

Zadatak 281 (Ivana, medicinska škola)

Ako je visina živinog stupca u barometru 730 mm koliki je tlak zraka u odnosu na visinu živinog stupca? Izrazite rezultat u milibarima. (gustoća žive $\rho = 13600 \text{ kg / m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 281

$$h = 730 \text{ mm} = 0.73 \text{ m}, \quad \rho = 13600 \text{ kg / m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad p = ?$$

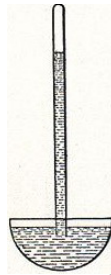
$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}, \quad 1 \text{ mbar} = 10^2 \text{ Pa}.$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. Djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ ,

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ . Jednak je na svim mjestima na istoj dubini i djeluje jednako u svim smjerovima.

$$p = \rho \cdot g \cdot h = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.73 \text{ m} = 97393.68 \text{ Pa} = [97393.68 : 100] = 973.94 \text{ mbar}.$$



Vježba 281

Ako je visina živinog stupca u barometru 7.3 dm koliki je tlak zraka u odnosu na visinu živinog stupca? Izrazite rezultat u milibarima. (gustoća žive $\rho = 13600 \text{ kg / m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 973.94 mbar.

Zadatak 282 (Ante, tehnička škola)

Volumen zračnog balona iznosi 480 m^3 , a gustoća zraka gdje se balon nalazi je 1.25 kg / m^3 . Koliki teret može ponijeti balon, ako mu je masa zajedno s opremom 250 kg i pod uvjetom da iznos pokretačke sile ne bude manji od 2 kN ? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 282

$$V = 480 \text{ m}^3, \quad \rho = 1.25 \text{ kg / m}^3, \quad m_1 = 250 \text{ kg}, \quad F = 2 \text{ kN} = 2000 \text{ N}, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \\ m_2 = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u

tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Težina balona čija je masa zajedno s opremom m_1 iznosi:

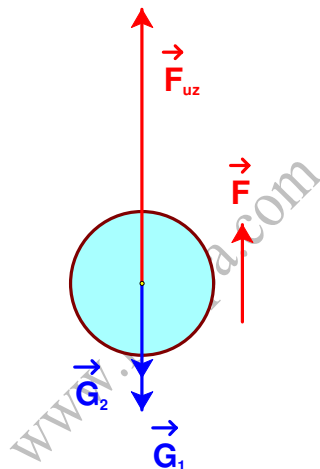
$$G_1 = m_1 \cdot g.$$

Težina tereta mase m_2 je

$$G_2 = m_2 \cdot g.$$

Rezultantna (pokretačka) sila F koja djeluje na zračni balon s teretom jednaka je razlici sile uzgona F_{uz} i zbroja težine balona G_1 i tereta G_2 .

$$\begin{aligned} F &= F_{uz} - (G_1 + G_2) \Rightarrow F = F_{uz} - G_1 - G_2 \Rightarrow G_2 = F_{uz} - F - G_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow m_2 \cdot g &= \rho \cdot g \cdot V - F - m_1 \cdot g \Rightarrow m_2 \cdot g = \rho \cdot g \cdot V - F - m_1 \cdot g \quad /: g \Rightarrow \\ \Rightarrow m_2 &= \rho \cdot V - \frac{F}{g} - m_1 = 1.25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 480 \text{ m}^3 - \frac{2000 \text{ N}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} - 250 \text{ kg} = 146.13 \text{ kg}. \end{aligned}$$



Vježba 282

Volumen zračnog balona iznosi 480 m^3 , a gustoća zraka gdje se balon nalazi je $1.25 \text{ kg} / \text{m}^3$. Koliki teret može ponijeti balon, ako mu je masa zajedno s opremom 0.25 t i pod uvjetom da iznos pokretačke sile ne bude manji od 2 kN ? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$)

Rezultat: 146.13 kg.

Zadatak 283 (Sabina, srednja škola)

U tekućinu gustoće $13.5 \cdot 10^3 \text{ kg} / \text{m}^3$ uronjeno je homogeno tijelo gustoće $6.75 \cdot 10^3 \text{ kg} / \text{m}^3$. Koji dio volumena tijela (u postocima) je iznad površine tekućine?

- A. 50% B. 25% C. 30% D. 10%

Rješenje 283

$$\rho = 13.5 \cdot 10^3 \text{ kg} / \text{m}^3, \quad \rho_1 = 6.75 \cdot 10^3 \text{ kg} / \text{m}^3, \quad p = ?$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

$$\text{Na primjer, } 9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 0.3\% = \frac{0.3}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom

Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Neka je:

- ρ gustoća tekućine
- ρ_1 gustoća tijela
- V volumen tijela
- V_1 dio volumena tijela iznad tekućine
- V_2 dio volumena tijela u tekućini.

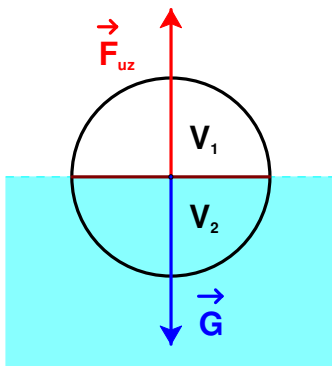
Vrijedi:

$$V_1 + V_2 = V \Rightarrow V_2 = V - V_1.$$

Budući da tijelo pliva, njegova je težina po iznosu jednaka uzgonu.

$$\begin{aligned} G = F_{uz} &\Rightarrow m \cdot g = \rho \cdot g \cdot V_2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m = \rho_1 \cdot V \\ V_2 = V - V_1 \end{array} \right] \Rightarrow \rho_1 \cdot V \cdot g = \rho \cdot g \cdot (V - V_1) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho_1 \cdot V \cdot g = \rho \cdot g \cdot (V - V_1) \quad /: g \Rightarrow \rho_1 \cdot V = \rho \cdot (V - V_1) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho_1 \cdot V = \rho \cdot V - \rho \cdot V_1 \Rightarrow \rho \cdot V_1 = \rho \cdot V - \rho_1 \cdot V \Rightarrow \rho \cdot V_1 = V \cdot (\rho - \rho_1) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho \cdot V_1 = V \cdot (\rho - \rho_1) \quad /: \rho \Rightarrow V_1 = \frac{\rho - \rho_1}{\rho} \cdot V \Rightarrow V_1 = \frac{13.5 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 6.75 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{13.5 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \cdot V \Rightarrow \\ &\Rightarrow V_1 = 0.5 \cdot V \Rightarrow V_1 = \frac{50}{100} \cdot V \Rightarrow p = 50\%. \end{aligned}$$

Odgovor je pod A.



