

Zadatak 221 (Miroslav, srednja škola)

Koliko je vremena potrebno da bi se ispraznio pun bazen veličine 10 m x 5 m x 1 m, ako je protok vode kroz otvor u bazenu 5 l/s? (Napomena: 1 litra odgovara 1 dm³)

Rješenje 221

$$a = 10 \text{ m}, \quad b = 5 \text{ m}, \quad c = 1 \text{ m}, \quad q = 5 \text{ l/s} = 5 \text{ dm}^3/\text{s} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}, \quad t = ?$$

Protok je volumen koji u jedinici vremena prođe kroz promatrani presjek. Volumni protok (jakost struje) fluida definira se izrazom

$$q = \frac{V}{t}.$$

Protok smatramo:

- pozitivnim, ako fluid ulazi u određeni presjek
- negativnim, ako fluid izlazi iz određenog presjeka.

Računamo vrijeme potrebno da bi se ispraznio bazen obujma V.

$$\left. \begin{aligned} V &= a \cdot b \cdot c \\ q &= \frac{V}{t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow q = \frac{a \cdot b \cdot c}{t} \Rightarrow q = \frac{a \cdot b \cdot c}{t} \cdot \frac{t}{q} \Rightarrow t = \frac{a \cdot b \cdot c}{q} =$$
$$= \frac{10 \text{ m} \cdot 5 \text{ m} \cdot 1 \text{ m}}{5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}} = 10^4 \text{ s} = \left[10^4 : 3600 \right] = 2.78 \text{ h}.$$



Vježba 221

Koliko je vremena potrebno da bi se ispraznio pun bazen veličine 20 m x 5 m x 0.5 m, ako je protok vode kroz otvor u bazenu 5 l/s? (Napomena: 1 litra odgovara 1 dm³)

Rezultat: 2.78 h.

Zadatak 222 (Josipa, medicinska škola)

U staklenu šuplju kuglicu mase 1 g, a promjera 2 cm, može se uliti živa. Koliko žive treba uliti u kuglicu da bi ona lebdjela u vodi? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 222

$$m = 1 \text{ g} = 0.001 \text{ kg}, \quad 2 \cdot r = 2 \text{ cm} \Rightarrow r = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad m_1 = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela

uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Obujam kugle

Obujam (volumen) kugle polumjera r iznosi:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Kada se u šuplju staklenu kuglicu mase m ulije živa mase m_1 ukupna težina sustava G_u bit će jednaka zbroju težine staklene kuglice G i težine žive G_1 .

$$G_u = G + G_1 \Rightarrow G_u = m \cdot g + m_1 \cdot g.$$

U slučaju lebdjenja cijela je kuglica u vodi. Sila uzgona F_{uz} po iznosu jednaka je ukupnoj težini G_u .

$$F_{uz} = G_u \Rightarrow \rho \cdot g \cdot V = m \cdot g + m_1 \cdot g \Rightarrow \rho \cdot g \cdot V = m \cdot g + m_1 \cdot g \quad /: g \Rightarrow \rho \cdot V = m + m_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m + m_1 = \rho \cdot V \Rightarrow m_1 = \rho \cdot V - m \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{obujam kugle} \\ V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \end{array} \right] \Rightarrow m_1 = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi - m =$$
$$= 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{4}{3} \cdot (0.01 \text{ m})^3 \cdot \pi - 0.001 \text{ kg} = 0.00319 \text{ kg} = 3.19 \text{ g}.$$

Vježba 222

U staklenu šuplju kuglicu mase 2 g, a promjera 2 cm, može se uliti živa. Koliko žive treba uliti u kuglicu da bi ona lebdjela u vodi? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 2.19 g.

Zadatak 223 (Josipa, medicinska škola)

U staklenu šuplju kuglicu mase 1 g, a promjera 2 cm, može se uliti živa. Koliko žive treba uliti u kuglicu da bi ona uronila do svoje polovice? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 223

$$m = 1 \text{ g} = 0.001 \text{ kg}, \quad 2 \cdot r = 2 \text{ cm} \Rightarrow r = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad m_1 = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Obujam kugle

Obujam (volumen) kugle polumjera r iznosi:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Kada se u šuplju staklenu kuglicu mase m ulije živa mase m_1 ukupna težina sustava G_u bit će jednaka zbroju težine staklene kuglice G i težine žive G_1 .

$$G_u = G + G_1 \Rightarrow G_u = m \cdot g + m_1 \cdot g.$$

U slučaju plivanja polovica je kuglice u vodi, a druga polovica iznad vode. Prema tome, samo je polovica obujma kuglice uronjeno u vodu. Sila uzgona F_{uz} po iznosu jednaka je ukupnoj težini G_u .

$$F_{uz} = G_u \Rightarrow \rho \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot V = m \cdot g + m_1 \cdot g \Rightarrow \rho \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot V = m \cdot g + m_1 \cdot g \quad /: g \Rightarrow \rho \cdot \frac{1}{2} \cdot V = m + m_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m + m_1 = \rho \cdot \frac{1}{2} \cdot V \Rightarrow m_1 = \rho \cdot \frac{1}{2} \cdot V - m \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{obujam kugle} \\ V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \end{array} \right] \Rightarrow m_1 = \rho \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi - m =$$

$$\Rightarrow m_1 = \rho \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi - m \Rightarrow m_1 = \rho \cdot \frac{2}{3} \cdot r^3 \cdot \pi - m =$$

$$= 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{2}{3} \cdot (0.01 \text{ m})^3 \cdot \pi - 0.001 \text{ kg} = 0.00109 \text{ kg} = 1.09 \text{ g}.$$

Vježba 223

U staklenu šuplju kuglicu mase 2 g, a promjera 2 cm, može se uliti živa. Koliko žive treba uliti u kuglicu da bi ona uronila do svoje polovice? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 0.09 g.

