

Zadatak 181 (Marija, srednja škola)

Iz pumpe u prizemlju zgrade voda ulazi u cijev polumjera 1.2 cm pod tlakom 400 kPa, brzinom 1 m/s. Koliki je volumni protok vode? Kolika je brzina i tlak u potkrovlju zgrade na visini 30 m, ako je ondje polumjer cijevi dva puta manji nego u prizemlju? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 181

$$r_1 = 1.2 \text{ cm} = 0.012 \text{ m}, \quad p_1 = 400 \text{ kPa} = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad v_1 = 1 \text{ m/s}, \quad h_1 = 0 \text{ m}, \\ h_2 = 30 \text{ m}, \quad r_2 = 0.5 \cdot r_1 = 0.5 \cdot 0.012 \text{ m} = 0.006 \text{ m}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad q = ?, \\ v_2 = ?, \quad p_2 = ?$$

Volumni protok (jakost struje) fluida definira se izrazima

$$q = \frac{V}{t}, \quad q = S \cdot v.$$

Protok je volumen fluida koji u jedinici vremena prođe kroz promatrani presjek. Volumni protok fluida je umnožak presjeka cijevi i brzine fluida.

Jednadžba kontinuiteta

Jednadžba kontinuiteta iskazuje ovisnost brzine protjecanja fluida o ploštinama presjeka cijevi pri stalnoj jakosti struje.

Za svaki presjek u cijevi umnožak presjeka S i brzine fluida v je konstantan.

$$S \cdot v = \text{konst.}, \quad S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2.$$

Brzine protjecanja fluida obrnuto su razmjerne ploštinama presjeka cijevi.

$$v_1 : v_2 = S_2 : S_1.$$

Bernoullijeva jednadžba

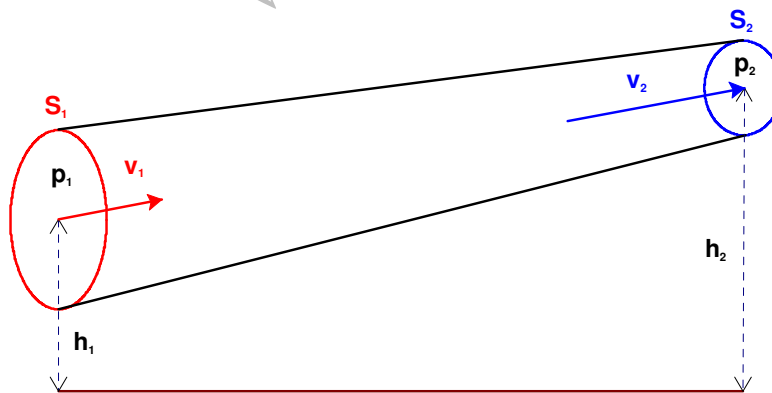
Neka fluid gustoće ρ teče kroz cijev različitog presjeka nagnutu prema horizontali.

Presjek S_1 je na visini h_1 iznad neke referentne razine (npr. zemlje) gdje je tlak p_1 i brzina fluida v_1 .

Presjek S_2 je na visini h_2 iznad referentne razine gdje je tlak p_2 i brzina fluida v_2 .

Bernoullijeva jednadžba glasi:

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2.$$



Volumni protok vode u prizemlju iznosi:

$$q_1 = S_1 \cdot v_1 = \left[\begin{array}{c} \text{ploština poprečnog presjeka cijevi} \\ S_1 = r_1^2 \cdot \pi \end{array} \right] = r_1^2 \cdot \pi \cdot v_1 = (0.012 \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 4.52 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}.$$