Vježba 283

U tekućinu gustoće $14.5 \cdot 10^3 \text{ kg / m}^3$ uronjeno je homogeno tijelo gustoće $7.25 \cdot 10^3 \text{ kg / m}^3$. Koji dio volumena tijela (u postocima) je iznad površine tekućine?

- A. 50% B. 25% C. 30% D. 10%

Rezultat: A.

Zadatak 284 (AK, gimnazija)

Voda izlazi kroz rupicu iz posude. Rupica se nalazi na visini 1 m iznad poda. Ako mlaz vode udara o pod na udaljenosti 0.6 m, kolika je visina stupca vode u posudi iznad rupice?

Rješenje 284

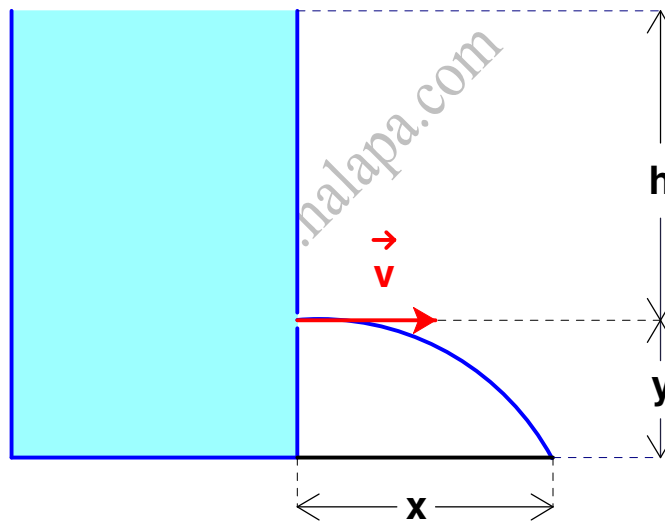
$$y = 1 \text{ m}, \quad x = 0.6 \text{ m}, \quad h = ?$$

Horizontalni hitac je gibanje koje se sastoji od jednolikoga gibanja u horizontalnom smjeru brzinom v i slobodnog pada. Staza tijela pri horizontalnom hicu je parabola opisana jednačzbom

$$y = \frac{g}{2 \cdot v^2} \cdot x^2.$$

Ako idealna tekućina istječe iz posude kroz otvor koji se nalazi za visinu h ispod najviše razine tekućine, brzina istjecanja iznosi

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h.$$



Računamo visinu h stupca vode u posudi iznad rupice.

$$\left. \begin{aligned} v^2 &= 2 \cdot g \cdot h \\ y &= \frac{g}{2 \cdot v^2} \cdot x^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow y = \frac{g}{2 \cdot 2 \cdot g \cdot h} \cdot x^2 \Rightarrow y = \frac{g}{4 \cdot g \cdot h} \cdot x^2 \Rightarrow y = \frac{x^2}{4 \cdot h} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow y = \frac{x^2}{4 \cdot h} \cdot \frac{h}{y} \Rightarrow h = \frac{x^2}{4 \cdot y} = \frac{(0.6 \text{ m})^2}{4 \cdot 1 \text{ m}} = 0.09 \text{ m} = 9 \text{ cm}.$$

Vježba 284

Voda izlazi kroz rupicu iz posude. Rupica se nalazi na visini 100 cm iznad poda. Ako mlaz vode udara o pod na udaljenosti 6 dm, kolika je visina stupca vode u posudi iznad rupice?

Rezultat: 9 cm.

Zadatak 285 (Dvije gimnazijalke ☺, gimnazija)

Betonski blok ima masu 80 kg i gustoću 2.5 kg / dm^3 . Odredi težinu bloka u vodi. (gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 285

$m = 80 \text{ kg}$, $\rho = 2.5 \text{ kg / dm}^3 = 2500 \text{ kg / m}^3$, $\rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3$, $g = 9.81 \text{ m / s}^2$,
 $G_t = ?$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Budući da se težina betonskog bloka u tekućini G_t umanjuje za uzgon, jednaka je razlici težine bloka u zraku G i uzgona F_{uz} .

$$G_t = G - F_{uz} \Rightarrow G_t = m \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow G_t = m \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow G_t = m \cdot g \cdot \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho}\right) = 80 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(1 - \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}\right) = 470.88 \text{ N}.$$



Vježba 285

Betonski blok ima masu 160 kg i gustoću 2.5 kg / dm^3 . Odredi težinu bloka u vodi. (gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 941.76 N.