Zadatak 224 (Josipa, medicinska škola)

Koliki je tlak atmosfere kad je stupac žive u barometru visok 735 mmHg? (normirani tlak $p_0 = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 760 \text{ mmHg}$)

Rješenje 224

$$p_0 = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 760 \text{ mmHg}, \quad p = ?$$

Tlak Zemljine atmosfere na površini mora naziva se normirani tlak i označava p_0 , a iznosi

$$p_0 = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad p_0 = 1.013 \text{ bar}.$$

U živinom barometru tom tlaku odgovara tlak što ga čini stupac žive visok 760 mm. Vrijedi veza:

$$760 \text{ mmHg} = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

Omjer je količnik dviju istovrsnih veličina

$$a : b = k \quad \text{ili} \quad \frac{a}{b} = k,$$

gdje je:

- a – prvi član omjera,
- b – drugi član omjera,
- k – vrijednost (količnik) omjera.

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \quad \text{i} \quad c : d = k,$$

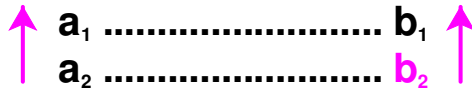
tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c.

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

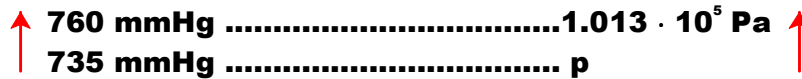
Jednostavno pravilo trojno je postupak kojim se iz tri poznata člana razmjera određuje četvrti član. Neka su varijable a i b upravno razmjerne (proporcionalne) (rast jedne uzrokuje rast druge i obrnuto; pad jedne uzrokuje pad druge i obrnuto). Neka je b_2 nepoznata veličina. Upamtimo shemu:



Budući da su veličine razmjerne strelice se postavljaju u istom smjeru i u pravilu krećemo od nepoznate veličine. Postavimo razmjer u skladu sa smjerom strelica (počinje se od početka strelica, a završava s krajem strelice)

$$b_2 : b_1 = a_2 : a_1 \Rightarrow a_1 \cdot b_2 = b_1 \cdot a_2 \Rightarrow a_1 \cdot b_2 = b_1 \cdot a_2 \quad /: a_1 \Rightarrow b_2 = \frac{b_1 \cdot a_2}{a_1}$$

Uporabom pravila trojnog dobije se razmjer:



$$p : 1.013 \cdot 10^5 = 735 : 760 \Rightarrow 760 \cdot p = 1.013 \cdot 10^5 \cdot 735 \Rightarrow 760 \cdot p = 1.013 \cdot 10^5 \cdot 735 \quad /: 760 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{1.013 \cdot 10^5 \cdot 735}{760} \Rightarrow p = 9.797 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$



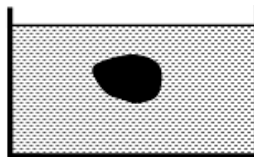
Vježba 224

Koliki je tlak atmosfere kad je stupac žive u barometru visok 990 mmHg? (normirani tlak $p_0 = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 760 \text{ mmHg}$)

Rezultat: $p = 1.32 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

Zadatak 225 (Medica, medicinska škola)

Kamen mase 15 kg spustimo u vodu. Koliko iznosi rezultantna sila na kamen dok tone i dok je cijelim obujmom ispod površine vode (kao što je prikazano na crtežu) prije nego što dotakne dno? Gustoća kamena je 2500 kg/m^3 , a vode 1000 kg/m^3 . Zanemarite viskoznost (ubrzanje sile teže $g = 10 \text{ m/s}^2$)



Rješenje 225

$$m = 15 \text{ kg}, \quad \rho_k = 2500 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F_{\text{rez}} = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

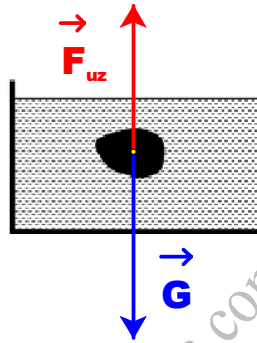
$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.



Budući da je zadana masa m kamena i gustoća ρ_k , njegov obujam V iznosi:

$$V = \frac{m}{\rho_k}.$$

Kamen tone u vodi jer je iznos njegove težine

$$G = m \cdot g$$

veći od iznosa sile uzgona na kamen u vodi

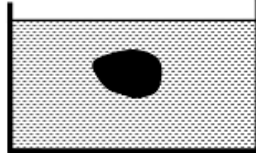
$$\left. \begin{array}{l} F_{uz} = \rho_v \cdot g \cdot V \\ V = \frac{m}{\rho_k} \end{array} \right\} \Rightarrow F_{uz} = \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho_k} \Rightarrow F_{uz} = m \cdot g \cdot \frac{\rho_v}{\rho_k}.$$

Iznos rezultantne sile F_{rez} jednak je razlici iznosa težine kamena G i sile uzgona F_{uz} .

$$\begin{aligned} F_{rez} = G - F_{uz} &\Rightarrow F_{rez} = m \cdot g - m \cdot g \cdot \frac{\rho_v}{\rho_k} \Rightarrow F_{rez} = m \cdot g \cdot \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_k} \right) = \\ &= 15 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(1 - \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \right) = 90 \text{ N}. \end{aligned}$$

Vježba 225

Kamen mase 30 kg spustimo u vodu. Koliko iznosi rezultantna sila na kamen dok tone i dok je cijelim obujmom ispod površine vode (kao što je prikazano na crtežu) prije nego što dotakne dno? Gustoća kamena je 2500 kg/m^3 , a vode 1000 kg/m^3 . Zanemarite viskoznost (ubrzanje sile teže $g = 10 \text{ m/s}^2$)



Rezultat: 180 N.