Brzinu v_2 odredimo iz jednadžbe kontinuiteta. Budući da su poprečni presjeci cijevi u prizemlju S_1 i potkrovlju S_2

$$S_1 = r_1^2 \cdot \pi, \quad S_2 = r_2^2 \cdot \pi,$$

slijedi:

$$\begin{aligned}
q_1 = q_2 &\Rightarrow S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \Rightarrow r_1^2 \cdot \pi \cdot v_1 = r_2^2 \cdot \pi \cdot v_2 \Rightarrow r_1^2 \cdot \pi \cdot v_1 = r_2^2 \cdot \pi \cdot v_2 \cdot \frac{1}{r_2^2 \cdot \pi} \Rightarrow \\
&\Rightarrow v_2 = \frac{r_1^2}{r_2^2} \cdot v_1 \Rightarrow v_2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \cdot v_1 \Rightarrow v_2 = \left(\frac{r_1}{0.5 \cdot r_1}\right)^2 \cdot v_1 \Rightarrow v_2 = \left(\frac{r_1}{0.5 \cdot r_1}\right)^2 \cdot v_1 \Rightarrow \\
&\Rightarrow v_2 = \left(\frac{1}{0.5}\right)^2 \cdot v_1 \Rightarrow v_2 = \left(\frac{1 \cdot 10}{0.5 \cdot 10}\right)^2 \cdot v_1 \Rightarrow v_2 = \left(\frac{10}{5}\right)^2 \cdot v_1 \Rightarrow v_2 = 2^2 \cdot v_1 \Rightarrow \\
&\Rightarrow v_2 = 4 \cdot v_1 = 4 \cdot 1 \frac{m}{s} = 4 \frac{m}{s}.
\end{aligned}$$

Iz Bernoullijeve jednadžbe dobije se tlak p_2 u potkrovlju zgrade.

$$\begin{aligned}
p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 &= p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \Rightarrow \\
\Rightarrow p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 &= p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \Rightarrow \\
\Rightarrow p_2 = p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 - \rho \cdot g \cdot h_2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 &\Rightarrow \\
\Rightarrow p_2 = p_1 + (\rho \cdot g \cdot h_1 - \rho \cdot g \cdot h_2) + \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2\right) &\Rightarrow \\
\Rightarrow p_2 = p_1 - \rho \cdot g \cdot (h_2 - h_1) - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \cdot \left(\frac{v_2^2}{v_1^2} - 1\right) &\Rightarrow \\
\Rightarrow p_2 = p_1 - \rho \cdot g \cdot (h_2 - h_1) - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \cdot \left(\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 - 1\right). &
\end{aligned}$$

Da bismo omjer brzina izrazili pomoću omjera polumjera cijevi rabimo jednadžbu kontinuiteta.

$$\begin{aligned}
S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 &\Rightarrow r_1^2 \cdot \pi \cdot v_1 = r_2^2 \cdot \pi \cdot v_2 \Rightarrow r_1^2 \cdot \pi \cdot v_1 = r_2^2 \cdot \pi \cdot v_2 \cdot \frac{1}{r_2^2 \cdot \pi \cdot v_1} \Rightarrow \\
&\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{r_1}{0.5 \cdot r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{r_1}{0.5 \cdot r_1}\right)^2 \Rightarrow \\
&\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{1}{0.5}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{1 \cdot 10}{0.5 \cdot 10}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{10}{5}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 2^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 4.
\end{aligned}$$

Sada je:

$$\begin{aligned}
p_2 &= p_1 - \rho \cdot g \cdot (h_2 - h_1) - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \cdot (4^2 - 1) = \\
&= 4 \cdot 10^5 \text{ Pa} - 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (30 \text{ m} - 0 \text{ m}) - \frac{1}{2} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(1 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \cdot (16 - 1) = \\
&= 98200 \text{ Pa} = 9.82 \cdot 10^4 \text{ Pa}.
\end{aligned}$$

Vježba 181

Iz pumpe u prizemlju zgrade voda ulazi u cijev polumjera 12 mm pod tlakom 0.4 MPa, brzinom 3.6 km/h. Koliki je volumni protok vode?

Rezultat: $4.52 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{s}$.

