

Zadatak 261 (Filip, srednja škola)

Jakost toka rijeke Save kod Slavonskog Broda iznosi prosječno $400 \text{ m}^3/\text{s}$. Koliko vode proteče za jedan dan?

Rješenje 261

$$q = 400 \text{ m}^3/\text{s}, \quad t = 1 \text{ dan} = [1 \cdot 24 \cdot 3600] = 86400 \text{ s}, \quad V = ?$$

Jakost toka ili volumni protok fluida određuje se izrazom

$$q = \frac{V}{t} = S \cdot v,$$

gdje je V volumen koji je protekao površinom presjeka S u vremenu t , srednjom brzinom v .
Količina vode iznosi:

$$q = \frac{V}{t} \Rightarrow q = \frac{V}{t} / \cdot t \Rightarrow V = q \cdot t = 400 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 86400 \text{ s} = 3.456 \cdot 10^7 \text{ m}^3.$$

Vježba 261

Jakost toka rijeke Save kod Slavonskog Broda iznosi prosječno $4 \cdot 10^5 \text{ dm}^3/\text{s}$. Koliko vode proteče za jedan dan?

Rezultat: $3.456 \cdot 10^7 \text{ m}^3$.

Zadatak 262 (Filip, srednja škola)

Jakost toka rijeke Save kod Slavonskog Broda iznosi prosječno $400 \text{ m}^3/\text{s}$. Za koliko vremena proteče 1 km^3 vode?

Rješenje 262

$$q = 400 \text{ m}^3/\text{s}, \quad V = 1 \text{ km}^3 = 10^9 \text{ m}^3, \quad t = ?$$

Jakost toka ili volumni protok fluida određuje se izrazom

$$q = \frac{V}{t} = S \cdot v,$$

gdje je V volumen koji je protekao površinom presjeka S u vremenu t , srednjom brzinom v .
Računamo vrijeme protoka:

$$q = \frac{V}{t} \Rightarrow q = \frac{V}{t} / \cdot \frac{t}{q} \Rightarrow t = \frac{V}{q} = \frac{10^9 \text{ m}^3}{400 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}} = 2500000 \text{ s} = [2500000 : (24 \cdot 3600)] \approx 29 \text{ dana}.$$



Vježba 262

Jakost toka rijeke Save kod Slavonskog Broda iznosi prosječno $4 \cdot 10^5 \text{ dm}^3/\text{s}$. Za koliko vremena proteče 1 km^3 vode?

Rezultat: 29 dana.

Zadatak 263 (Maya rokerica, gimnazija)

Točno 250 ml tekućine protječe iz cijevi unutarnjeg promjera 7 mm za vrijeme od 41 s . Kolika je prosječna brzina tekućine u cijevi?

Rješenje 263

$$V = 250 \text{ ml} = 0.25 \text{ l} = 0.25 \text{ dm}^3 = 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3, \quad d = 7 \text{ mm} = 7 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad t = 41 \text{ s},$$

$v = ?$

Jakost toka ili volumni protok fluida određuje se izrazom

$$q = \frac{V}{t} = S \cdot v,$$

gdje je V volumen koji je protekao površinom presjeka S u vremenu t , srednjom brzinom v .
Ako je d promjer kruga njegova površina glasi:

$$S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}.$$

Računamo prosječnu brzinu tekućine u cijevi.

$$\left. \begin{array}{l} S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \\ S \cdot v = \frac{V}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v = \frac{V}{t} \Rightarrow \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v = \frac{V}{t} / \frac{4}{d^2 \cdot \pi} \Rightarrow v = \frac{4 \cdot V}{d^2 \cdot \pi \cdot t} =$$
$$= \frac{4 \cdot 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3}{(7 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot 41 \text{ s}} = 0.16 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 263

Točno 500 ml tekućine protječe iz cijevi unutarnjeg promjera 7 mm za vrijeme od 82 s. Kolika je prosječna brzina tekućine u cijevi?

Rezultat: 0.16 m/s.

Zadatak 264 (Maya rokerica, gimnazija)

Točno 250 cl tekućine protječe iz cijevi unutarnjeg promjera 7 mm za vrijeme od 4.1 s. Kolika je prosječna brzina tekućine u cijevi?

Rješenje 264

$V = 250 \text{ cl} = 2.5 \text{ l} = 2.5 \text{ dm}^3 = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, $d = 7 \text{ mm} = 7 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, $t = 4.1 \text{ s}$,
 $v = ?$

Jakost toka ili volumni protok fluida određuje se izrazom

$$q = \frac{V}{t} = S \cdot v,$$

gdje je V volumen koji je protekao površinom presjeka S u vremenu t , srednjom brzinom v .
Ako je d promjer kruga njegova površina glasi:

$$S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}.$$

Računamo prosječnu brzinu tekućine u cijevi.

$$\left. \begin{array}{l} S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \\ S \cdot v = \frac{V}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v = \frac{V}{t} \Rightarrow \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v = \frac{V}{t} / \frac{4}{d^2 \cdot \pi} \Rightarrow v = \frac{4 \cdot V}{d^2 \cdot \pi \cdot t} =$$
$$= \frac{4 \cdot 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{(7 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot 4.1 \text{ s}} = 15.84 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 264

Točno 500 cl tekućine protječe iz cijevi unutarnjeg promjera 7 mm za vrijeme od 8.2 s. Kolika je prosječna brzina tekućine u cijevi?

Rezultat: 15.84 m/s.

Zadatak 265 (Tin, gimnazija)

Koliki teret može netko podići u zraku ako u vodi može dići kamen koji u zraku teži 150 N? (gustoća kamena $\rho = 2800 \text{ kg / m}^3$, gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3$)

Rješenje 265

$$G = 150 \text{ N}, \quad \rho = 2800 \text{ kg / m}^3, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad G_v = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Izračunat ćemo težinu kamena u vodi koji u zraku teži 150 N. Težina G_v kamena u vodi jednaka je razlici težine G kamena u zraku i sile uzgona F_{uz} .

$$G_v = G - F_{uz} \Rightarrow G_v = G - \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow G_v = G - \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} \Rightarrow G_v = G - \frac{\rho_v}{\rho} \cdot m \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G_v = G - \frac{\rho_v}{\rho} \cdot G \Rightarrow G_v = G \cdot \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho}\right) = 150 \text{ N} \cdot \left(1 - \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}\right) = 96.43 \text{ N}.$$

Ako čovjek može podići taj kamen u vodi, onda će u zraku podići težinu jednaku prividnoj težini kamena u vodi. Dakle, u zraku će podići teret težine 96.43 N.

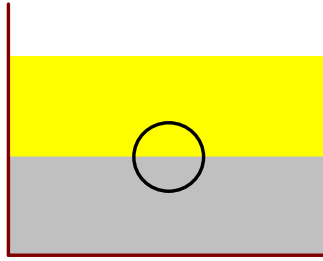
Vježba 265

Koliki teret može netko podići u zraku ako u vodi može dići kamen koji u zraku teži 200 N? (gustoća kamena $\rho = 2800 \text{ kg / m}^3$, gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3$)

Rezultat: 128.57 N.