Zadatak 226 (Miroslav, strukovna škola)

Izrazite tlak od 100 mm vode u paskalima. Ubrzanje slobodnog pada na mjestu mjerenja iznosi 9.807 m/s^2 . (gustoća vode 1000 kg/m^3)

Rješenje 226

$$h = 100 \text{ mm} = 0.1 \text{ m}, \quad g = 9.807 \text{ m/s}^2, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad p = ?$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. Djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ ,

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ . Jednak je na svim mjestima na istoj dubini i djeluje jednako u svim smjerovima.

$$p = \rho \cdot g \cdot h = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.807 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.1 \text{ m} = 980.7 \text{ Pa}.$$

Vježba 226

Izrazite tlak od 100 mm žive u paskalima. Ubrzanje slobodnog pada na mjestu mjerenja iznosi 9.807 m/s^2 . (gustoća žive 13600 kg/m^3)

Rezultat: 13337.52 Pa.

Zadatak 227 (Stela, strukovna škola)

Posuda u donjem dijelu sadrži živu gustoće 13600 kg/m^3 , a u gornjem dijelu benzin gustoće 730 kg/m^3 . Izračunaj tlak na dnu posude, ako je visina žive 3 cm, a benzina 8 cm. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 227

$$\rho_1 = 13600 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_2 = 730 \text{ kg/m}^3, \quad h_1 = 3 \text{ cm} = 0.03 \text{ m}, \quad h_2 = 8 \text{ cm} = 0.08 \text{ m},$$

$$p = ?$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. Djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ ,

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ . Jednak je na svim mjestima na istoj dubini i djeluje jednako u svim smjerovima.

Tlak benzina na živu je

$$p_2 = \rho_2 \cdot g \cdot h_2,$$

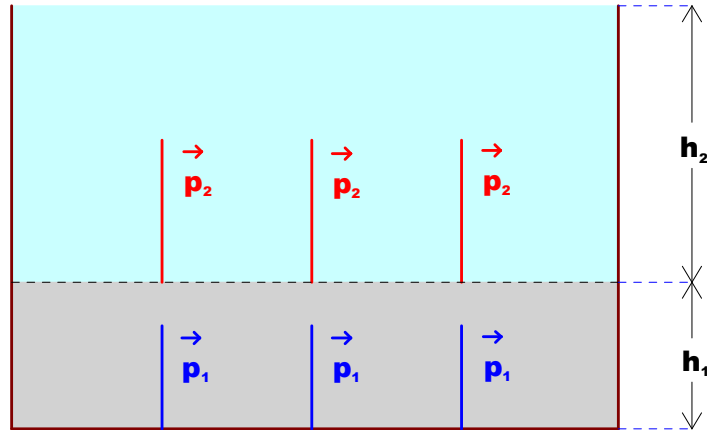
a tlak žive na dno posude

$$p_1 = \rho_1 \cdot g \cdot h_1.$$

Ukupni tlak p na dno posude iznosi:

$$p = p_1 + p_2 \Rightarrow p = \rho_1 \cdot g \cdot h_1 + \rho_2 \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow p = g \cdot (\rho_1 \cdot h_1 + \rho_2 \cdot h_2) =$$

$$= 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.03 \text{ m} + 730 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.08 \text{ m} \right) = 4575.38 \text{ Pa}.$$



Vježba 227

Posuda u donjem dijelu sadrži živu gustoće 13600 kg/m^3 , a u gornjem dijelu benzin gustoće 730 kg/m^3 . Izračunaj tlak na dnu posude, ako je visina žive 30 mm , a benzina 80 mm . (ubrzanje slobodnog pada teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 13337.52 Pa.

Zadatak 228 (Ivan, srednja škola)

Tijelo obujma 100 cm^3 ima gustoću 3000 kg/m^3 . Kada se tijelo potopi u posudu sa vodom kolikom silom djeluje na dno posude? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 228

$$V = 100 \text{ cm}^3 = 10^{-4} \text{ m}^3, \quad \rho = 3000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Treći Newtonov poučak (sila i protusila)

Ako jedno tijelo djeluje na drugo nekom silom, onda istodobno drugo djeluje na prvo silom jednake vrijednosti, ali suprotnog smjera.

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}.$$

Prema trećem Newtonovom poučku sila kojom voda djeluje na tijelo (sila uzgona) po iznosu je jednaka sili kojom tijelo djeluje na vodu pa time i na dno posude.

$$\left. \begin{array}{l} F = F_{uz} \\ F_{uz} = \rho \cdot g \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow F = \rho \cdot g \cdot V = 3000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 2.94 \text{ N}.$$

Vježba 228

Tijelo obujma 0.1 dm^3 ima gustoću 3000 kg/m^3 . Kada se tijelo potopi u posudu sa vodom kolikom silom djeluje na dno posude? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 2.94 N.

Zadatak 229 (Vedran, srednja škola)

Težina tijela u zraku je 3.2 N, a u vodi 2.5 N. Koliki je obujam tijela? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$,)

Rješenje 229

$$G_1 = 3.2 \text{ N}, \quad G_2 = 2.5 \text{ N}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad V = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Budući da je iznos sile uzgona jednak težini tijelom istisnute tekućine (težini tekućine čiji je obujam jednak obujmu tijela), slijedi:

$$\begin{aligned} F_{uz} = G_1 - G_2 &\Rightarrow \rho \cdot g \cdot V = G_1 - G_2 \Rightarrow \rho \cdot g \cdot V = G_1 - G_2 \quad / \cdot \frac{1}{\rho \cdot g} \Rightarrow V = \frac{G_1 - G_2}{\rho \cdot g} = \\ &= \frac{3.2 \text{ N} - 2.5 \text{ N}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.00007136 \text{ m}^3 = 71.36 \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

Vježba 229

Težina tijela u zraku je 4.2 N, a u vodi 3.5 N. Koliki je obujam tijela? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$,)

Rezultat: 71.36 cm³.