Zadatak 182 (Ivan, tehnička škola)

Koliki je rad potreban da bi se crpkom napunio spremnik vode volumena 500 litara, ako crpka ostvaruje razliku tlaka 0.98 bara? Kolika je najveća dubina bunara iz kojeg se spremnik može puniti pri takvim uvjetima? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 182

$$V = 500 \text{ l} = 500 \text{ dm}^3 = 0.5 \text{ m}^3, \quad \Delta p = 0.98 \text{ bar} = 0.98 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 9.8 \cdot 10^4 \text{ Pa},$$
$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad W = ?, \quad h = ?$$

Rad pri protjecanju nestlačivog fluida jednak je umnošku razlike tlakova i volumena.

$$W = (p_1 - p_2) \cdot V \Rightarrow W = \Delta p \cdot V.$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Da bi se ostvarila željena razlika tlaka potreban je rad

$$W = \Delta p \cdot V = 9.8 \cdot 10^4 \text{ Pa} \cdot 0.5 \text{ m}^3 = 49000 \text{ J} = 49 \text{ kJ}.$$

Budući da se rad W potroši za promjenu gravitacijske potencijalne energije

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je h dubina bunara, slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} W = \Delta p \cdot V \\ E_{gp} = m \cdot g \cdot h \\ W = E_{gp} \\ m = \rho \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \Delta p \cdot V = m \cdot g \cdot h \\ m = \rho \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta p \cdot V = \rho \cdot V \cdot g \cdot h \Rightarrow \Delta p \cdot V = \rho \cdot V \cdot g \cdot h \cdot \frac{1}{\rho \cdot V \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{\Delta p}{\rho \cdot g} = \frac{9.8 \cdot 10^4 \text{ Pa}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 10 \text{ m}.$$

Vježba 182

Koliki je rad potreban da bi se crpkom napunio spremnik vode volumena 1000 litara, ako crpka ostvaruje razliku tlaka 0.98 bara?

Rezultat: 98 kJ.

Zadatak 183 (Muenesa, gimnazija)

Ako je posuda puna vode, onda voda kroz otvor na dnu posude počinje istjecati brzinom 4.95 m/s. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$) Visina posude je:

- A. 1.25 m B. 0.85 m C. 1.50 m D. 1.20 m E. 1.00 m

Rješenje 183

$$v = 4.95 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$

Ako idealna tekućina istječe iz posude kroz otvor koji se nalazi za visinu h ispod najviše razine tekućine, brzina istjecanja iznosi:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}.$$

Visina posude je:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} / 2 \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h / 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{\left(4.95 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1.25 \text{ m}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 183

Ako je posuda puna vode, onda voda kroz otvor na dnu posude počinje istjecati brzinom 9.9 m/s. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$) Visina posude je:

- A. 4 m B. 5 m C. 6 m D. 7 m E. 8 m

Rezultat: B.

Zadatak 184 (Vesna, strukovna škola)

Kocka brida 5 cm načinjena je od legure gustoće 4000 kg/m^3 i leži na dnu posude ispunjene vodom. Odredite tlak kojim kocka djeluje na dno posude. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 184

$$a = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}, \quad \rho = 4000 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad p = ?$$

Obujam kocke duljine stranice a računa se po formuli

$$V = a^3.$$

Ploština kvadrata duljine stranice a računa se po formuli

$$P = a^2.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Tlak je omjer sile što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu i te površine:

$$p = \frac{F}{S}$$

Težina kocke na zraku iznosi:

$$G = m \cdot g \Rightarrow G = \rho \cdot V \cdot g \Rightarrow G = \rho \cdot a^3 \cdot g.$$

Sila uzgona na kocku u vodi je

$$F_{uz} = \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow F_{uz} = \rho_v \cdot g \cdot a^3.$$

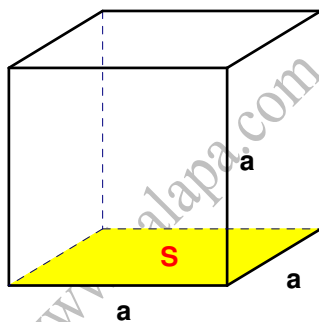
Sila F kojom kocka djeluje na dno posude jednaka je razlici težine kocke G i sile uzgona F_{uz} .

$$F = G - F_{uz} \Rightarrow F = \rho \cdot a^3 \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow F = a^3 \cdot g \cdot (\rho - \rho_v).$$

Tlak p kojim kocka djeluje na dno posude je količnik sile F i ploštine osnovke (baze) kocke.

