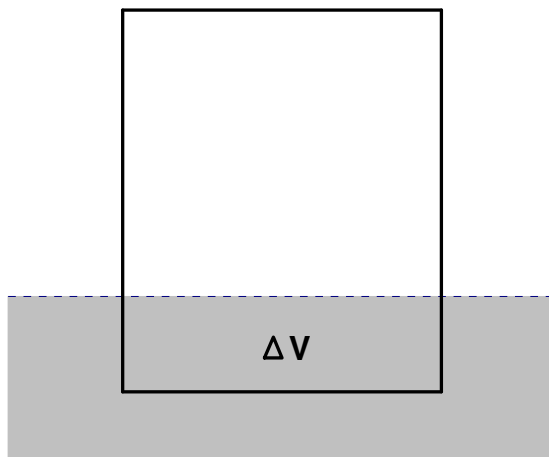
$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na

horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže. Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

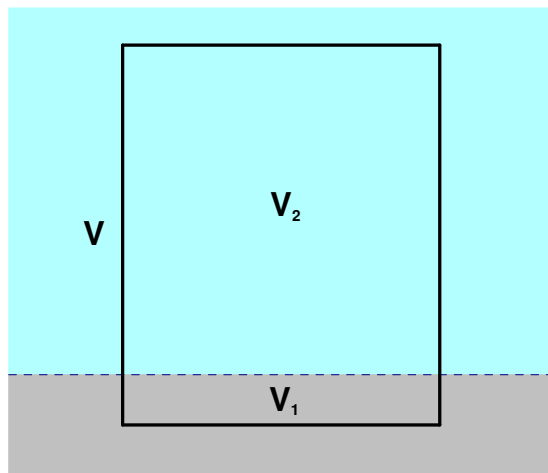
$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.



Najprije izračunamo gustoću tijela  $\rho$ . Budući da ono pliva na živi, njegova je težina  $G$  po iznosu jednaka sili uzgona  $F_{uz}$ .

$$\begin{aligned} G = F_{uz} &\Rightarrow m \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot \Delta V \Rightarrow \rho \cdot V \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot \frac{1}{4} \cdot V \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho \cdot V \cdot g &= \rho_1 \cdot g \cdot \frac{1}{4} \cdot V \cdot \frac{1}{V \cdot g} \Rightarrow \rho = \frac{1}{4} \cdot \rho_1 = \frac{1}{4} \cdot 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 3400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}. \end{aligned}$$



Ako na živu dolijemo toliko vode da pokriva cijelo tijelo onda je prema Arhimedovu zakonu sila teža  $G$  koja djeluje na kocku jednaka zbroju uzgona žive  $F_{uz1}$  i uzgona vode  $F_{uz2}$ .

$$G = F_{uz1} + F_{uz2} \Rightarrow m \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot V_1 + \rho_2 \cdot g \cdot V_2 \Rightarrow \rho \cdot V \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot V_1 + \rho_2 \cdot g \cdot V_2 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \rho \cdot V \cdot g &= \rho_1 \cdot g \cdot V_1 + \rho_2 \cdot g \cdot V_2 \quad / \cdot \frac{1}{g} \Rightarrow \rho \cdot V = \rho_1 \cdot V_1 + \rho_2 \cdot V_2 \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} V = V_1 + V_2 \\ V_2 = V - V_1 \end{array} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho \cdot V &= \rho_1 \cdot V_1 + \rho_2 \cdot (V - V_1) \Rightarrow \rho \cdot V = \rho_1 \cdot V_1 + \rho_2 \cdot V - \rho_2 \cdot V_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho \cdot V - \rho_2 \cdot V &= \rho_1 \cdot V_1 - \rho_2 \cdot V_1 \Rightarrow V \cdot (\rho - \rho_2) = V_1 \cdot (\rho_1 - \rho_2) \Rightarrow \\ \Rightarrow V_1 \cdot (\rho_1 - \rho_2) &= V \cdot (\rho - \rho_2) \Rightarrow V_1 \cdot (\rho_1 - \rho_2) = V \cdot (\rho - \rho_2) \quad / \cdot \frac{1}{\rho_1 - \rho_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow V_1 &= \frac{\rho - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2} \cdot V \Rightarrow V_1 = \frac{3400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \cdot V \Rightarrow V_1 = 0.19 \cdot V. \end{aligned}$$