Zadatak 266 (Ankica, gimnazija)

U posudi se nalazi živa i povrh nje ulje. Kugla koju spustimo u posudu lebdi tako da je svojom donjom polovicom uronjena u živu, a gornjom u ulje (crtež). Odredi gustoću kugle. (gustoća žive $\rho_1 = 13600 \text{ kg / m}^3$, gustoća ulja (maslinovo) $\rho_2 = 900 \text{ kg / m}^3$)



Rješenje 266

$$V_1 = \frac{1}{2} \cdot V, \quad V_2 = \frac{1}{2} \cdot V, \quad \rho_1 = 13600 \text{ kg / m}^3, \quad \rho_2 = 900 \text{ kg / m}^3, \quad \rho = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

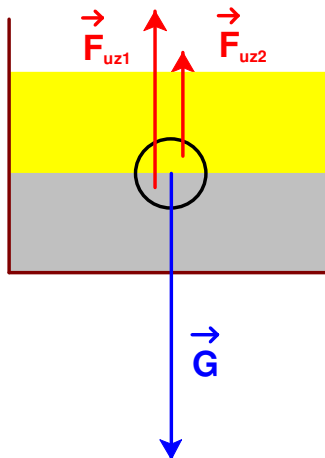
gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Budući da kugla u posudi lebdi dok je svojom donjom polovicom uronjena u živu, a gornjom u ulje, sila teža koja djeluje na kuglu po iznosu jednaka je zbroju uzgona žive i ulja.



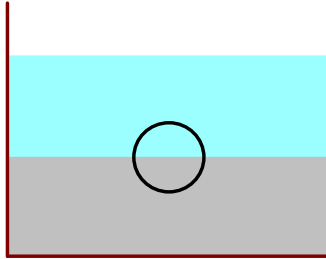
$$G = F_{uz1} + F_{uz2} \Rightarrow m \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot V_1 + \rho_2 \cdot g \cdot V_2 \Rightarrow \rho \cdot V \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot V + \rho_2 \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho \cdot V \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot V + \rho_2 \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot V \cdot \frac{1}{V \cdot g} \Rightarrow \rho = \frac{1}{2} \cdot \rho_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho_2 \Rightarrow \rho = \frac{1}{2} \cdot (\rho_1 + \rho_2) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} + 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) = 7250 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 266

U posudi se nalazi živa i povrhnje benzin. Kugla koju spustimo u posudu lebdi tako da je svojom donjom polovicom uronjena u živu, a gornjom u benzin (crtež). Odredi gustoću kugle. (gustoća žive $\rho_1 = 13600 \text{ kg / m}^3$, gustoća benzina $\rho_2 = 700 \text{ kg / m}^3$)



Rezultat: 7150 kg/m³.

Zadatak 267 (Hrvoje, tehnička škola)

Kroz neku cijev proteče 0.7 litara vode u sekundi, brzinom 1.2 m / s. Odredi promjer cijevi.

Rješenje 267

$$I = 0.7 \text{ l / s} = 0.7 \text{ dm}^3 / \text{s} = 7 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 / \text{s}, \quad v = 1.2 \text{ m / s}, \quad d = ?$$

Jakost toka ili volumni protok fluida određuje se izrazom

$$q = \frac{V}{t} = S \cdot v,$$

gdje je V volumen koji je protekao površinom presjeka S u vremenu t, srednjom brzinom v. Ako je d promjer kruga njegova površina glasi:

$$S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}.$$

Promjer cijevi iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \\ I = S \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow I = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v \Rightarrow I = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v \cdot \frac{4}{\pi \cdot v} \Rightarrow d^2 = \frac{4 \cdot I}{\pi \cdot v} \Rightarrow d^2 = \frac{4 \cdot I}{\pi \cdot v} \sqrt{} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot I}{\pi \cdot v}} \Rightarrow d = 2 \cdot \sqrt{\frac{I}{\pi \cdot v}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{7 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{\pi \cdot 1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} = 0.0273 \text{ m} = 2.73 \text{ cm}.$$

Vježba 267

Kroz neku cijev proteče 1.4 litre vode u sekundi, brzinom 2.4 m/s. Odredi promjer cijevi.

Rezultat: 2.73 cm.

Zadatak 268 (Susjeda ☺, gimnazija)

Cisterna za loživo ulje (gustoće 0.8 kg / dm³) ima oblik uspravnog valjka promjera 120 cm na čijem je dnu tlakomjer koji pokazuje tlak ulja. Koliko je ulja u cisterni ako tlakomjer pokazuje tlak 0.32 bara iznad atmosferskog? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 268

$$\rho = 0.8 \text{ kg / dm}^3 = 800 \text{ kg / m}^3, \quad 2 \cdot r = 120 \text{ cm} \Rightarrow r = 60 \text{ cm} = 0.6 \text{ m}, \quad p = 0.32 \text{ bar} = 0.32 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 32000 \text{ Pa}, \quad V = ?$$

Obujam valjka s polumjerom osnovke (baze) r i visinom h iznosi:

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h.$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. Djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak p i o gustoći tekućine ρ ,

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ . Jednak je na svim mjestima na istoj dubini i djeluje jednako u svim smjerovima.

$$\left. \begin{array}{l} p = \rho \cdot g \cdot h \\ V = r^2 \cdot \pi \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p = \rho \cdot g \cdot h \cdot \frac{1}{\rho \cdot g} \\ V = r^2 \cdot \pi \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} h = \frac{p}{\rho \cdot g} \\ V = r^2 \cdot \pi \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow V = r^2 \cdot \pi \cdot \frac{p}{\rho \cdot g} =$$

$$= (0.6 \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot \frac{32000 \text{ Pa}}{800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 4.6115 \text{ m}^3 = 4611.5 \text{ dm}^3 = 4611.5 \text{ l}.$$

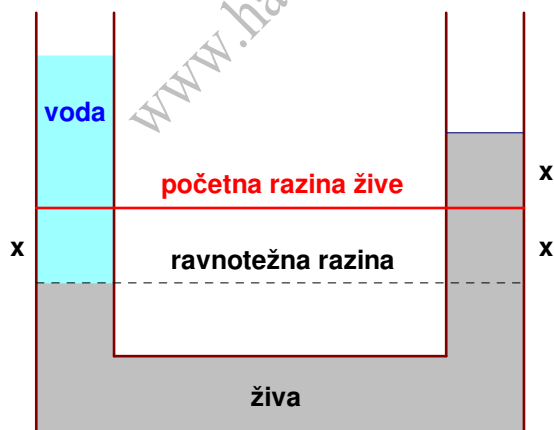
Vježba 268

Cisterna za loživo ulje (gustoće $0.8 \text{ kg} / \text{dm}^3$) ima oblik uspravnog valjka promjera 240 cm na čijem je dnu tlakomjer koji pokazuje tlak ulja. Koliko je ulja u cisterni ako tlakomjer pokazuje tlak 0.08 bara iznad atmosferskog? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$)

Rezultat: 4611.5 litara.