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow p = \frac{a^3 \cdot g \cdot (\rho - \rho_v)}{a^2} \Rightarrow p = \frac{a^3 \cdot g \cdot (\rho - \rho_v)}{a^2} \Rightarrow p = a \cdot g \cdot (\rho - \rho_v) =$$

$$= 0.05 \text{ m} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(4000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) = 1500 \text{ Pa} = 1.5 \text{ kPa}.$$



Vježba 184

Kocka brida 5 cm načinjena je od legure gustoće 3000 kg/m^3 i leži na dnu posude ispunjene vodom. Odredite tlak kojim kocka djeluje na dno posude. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 1 kPa.

Zadatak 185 (Ana, gimnazija)

Dva homogena tijela jednakih masa, a različitih gustoća potpuno su uronjena u vodu. Gustoća svakog tijela veća je od gustoće vode. Na koje tijelo djeluje veća sila uzgona?

- A. Iznos sile uzgona na svako od tijela je jednak.
- B. Veći je iznos sile uzgona na tijelo veće gustoće.
- C. Veći je iznos sile uzgona na tijelo manje gustoće.
- D. Na svako od tijela iznos sile uzgona jednak je nuli.

Rješenje 185

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

1. inačica

Neka je ρ gustoća tijela, mase m , uronjenog u tekućinu gustoće ρ_t . Tada vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} \rho = \frac{m}{V} \\ F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} V = \frac{m}{\rho} \\ F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} \Rightarrow F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} \Rightarrow F_{uz} \propto \frac{1}{\rho}$$

Budući da je sila uzgona obrnuto razmjerna sa gustoćom uronjenog tijela, na tijelo manje gustoće djeluje veći iznos sile uzgona. Odgovor je pod C.

2. inačica

Iz formule za gustoću

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho \propto \frac{1}{V}$$

vidi se da je gustoća obrnuto razmjerna sa volumenom tijela. Za tijela jednakih masa vrijedi da tijelo većeg volumena ima manju gustoću.

Iz formule za silu uzgona

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V \Rightarrow F_{uz} \propto V$$

vidi se da je sila uzgona razmjerna sa volumenom tijela uronjenog u tekućinu. Na tijelo većeg volumena djeluje veća sila uzgona. Odgovor je pod C.

Vježba 185

Dva homogena tijela jednakih masa, a različitih gustoća potpuno su uronjena u vodu. Gustoća svakog tijela veća je od gustoće vode. Na koje tijelo djeluje manja sila uzgona?

- A. Iznos sile uzgona na svako od tijela je jednak.
- B. Manji je iznos sile uzgona na tijelo veće gustoće.
- C. Manji je iznos sile uzgona na tijelo manje gustoće.
- D. Na svako od tijela iznos sile uzgona jednak je nuli.

Rezultat: B.

Zadatak 186 (Goga, srednja škola)

Gustoća vode iznosi $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$, a ubrzanje slobodnog pada na Zemlji $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Tlak od 1 Pa na Zemlji odgovara stupcu vode visine:

- A. $1.02 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
- B. $1.02 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
- C. $1.02 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
- D. $1.02 \cdot 10^{-1} \text{ m}$

Rješenje 186

$$\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad p = 1 \text{ Pa}, \quad h = ?$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. On djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ :

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ .

$$p = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow p = \rho \cdot g \cdot h \cdot \frac{1}{\rho \cdot g} \Rightarrow h = \frac{p}{\rho \cdot g} = \frac{1 \text{ Pa}}{10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.000101937 \text{ m} = 1.02 \cdot 10^{-4} \text{ m}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 186

Gustoća vode iznosi $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$, a ubrzanje slobodnog pada na Zemlji $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Tlak od 100 Pa na Zemlji odgovara stupcu vode visine:

- A. $1.02 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
- B. $1.02 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
- C. $1.02 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
- D. $1.02 \cdot 10^{-1} \text{ m}$

Rezultat: B.