Zadatak 286 (Dvije gimnazijalke ☺, gimnazija)

Betonski blok ima masu 80 kg i gustoću 2.5 kg / dm^3 . Odredi gustoću tekućine u kojoj bi taj blok imao težinu 300 N. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 286

$m = 80 \text{ kg}$, $\rho = 2.5 \text{ kg / dm}^3 = 2500 \text{ kg / m}^3$, $G_t = 300 \text{ N}$, $g = 9.81 \text{ m / s}^2$,
 $\rho_t = ?$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Budući da se težina betonskog bloka u tekućini G_t umanjuje za uzgon, jednaka je razlici težine bloka u zraku G i uzgona F_{uz} .

$$\begin{aligned} G_t = G - F_{uz} &\Rightarrow F_{uz} = G - G_t \Rightarrow \rho_t \cdot g \cdot V = m \cdot g - G_t \Rightarrow \rho_t \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} = m \cdot g - G_t \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho_t \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} = m \cdot g - G_t \quad | \cdot \frac{\rho}{m \cdot g} \Rightarrow \rho_t = \rho \cdot \frac{\rho \cdot G_t}{m \cdot g} \Rightarrow \rho_t = \rho \cdot \left(1 - \frac{G_t}{m \cdot g} \right) \Rightarrow \\ &= 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(1 - \frac{300 \text{ N}}{80 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \right) = 1544 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}. \end{aligned}$$

Vježba 286

Betonski blok ima masu 160 kg i gustoću 2.5 kg / dm³. Odredi gustoću tekućine u kojoj bi taj blok imao težinu 600 N. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 1544 kg / m³.

Zadatak 287 (Ivica, tehnička škola)

Spremnik visine 5 m napunjen je vodom. Na dnu spremnika nalazi se kružni otvor promjera 4 cm. Odredite masu vode koja isteče kroz otvor za 5 min. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 287

$$h = 5 \text{ m}, \quad 2 \cdot r = 4 \text{ cm} \Rightarrow r = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}, \quad t = 5 \text{ min} = [5 \cdot 60] = 300 \text{ s}, \\ \rho = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad m = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Obujam valjka

Uspravni i kosi valjak polumjera osnovke (baze) r i visine h imaju jednake obujmove. Taj obujam iznosi:

$$V = S \cdot h \Rightarrow V = r^2 \cdot \pi \cdot h.$$

Ako idealna tekućina istječe iz posude kroz otvor koji se nalazi za visinu h ispod najviše razine tekućine, brzina istjecanja iznosi

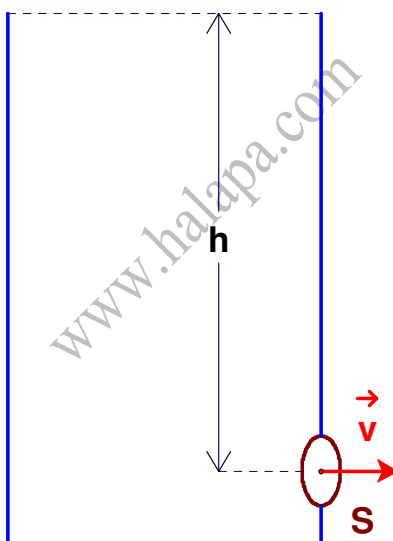
$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}.$$

Ako idealna tekućina istječe iz posude kroz otvor koji se nalazi za visinu h ispod najviše razine tekućine, brzina istjecanja računa se po formuli

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}.$$

Zato masa vode koja isteče kroz kružni otvor polumjera r na dubini h za vrijeme t iznosi:

$$\begin{aligned} m &= \rho \cdot V \Rightarrow m = \rho \cdot S \cdot s \Rightarrow m = \rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v \cdot t \Rightarrow \left[v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow m &= \rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot t = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (0.02 \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ m}} \cdot 300 \text{ s} = \\ &= 3733.93 \text{ kg} \approx 3.73 \text{ t}. \end{aligned}$$



Vježba 287

Spremnik visine 50 dm napunjen je vodom. Na dnu spremnika nalazi se kružni otvor promjera 0.4 dm. Odredite masu vode koja isteče kroz otvor za 5 min. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$)

Rezultat: 3.73 t.

Zadatak 288 (Ivica, tehnička škola)

Spremnik visine 5 m napunjen je vodom. Na dnu spremnika nalazi se kružni otvor promjera 4 cm. Odredite silu kojom voda djeluje na zatvarač ovog otvora. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$)

Rješenje 288

$$h = 5 \text{ m}, \quad 2 \cdot r = 4 \text{ cm} \Rightarrow r = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}, \quad \rho = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2, \\ F = ?$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. Djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ ,

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ . Jednak je na svim mjestima na istoj dubini i djeluje jednako u svim smjerovima.

Ploština kruga polumjera r iznosi:

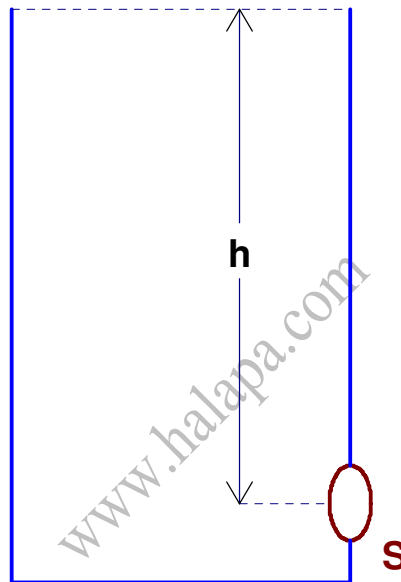
$$S = r^2 \cdot \pi.$$

Tlak je kvocijent sile F što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu S i te površine:

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \cdot S.$$

Budući da je sila kojom voda djeluje na zatvarač otvora jednaka umnošku tlaka vodenog stupca na razini zatvarača i ploštini zatvarača koja je jednaka ploštini otvora, slijedi:

$$F = p \cdot S \Rightarrow F = \rho \cdot g \cdot h \cdot r^2 \cdot \pi = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ m} \cdot (0.02 \text{ m})^2 \cdot \pi = 61.64 \text{ N}.$$



Vježba 288

Spremnik visine 50 dm napunjen je vodom. Na dnu spremnika nalazi se kružni otvor promjera 0.4 dm. Odredite silu kojom voda djeluje na zatvarač ovog otvora. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$)

Rezultat: 61.64 N.

Zadatak 289 (Roby, tehnička škola)

Tekućina struji kroz cijev promjera 20 cm. Ako želimo da tekućina struji dvostruko brže uz isti protok, koliko bi morao biti promjer cijevi?