Zadatak 269 (Susjeda ☺, gimnazija)

U cijevi (crtež) nalazi se živa ($\rho_2 = 13.6 \text{ g} / \text{cm}^3$). U lijevi krak nalije se voda do visine 50 cm . Kolika će biti visina stupca žive računajući od dodirne površine tekućina? Za koliko se podigao stupac žive računajući od početne razine? (gustoća vode $\rho_1 = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$)



Rješenje 269

$$\rho_2 = 13.6 \text{ g} / \text{cm}^3 = 13600 \text{ kg} / \text{m}^3, \quad h_1 = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}, \quad \rho_1 = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3, \quad h_2 = ?,$$

$$x = ?$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. Djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak p i o gustoći tekućine ρ ,

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

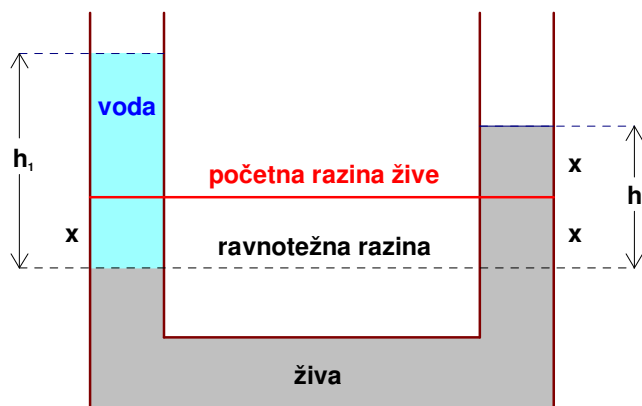
Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ . Jednak je na svim mjestima na istoj dubini i djeluje jednako u svim smjerovima.

Tlak u tekućini ne ovisi o obliku posude, nego samo o razlici razina. Zato je tekućina u spojenim posudama svuda jednako visoka. Razine slobodne površine u spojenim posudama mogu biti nejednake u pojedinim njihovim dijelovima samo ako u spojenim posudama nije ista tekućina.

U zadatku na dnu U – cijevi je ulivena živa gustoće ρ_2 . U lijevi krak cijevi nadolivena je voda koja se ne miješa s živom i ima gustoću ρ_1 . Ako tekućine miruju, znači da je na svakoj razini jednak tlak na svakom njegovu mjestu. Na lijevoj strani je tlak na tom mjestu p_1 , a na desnoj je tlak p_2 pa je:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow \rho_1 \cdot g \cdot h_1 = \rho_2 \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow \rho_1 \cdot g \cdot h_1 = \rho_2 \cdot g \cdot h_2 \cdot \frac{1}{\rho_2 \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{\rho_1 \cdot h_1}{\rho_2} = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.5 \text{ m}}{13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0.03676 \text{ m} = 36.76 \text{ mm}.$$

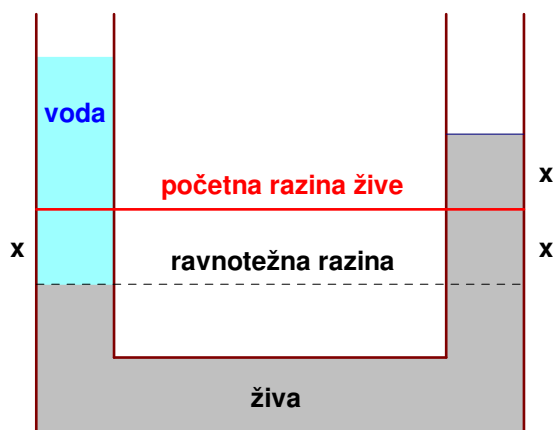


Sa slike vidi se da se stupac žive izdigao za

$$x = \frac{h_2}{2} = \frac{36.76 \text{ mm}}{2} = 18.38 \text{ mm}.$$

Vježba 269

U cijevi (crtež) nalazi se živa ($\rho_2 = 13.6 \text{ g / cm}^3$). U lijevi krak nalije se voda do visine 5 dm. Kolika će biti visina stupca žive računajući od dodirne površine tekućina? Za koliko se podigao stupac žive računajući od početne razine? (gustoća vode $\rho_1 = 1000 \text{ kg / m}^3$)



Rezultat: 36.76 mm, 18.38 mm.

Zadatak 270 (Susjeda ☺, gimnazija)

Lonac promjera 18 cm, visine 12 cm, napravljen je od čeličnog lima debljine 2 mm. Koliko će potonuti, ako je prazan postavljen na vodu? (gustoća čelika $\rho = 7.8 \text{ g / cm}^3$, gustoća vode $\rho_1 = 1000 \text{ kg / m}^3$)

Rješenje 270

$$2 \cdot r = 18 \text{ cm} \Rightarrow r = 9 \text{ cm} = 0.09 \text{ m}, \quad h = 12 \text{ cm} = 0.12 \text{ m}, \quad d = 2 \text{ mm} = 0.002 \text{ m},$$

$$\rho = 7.8 \text{ g/cm}^3 = 7800 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad x = ?$$

Opseg kružnice i kruga polumjera r:

$$O = 2 \cdot r \cdot \pi.$$

Ploština kruga polumjera r iznosi:

$$P = r^2 \cdot \pi.$$

Ploština pravokutnika je jednaka produktu njegove duljine a i širine b.

$$P = a \cdot b.$$

Upravni i kosi valjak polumjera osnovke (baze) r i visine v imaju jednake obujmove. Taj obujam iznosi:

$$V = S \cdot v \Rightarrow V = r^2 \cdot \pi \cdot v.$$

Obujam (volumen) prizme s bazom (osnovkom) ploštine S i visinom v iznosi:

$$V = S \cdot v.$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

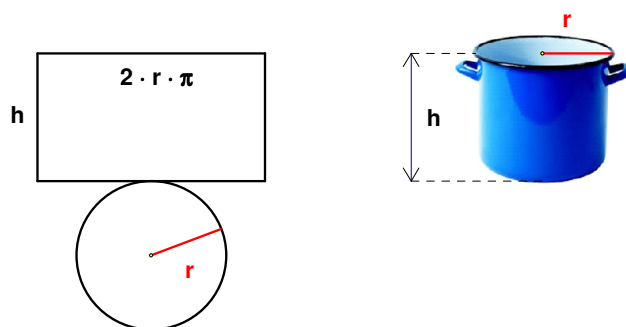
$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.