Zadatak 230 (Ivan, gimnazija)

Čamac ima površinu poprečnog presjeka 2.6 m². Za koliko će potonuti ako u njega uđu dvije osobe ukupne mase 150 kg? ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 230

$$S = 2.6 \text{ m}^2, \quad m = 150 \text{ kg}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \Delta h = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Obujam prizme s bazom površine S i visinom h iznosi

$$V = S \cdot h.$$

Budući da čamac pliva, uzgon je po iznosu jednak težini osoba koje su u njemu.

$$\begin{aligned} F_{uz} = G &\Rightarrow \rho \cdot g \cdot V = m \cdot g \Rightarrow \rho \cdot g \cdot S \cdot \Delta h = m \cdot g \Rightarrow \rho \cdot g \cdot S \cdot \Delta h = m \cdot g \cdot \frac{1}{\rho \cdot g \cdot S} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta h = \frac{m}{\rho \cdot S} = \frac{150 \text{ kg}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 2.6 \text{ m}^2} = 0.0577 \text{ m} = 5.77 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Vježba 230

Čamac ima površinu poprečnog presjeka 5.2 m^2 . Za koliko će potonuti ako u njega uđu tri osobe ukupne mase 300 kg ? ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 5.77 cm.

Zadatak 231 (Stela, srednja škola)

Zamislimo čamac kojemu je na razini mora poprečni presjek 3.5 m^2 . Ako u njega uđe veslač, čamac se spusti za 2 cm u more. Kolika je masa veslača ako je gustoća morske vode 1020 kg/m^3 ?

Rješenje 231

$$S = 3.5 \text{ m}^2, \quad \Delta h = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}, \quad \rho = 1020 \text{ kg/m}^3, \quad m = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

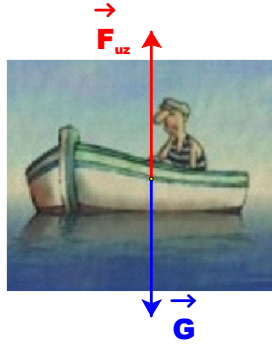
$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Obujam prizme s bazom površine S i visinom h iznosi

$$V = S \cdot h.$$

Budući da se čamac nakon ulaska veslača u nj spustio za Δh i ostao mirovati, težina veslača G jednaka je uzgonu F_{uz} (masa čamca je zanemarena). Iznos nastalog uzgona jednak je težini veslača, tj. težini vode čiji je obujam jednak obujmu uronjenog dijela čamca.

$$\begin{aligned} G = F_{uz} &\Rightarrow m \cdot g = \rho \cdot g \cdot V \Rightarrow m \cdot g = \rho \cdot g \cdot S \cdot \Delta h \Rightarrow m \cdot g = \rho \cdot g \cdot S \cdot \Delta h \cdot \frac{1}{g} \Rightarrow \\ &\Rightarrow m = \rho \cdot S \cdot \Delta h = 1020 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 3.5 \text{ m}^2 \cdot 0.02 \text{ m} = 71.4 \text{ kg}. \end{aligned}$$



Vježba 231

Zamislimo čamac kojemu je na razini mora poprečni presjek 7 m^2 . Ako u njega uđe veslač, čamac se spusti za 1 cm u more. Kolika je masa veslača ako je gustoća morske vode 1020 kg/m^3 ?

Rezultat: 71.4 kg.

Zadatak 232 (Stela, srednja škola)

Za komad čistog zlata (gustoća zlata iznosi 19.3 g/cm^3) postoji sumnja da je u sredini šupalj. Komad ima masu 38.25 g kada se mjeri u zraku, a 36.22 g u vodi. Postoji li rupa u središtu komada zlata i koliki je njezin obujam? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 232

$$\rho_1 = 19.3 \text{ g/cm}^3 = 19300 \text{ kg/m}^3, \quad m_1 = 38.25 \text{ g} = 0.03825 \text{ kg},$$

$$m_2 = 36.22 \text{ g} = 0.03622 \text{ kg}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \Delta V = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu ili tijelo uronjeno u tekućinu lakše je za težinu istisnute tekućine.

Obujam komada čistog zlata izračunat ćemo na dva načina i usporediti.

- Poznata je masa m_1 komada zlata u zraku i njegova gustoća ρ_1 pa obujam V iznosi:

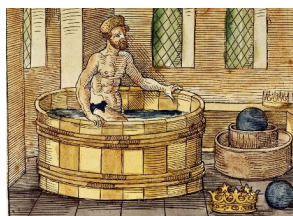
$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{0.03825 \text{ kg}}{19300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0.00000198 \text{ m}^3 = 1.98 \text{ cm}^3.$$

- Budući da je uzgon F_{uz} jednak razlici težina G_1 i G_2 komada zlata u zraku i vodi, za obujam V_2 dobije se:

$$\begin{aligned}
 F_{uz} = G_1 - G_2 &\Rightarrow \rho \cdot g \cdot V_2 = m_1 \cdot g - m_2 \cdot g \Rightarrow \rho \cdot g \cdot V_2 = g \cdot (m_1 - m_2) \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \rho \cdot g \cdot V_2 = g \cdot (m_1 - m_2) / \cdot \frac{1}{\rho \cdot g} \Rightarrow V_2 = \frac{m_1 - m_2}{\rho} = \\
 &= \frac{0.03825 \text{ kg} - 0.03622 \text{ kg}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0.0000203 \text{ m}^3 = 2.03 \text{ cm}^3.
 \end{aligned}$$