### Vježba 362

Tijelo u obliku kugle pliva na živi tako da je njegova četvrtina uronjena u živu. Koliki će dio tijela biti uronjen u živu ako na nju dolijemo toliko vode da pokriva cijelo tijelo? (gustoća žive  $\rho_1 = 13600 \text{ kg / m}^3$ , gustoća vode  $\rho_2 = 1000 \text{ kg / m}^3$ )

**Rezultat:**  $0.19 \cdot V$ .

### Zadatak 363 (Daneja, gimnazija)

Na tekućinu gustoće  $\rho_1$  nalijemo tekućinu koja se s prvom ne miješa i koja ima gustoću  $\rho_2 < \rho_1$ . Očito je da će neko tijelo gustoće  $\rho$  ( $\rho_1 > \rho > \rho_2$ ) lebdjeti negdje u graničnom području između objiju tekućina. Treba odrediti koliki je dio obujma tijela uronjen u tekućinu veće gustoće.

### Rješenje 363

$\rho_1, \rho_2, \rho, V_1 = ?$   
Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

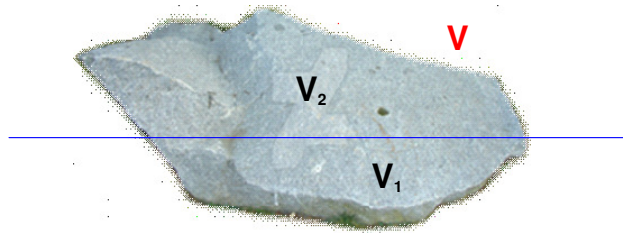
$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Ako na tekućinu gustoće  $\rho_1$  dolijemo tekućinu gustoće  $\rho_2$  onda je prema Arhimedovu zakonu sila teža  $G$  koja djeluje na tijelo jednaka zbroju sile uzgona tekućine gustoće  $\rho_1$ ,  $F_{uz1}$  i sile uzgona tekućine gustoće  $\rho_2$ ,  $F_{uz2}$ .

$$G = F_{uz1} + F_{uz2} \Rightarrow m \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot V_1 + \rho_2 \cdot g \cdot V_2 \Rightarrow \rho \cdot V \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot V_1 + \rho_2 \cdot g \cdot V_2 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \rho \cdot V \cdot g &= \rho_1 \cdot g \cdot V_1 + \rho_2 \cdot g \cdot V_2 \quad / \cdot \frac{1}{g} \Rightarrow \rho \cdot V = \rho_1 \cdot V_1 + \rho_2 \cdot V_2 \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} V = V_1 + V_2 \\ V_2 = V - V_1 \end{array} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho \cdot V &= \rho_1 \cdot V_1 + \rho_2 \cdot (V - V_1) \Rightarrow \rho \cdot V = \rho_1 \cdot V_1 + \rho_2 \cdot V - \rho_2 \cdot V_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho \cdot V - \rho_2 \cdot V &= \rho_1 \cdot V_1 - \rho_2 \cdot V_1 \Rightarrow V \cdot (\rho - \rho_2) = V_1 \cdot (\rho_1 - \rho_2) \Rightarrow \\ \Rightarrow V_1 \cdot (\rho_1 - \rho_2) &= V \cdot (\rho - \rho_2) \Rightarrow V_1 \cdot (\rho_1 - \rho_2) = V \cdot (\rho - \rho_2) \quad / \cdot \frac{1}{\rho_1 - \rho_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow V_1 &= \frac{\rho - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2} \cdot V. \end{aligned}$$



### Vježba 363

Na tekućinu gustoće  $\rho_1$  nalijemo tekućinu koja se s prvom ne miješa i koja ima gustoću  $\rho_2 < \rho_1$ . Očito je da će neko tijelo gustoće  $\rho$  ( $\rho_1 > \rho > \rho_2$ ) lebdjeti negdje u graničnom području između objiju tekućina. Treba odrediti koliki je dio obujma tijela uronjen u tekućinu manje gustoće.