Volumen samog lonca (čeličnog lima), kada je debljina stijenki d malena prema ostalim dimenzijama posude, možemo izračunati po formuli:

$$\left. \begin{aligned} S &= r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h - \text{površina kruga i pravokutnika} \\ V &= S \cdot d \end{aligned} \right\} \Rightarrow V = (r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h) \cdot d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = r \cdot \pi \cdot d \cdot (r + 2 \cdot h).$$

Tada je masa lonca:

$$m = \rho \cdot V \Rightarrow m = \rho \cdot r \cdot \pi \cdot d \cdot (r + 2 \cdot h) =$$

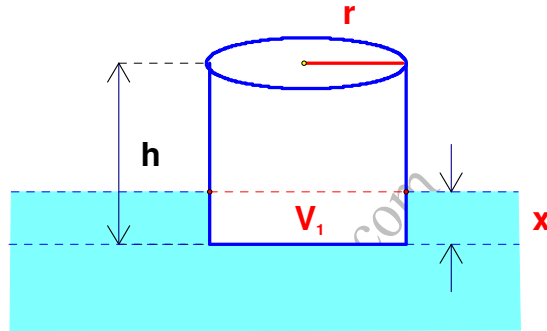
$$= 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.09 \text{ m} \cdot \pi \cdot 0.002 \text{ m} \cdot (0.09 \text{ m} + 2 \cdot 0.12 \text{ m}) = 1.456 \text{ kg}.$$

Kada lonac stavimo na vodu on će zbog svoje težine jednim dijelom potonuti u nju. Neka je x duljina za koju lonac potone u vodu. U tom položaju lonac miruje jer je sila uzgona izjednačena sa njegovom težinom.

$$F_{uz} = G \Rightarrow \rho_1 \cdot g \cdot V_1 = m \cdot g \Rightarrow \rho_1 \cdot g \cdot r^2 \cdot \pi \cdot x = m \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_1 \cdot g \cdot r^2 \cdot \pi \cdot x = m \cdot g \quad | \cdot \frac{1}{\rho_1 \cdot g \cdot r^2 \cdot \pi} \Rightarrow x = \frac{m}{\rho_1 \cdot r^2 \cdot \pi} =$$

$$= \frac{1.456 \text{ kg}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (0.09 \text{ m})^2 \cdot \pi} = 0.0572 \text{ m} = 5.72 \text{ cm}.$$



Vježba 270

Lonac promjera 180 mm, visine 120 mm, napravljen je od čeličnog lima debljine 0.2 cm. Koliko će potonuti, ako je prazan postavljen na vodu? (gustoća čelika $\rho = 7.8 \text{ g/cm}^3$, gustoća vode $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 5.72 cm.

Zadatak 271 (Susjeda ☺, gimnazija)

Lonac promjera 18 cm, visine 12 cm, napravljen je od čeličnog lima debljine 2 mm. Kolika se masa može staviti u lonac da bi se spustio 2 cm od gornjeg ruba? (gustoća čelika $\rho = 7.8 \text{ g/cm}^3$, gustoća vode $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 271

$$2 \cdot r = 18 \text{ cm} \Rightarrow r = 9 \text{ cm} = 0.09 \text{ m}, \quad h = 12 \text{ cm} = 0.12 \text{ m}, \quad d = 2 \text{ mm} = 0.002 \text{ m},$$

$$\Delta h = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}, \quad \rho = 7.8 \text{ g/cm}^3 = 7800 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad m_1 = ?$$

Opseg kružnice i kruga polumjera r :

$$O = 2 \cdot r \cdot \pi.$$

Ploština kruga polumjera r iznosi:

$$P = r^2 \cdot \pi.$$

Ploština pravokutnika je jednaka produktu njegove duljine a i širine b .

$$P = a \cdot b.$$

Uspravni i kosi valjak polumjera osnovke (baze) r i visine v imaju jednake obujmove. Taj obujam iznosi:

$$V = S \cdot v \Rightarrow V = r^2 \cdot \pi \cdot v.$$

Obujam (volumen) prizme s bazom (osnovkom) ploštine S i visinom v iznosi:

$$V = S \cdot v.$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

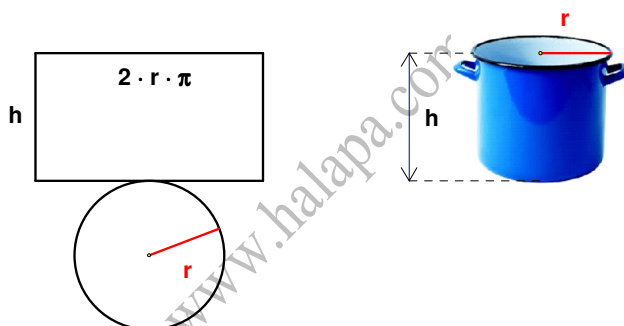
$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.



Volumen samog lonca (čeličnog lima), kada je debljina stijenki d malena prema ostalim dimenzijama posude, možemo izračunati po formuli:

$$\left. \begin{aligned} S &= r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h - \text{površina kruga i pravokutnika} \\ V &= S \cdot d \end{aligned} \right\} \Rightarrow V = (r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h) \cdot d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = r \cdot \pi \cdot d \cdot (r + 2 \cdot h).$$

Tada je masa lonca:

$$\begin{aligned} m &= \rho \cdot V \Rightarrow m = \rho \cdot r \cdot \pi \cdot d \cdot (r + 2 \cdot h) = \\ &= 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.09 \text{ m} \cdot \pi \cdot 0.002 \text{ m} \cdot (0.09 \text{ m} + 2 \cdot 0.12 \text{ m}) = 1.456 \text{ kg}. \end{aligned}$$

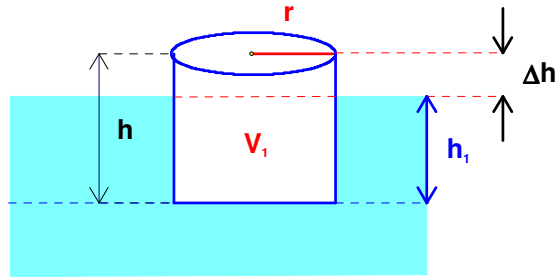
Neka je m_1 masa koja se mora staviti u lonac da bi se spustio 2 cm od gornjeg ruba. Tada je lonac uronjen u vodu za h_1 .

$$h_1 = h - \Delta h = 0.12 \text{ m} - 0.02 \text{ m} = 0.10 \text{ m}.$$

U tom položaju lonac miruje jer je zbroj težine samog lonca G i tereta težine G_1 u njemu jednak sili uzgona F_{uz} .

$$\begin{aligned} G + G_1 &= F_{uz} \Rightarrow m \cdot g + m_1 \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot V_1 \Rightarrow m \cdot g + m_1 \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow m \cdot g + m_1 \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h_1 / \frac{1}{g} \Rightarrow m + m_1 = \rho_1 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h_1 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow m_1 = \rho_1 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h_1 - m = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (0.09 \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot 0.10 \text{ m} - 1.456 \text{ kg} = 1.09 \text{ kg}.$$



Vježba 271

Lonac promjera 180 mm, visine 120 mm, napravljen je od čeličnog lima debljine 0.2 cm. Kolika se masa može staviti u lonac da bi se spustio 0.2 dm od gornjeg ruba? (gustoća čelika $\rho = 7.8 \text{ g/cm}^3$, gustoća vode $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 1.09 kg.

Zadatak 272 (Zlatko, tehnička škola)

U cijev oblika U polumjera 1 cm naliveno je nešto žive. U jedan krak dolijemo 40 g vode, a u drugi 100 g alkohola. Kolika je razlika razina žive u oba kraka? (gustoća žive $\rho_z = 13600 \text{ kg/m}^3$, gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$, gustoća alkohola (benzina) $\rho_a = 700 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 272

$$r = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}, \quad m_v = 40 \text{ g} = 0.04 \text{ kg}, \quad m_a = 100 \text{ g} = 0.1 \text{ kg}, \quad \rho_z = 13600 \text{ kg/m}^3, \\ \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_a = 700 \text{ kg/m}^3, \quad \Delta h = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Ploština kruga polumjera r iznosi:

$$P = r^2 \cdot \pi.$$

Uspravni i kosi valjak polumjera osnovke (baze) r i visine v imaju jednake obujmove. Taj obujam iznosi:

$$V = S \cdot v \Rightarrow V = r^2 \cdot \pi \cdot v.$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. Djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ ,

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ . Jednak je na svim mjestima na istoj dubini i djeluje jednako u svim smjerovima.