Zadatak 187 (Matija, srednja škola)

Koliki uzgon djeluje na kamen u vodi ako kamen ima masu 4 kg, a gustoća mu je 2.4 g/cm³. (ubrzanje slobodnog pada g = 9.81 m/s², gustoća vode ρ_v = 1000 kg/m³)

Rješenje 187

m = 4 kg, ρ = 2.4 g/cm³ = 2400 kg/m³, g = 9.81 m/s², ρ_v = 1000 kg/m³, F_{uz} = ?
Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom.

Uzgon na kamen u vodi iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} V = \frac{m}{\rho} \\ F_{uz} = \rho_v \cdot g \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow F_{uz} = \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{4 \text{ kg}}{2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 16.35 \text{ N}.$$

Vježba 187

Koliki uzgon djeluje na kamen u vodi ako kamen ima masu 8 kg, a gustoća mu je 2.4 g/cm³. (ubrzanje slobodnog pada g = 9.81 m/s², gustoća vode ρ_v = 1000 kg/m³)

Rezultat: 32.70 N.

Zadatak 188 (Matija, srednja škola)

Homogeni valjak visine 10 cm i gustoće 400 kg/m³ pluta na vodi. Središte mase valjka se u odnosu na površinu vode gustoće 1000 kg/m³ nalazi na:

- A. 2 cm ispod površine
- B. 2 cm iznad površine
- C. 1 cm ispod površine
- D. 1 cm iznad površine

Rješenje 188

h = 10 cm, ρ = 400 kg/m³, ρ_v = 1000 kg/m³, x = ?

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

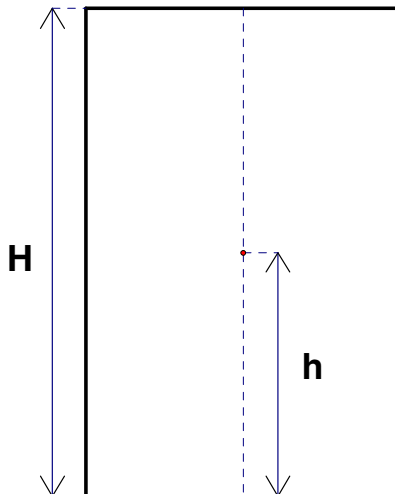
$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na

horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže. Obujam uspravnog valjka jednak je umnošku ploštine osnovke S i duljine visine v , tj.

$$V = S \cdot v.$$

Središte mase valjka je na polovici visine valjka.



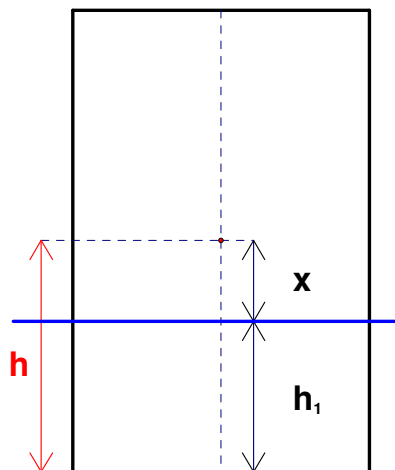
$$h = \frac{1}{2} \cdot H = \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ cm} = 5 \text{ cm}.$$

Kada valjak pluta na vodi njegova težina po iznosu jednaka je uzgonu valjka u vodi.

$$G = F_{uz} \Rightarrow m \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V_1 \Rightarrow m \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V_1 \quad /: g \Rightarrow m = \rho_v \cdot V_1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{masa tijela} \\ m = \rho \cdot V \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho \cdot V = \rho_v \cdot V_1 \Rightarrow \rho \cdot S \cdot H = \rho_v \cdot S \cdot h_1 \Rightarrow \rho \cdot S \cdot H = \rho_v \cdot S \cdot h_1 \quad /: \frac{1}{\rho_v \cdot S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{\rho}{\rho_v} \cdot H = \frac{400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \cdot 10 \text{ cm} = 4 \text{ cm}.$$



Dakle valjak je uronjen u vodu 4 cm pa se središte mase valjka u odnosu na površinu vode nalazi na

$$x = h - h_1 = 5 \text{ cm} - 4 \text{ cm} = 1 \text{ cm}$$

iznad površine. Odgovor je pod D.