**Rezultat:**  $V_2 = \frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1 - \rho_2} \cdot V.$

### Zadatak 364 (Ante, tehnička škola)

Tijelo ima obujam  $500 \text{ cm}^3$ . Pri vaganju je uravnoteženo bakrenim utezima mase  $440 \text{ g}$ . Odredi težinu tijela u vakuumu. (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ , gustoća zraka  $\rho = 1.293 \text{ kg/m}^3$ , gustoća bakra  $\rho_2 = 8900 \text{ kg/m}^3$ )

### Rješenje 364

$$V_1 = 500 \text{ cm}^3 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3, \quad m_2 = 440 \text{ g} = 0.44 \text{ kg}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \\ \rho = 1.293 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_2 = 8900 \text{ kg/m}^3, \quad G_1 = ?$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Težina tijela u zraku zbog uzgona zraka je

$$G_1 - F_{uz1}.$$

Težina bakrenih utega u zraku zbog uzgona zraka je

$$G_2 - F_{uz2}.$$

Da bi vaga ostala u ravnoteži mora vrijediti:

$$\begin{aligned}
 G_1 - F_{uz1} &= G_2 - F_{uz2} \Rightarrow G_1 = G_2 - F_{uz2} + F_{uz1} \Rightarrow G_1 = m_2 \cdot g - \rho \cdot g \cdot V_2 + \rho \cdot g \cdot V_1 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow G_1 = g \cdot (m_2 - \rho \cdot V_2 + \rho \cdot V_1) \Rightarrow G_1 = g \cdot \left( m_2 - \rho \cdot \frac{m_2}{\rho_2} + \rho \cdot V_1 \right) \Rightarrow \\
 &\Rightarrow G_1 = g \cdot \left( m_2 - \rho \cdot \left( \frac{m_2}{\rho_2} - V_1 \right) \right) = \\
 &= 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \left( 0.44 \text{ kg} - 1.293 \frac{kg}{m^3} \cdot \left( \frac{0.44 \text{ kg}}{8900 \frac{kg}{m^3}} - 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \right) \right) = 4.32 \text{ N}.
 \end{aligned}$$

### Vježba 364

Tijelo ima obujam  $0.5 \text{ dm}^3$ . Pri vaganju je uravnoteženo bakrenim utezima mase 44 dag. Odredi težinu tijela u vakuumu. (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ , gustoća zraka  $\rho = 1.293 \text{ kg/m}^3$ , gustoća bakra  $\rho_2 = 8900 \text{ kg/m}^3$ )

**Rezultat:** 4.32 N.

### Zadatak 365 (Tomislav, gimnazija)

Dva tijela imaju obujam  $V$  i  $2 \cdot V$  te su na vagi u ravnoteži. Zatim veće tijelo uronimo u ulje. Kolika bi morala biti gustoća tekućine u koju bismo morali uroniti manje tijelo da bi vaga ostala u ravnoteži? (gustoća ulja  $\rho_2 = 900 \text{ kg/m}^3$ )

### Rješenje 365

$$V_1 = V, \quad V_2 = 2 \cdot V, \quad G_1 = G_2 \text{ u zraku}, \quad \rho_2 = 900 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_1 = ?$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

U zraku tijela imaju jednake težine.