Budući da su zadane mase vode i alkohola u cijevi, možemo izračunati visine stupca vode i alkohola.

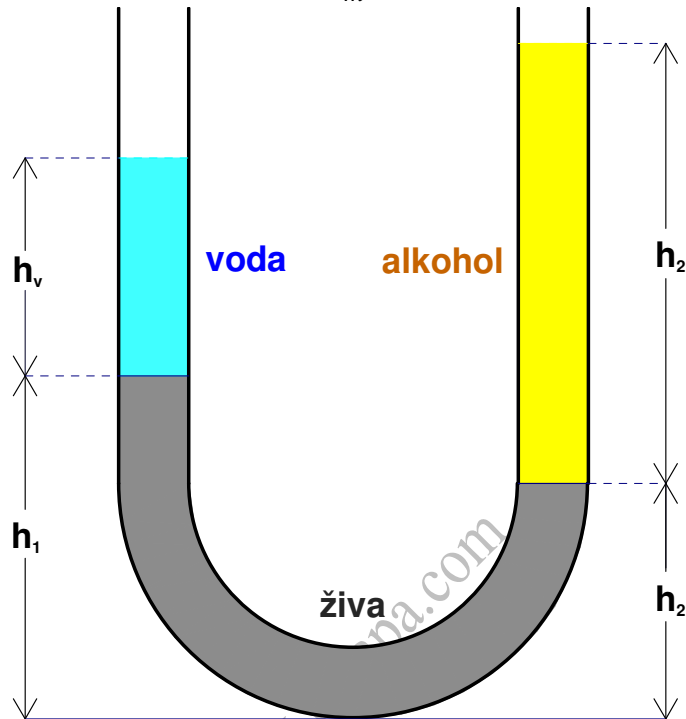
- Visina stupca vode

$$m_v = \rho_v \cdot V_v \Rightarrow m_v = \rho_v \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h_v \Rightarrow m_v = \rho_v \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h_v \cdot \frac{1}{\rho_v \cdot r^2 \cdot \pi} \Rightarrow \\ \Rightarrow h_v = \frac{m_v}{\rho_v \cdot r^2 \cdot \pi} = \frac{0.04 \text{ kg}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (0.01 \text{ m})^2 \cdot \pi} = 0.127 \text{ m}.$$

- Visina stupca alkohola

$$m_a = \rho_a \cdot V_a \Rightarrow m_a = \rho_a \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h_a \Rightarrow m_a = \rho_a \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h_a \cdot \frac{1}{\rho_a \cdot r^2 \cdot \pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_a = \frac{m_a}{\rho_a \cdot r^2 \cdot \pi} = \frac{0.1 \text{ kg}}{700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (0.01 \text{ m})^2 \cdot \pi} = 0.455 \text{ m.}$$



U oba kraka U – cijevi tekućine su u ravnoteži. Iz toga slijedi da je zbroj hidrostatskih tlakova na dnu stupca u vodi i na dnu stupca u živi u lijevom kraku cijevi jednak zbroju hidrostatskih tlakova na dnu stupca u alkoholu i na dnu stupca u živi u desnom kraku cijevi.

$$p_v + p_1 = p_a + p_2 \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot h_v + \rho_{\text{ž}} \cdot g \cdot h_1 = \rho_a \cdot g \cdot h_a + \rho_{\text{ž}} \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot h_v + \rho_{\text{ž}} \cdot g \cdot h_1 = \rho_a \cdot g \cdot h_a + \rho_{\text{ž}} \cdot g \cdot h_2 \quad /: g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_v \cdot h_v + \rho_{\text{ž}} \cdot h_1 = \rho_a \cdot h_a + \rho_{\text{ž}} \cdot h_2 \Rightarrow \rho_{\text{ž}} \cdot h_1 - \rho_{\text{ž}} \cdot h_2 = \rho_a \cdot h_a - \rho_v \cdot h_v \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{ž}} \cdot (h_1 - h_2) = \rho_a \cdot h_a - \rho_v \cdot h_v \Rightarrow \rho_{\text{ž}} \cdot (h_1 - h_2) = \rho_a \cdot h_a - \rho_v \cdot h_v \quad /: \rho_{\text{ž}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_1 - h_2 = \frac{\rho_a \cdot h_a - \rho_v \cdot h_v}{\rho_{\text{ž}}} \Rightarrow \Delta h = \frac{\rho_a \cdot h_a - \rho_v \cdot h_v}{\rho_{\text{ž}}} =$$

$$= \frac{700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.455 \text{ m} - 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.127 \text{ m}}{13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0.014 \text{ m} = 1.4 \text{ cm.}$$

Vježba 272

U cijev oblika U polumjera 0.1 dm naliveno je nešto žive. U jedan krak dolijemo 40 g vode, a u drugi 10 dag alkohola. Kolika je razlika razina žive u oba kraka? (gustoća žive $\rho_{\text{ž}} = 13600 \text{ kg / m}^3$, gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3$, gustoća alkohola (benzina) $\rho_a = 700 \text{ kg / m}^3$)

Rezultat: 1.4 cm.

Zadatak 273 (Max, gimnazija)

U spojenim posudama nalazi se živa. Promjer jedne posude tri puta je veći od druge posude. Koliko se podigne živa u široj posudi, ako u užu ulijemo stupac alkohola visok 50 cm? (gustoća alkohola (etanola) $\rho_1 = 790 \text{ kg / m}^3$, gustoća žive $\rho_2 = 13600 \text{ kg / m}^3$)

Rješenje 273

$$d_2 = 3 \cdot d_1, \quad h_0 = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}, \quad \rho_1 = 790 \text{ kg / m}^3, \quad \rho_2 = 13600 \text{ kg / m}^3, \quad h_2 = ?$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. Djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ ,

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

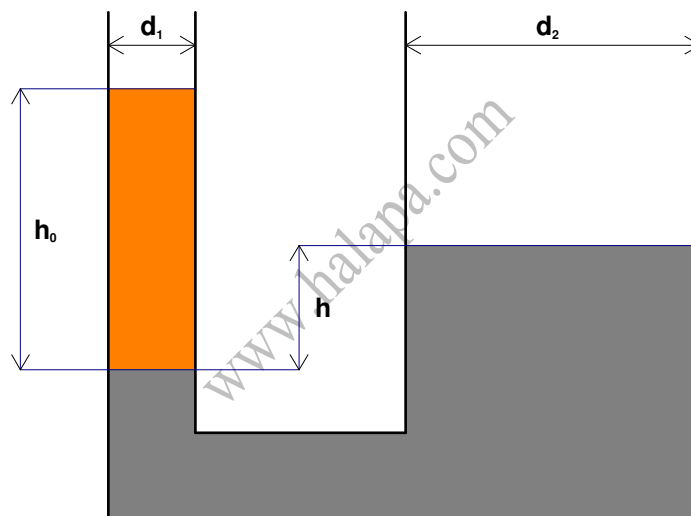
Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ . Jednak je na svim mjestima na istoj dubini i djeluje jednako u svim smjerovima.