Rješenje 289

$$d_1 = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}, \quad v_1 = v, \quad v_2 = 2 \cdot v, \quad d_2 = ?$$

Gibanje fluida je stacionarno ako kroz bilo koji poprečni presjek cijevi za jednaki vremenski interval prođe jednaki volumen fluida. Tada vrijedi jednadžba kontinuiteta

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2,$$

gdje je v_1 brzina fluida kroz presjek S_1 , v_2 brzina fluida kroz presjek S_2 .

Ploština kruga promjera d iznosi:

$$S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}.$$

$$\begin{aligned}
S_1 \cdot v_1 &= S_2 \cdot v_2 \Rightarrow \frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} \cdot v = \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4} \cdot 2 \cdot v \Rightarrow \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4} \cdot 2 \cdot v = \frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} \cdot v \Rightarrow \\
\Rightarrow \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4} \cdot 2 \cdot v &= \frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} \cdot v \cdot \frac{4}{\pi \cdot v} \Rightarrow d_2^2 \cdot 2 = d_1^2 \Rightarrow d_2^2 \cdot 2 = d_1^2 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow d_2^2 = \frac{d_1^2}{2} \Rightarrow \\
\Rightarrow d_2^2 &= \frac{d_1^2}{2} \cdot \sqrt{} \Rightarrow d_2 = \sqrt{\frac{d_1^2}{2}} \Rightarrow d_2 = \frac{d_1}{\sqrt{2}} = \frac{0.2 \text{ m}}{\sqrt{2}} = 0.1414 \text{ m} = 14.14 \text{ cm}.
\end{aligned}$$

Vježba 289

Tekućina struji kroz cijev promjera 2 dm. Ako želimo da tekućina struji dvostruko brže uz isti protok, koliko bi morao biti promjer cijevi?

Rezultat: 14.14 cm.

Zadatak 290 (Roby, tehnička škola)

Kolika količina vode isteče u jednoj minuti iz spremnika kroz otvor promjera 4 cm koji se nalazi 4.9 m ispod razine vode? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 290

$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$, $2 \cdot r = 4 \text{ cm} \Rightarrow r = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}$, $h = 4.9 \text{ m}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$,
 $I = ?$

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s} \Rightarrow 1 \text{ s} = \frac{1}{60} \text{ min}.$$

Količinu tekućine I koja prođe u jedinici vremena s nekim presjekom cijevi površine S zovemo jakost struje. Ona iznosi

$$I = S \cdot v,$$

gdje je v brzina protjecanja.

Ploština kruga polumjera r računa se po formuli

$$S = r^2 \cdot \pi.$$

Ako idealna tekućina istječe iz posude kroz otvor koji se nalazi za visinu h ispod najviše razine tekućine, brzina istjecanja iznosi

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}.$$

$$\begin{aligned}
I &= S \cdot v \Rightarrow I = r^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \\
&= (0.02 \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4.9 \text{ m}} = 0.012321325 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = \\
&= [0.012321325 \cdot 60] = 0.74 \frac{\text{m}^3}{\text{min}}.
\end{aligned}$$

Vježba 290

Kolika količina vode isteče u jednoj minuti iz spremnika kroz otvor promjera 40 mm koji se nalazi 49 dm ispod razine vode? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $0.74 \frac{\text{m}^3}{\text{min}}$.

Zadatak 291 (Roby, tehnička škola)

Pri kojoj brzini je dinamički tlak na automobil jednak 580 Pa? (gustoća zraka $\rho = 1.293 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 291

$$p_d = 580 \text{ Pa}, \quad \rho = 1.293 \text{ kg / m}^3, \quad v = ?$$

Tlak koji zbog brzine fluida nastaje unutar fluida naziva se dinamički tlak i iznosi

$$p_d = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2,$$

gdje je ρ gustoća fluida.

$$\begin{aligned} p_d &= \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = p_d \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = p_d \cdot \frac{2}{\rho} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot p_d}{\rho} \Rightarrow \\ \Rightarrow v^2 &= \frac{2 \cdot p_d}{\rho} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot p_d}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 580 \text{ Pa}}{1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 29.95 \frac{\text{m}}{\text{s}} = [29.95 \cdot 3.6] = 107.82 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \end{aligned}$$

Vježba 291

Pri kojoj brzini je dinamički tlak na automobil jednak 0.58 kPa? (gustoća zraka $\rho = 1.293 \text{ kg / m}^3$)

Rezultat: 107.82 km / h.

Zadatak 292 (Mario, gimnazija)

Kroz neku cijev proteče 0.7 L vode u sekundi, brzinom 1.2 m / s. Odredi promjer cijevi.

Rješenje 292

$$I = 0.7 \text{ L / s} = 0.7 \text{ dm}^3 / \text{s} = 7 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3, \quad v = 1.2 \text{ m / s}, \quad d = ?$$

Količinu tekućine I koja prođe u jedinici vremena s nekim presjekom cijevi površine S zovemo jakost struje. Ona iznosi

$$I = S \cdot v,$$

gdje je v brzina protjecanja.

Ploština kruga promjera d računa se po formuli

$$S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}.$$

$$\left. \begin{aligned} S &= \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \\ I &= S \cdot v \end{aligned} \right\} \Rightarrow I = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v \Rightarrow \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v = I \Rightarrow \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v = I \cdot \frac{4}{\pi \cdot v} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d^2 = \frac{4 \cdot I}{\pi \cdot v} \Rightarrow d^2 = \frac{4 \cdot I}{\pi \cdot v} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot I}{\pi \cdot v}} \Rightarrow d = 2 \cdot \sqrt{\frac{I}{\pi \cdot v}} =$$

$$= 2 \cdot \sqrt{\frac{7 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{\pi \cdot 1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} = 0.0273 \text{ m} = 2.73 \text{ cm}.$$

Vježba 292

Kroz neku cijev proteče 1.4 L vode u sekundi, brzinom 2.4 m / s. Odredi promjer cijevi.