$$G_1 = G_2.$$

Veće tijelo uronjeno u ulje ima težinu

$$G_2 - F_{uz2}.$$

Manje tijelo uronjeno u tekućinu gustoće  $\rho_1$  ima težinu

$$G_1 - F_{uz1}.$$

Da bi vaga ostala u ravnoteži mora vrijediti:

$$\begin{aligned}
 G_2 - F_{uz2} &= G_1 - F_{uz1} \Rightarrow G_2 - F_{uz2} = G_1 - F_{uz1} \Rightarrow -F_{uz2} = -F_{uz1} \Rightarrow F_{uz1} = F_{uz2} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \rho_1 \cdot g \cdot V_1 = \rho_2 \cdot g \cdot V_2 \Rightarrow \rho_1 \cdot g \cdot V = \rho_2 \cdot g \cdot 2 \cdot V \Rightarrow \rho_1 \cdot g \cdot V = \rho_2 \cdot g \cdot 2 \cdot V \cdot \frac{1}{g \cdot V} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \rho_1 = 2 \cdot \rho_2 = 2 \cdot 900 \frac{kg}{m^3} = 1800 \frac{kg}{m^3}.
 \end{aligned}$$

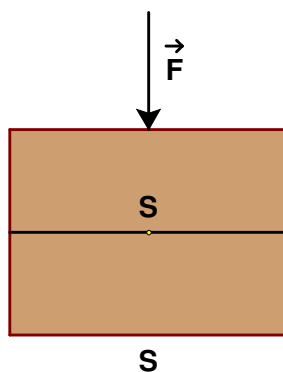
### Vježba 365

Dva tijela imaju obujam  $V$  i  $2 \cdot V$  te su na vagi u ravnoteži. Zatim veće tijelo uronimo u ulje. Kolika bi morala biti gustoća tekućine u koju bismo morali uroniti manje tijelo da bi vaga ostala u ravnoteži? (gustoća ulja  $\rho_2 = 0.9 \text{ kg / dm}^3$ )

**Rezultat:**  $1800 \text{ kg / m}^3$ .

### Zadatak 366 (Branimir, gimnazija)

Sila od 2 kN djeluje na drveni stup mase 100 kg na način prikazan na slici. Ploština poprečnog presjeka stupa je  $50 \text{ cm}^2$ . Koliki je tlak na dnu stupa, a koliki na njegovoj sredini? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m / s}^2$ )



### Rješenje 366

$F = 2 \text{ kN} = 2 \cdot 10^3 \text{ N}$ ,  $m = 100 \text{ kg}$ ,  $S = 50 \text{ cm}^2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ ,  $g = 9.81 \text{ m / s}^2$ ,  
 $p = ?$ ,  $p_1 = ?$

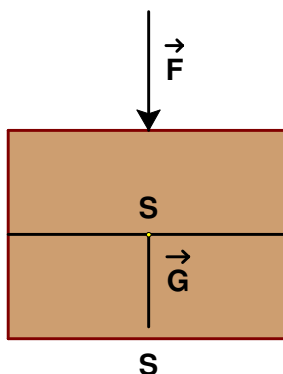
Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Tlak je količnik sile  $F$  što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu  $S$  i te površine:

$$p = \frac{F}{S}.$$



- Rezultantna sila koja djeluje na dno stupa jednaka je zbroju sile  $F$  i težine stupa  $G$ . Tlak na dnu stupa iznosi:

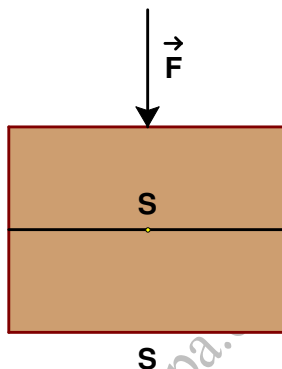
$$p = \frac{F+G}{S} \Rightarrow p = \frac{F+m \cdot g}{S} = \frac{2 \cdot 10^3 \text{ N} + 100 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2} = 596200 \text{ N}.$$

- Rezultantna sila koja djeluje na sredinu stupa jednaka je zbroju sile F i polovice težine stupa G. Tlak na dnu stupa iznosi:

$$p = \frac{F + \frac{1}{2} \cdot G}{S} \Rightarrow p = \frac{F + \frac{1}{2} \cdot m \cdot g}{S} = \frac{2 \cdot 10^3 \text{ N} + \frac{1}{2} \cdot 100 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2} = 498100 \text{ N}.$$

### Vježba 366

Sila od 2 kN djeluje na drveni stup mase 0.1 t na način prikazan na slici. Ploština poprečnog presjeka stupa je 0.5 dm<sup>2</sup>. Koliki je tlak na dnu stupa, a koliki na njegovoj sredini? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )



**Rezultat:** 596200 N, 498100 N.

### Zadatak 367 (Branimir, gimnazija)

Kroz horizontalnu cijev različitih poprečnih presjeka protječe voda. Poprečni je presjek užega dijela cijevi 5 cm<sup>2</sup>, a širega dijela cijevi 20 cm<sup>2</sup>. Kolike su brzine protjecanja vode u užemu i širemu dijelu cijevi ako je razlika statičkih tlakova  $\Delta p = 3 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ ? Gustoća vode iznosi 1000 kg / m<sup>3</sup>.

### Rješenje 367

$$S_1 = 5 \text{ cm}^2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \quad S_2 = 20 \text{ cm}^2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2, \quad \Delta p = 3 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \\ \rho = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad v_1 = ?, \quad v_2 = ?$$

Količinu tekućine I koja prođe u jedinici vremena s nekim presjekom cijevi površine S zovemo jakost struje. Ona iznosi

$$I = S \cdot v,$$

gdje je  $v$  brzina protjecanja.

Gibanje fluida je stacionarno ako kroz bilo koji poprečni presjek cijevi za jednaki vremenski interval prođe jednaki volumen fluida. Tada vrijedi jednačba kontinuiteta

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2,$$

gdje je  $v_1$  brzina fluida kroz presjek  $S_1$ ,  $v_2$  brzina fluida kroz presjek  $S_2$ .

Za stacionarni tok idealne tekućine u horizontalnoj cijevi vrijedi zakon u obliku Bernoullijeve jednačbe. Ona kaže da je zbroj statičkog i dinamičkog tlaka stalan.

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2.$$



$$\left. \begin{aligned} S_1 \cdot v_1 &= S_2 \cdot v_2 \\ p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 &= p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} S_1 \cdot v_1 &= S_2 \cdot v_2 \cdot \frac{1}{S_1} \\ \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 &= p_2 - p_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow [\Delta p = p_2 - p_1] \Rightarrow \\
\Rightarrow \left. \begin{aligned} v_1 &= \frac{S_2}{S_1} \cdot v_2 \\ \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_1^2 - v_2^2) &= \Delta p \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_1 &= \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2}{5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} \cdot v_2 \\ \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_1^2 - v_2^2) &= \Delta p \cdot \frac{2}{\rho} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_1 &= 4 \cdot v_2 \\ v_1^2 - v_2^2 &= \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\
\Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow (4 \cdot v_2)^2 - v_2^2 = \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} \Rightarrow 16 \cdot v_2^2 - v_2^2 = \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} \Rightarrow 15 \cdot v_2^2 = \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} \Rightarrow \\
\Rightarrow 15 \cdot v_2^2 = \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} \cdot \frac{1}{15} \Rightarrow v_2^2 = \frac{2 \cdot \Delta p}{15 \cdot \rho} \Rightarrow v_2 = \frac{2 \cdot \Delta p}{15 \cdot \rho} \cdot \sqrt{\phantom{x}} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{15 \cdot \rho}} = \\
= \sqrt{\frac{2 \cdot 3 \cdot 10^4 \text{ Pa}}{15 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Računamo  $v_1$ .

$$\left. \begin{aligned} v_2 &= 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_1 &= 4 \cdot v_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_1 = 4 \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Vježba 367

Kroz horizontalnu cijev različitih poprečnih presjeka protječe voda. Poprečni je presjek užega dijela cijevi  $5 \text{ cm}^2$ , a širega dijela cijevi  $20 \text{ cm}^2$ . Kolike su brzine protjecanja vode u užemu i širem dijelu cijevi ako je razlika statičkih tlakova  $\Delta p = 30 \text{ kPa}$ ? Gustoća vode iznosi  $1000 \text{ kg / m}^3$ .

**Rezultat:**  $2 \text{ m / s}$ ,  $8 \text{ m / s}$ .

### Zadatak 368 (Pixi, gimnazija)

Prazna plastična čaša mase  $100 \text{ g}$  pliva na vodi da je  $\frac{1}{4}$  volumena čaše uronjena u vodu.