Ploština kruga promjera d iznosi:

$$S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}.$$

Uspravni i kosi valjak ploštine osnovke (baze) S i visine v imaju jednake obujmove. Taj obujam iznosi:

$$V = S \cdot v.$$



Kada ulijemo alkohol u užu posudu razina žive u njoj spusti se za h_1 , a u široj podigne za h_2 . Razlika razina žive u obje posude je

$$h = h_1 + h_2.$$

Iz slike se vidi da je (uvjet ravnoteže tlakova u posudama)

$$\begin{aligned} \rho_2 \cdot g \cdot h &= \rho_1 \cdot g \cdot h_0 \Rightarrow \rho_2 \cdot g \cdot h = \rho_1 \cdot g \cdot h_0 \cdot \frac{1}{\rho_2 \cdot g} \Rightarrow h = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot h_0 \Rightarrow [h = h_1 + h_2] \Rightarrow \\ &\Rightarrow h_1 + h_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot h_0 \Rightarrow h_1 + h_2 = h_0 \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2}. \end{aligned}$$

Razina žive u užoj posudi spusti se za h_1 , a u široj podigne za h_2 . Budući da je živa nestlačiva (ima stalan obujam) za obujmove vrijedi:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow S_1 \cdot h_1 = S_2 \cdot h_2 \Rightarrow \frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} \cdot h_1 = \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4} \cdot h_2 \Rightarrow \frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} \cdot h_1 = \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4} \cdot h_2 \cdot \frac{4}{d_1^2 \cdot \pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{d_2^2}{d_1^2} \cdot h_2.$$

Iz sustava jednačbi izračunamo h_2 .

$$\left. \begin{array}{l} h_1 + h_2 = h_0 \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} \\ h_1 = \frac{d_2^2}{d_1^2} \cdot h_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{d_2^2}{d_1^2} \cdot h_2 + h_2 = h_0 \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} \Rightarrow h_2 \cdot \left(\frac{d_2^2}{d_1^2} + 1 \right) = h_0 \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_2 \cdot \left(\frac{d_2^2}{d_1^2} + \frac{1}{1} \right) = h_0 \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} \Rightarrow h_2 \cdot \frac{d_2^2 + d_1^2}{d_1^2} = h_0 \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} \Rightarrow h_2 \cdot \frac{d_1^2 + d_2^2}{d_1^2} = h_0 \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_2 \cdot \frac{d_1^2 + d_2^2}{d_1^2} = h_0 \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{d_1^2}{d_1^2 + d_2^2} \Rightarrow h_2 = h_0 \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{d_1^2}{d_1^2 + d_2^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_2 = h_0 \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{d_1^2}{d_1^2 + (3 \cdot d_1)^2} \Rightarrow h_2 = h_0 \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{d_1^2}{d_1^2 + 9 \cdot d_1^2} \Rightarrow h_2 = h_0 \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{d_1^2}{10 \cdot d_1^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_2 = h_0 \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{d_1^2}{10 \cdot d_1^2} \Rightarrow h_2 = h_0 \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{1}{10} \Rightarrow h_2 = h_0 \cdot \frac{\rho_1}{10 \cdot \rho_2} =$$

$$= 0.5 \text{ m} \cdot \frac{790 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{10 \cdot 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0.0029 \text{ m} = 2.9 \text{ mm}.$$

Vježba 273

U spojenim posudama nalazi se živa. Promjer jedne posude tri puta je veći od druge posude. Koliko se podigne živa u široj posudi, ako u užu ulijemo stupac alkohola visok 5 dm? (gustoća žive $\rho_z = 13600 \text{ kg / m}^3$, gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3$, gustoća alkohola (benzina) $\rho_a = 700 \text{ kg / m}^3$)

Rezultat: 2.9 mm.

Zadatak 274 (Max, gimnazija)

U dvije spojene posude različitih presjeka ulijemo najprije živu, a zatim u širu cijev presjeka 5 cm^2 dolijemo 300 g vode. Za koliko će visina stupca žive u uskoj cijevi biti veća od visine u široj cijevi? (gustoća žive $\rho_1 = 13600 \text{ kg / m}^3$, gustoća vode $\rho_2 = 1000 \text{ kg / m}^3$)

Rješenje 274

$$S_2 = 5 \text{ cm}^2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \quad m = 300 \text{ g} = 0.3 \text{ kg}, \quad \rho_1 = 13600 \text{ kg / m}^3, \quad \rho_2 = 1000 \text{ kg / m}^3,$$

$$h_1 = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

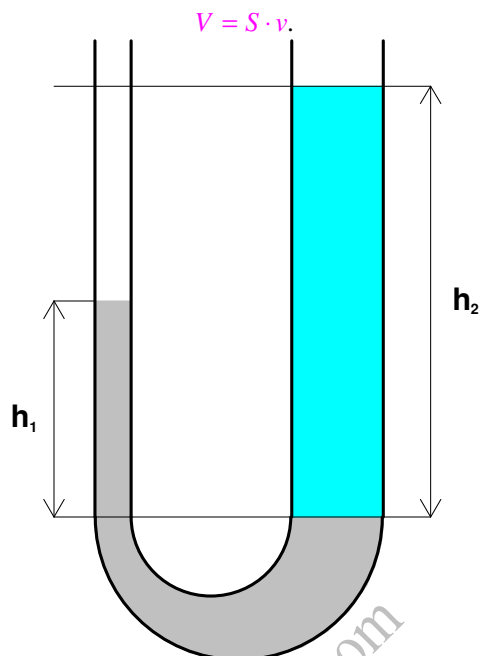
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. Djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ ,

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ . Jednak je na svim mjestima na istoj dubini i djeluje jednako u svim smjerovima.

Uspravni i kosi valjak ploštine osnovke (baze) S i visine v imaju jednake obujmove. Taj obujam iznosi:



Zadana je masa vode m . Iz slike vidi se da je visina h_2 stupca vode u široj cijevi presjeka S_2 jednaka

$$m = \rho_2 \cdot V \Rightarrow m = \rho_2 \cdot S_2 \cdot h_2 \Rightarrow \rho_2 \cdot S_2 \cdot h_2 = m \Rightarrow \rho_2 \cdot S_2 \cdot h_2 = m / \frac{1}{\rho_2 \cdot S_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{m}{\rho_2 \cdot S_2} = \frac{0.3 \text{ kg}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0.6 \text{ m} = 60 \text{ cm}.$$

Budući da su tekućine u oba kraka u ravnoteži, iz toga proizlazi:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow \rho_1 \cdot g \cdot h_1 = \rho_2 \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow \rho_1 \cdot g \cdot h_1 = \rho_2 \cdot g \cdot h_2 / \frac{1}{\rho_1 \cdot g} \Rightarrow h_1 = \frac{\rho_2 \cdot h_2}{\rho_1} =$$

$$= \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.6 \text{ m}}{136000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0.0441 \text{ m} = 4.41 \text{ cm}.$$

Vježba 274

U dvije spojene posude različitih presjeka ulijemo najprije živu, a zatim u širu cijev presjeka 500 mm^2 dolijemo 30 dag vode. Za koliko će visina stupca žive u uskoj cijevi biti veća od visine u široj cijevi? (gustoća žive $\rho_z = 13600 \text{ kg / m}^3$, gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3$, gustoća alkohola (benzina) $\rho_a = 700 \text{ kg / m}^3$)

Rezultat: 4.41 cm.