Komad zlata je u sredini šupalj (uronjen u vodu vrijedi $V_2 > V_1$), a obujam rupe je

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 2.03 \text{ cm}^3 - 1.98 \text{ cm}^3 = 0.05 \text{ cm}^3.$$



Vježba 232

Za komad čistog zlata (gustoća zlata iznosi 19.3 g/cm^3) postoji sumnja da je u sredini šupalj. Komad ima masu 3.825 dag kada se mjeri u zraku, a 3.622 dag u vodi. Postoji li rupa u središtu komada zlata i koliki je njezin obujam? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $\Delta V = 0.05 \text{ cm}^3$.

Zadatak 233 (Marko, gimnazija)

Tijelo obujma 100 cm^3 ima gustoću 3000 kg/m^3 . Potopi se u posudu s vodom. Koliko je ubrzanje tijela pri padanju kroz vodu? Trenje zanemarite. (gustoća vode $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 233

$$V = 100 \text{ cm}^3 = 10^{-4} \text{ m}^3, \quad \rho = 3000 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad a = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu ili tijelo uronjeno u tekućinu

lakše je za težinu istisnute tekućine.

Drugi Newtonov poučak:

Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

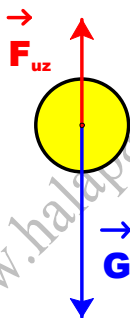
Trenje je zanemareno pa tijelo ubrzano pada akceleracijom a jer na nj djeluje rezultantna sila F koja je jednaka razlici sile teže G i uzgona F_{uz} .

$$F = G - F_{uz} \Rightarrow F = m \cdot g - \rho_1 \cdot g \cdot V \Rightarrow F = \rho \cdot V \cdot g - \rho_1 \cdot g \cdot V \Rightarrow F = g \cdot V \cdot (\rho - \rho_1).$$

Na osnovi drugog Newtonovog poučka dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot a \\ F = g \cdot V \cdot (\rho - \rho_1) \end{array} \right\} \Rightarrow m \cdot a = g \cdot V \cdot (\rho - \rho_1) \Rightarrow \rho \cdot V \cdot a = g \cdot V \cdot (\rho - \rho_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho \cdot V \cdot a = g \cdot V \cdot (\rho - \rho_1) \cdot \frac{1}{\rho \cdot V} \Rightarrow a = \frac{g \cdot (\rho - \rho_1)}{\rho} = \frac{9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \left(3000 \frac{kg}{m^3} - 1000 \frac{kg}{m^3} \right)}{3000 \frac{kg}{m^3}} = 6.54 \frac{m}{s^2}.$$



Vježba 233

Tijelo obujma 0.1 dm^3 ima gustoću 3000 kg/m^3 . Potopi se u posudu s vodom. Koliko je ubrzanje tijela pri padanju kroz vodu? Trenje zanemarite. (gustoća vode $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 6.54 m/s^2 .

Zadatak 234 (Marko, gimnazija)

Balon obujma 900 m^3 nalazi se na mjestu gdje je gustoća zraka 1.29 kg/m^3 . Ako je masa balona 500 kg koliki teret može ponijeti pod uvjetom da iznos rezultantne sile ne bude manji od 4 kN ? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 234

$$V = 900 \text{ m}^3, \quad \rho = 1.29 \text{ kg/m}^3, \quad m_1 = 500 \text{ kg}, \quad F = 4 \text{ kN} = 4000 \text{ N}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \\ m_2 = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom

silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu ili tijelo uronjeno u tekućinu lakše je za težinu istisnute tekućine.

Balon obujma V nalazi se u zraku gustoće ρ pa na nj djeluje uzgon F_{uz} :

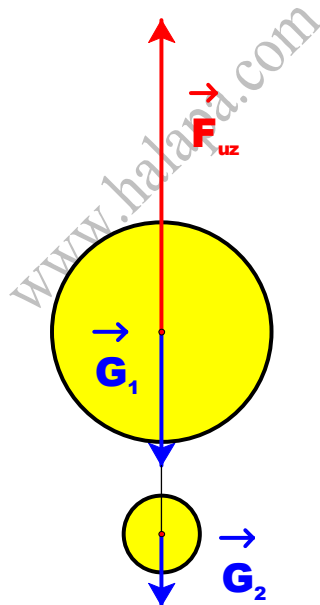
$$F_{uz} = \rho \cdot g \cdot V.$$

Rezultantna sila F koja podiže balon jednaka je razlici uzgona F_{uz} i zbroja sile teže G_1 koja djeluje na balon i sile teže G_2 koja djeluje na teret pa je

$$F = F_{uz} - (G_1 + G_2) \Rightarrow F = F_{uz} - G_1 - G_2 \Rightarrow G_2 = F_{uz} - G_1 - F \Rightarrow m_2 \cdot g = \rho \cdot g \cdot V - m_1 \cdot g - F \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 \cdot g = \rho \cdot g \cdot V - m_1 \cdot g - F \quad / \cdot \frac{1}{g} \Rightarrow m_2 = \rho \cdot V - m_1 - \frac{F}{g} \Rightarrow$$

$$= 1.29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 900 \text{ m}^3 - 500 \text{ kg} - \frac{4000 \text{ N}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 253.25 \text{ kg}.$$



Vježba 234

Balon obujma 900 m^3 nalazi se na mjestu gdje je gustoća zraka 1.29 kg/m^3 . Ako je masa balona 0.5 t koliki teret može ponijeti pod uvjetom da iznos rezultantne sile ne bude manji od 4 kN ? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 253.25 kg .