Koliki se volumen ulja može uliti u čašu da ona još uvijek ne potone? Gustoća ulja iznosi  $900 \text{ kg / m}^3$ , a gustoća vode  $1000 \text{ kg / m}^3$ .

### Rješenje 368

$$m_1 = 100 \text{ g} = 0.1 \text{ kg} \text{ masa čaše}, \quad V_1 = \frac{1}{4} \cdot V, \quad \rho_1 = 900 \text{ kg / m}^3 \text{ gustoća ulja},$$

$$\rho = 1000 \text{ kg / m}^3 \text{ gustoća vode}, \quad V_u = ?$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Prazna čaša mase  $m_1$  pliva na vodi da je  $V_1$  njezina volumena uronjeno u vodu pa je težina čaše  $G_1$  po iznosu jednaka sili uzgona  $F_{uz}$ .

$$\begin{aligned} G_1 = F_{uz} &\Rightarrow F_{uz} = G_1 \Rightarrow \rho \cdot g \cdot V_1 = m_1 \cdot g \Rightarrow \rho \cdot g \cdot \frac{1}{4} \cdot V = m_1 \cdot g \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho \cdot g \cdot \frac{1}{4} \cdot V = m_1 \cdot g \quad / \cdot \frac{4}{\rho \cdot g} \Rightarrow V = \frac{4 \cdot m_1}{\rho} = \frac{4 \cdot 0.1 \text{ kg}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3. \end{aligned}$$

Izračunali smo volumen čaše  $V$ .

Kada u praznu čašu ulijemo ulje volumena  $V_u$  ona još uvijek neće potonuti ako je zbroj težina čaše  $G_1$  i ulja  $G$  jednak po iznosu sili uzgona  $F_{uz}$ .

$$\begin{aligned} G_1 + G = F_{uz} &\Rightarrow m_1 \cdot g + \rho_1 \cdot V_u \cdot g = \rho \cdot g \cdot V \Rightarrow m_1 \cdot g + \rho_1 \cdot V_u \cdot g = \rho \cdot g \cdot V \quad / \cdot \frac{1}{g} \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_1 + \rho_1 \cdot V_u = \rho \cdot V \Rightarrow \rho_1 \cdot V_u = \rho \cdot V - m_1 \Rightarrow \rho_1 \cdot V_u = \rho \cdot V - m_1 \quad / \cdot \frac{1}{\rho_1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow V_u = \frac{\rho \cdot V - m_1}{\rho_1} = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 - 0.1 \text{ kg}}{900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 3.33 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 33.3 \text{ dm}^3. \end{aligned}$$

### Vježba 368

Prazna plastična čaša mase 10 dag pliva na vodi da je  $\frac{1}{4}$  volumena čaše uronjena u vodu.

Koliki se volumen ulja može uliti u čašu da ona još uvijek ne potone? Gustoća ulja iznosi  $900 \text{ kg} / \text{m}^3$ , a gustoća vode  $1000 \text{ kg} / \text{m}^3$ .

**Rezultat:**  $33.3 \text{ dm}^3$ .

### Zadatak 369 (Marijana, maturantica)

Tijelo je potpuno uronjeno u vodu. Izračunajte gustoću tijela volumena  $3800 \text{ cm}^3$ , ako izmjerena težina tijela u vodi iznosi  $95 \text{ N}$ . (ubrzanje slobodnog pada  $g = 10 \text{ m} / \text{s}^2$ , gustoća vode  $\rho_v = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$ .)

$$A. 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad B. 3500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad C. 0.35 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad D. 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad E. 1.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

### Rješenje 369

$$V = 3800 \text{ cm}^3 = 3.8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad G_v = 95 \text{ N}, \quad g = 10 \text{ m} / \text{s}^2, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3, \\ \rho = ?$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom

Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Težina tijela  $G_v$  u vodi jednaka je razlici težine tijela  $G$  u zraku i sile uzgona  $F_{uz}$  vode.