Vježba 188

Homogeni valjak visine 1 dm i gustoće 400 kg/m^3 pluta na vodi. Središte mase valjka se u odnosu na površinu vode gustoće 1000 kg/m^3 nalazi na:

- A. 2 cm ispod površine B. 2 cm iznad površine
C. 1 cm ispod površine D. 1 cm iznad površine

Rezultat: D.

Zadatak 189 (Matija, srednja škola)

Homogeno tijelo koje pluta na tekućini bit će do polovice volumena uronjeno u tekućinu ako je omjer gustoća:

- A. tijela i tekućine 1 : 1 B. tijela i tekućine 2 : 1
C. tijela i tekućine 1 : 2 D. tijela i tekućine 1 : 4

Rješenje 189

$$\rho_1 - \text{gustoća tijela}, \quad \rho_2 - \text{gustoća tekućine}, \quad V - \text{volumen tijela}, \quad V_1 = \frac{1}{2} \cdot V,$$

$$\rho_1 : \rho_2 = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Budući da homogeno tijelo pluta na tekućini njegova težina po iznosu jednaka je sili uzgona.

$$\begin{aligned} G = F_{uz} &\Rightarrow m \cdot g = \rho_2 \cdot g \cdot V_1 \Rightarrow m \cdot g = \rho_2 \cdot g \cdot V_1 \quad /: g \Rightarrow m = \rho_2 \cdot V_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{bmatrix} \text{masa tijela} \\ m = \rho_1 \cdot V \end{bmatrix} \Rightarrow \rho_1 \cdot V = \rho_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot V \Rightarrow \rho_1 \cdot V = \rho_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot V \quad /: V \Rightarrow \rho_1 = \rho_2 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho_1 = \rho_2 \cdot \frac{1}{2} \quad /: \frac{1}{\rho_2} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \rho_1 : \rho_2 = 1 : 2. \end{aligned}$$

Da bi homogeno tijelo koje pluta na tekućini, bilo do polovice volumena uronjeno u tekućinu, omjer gustoća tijela i tekućine mora biti 1 : 2.

Odgovor je pod C.

Vježba 189

Homogeno tijelo koje pluta na tekućini bit će do četvrtine volumena uronjeno u tekućinu ako je omjer gustoća:

- A. tijela i tekućine 1 : 1 B. tijela i tekućine 2 : 1

C. tijela i tekućine 1 : 2 D. tijela i tekućine 1 : 4

Rezultat: D.

Zadatak 190 (Matija, srednja škola)

Uzgon na tijelo, koje je cijelo uronjeno u tekućinu, ovisi o:

A. obliku tijela B. masi tijela C. gustoći tijela D. volumenu tijela

Rješenje 190

$$\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad p = 1 \text{ Pa}, \quad h = ?$$

Sila uzgona je rezultanta sila kojima fluid djeluje na uronjeno tijelo. Sila uzgona iznosi

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje slobodnog pada, V obujam uronjenog dijela tijela. Uzgon na tijelo koje je uronjeno u tekućinu po veličini je jednak težini tekućine volumena uronjenog tijela, a smjer mu je suprotan smjeru sile teže. Jedino svojstvo tijela koje utječe na veličinu uzgona je njegov volumen. Odgovor je pod D.

Vježba 190

Uzgon na tijelo, koje je cijelo uronjeno u tekućinu, ne ovisi o:

A. ubrzanju slobodnog pada B. gustoći tekućine C. gustoći tijela D. volumenu tijela

Rezultat: C.