Zadatak 275 (Neven, srednja škola)

U posudi vlada tlak 1.1 MPa dok je vanjski tlak 1 bar. Kolika sila djeluje na stijenke posude, ako je ona valjkastog oblika, visine 4 m i polumjera osnovke 1 m?

Rješenje 275

$$p_1 = 1.1 \text{ MPa} = 1.1 \cdot 10^6 \text{ Pa}, \quad p_2 = 1 \text{ bar} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad h = 4 \text{ m}, \quad r = 1 \text{ m}, \quad F = ?$$

Tlak je kvocijent sile F što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu S i te površine:

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \cdot S.$$

Oplošje uspravnog valjka polumjera r i visine v računa se formulom

$$O = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot (r + v).$$

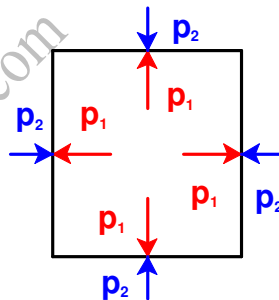
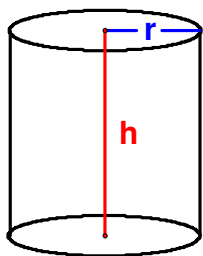
Posuda se nalazi pod tlakom Δp koji je jednak razlici unutarnjeg tlaka p_1 i vanjskog tlaka p_2 .

$$\Delta p = p_1 - p_2.$$

Sila F koja djeluje na stijenke posude, čije je oplošje S , iznosi:

$$F = \Delta p \cdot S \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \Delta p = p_1 - p_2 \\ S = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot (r + h) \end{array} \right] \Rightarrow F = (p_1 - p_2) \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \cdot (r + h) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot (p_1 - p_2) \cdot (r + h) = 2 \cdot 1 \text{ m} \cdot \pi \cdot (1.1 \cdot 10^6 \text{ Pa} - 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}) \cdot (1 \text{ m} + 4 \text{ m}) = 3.14 \cdot 10^7 \text{ N}.$$



Vježba 275

U posudi vlada tlak 1.1 MPa dok je vanjski tlak 1 bar. Kolika sila djeluje na stijenke posude, ako je ona valjkastog oblika, visine 4 m i polumjera osnovke 10 dm?

Rezultat: $3.14 \cdot 10^7 \text{ N}$.

Zadatak 276 (Davor, srednja škola)

Promjer šireg dijela valjkaste štrcaljke iznosi 16 mm, a užeg 0.8 mm. Hod klipa je 6 cm, a tekućina se istisne za 3 s. Kolika je brzina kojom štrca tekućina? Kolika je sila potrebna da se to postigne? (gustoća tekućine $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$)

Rješenje 276

$$2 \cdot r_1 = 16 \text{ mm} \Rightarrow r_1 = 8 \text{ mm} = 0.008 \text{ m}, \quad 2 \cdot r_2 = 0.8 \text{ mm} \Rightarrow r_2 = 0.4 \text{ mm} = 0.0004 \text{ m}, \\ d = 6 \text{ cm} = 0.06 \text{ m}, \quad t = 3 \text{ s}, \quad \rho = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad v_2 = ?, \quad F = ?$$

Obujam uspravnog valjka polumjera r i visine v računa se formulom

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot v.$$

Jednoliko gibanje po pravcu duž puta s je takvo gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je s put za tijelo koje se giba stalnom brzinom v za vrijeme t .

Tlak koji zbog brzine tekućine nastaje unutar tekućine zove se dinamički tlak i iznosi

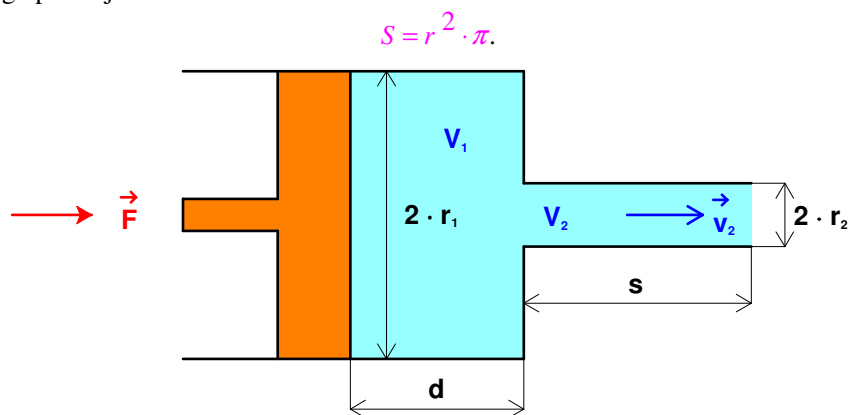
$$p = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2,$$

gdje je ρ gustoća tekućine.

Tlak je kvocijent sile F što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu S i te površine:

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \cdot S.$$

Ploština kruga polumjera r iznosi:



Kroz širi i uži dio valjkaste štrcaljke istisne se jednaka količina tekućine pa brzina v_2 tekućine u užem dijelu štrcaljke ima vrijednost:

$$\begin{aligned} V_1 = V_2 &\Rightarrow r_1^2 \cdot \pi \cdot d = r_2^2 \cdot \pi \cdot s \Rightarrow [s = v_2 \cdot t] \Rightarrow r_1^2 \cdot \pi \cdot d = r_2^2 \cdot \pi \cdot v_2 \cdot t \Rightarrow \\ \Rightarrow r_2^2 \cdot \pi \cdot v_2 \cdot t &= r_1^2 \cdot \pi \cdot d \Rightarrow r_2^2 \cdot \pi \cdot v_2 \cdot t = r_1^2 \cdot \pi \cdot d \cdot \frac{1}{r_2^2 \cdot \pi \cdot t} \Rightarrow v_2 = \frac{r_1^2 \cdot \pi \cdot d}{r_2^2 \cdot \pi \cdot t} \Rightarrow \\ \Rightarrow v_2 &= \frac{r_1^2 \cdot \pi \cdot d}{r_2^2 \cdot \pi \cdot t} \Rightarrow v_2 = \frac{r_1^2 \cdot d}{r_2^2 \cdot t} \Rightarrow v_2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \cdot \frac{d}{t} = \left(\frac{0.008 \text{ m}}{0.0004 \text{ m}}\right)^2 \cdot \frac{0.06 \text{ m}}{3 \text{ s}} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Budući da su brzine tekućine u širem i užem dijelu štrcaljke različite razlika dinamičkih tlakova iznosi:

$$\Delta p = p_2 - p_1 \Rightarrow \Delta p = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \Rightarrow \Delta p = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2).$$

Brzina tekućine v_1 u širem dijelu štrcaljke mnogo je manja od brzine tekućine v_2 u užem dijelu štrcaljke pa možemo pisati

$$\Delta p = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow \Delta p \approx \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 32000 \text{ Pa}.$$

Sila kojom treba djelovati na klip u širem dijelu štrcaljke iznosi:

$$F = \Delta p \cdot S \Rightarrow F = \Delta p \cdot r_1^2 \cdot \pi = 32000 \text{ Pa} \cdot (0.008 \text{ m})^2 \cdot \pi = 6.43 \text{ N}.$$



Vježba 276

Promjer šireg dijela valjkaste štrcaljke iznosi 1.6 cm, a užeg 0.8 mm. Hod klipa je 60 mm, a tekućina se istisne za 3 s. Kolika je brzina kojom štrca tekućina? Kolika je sila potrebna da se to postigne? (gustoća tekućine $\rho = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$)

Rezultat: 8 m / s, 6.43 N.