Zadatak 235 (Marko, gimnazija)

Boca djelomično napunjena vodom ukupne mase 1.6 kg pliva tako da je 16 cm uronjena u vodu. Boca je izvedena iz položaja ravnoteže potiskivanjem prema dolje. Kolika je perioda titranja boce? (Boca pliva u vertikalnom položaju, dio je u vodi, a dio iznad površine vode, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 235

$$m = 1.6 \text{ kg}, \quad d = 16 \text{ cm} = 0.16 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad T = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu ili tijelo uronjeno u tekućinu lakše je za težinu istisnute tekućine.

Obujam uspravnog valjka jednak je umnošku ploštine osnovke S i duljine visine v , tj.

$$V = S \cdot v.$$

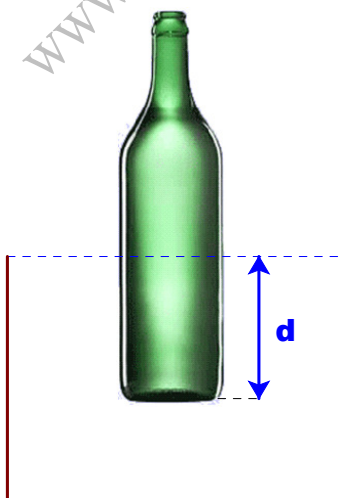
Ako tijelo obješeno o elastičnu oprugu izvučemo iz položaja ravnoteže za neki pomak x i pustimo ga, ono će harmonijski titrati. Za svako tijelo koje se giba poput tijela na opruzi, što uzrokuje sila upravo proporcionalna pomaku x , smjera suprotnoga pomaku, dakle

$$F = -k \cdot x$$

kažemo da harmonijski titra. Za računanje dovoljno je uzeti

$$F = k \cdot x.$$

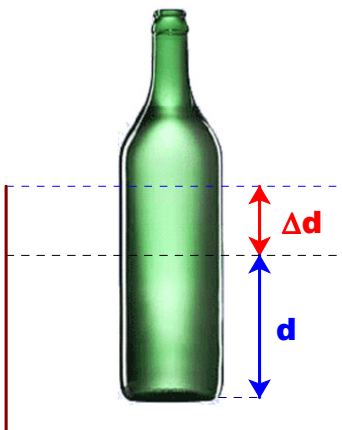
gdje je k konstanta elastičnosti.



Kada boca, djelomično napunjena vodom ukupne mase m , pliva u vodi, tj. kada je u ravnotežnom položaju uzgon F_{uz} jednak je težini G .

$$F_{uz} = G \Rightarrow \rho_t \cdot g \cdot V = m \cdot g \Rightarrow [V = S \cdot d] \Rightarrow \rho_t \cdot g \cdot S \cdot d = m \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_t \cdot g \cdot S \cdot d = m \cdot g \quad / \cdot \frac{1}{\rho_t \cdot g \cdot d} \Rightarrow S = \frac{m}{\rho_t \cdot d}.$$



Ako bocu potisnemo za Δd u dubinu pojavit će se dodatni uzgon F_{uz1} koji nastoji vratiti bocu u položaj ravnoteže.

$$F_{uz1} = \rho_t \cdot g \cdot \Delta V \Rightarrow [\Delta V = S \cdot \Delta d] \Rightarrow F_{uz1} = \rho_t \cdot g \cdot S \cdot \Delta d.$$

Dodatni uzgon F_{uz1} je elastična sila koja vraća bocu u položaj ravnoteže pa vrijedi:

$$F_{uz1} = k \cdot \Delta d.$$

Računamo koeficijent elastičnosti k .

$$\left. \begin{array}{l} F_{uz1} = k \cdot \Delta d \\ F_{uz1} = \rho_t \cdot g \cdot S \cdot \Delta d \\ S = \frac{m}{\rho_t \cdot d} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} k \cdot \Delta d = \rho_t \cdot g \cdot S \cdot \Delta d \\ S = \frac{m}{\rho_t \cdot d} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k \cdot \Delta d = \rho_t \cdot g \cdot \frac{m}{\rho_t \cdot d} \cdot \Delta d \Rightarrow k \cdot \Delta d = \rho_t \cdot g \cdot \frac{m}{\rho_t \cdot d} \cdot \Delta d \Rightarrow k \cdot \Delta d = g \cdot \frac{m}{d} \cdot \Delta d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k \cdot \Delta d = g \cdot \frac{m}{d} \cdot \Delta d \cdot \frac{1}{\Delta d} \Rightarrow k = \frac{m \cdot g}{d}.$$

Perioda titranja boce iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} k = \frac{m \cdot g}{d} \\ T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{\frac{m \cdot g}{d}}} \Rightarrow T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{\frac{m \cdot g}{d}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{\frac{m \cdot g}{d}}} \Rightarrow T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{d}{g}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{0.16 \text{ m}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 0.8 \text{ s}.$$

Vježba 235

Boca djelomično napunjena vodom ukupne mase 1.4 kg pliva tako da je 15 cm uronjena u vodu. Boca je izvedena iz položaja ravnoteže potiskivanjem prema dolje. Kolika je perioda titranja boce? (Boca pliva u vertikalnom položaju, dio je u vodi, a dio iznad površine vode, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 0.78 s.

Zadatak 236 (Barbie, gimnazija)

Neki predmet u zraku ima težinu 18 N, a u vodi 14 N. Kolika je gustoća materijala od kojega je napravljen predmet? (gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 236

$$G = 18 \text{ N}, \quad G_v = 14 \text{ N}, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \rho = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu ili tijelo uronjeno u tekućinu lakše je za težinu istisnute tekućine.