$$\begin{aligned} G_v &= G - F_{uz} \Rightarrow G - F_{uz} = G_v \Rightarrow G = G_v + F_{uz} \Rightarrow m \cdot g = G_v + \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow \\ \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{masa tijela} \\ m = \rho \cdot V \end{array} \right] &\Rightarrow \rho \cdot V \cdot g = G_v + \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow \rho \cdot V \cdot g = G_v + \rho_v \cdot g \cdot V \cdot \frac{1}{V \cdot g} \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho &= \frac{G_v}{V \cdot g} + \frac{\rho_v \cdot g \cdot V}{V \cdot g} \Rightarrow \rho = \frac{G_v}{V \cdot g} + \frac{\rho_v \cdot g \cdot V}{V \cdot g} \Rightarrow \rho = \frac{G_v}{V \cdot g} + \rho_v = \\ &= \frac{95 \text{ N}}{3.8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 3500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod B.

### Vježba 369

Tijelo je potpuno uronjeno u vodu. Izračunajte gustoću tijela volumena  $3.8 \text{ dm}^3$ , ako izmjerena težina tijela u vodi iznosi  $0.095 \text{ kN}$ . (ubrzanje slobodnog pada  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , gustoća vode  $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ .)

- A.  $2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$       B.  $3500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$       C.  $0.35 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$       D.  $2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$       E.  $1.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

**Rezultat:** B.

### Zadatak 370 (Marijana, maturantica)

Čovjek mase  $70 \text{ kg}$  skočio je u vodu na noge s visine od  $5 \text{ m}$  iznad površine vode te se zaustavio u vodi na dubini od  $2 \text{ m}$ . Odredite ukupnu silu koja je zaustavila skakača pod pretpostavkom da je otpor zraka zanemariv. (ubrzanje slobodnog pada  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

- A.  $4900 \text{ N}$       B.  $2450 \text{ N}$       C.  $3500 \text{ N}$       D.  $1750 \text{ N}$       E.  $3150 \text{ N}$

### Rješenje 370

$$m = 70 \text{ kg}, \quad h = 5 \text{ m}, \quad s = 2 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase  $m$  ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je  $g$  akceleracija slobodnog pada, a  $h$  vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

**Zakon očuvanja energije:**

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Tijelo obavlja rad  $W$  ako djeluje nekom silom  $F$  na putu  $s$  na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Na tijelo u vodi djeluju sila teža  $G$  i sila uzgona  $F$  koje imaju suprotan smjer. Njihova rezultanta

$$F_r = F - G$$

je sila koja zaustavlja skakača pod vodom. Zato je promjena gravitacijske potencijalne energije čovjeka koji je skočio s visine  $h$  jednaka obavljenom radu zaustavne sile  $F_r$  na putu  $s$  pod vodom.

$$E_{gp} = W_r \Rightarrow E_{gp} = F_r \cdot s \Rightarrow m \cdot g \cdot h = (F - G) \cdot s \Rightarrow (F - G) \cdot s = m \cdot g \cdot h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (F - G) \cdot s = m \cdot g \cdot h \cdot \frac{1}{s} \Rightarrow F - G = \frac{m \cdot g \cdot h}{s} \Rightarrow F = \frac{m \cdot g \cdot h}{s} + G \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = \frac{m \cdot g \cdot h}{s} + m \cdot g \Rightarrow F = m \cdot g \cdot \left( \frac{h}{s} + 1 \right) = 70 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left( \frac{5 \text{ m}}{2 \text{ m}} + 1 \right) = 2450 \text{ N}.$$

Odgovor je pod B

### Vježba 370

Čovjek mase 70 kg skočio je u vodu na noge s visine od 50 dm iznad površine vode te se zaustavio u vodi na dubini od 20 dm. Odredite ukupnu silu koja je zaustavila skakača pod pretpostavkom da je otpor zraka zanemariv. (ubrzanje slobodnog pada  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

- A. 4900 N      B. 2450 N      C. 3500 N      D. 1750 N      E. 3150 N

**Rezultat:** B.