Rezultat: 2.73 cm.

Zadatak 293 (Vesna, gimnazija)

U posudi se nalazi plin pod tlakom 6 bar. Kolikom brzinom istječe plin u zrak kroz mali otvor na posudi? (atmosferski tlak $p_0 = 1000 \text{ mbar}$, gustoća plina $\rho = 5.3 \text{ kg / m}^3$)

Rješenje 293

$$p = 6 \text{ bar} = 6 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad p_0 = 1000 \text{ mbar} = 10^5 \text{ Pa}, \quad \rho = 5.3 \text{ kg / m}^3, \quad v = ?$$

Tlak koji zbog brzine tekućine (fluida) nastaje unutar tekućine (fluida) zove se dinamički tlak i iznosi:

$$p_d = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2,$$

gdje je ρ gustoća tekućine (fluida).

Plin će istjecati iz posude u zrak zbog razlike tlakova.

$$\begin{aligned} \Delta p &= \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = \Delta p \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = \Delta p \cdot \frac{2}{\rho} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot (p - p_0)}{\rho}} = \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot (6 \cdot 10^5 \text{ Pa} - 10^5 \text{ Pa})}{5.3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 434.37 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vježba 293

U posudi se nalazi plin pod tlakom 6000 mbar. Kolikom brzinom istječe plin u zrak kroz mali otvor na posudi? (atmosferski tlak $p_0 = 1000$ mbar, gustoća plina $\rho = 5.3 \text{ kg / m}^3$)

Rezultat: 434.37 m / s.

Zadatak 294 (Branko, srednja škola)

Aluminijsku kuglicu mase 9 g, naboja 10^{-7} C , stavimo u ulje. Kolika je jakost električnog polja koje djeluje na kuglicu ako kuglica u ulju lebdi, a polje ima smjer vertikalno prema gore? (gustoća aluminijske kuglice $\rho_1 = 2700 \text{ kg / m}^3$, gustoća ulja (maslinova) $\rho_2 = 900 \text{ kg / m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 294

$$m = 9 \text{ g} = 0.009 \text{ kg}, \quad Q = 10^{-7} \text{ C}, \quad \rho_1 = 2700 \text{ kg / m}^3, \quad \rho_2 = 900 \text{ kg / m}^3, \\ g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad E = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

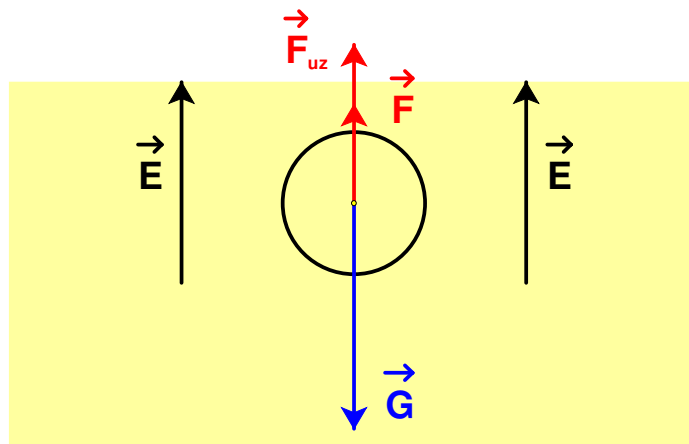
$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Ako se u polju jakosti E nalazi naboj Q , silu kojom polje djeluje na naboj možemo izračunati iz izraza

$$F = Q \cdot E.$$

Budući da kuglica mase m lebdi u ulju, sila teža G uravnotežena je uzgonom F_{uz} i silom polja F .



$$G = F_{uz} + F \Rightarrow F_{uz} + F = G \Rightarrow \rho_2 \cdot g \cdot V + Q \cdot E = m \cdot g \Rightarrow \rho_2 \cdot g \cdot \frac{m}{\rho_1} + Q \cdot E = m \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q \cdot E = m \cdot g - \rho_2 \cdot g \cdot \frac{m}{\rho_1} \Rightarrow Q \cdot E = m \cdot g \cdot \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \Rightarrow Q \cdot E = m \cdot g \cdot \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \cdot \frac{1}{Q} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = \frac{m \cdot g}{Q} \cdot \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) = \frac{0.009 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{10^{-7} \text{ C}} \cdot \left(1 - \frac{900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}\right) = 5.89 \cdot 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Vježba 294

Aluminijsku kuglicu mase 9 g, naboja 10^{-7} C , stavimo u ulje. Kolika je jakost električnog polja koje djeluje na kuglicu ako kuglica u ulju lebdi, a polje ima smjer vertikalno prema gore? (gustoća aluminija $\rho_1 = 2700 \text{ kg / m}^3$, gustoća ulja (maslinova) $\rho_2 = 900 \text{ kg / m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 434.37 m / s.

Zadatak 295 (Velimir, srednja škola)

Na dnu jezera dubine 30 m nalazi se mjehurić zraka koji ide prema površini. Koliko će puta biti obujam mjehurića veći neposredno prije izlaska na površinu? Tlak zraka iznad površine jezera je 101325 Pa, a gustoća vode 1000 kg / m^3 . (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$) Zanemarite promjenu temperature vode sa dubinom.

Rješenje 295

$$h = 30 \text{ m}, \quad p_0 = 101325 \text{ Pa}, \quad \rho = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad \frac{V_2}{V_1} = ?$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. Djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ ,

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ . Jednak je na svim mjestima na istoj dubini i djeluje jednako u svim smjerovima.