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Ako predmet u zraku ima težinu G njegova je masa jednaka:

$$G = m \cdot g \Rightarrow G = m \cdot g \cdot \frac{1}{g} \Rightarrow m = \frac{G}{g}.$$

Budući da je uzgon F_{uz} na tijelo jednak razlici težine G tijela u zraku i G_v u vodi, slijedi:

$$\Delta G = F_{uz} \Rightarrow G - G_v = \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow G - G_v = \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} \Rightarrow G - G_v = \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} \Rightarrow \frac{m}{\rho} = \frac{G - G_v}{\rho_v \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{\rho_v \cdot g \cdot m}{G - G_v} \Rightarrow \left[m = \frac{G}{g} \right] \Rightarrow \rho = \frac{\rho_v \cdot g \cdot \frac{G}{g}}{G - G_v} \Rightarrow \rho = \frac{\rho_v \cdot g \cdot \frac{G}{g}}{G - G_v} \Rightarrow \rho = \frac{\rho_v \cdot G}{G - G_v} =$$

$$= \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 18 \text{ N}}{18 \text{ N} - 14 \text{ N}} = 4500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 236

Komad stakla ima u zraku težinu 1.4 N, a u vodi 0.84 N. Nadi gustoću stakla. (gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 2500 kg/m^3 .

Zadatak 237 (Barbie, gimnazija)

Kolika je sila potrebna da se pod vodom drži košarkaška lopta mase 1.2 kg polumjera 12.2 cm? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 237

$$m = 1.2 \text{ kg}, \quad r = 12.2 \text{ cm} = 0.122 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad F = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu ili tijelo uronjeno u tekućinu lakše je za težinu istisnute tekućine.

Obujam kugle

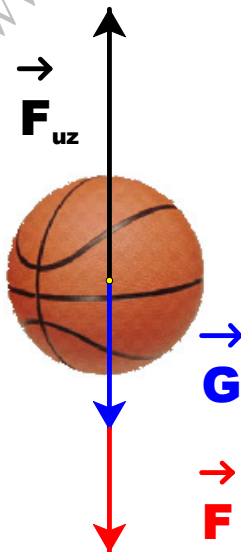
Obujam (volumen) kugle polumjera r iznosi:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Ako je uzgon veći od težine lopte ona će plivati na vodi. Da bismo loptu držali pod vodom moramo uporabiti silu F koja je po iznosu jednaka razlici uzgona F_{uz} i težine G , a ima suprotan smjer od uzgona.

$$F = F_{uz} - G \Rightarrow F = \rho_v \cdot g \cdot V - m \cdot g \Rightarrow \left[V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \right] \Rightarrow F = \rho_v \cdot g \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi - m \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = g \cdot \left(\rho_v \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi - m \right) = 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \left(1000 \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{4}{3} \cdot (0.122 m)^3 \cdot \pi - 1.2 kg \right) = 62.84 N.$$



Vježba 237

Kolika je sila potrebna da se pod vodom drži košarkaška lopta mase 650 g polumjera 12.2 cm? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 68.24 N.

Zadatak 238 (Barbie, gimnazija)

Volumen sante leda iznad morske vode ($\rho_v = 1030 \text{ kg/m}^3$) iznosi 150 m^3 . Gustoća leda je $\rho_l = 920 \text{ kg/m}^3$. Odredite ukupni obujam i masu sante leda.

Rješenje 238

$$V_1 = 150 \text{ m}^3, \quad \rho_v = 1030 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_l = 920 \text{ kg/m}^3, \quad V = ?, \quad m = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

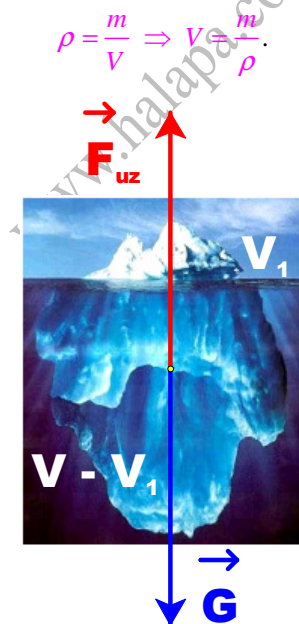
gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu ili tijelo uronjeno u tekućinu lakše je za težinu istisnute tekućine.

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):



Neka je V volumen cijele sante leda. Ako je V_1 dio volumena leda iznad morske površine tada se pod njom nalazi dio leda čiji je volumen jednak:

$$V - V_1.$$

Budući da je uzgon F_{uz} uronjenog dijela leda po iznosu jednak težini, vrijedi:

$$\begin{aligned} F_{uz} = G &\Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot (V - V_1) = m \cdot g \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot (V - V_1) = \rho_l \cdot V \cdot g \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot (V - V_1) = \rho_l \cdot V \cdot g \quad /: g \Rightarrow \rho_v \cdot (V - V_1) = \rho_l \cdot V \Rightarrow \rho_v \cdot V - \rho_v \cdot V_1 = \rho_l \cdot V \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \rho_v \cdot V - \rho_l \cdot V = \rho_v \cdot V_1 \Rightarrow V \cdot (\rho_v - \rho_l) = \rho_v \cdot V_1 \Rightarrow V \cdot (\rho_v - \rho_l) = \rho_v \cdot V_1 \cdot \frac{1}{\rho_v - \rho_l} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = \frac{\rho_v}{\rho_v - \rho_l} \cdot V_1 = \frac{1030 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1030 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \cdot 150 \text{ m}^3 = 1404.55 \text{ m}^3.$$

Računamo masu m sante leda.

$$m = \rho_l \cdot V = 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1404.55 \text{ m}^3 = 1292186 \text{ kg} = 1292.186 \text{ t} \approx 1292 \text{ t}.$$

Vježba 238

Volumen sante leda iznad morske vode ($\rho_v = 1030 \text{ kg/m}^3$) iznosi 300 m^3 . Gustoća leda je $\rho_l = 920 \text{ kg/m}^3$. Odredite ukupni obujam.