Zadatak 277 (Matija, srednja škola)

Uteg mase 1 kg ovješten je na dinamometar i uronjen u tekućinu gustoće 1 kg / dm^3 . Dinamometar pokazuje silu iznosa 8 N. Koliki je obujam toga tijela? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 277

$$m = 1 \text{ kg}, \quad \rho = 1 \text{ kg / dm}^3 = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad F = 8 \text{ N}, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad V = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Kada uteg mase m ovješten na dinamometar uronimo u tekućinu gustoće ρ rezultatna sila F koju pokazuje dinamometar jednaka je razlici težine G i sile uzgona F_{uz} .

$$F = G - F_{uz} \Rightarrow F_{uz} = G - F \Rightarrow \rho \cdot g \cdot V = m \cdot g - F \Rightarrow \rho \cdot g \cdot V = m \cdot g - F \quad / \cdot \frac{1}{\rho \cdot g} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow V = \frac{m \cdot g - F}{\rho \cdot g} = \frac{1 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 8 \text{ N}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1.85 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3.$$

Vježba 277

Uteg mase 1 kg ovješten je na dinamometar i uronjen u tekućinu gustoće 1 kg / dm^3 . Dinamometar pokazuje silu iznosa 7 N. Koliki je obujam toga tijela? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: $2.86 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$.

Zadatak 278 (Sara, srednja škola)

Skijaš mase 75 kg stoji vertikalno na skijama dužine 2 m i širine 0.1 m. Podloga snijega je horizontalna. Koliki je ukupni tlak što ga skijaš vrši na snijeg? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 278

$$m = 75 \text{ kg}, \quad a = 2 \text{ m}, \quad b = 0.1 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad p = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Tlak je omjer sile F što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu S i te površine:

$$p = \frac{F}{S}.$$

Površina pravokutnika je jednaka produktu njegove duljine a i širine b .

$$S = a \cdot b.$$



Ukupni tlak kojim skijaš djeluje na snijeg jednak je kvocijentu njegove težine i površine njegovih skija (2 skije!).

$$p = \frac{G}{S} \Rightarrow p = \frac{m \cdot g}{2 \cdot a \cdot b} = \frac{75 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \cdot 2 \text{ m} \cdot 0.1 \text{ m}} = 1839.38 \text{ Pa}.$$

Vježba 278

Skijaš mase 150 kg stoji vertikalno na skijama dužine 2 m i širine 0.2 m. Podloga snijega je horizontalna. Koliki je ukupni tlak što ga skijaš vrši na snijeg? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$)

Rezultat: 1839.38 Pa.

Zadatak 279 (Sara, srednja škola)

Rovokopač – gusjeničar – ima masu 45 t, a gusjenica kojom dodiruje horizontalnu podlogu ima duljinu 2.40 m i širinu 0.30 m. Koliki tlak ovaj rovokopač vrši na podlogu? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$)

Rješenje 279

$$m = 45 \text{ t} = 45000 \text{ kg}, \quad a = 2.40 \text{ m}, \quad b = 0.30 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2, \quad p = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Tlak je omjer sile F što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu S i te površine:

$$p = \frac{F}{S}.$$

Površina pravokutnika je jednaka produktu njegove duljine a i širine b .

$$S = a \cdot b.$$



Ukupni tlak kojim rovokopač djeluje na podlogu jednak je kvocijentu njegove težine i površine njegovih gusjenica (2 gusjenice!).

$$p = \frac{G}{S} \Rightarrow p = \frac{m \cdot g}{2 \cdot a \cdot b} = \frac{45000 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}}{2 \cdot 2.40 \text{ m} \cdot 0.30 \text{ m}} = 306562.50 \text{ Pa} \approx 306.56 \text{ kPa}.$$

Vježba 279

Rovokopač – gusjeničar – ima masu 90 t, a gusjenica kojom dodiruje horizontalnu podlogu ima duljinu 2.40 m i širinu 0.60 m. Koliki tlak ovaj rovokopač vrši na podlogu? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 306.56 kPa.

Zadatak 280 (Amelia, gimnazija)

Staklena kugla mase 1 tonu padne u vodu i giba se ubrzanjem 5.8 m/s^2 . Odredite gustoću stakla, ako je gustoća vode 1000 kg/m^3 . (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 280

$$m = 1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}, \quad a = 5.8 \text{ m/s}^2, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \rho = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila:

$$F = m \cdot a.$$

Ako je trenje zanemareno rezultantna sila F koja ubrzava staklenu kuglu akceleracijom a jednaka je razlici djelovanja sile teže na kuglu i njoj suprotne sile uzgona, tj.

$$F = G - F_{uz}.$$

Iz osnovnog zakona gibanja (drugi Newtonov poučak) je

$$F = m \cdot a$$

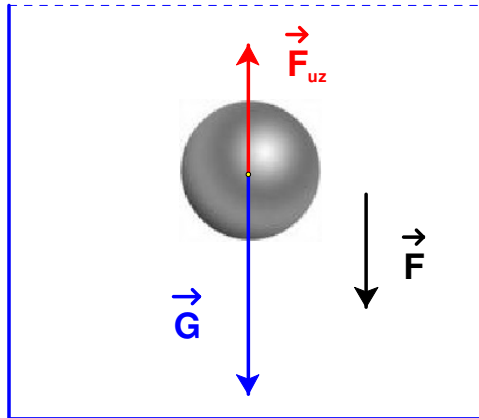
pa slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot a \\ F = G - F_{uz} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = m \cdot a \\ F = m \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow m \cdot a = m \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow m \cdot a = m \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot a = m \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} \quad / : m \Rightarrow a = g - \rho_v \cdot \frac{g}{\rho} \Rightarrow \rho_v \cdot \frac{g}{\rho} = g - a \Rightarrow \rho_v \cdot \frac{g}{\rho} = g - a \quad / \cdot \rho \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_v \cdot g = (g - a) \cdot \rho \Rightarrow (g - a) \cdot \rho = \rho_v \cdot g \Rightarrow (g - a) \cdot \rho = \rho_v \cdot g \cdot \frac{1}{g - a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{\rho_v \cdot g}{g - a} = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 5.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 2446.38 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$



Vježba 280

Staklena kugla mase 5 kg padne u vodu i giba se ubrzanjem 5.8 m/s^2 . Odredite gustoću stakla, ako je gustoća vode 1000 kg/m^3 . (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 2446.38 kg/m^3 .