Ako pri promjeni stanja dane mase plina, temperatura ostaje stalna (izotermno stanje), promjene obujma i tlaka plina možemo opisati Boyle – Mariotteovim zakonom:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2.$$

Tlak na dnu jezera dubine h je

$$p_1 = p_0 + \rho \cdot g \cdot h,$$

a na površini jezera

$$p_2 = p_0.$$

Neka su V_1 i V_2 obujmovi mjehurića na dnu i na površini jezera respektivno. Budući da je temperatura stalna (izotermno stanje), slijedi:

$$\begin{aligned} p_1 \cdot V_1 &= p_2 \cdot V_2 \Rightarrow p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \Rightarrow p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \cdot \frac{1}{V_1 \cdot p_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} &= \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_0 + \rho \cdot g \cdot h}{p_0} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_0}{p_0} + \frac{\rho \cdot g \cdot h}{p_0} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 1 + \frac{\rho \cdot g \cdot h}{p_0} = \\ &= 1 + \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 30 \text{ m}}{101325 \text{ Pa}} = 3.905. \end{aligned}$$

Vježba 295

Na dnu jezera dubine 300 dm nalazi se mjehurić zraka koji ide prema površini. Koliko će puta biti obujam mjehurića veći neposredno prije izlaska na površinu? Tlak zraka iznad površine jezera je 101325 Pa, a gustoća vode 1000 kg / m³. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$) Zanimarite promjenu temperature vode sa dubinom.

Rezultat: 3.905.

Zadatak 296 (Valdor ☺, gimnazija)

Šuplja kugla unutarnjeg polumjera 8 cm, a vanjskog 9 cm pluta na tekućini gustoće 800 kg / m³ tako da se polovica kugle nalazi u tekućini, a polovica u zraku. Kolika je gustoća materijala iz kojeg je kugla načinjena?

Rješenje 296

$$r_1 = 8 \text{ cm} = 0.08 \text{ m}, \quad r_2 = 9 \text{ cm} = 0.09 \text{ m}, \quad \rho_f = 800 \text{ kg / m}^3, \quad \rho_m = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

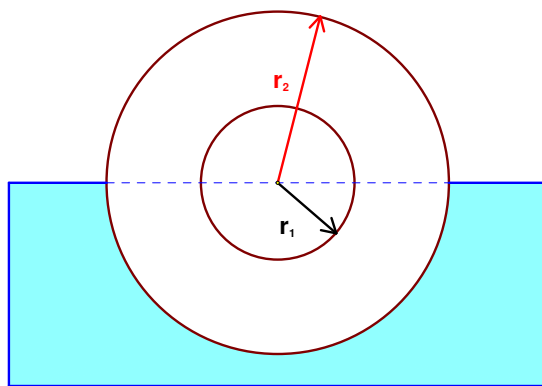
$$F_{uz} = \rho_f \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_f gustoća fluida (tekućine ili plina), g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Obujam kugle

Obujam (volumen) kugle polumjera r iznosi:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$



Ako je r_1 polumjer šupljine u kugli, a r_2 vanjski polumjer kugle onda su volumeni

$$V_1 = \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi \quad , \quad V_2 = \frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi$$

pa je volumen šuplje kugle

$$V = V_2 - V_1 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi - \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi \Rightarrow V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (r_2^3 - r_1^3)$$

Iznos sile teže koja djeluje na kuglu je

$$G = m \cdot g \Rightarrow G = \rho_m \cdot g \cdot V \Rightarrow G = \rho_m \cdot g \cdot (V_2 - V_1) \Rightarrow G = \frac{4}{3} \cdot \rho_m \cdot g \cdot \pi \cdot (r_2^3 - r_1^3)$$

Iznos sile uzgona je

$$F_{uz} = \rho_f \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot V_2 \Rightarrow F_{uz} = \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot g \cdot \frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi \Rightarrow F_{uz} = \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot g \cdot \frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi \Rightarrow \\ \Rightarrow F_{uz} = \frac{2}{3} \cdot \rho_f \cdot g \cdot \pi \cdot r_2^3$$

Budući da šuplja kugla pliva, onda je iznos sile teže G koji djeluje na kuglu jednak iznosu sile uzgona F_{uz} koja djeluje na polovicu kugle uronjene u tekućinu.

$$G = F_{uz} \Rightarrow \frac{4}{3} \cdot \rho_m \cdot g \cdot \pi \cdot (r_2^3 - r_1^3) = \frac{2}{3} \cdot \rho_f \cdot g \cdot \pi \cdot r_2^3 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{4}{3} \cdot \rho_m \cdot g \cdot \pi \cdot (r_2^3 - r_1^3) = \frac{2}{3} \cdot \rho_f \cdot g \cdot \pi \cdot r_2^3 \quad / \cdot \frac{3}{4 \cdot g \cdot \pi \cdot (r_2^3 - r_1^3)} \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho_m = \frac{\rho_f \cdot r_2^3}{2 \cdot (r_2^3 - r_1^3)} = \frac{800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (0.09 \text{ m})^3}{2 \cdot ((0.09 \text{ m})^3 - (0.08 \text{ m})^3)} = 1343.78 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \approx 1344 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Vježba 296

Šuplja kugla unutarnjeg polumjera 80 mm, a vanjskog 90 mm pluta na tekućini gustoće 800 kg / m^3 tako da se polovica kugle nalazi u tekućini, a polovica u zraku. Kolika je gustoća materijala iz kojeg je kugla načinjena?

Rezultat: 1343 kg / m^3 .

Zadatak 297 (Tina, gimnazija)

Tijelo pliva u tekućini tako da mu je uronjeno 80% volumena. Koliki će dio volumena biti uronjen, ako ga stavimo u tekućinu tri puta veće gustoće, a koliki će biti ako ga stavimo u tekućinu dva puta veće gustoće?