Rezultat: 2809.10 m^3 .

Zadatak 239 (Barbie, gimnazija)

U bazenu površine 8 m^2 nalazi se čamac natovaren kamenom ($\rho_k = 3000 \text{ kg/m}^3$). Ako se kamen izbaci u bazen, za koliko će se spustiti razina vode u bazenu? Obujam izbačenog kamena je 2 m^3 . (gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 239

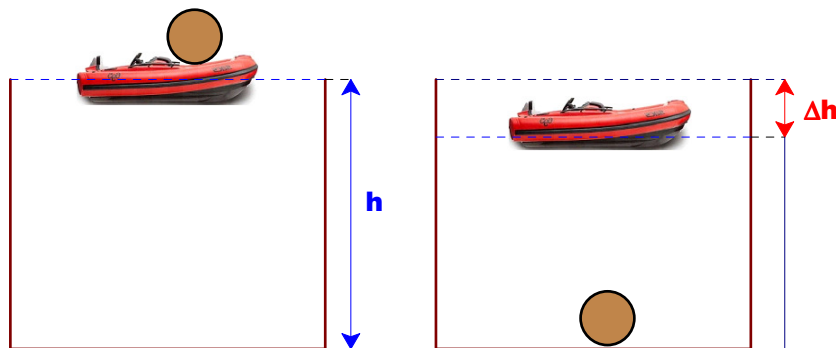
$$S = 8 \text{ m}^2, \quad \rho_k = 3000 \text{ kg/m}^3, \quad V_k = 2 \text{ m}^3, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \Delta h = ?$$

Kvadar je bilo koji paralelepiped kojemu je osnovka ili baza pravokutnik. Ako su bočni bridovi kvadra okomiti na osnovku, onda je taj kvadar uspravni kvadar. Označimo li slovom S ploštinu osnovke kvadra, a slovom h njegovu visinu obujam kvadra računa se po formuli

$$V = S \cdot h.$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$



Uočimo da je volumen istisnute vode V_v (povećani volumen kada je kamen u čamcu) veći od volumena kamena V_k . Kada ga izbavimo iz čamca razina vode spustit će se za Δh i promjena volumena vode ΔV bit će jednaka razlici volumena V_v i V_k i iznositi će (bazen ima oblik kvadra):

$$\begin{aligned} \Delta V &= S \cdot \Delta h \Rightarrow \Delta V = S \cdot \Delta h \cdot \frac{1}{S} \Rightarrow \Delta h = \frac{\Delta V}{S} \Rightarrow \Delta h = \frac{V_v - V_k}{S} \Rightarrow \Delta h = \frac{1}{S} \cdot (V_v - V_k) \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta h &= \frac{1}{S} \cdot \left(\frac{m_k}{\rho_v} - \frac{m_k}{\rho_k} \right) \Rightarrow \Delta h = \frac{1}{S} \cdot \frac{m_k}{\rho_k} \cdot \left(\frac{\rho_k}{\rho_v} - 1 \right) \Rightarrow \Delta h = \frac{1}{S} \cdot V_k \cdot \left(\frac{\rho_k}{\rho_v} - 1 \right) = \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{8 \text{ m}^2} \cdot 2 \text{ m}^3 \cdot \left(\frac{3000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} - 1 \right) = 0.5 \text{ m}.$$

Vježba 239

U bazenu površine 800 dm^2 nalazi se čamac natovaren kamenom ($\rho_k = 3000 \text{ kg/m}^3$). Ako se kamen izbaci u bazen, za koliko će se spustiti razina vode u bazenu? Obujam izbačenog kamena je 2000 dm^3 . (gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 0.5 m.

Zadatak 240 (Sanja, gimnazija)

Kroz cijev presjeka 24 cm^2 za 5 s prođe 120 litara tekućine. Kolika je brzina protjecanja tekućine kroz cijev?

A. $0.01 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ B. $0.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ C. $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ D. $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Rješenje 240

$$S = 24 \text{ cm}^2 = 2.4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2, \quad t = 5 \text{ s}, \quad V = 120 \text{ l} = 120 \text{ dm}^3 = 1.2 \cdot 10^{-1} \text{ m}^3, \quad v = ?$$

Protok je volumen koji u jedinici vremena prođe kroz promatrani presjek. Volumni protok (jakost struje) fluida definiše se izrazom

$$q = \frac{V}{t}.$$

Protok smatramo:

- pozitivnim, ako fluid ulazi u određeni presjek.
- negativnim, ako fluid izlazi iz određenog presjeka.

Pri protjecanju idealne tekućine kroz cijev, obujma V , koji u jedinici vremena proteče kroz presjek S iznosi

$$\frac{V}{t} = S \cdot v \Rightarrow v = \frac{V}{S \cdot t},$$

gdje je v brzina protjecanja

Računamo brzinu protjecanja v kroz cijev.

$$v = \frac{V}{S \cdot t} = \frac{1.2 \cdot 10^{-1} \text{ m}^3}{2.4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot 5 \text{ s}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 240

Kroz cijev presjeka 24 cm^2 za 10 s prođe 240 litara tekućine. Kolika je brzina protjecanja tekućine kroz cijev?

A. $0.01 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ B. $0.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ C. $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ D. $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Rezultat: D.