Rješenje 297

$$V_1 = 80\% \cdot V = 0.80 \cdot V, \quad \rho_1, \quad \rho_2 = 3 \cdot \rho_1, \quad \rho_3 = 2 \cdot \rho_1, \quad V_2 = ?, \quad V_3 = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže. Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_f \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_f gustoća fluida (tekućine ili plina), g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu. Budući da tijelo pliva u tekućini gustoće ρ_1 , njegova težina G jednaka je po iznosu sili uzgona F_{uz} .

$$G = F_{uz} \Rightarrow G = \rho_1 \cdot g \cdot V_1 \Rightarrow G = \rho_1 \cdot g \cdot 0.80 \cdot V \Rightarrow G = 0.80 \cdot \rho_1 \cdot g \cdot V.$$

Ako tijelo težine G stavimo u tekućinu gustoće ρ_2 vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} G = \rho_2 \cdot g \cdot V_2 \\ G = 0.80 \cdot \rho_1 \cdot g \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{G}{G} = \frac{\rho_2 \cdot g \cdot V_2}{0.80 \cdot \rho_1 \cdot g \cdot V} \Rightarrow \frac{G}{G} = \frac{\rho_2 \cdot g \cdot V_2}{0.80 \cdot \rho_1 \cdot g \cdot V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{\rho_2 \cdot V_2}{0.80 \cdot \rho_1 \cdot V} \Rightarrow \left[\rho_2 = 3 \cdot \rho_1 \right] \Rightarrow 1 = \frac{3 \cdot \rho_1 \cdot V_2}{0.80 \cdot \rho_1 \cdot V} \Rightarrow 1 = \frac{3 \cdot \rho_1 \cdot V_2}{0.80 \cdot \rho_1 \cdot V} \Rightarrow 1 = \frac{3 \cdot V_2}{0.80 \cdot V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3 \cdot V_2}{0.80 \cdot V} = 1 \Rightarrow \frac{3 \cdot V_2}{0.80 \cdot V} = 1 \cdot \frac{0.80 \cdot V}{3} \Rightarrow V_2 = \frac{0.80 \cdot V}{3} \Rightarrow V_2 = 0.27 \cdot V.$$

Ako tijelo težine G stavimo u tekućinu gustoće ρ_3 vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} G = \rho_3 \cdot g \cdot V_3 \\ G = 0.80 \cdot \rho_1 \cdot g \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{G}{G} = \frac{\rho_3 \cdot g \cdot V_3}{0.80 \cdot \rho_1 \cdot g \cdot V} \Rightarrow \frac{G}{G} = \frac{\rho_3 \cdot g \cdot V_3}{0.80 \cdot \rho_1 \cdot g \cdot V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{\rho_3 \cdot V_3}{0.80 \cdot \rho_1 \cdot V} \Rightarrow \left[\rho_3 = 2 \cdot \rho_1 \right] \Rightarrow 1 = \frac{2 \cdot \rho_1 \cdot V_3}{0.80 \cdot \rho_1 \cdot V} \Rightarrow 1 = \frac{2 \cdot \rho_1 \cdot V_3}{0.80 \cdot \rho_1 \cdot V} \Rightarrow 1 = \frac{2 \cdot V_3}{0.80 \cdot V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot V_3}{0.80 \cdot V} = 1 \Rightarrow \frac{2 \cdot V_3}{0.80 \cdot V} = 1 \cdot \frac{0.80 \cdot V}{2} \Rightarrow V_3 = \frac{0.80 \cdot V}{2} \Rightarrow V_3 = 0.40 \cdot V.$$

Vježba 297

Tijelo pliva u tekućini tako da mu je uronjeno 80% volumena. Koliki će dio volumena biti uronjen, ako ga stavimo u tekućinu četiri puta veće gustoće?

Rezultat: $0.20 \cdot V$.

Zadatak 298 (Barbara, gimnazija)

Plastična bačva je napunjena vodom do visine 0.75 m. Sa strane probušimo dva jednaka otvora malog poprečnog presjeka. Jedan je na visini 10 cm od dna, drugi 40 cm iznad njega. Izračunajte omjer masa vode koje za 1 s od početka istjecanja isteknu kroz otvore. (ρ – gustoća vode, g – ubrzanje slobodnog pada)

Rješenje 298

$$H = 0.75 \text{ m}, \quad a = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad b = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}, \quad t = 1 \text{ s}, \quad \rho, \quad g, \quad \frac{m_2}{m_1} = ?$$

Jakost toka ili volumni protok fluida određuje se izrazom:

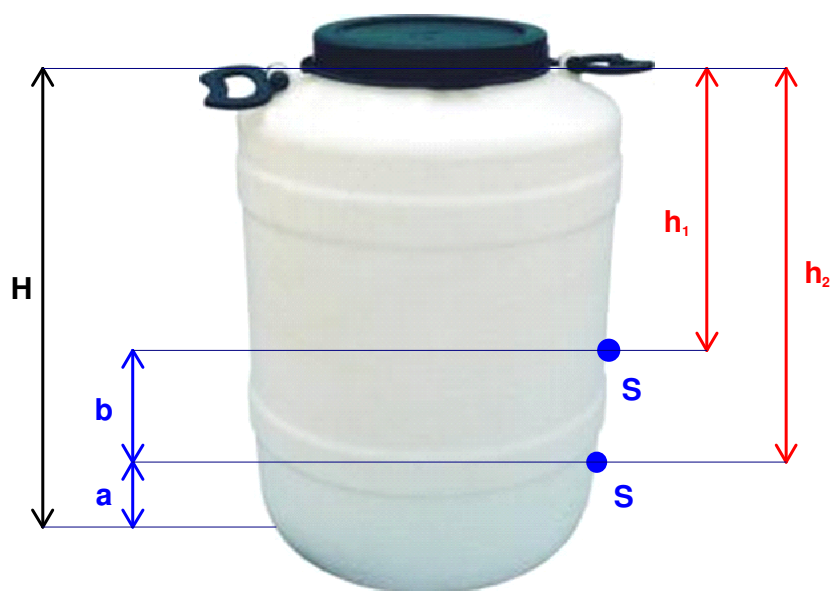
$$q = \frac{V}{t} = S \cdot v,$$

gdje je V volumen koji je protekao površinom presjeka S u vremenu t , srednjom brzinom v .
Ako idealna tekućina istječe iz posude kroz otvor koji se nalazi za visinu h ispod najviše razine tekućine, brzina istjecanja iznosi

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}.$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$



Sa slike vidi se:

$$h_1 = H - (a + b) \quad , \quad h_2 = H - a$$

Masa vode koja istekne kroz otvor površine S koji se nalazi za visinu h ispod najviše razine tekućine dobije se iz sustava jednačbi:

$$\left. \begin{array}{l} v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \\ \frac{V}{t} = S \cdot v \\ m = \rho \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{V}{t} = S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \\ m = \rho \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{V}{t} = S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot t \\ m = \rho \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} V = S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot t \\ m = \rho \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = \rho \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot t.$$

Mase vode koje isteku kroz oba otvora na bačvi iznose:

$$\left. \begin{array}{l} m_1 = \rho \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} \cdot t \\ m_2 = \rho \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2} \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednačbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{\rho \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2} \cdot t}{\rho \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} \cdot t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{\rho \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2} \cdot t}{\rho \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} \cdot t} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_2}}{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h_2}{2 \cdot g \cdot h_1}} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h_2}{2 \cdot g \cdot h_1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} h_2 = H - a \\ h_1 = H - (a + b) \end{array} \right] \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \sqrt{\frac{H - a}{H - (a + b)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \sqrt{\frac{0.75 \text{ m} - 0.1 \text{ m}}{0.75 \text{ m} - (0.1 \text{ m} + 0.4 \text{ m})}} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 1.61.$$

Vježba 298

Plastična bačva je napunjena vodom do visine 75 dm. Sa strane probušimo dva jednaka otvora malog poprečnog presjeka. Jedan je na visini 1 dm od dna, drugi 4 dm iznad njega. Izračunajte omjer masa vode koje za 1 s od početka istjecanja isteknu kroz otvore. (ρ – gustoća vode, g – ubrzanje slobodnog pada)

Rezultat: 1.61.

Zadatak 299 (Azra, medicinska škola)

Aluminijska kocka duljine brida 25 cm miruje na horizontalnoj podlozi. Gustoća aluminija je 2.7 g/cm^3 . Kocka na podlogu vrši tlak od:

- A. 662 Pa B. 657.33 Pa C. 675.33 Pa D. 6.62 Pa E. 6.62 kPa

(ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 299

$$a = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m}, \quad \rho = 2.7 \text{ g/cm}^3 = 2700 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad p = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Tlak je kvocijent sile F što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu S i te površine:

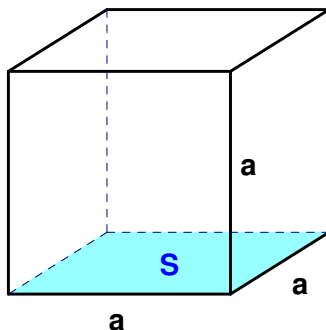
$$p = \frac{F}{S}.$$

Ploština kvadrata duljine stranice a izračunava se po formuli

$$S = a^2.$$

Kocka (heksaedar) spada u pravilne poliedre. Omeđena je sa šest sukladnih strana koje su kvadrati, ima 8 vrhova i 12 bridova. Ako kocka ima brid a , tada je obujam:

$$V = a^3.$$



Sila F kojom kocka djeluje na podlogu je težina G kocke pa za tlak vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} F = G \\ p = \frac{F}{S} \end{array} \right\} \Rightarrow p = \frac{G}{S} \Rightarrow p = \frac{m \cdot g}{a^2} \Rightarrow p = \frac{\rho \cdot V \cdot g}{a^2} \Rightarrow p = \frac{\rho \cdot a^3 \cdot g}{a^2} \Rightarrow p = \frac{\rho \cdot a^3 \cdot g}{a^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \rho \cdot a \cdot g = 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.25 \text{ m} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 6621.75 \text{ Pa} \approx 6.62 \text{ kPa}.$$

Odgovor je pod E.

Vježba 299

Aluminijska kocka duljine brida 2.5 dm miruje na horizontalnoj podlozi. Gustoća aluminija je 2.7 g/cm^3 . Kocka na podlogu vrši tlak od:

- A. 662 Pa B. 657.33 Pa C. 675.33 Pa D. 6.62 Pa E. 6.62 kPa

(ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: E.

Zadatak 300 (Azra, medicinska škola)

Kolikom silom atmosfera Zemlje djeluje na zid čija je duljina 4 m, a širina 10 m? (normirani tlak $p_0 = 101325 \text{ Pa}$)

- A. 2.53 kN B. 0.1 MN C. 0.4 MN D. 4.05 MN E. 0 MN

Rješenje 300

$$a = 4 \text{ m}, \quad b = 10 \text{ m}, \quad p_0 = 101325 \text{ Pa}, \quad F = ?$$

Tlak je kvocijent sile F što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu S i te površine:

$$p = \frac{F}{S}$$

Ploština pravokutnika duljine stranica a i b izračunava se po formuli

$$S = a \cdot b.$$

Sila F kojom atmosfera djeluje na zid iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} S = a \cdot b \\ p_0 = \frac{F}{S} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} S = a \cdot b \\ \frac{F}{S} = p_0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} S = a \cdot b \\ \frac{F}{S} = p_0 \cdot S \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} S = a \cdot b \\ F = p_0 \cdot S \end{array} \right\} \Rightarrow F = p_0 \cdot a \cdot b =$$

$$= 101325 \text{ Pa} \cdot 4 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} = 4053000 \text{ N} = 4.05 \cdot 10^6 \text{ N} = 4.05 \text{ MN}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 300

Kolikom silom atmosfera Zemlje djeluje na zid čija je duljina 40 dm, a širina 100 dm? (normirani tlak $p_0 = 101325 \text{ Pa}$)

- A. 2.53 kN B. 0.1 MN C. 0.4 MN D. 4.05 MN E. 0 MN

Rezultat: D.