Zadatak 191 (Sanja, srednja škola)

Tijelo mase 1 kg, gustoće 8000 kg/m^3 , obješeno je o dinamometar i cijelo uronjeno u vodu. Koliki je uzgon na tijelo? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$)

A. 125 N B. 0.25 N C. 0.5 N D. 1.23 N

Rješenje 191

$$m = 1 \text{ kg}, \quad \rho = 8000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad F_{uz} = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Uzgon na tijelo u vodi iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \rho = \frac{m}{V} \\ F_{uz} = \rho_v \cdot g \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \rho = \frac{m}{V} \cdot \frac{V}{\rho} \\ F_{uz} = \rho_v \cdot g \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} V = \frac{m}{\rho} \\ F_{uz} = \rho_v \cdot g \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow$$
$$\Rightarrow F_{uz} = \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{8000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 1.23 \text{ N}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 191

Tijelo mase 2 kg, gustoće 8000 kg/m^3 , obješeno je o dinamometar i cijelo uronjeno u vodu. Koliki je uzgon na tijelo? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$)

A. 125 N B. 0.25 N C. 0.5 N D. 1.23 N

Rezultat: C.

Zadatak 192 (Sanja, srednja škola)

Tijelo gustoće 600 kg/m^3 i obujma 1000 litara pliva na tekućini gustoće 800 kg/m^3 . Obujma uronjenog dijela tijela je:

- A. 8 m^3 B. 0.75 m^3 C. 600 l D. $1\,600 \text{ l}$

Rješenje 192

$$\rho = 600 \text{ kg/m}^3, \quad V = 1000 \text{ l} = 1000 \text{ dm}^3 = 1 \text{ m}^3, \quad \rho_1 = 800 \text{ kg/m}^3, \quad V_1 = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže. Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu. Budući da tijelo pliva na tekućini njegova težina po iznosu jednaka je sili uzgona.

$$\begin{aligned} G = F_{uz} &\Rightarrow m \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot V_1 \Rightarrow m \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot V_1 \quad /: g \Rightarrow m = \rho_1 \cdot V_1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{masa tijela} \\ m = \rho \cdot V \end{array} \right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho \cdot V = \rho_1 \cdot V_1 \Rightarrow \rho \cdot V = \rho_1 \cdot V_1 \quad /: \frac{1}{\rho_1} \Rightarrow V_1 = \frac{\rho}{\rho_1} \cdot V = \frac{600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \cdot 1 \text{ m}^3 = 0.75 \text{ m}^3. \end{aligned}$$

Odgovor je pod B.

Vježba 192

Tijelo gustoće 1200 kg/m^3 i obujma 1000 litara pliva na tekućini gustoće 1600 kg/m^3 . Obujma uronjenog dijela tijela je:

- A. 8 m^3 B. 0.75 m^3 C. 600 l D. 1600 l

Rezultat: B.

Zadatak 193 (ABC, elektrotehnička škola)

Loptu mase m i obujma V držimo na dubini h ispod površine vode gustoće ρ . Akceleracija sile teže je g . Kolikom silom lopta djeluje na ruku?

- A. $\rho \cdot g \cdot V - m \cdot g$ B. $\rho \cdot g \cdot h - m \cdot g$ C. $m \cdot g - \rho \cdot g \cdot V$ D. $\rho \cdot g \cdot V$

Rješenje 193

$$m, \quad V, \quad h, \quad \rho, \quad g, \quad F = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže. Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.



Sila kojom lopta djeluje na ruku jednaka je razlici sile uzgona i težine lopte.

$$F = F_{uz} - G \Rightarrow F = \rho \cdot g \cdot V - m \cdot g.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 193

Olovnu kuglu mase m i obujma V držimo na dubini h ispod površine vode gustoće ρ . Akceleracija sile teže je g . Kolikom silom kugla djeluje na ruku?

- A. $\rho \cdot g \cdot V - m \cdot g$ B. $\rho \cdot g \cdot h - m \cdot g$ C. $m \cdot g - \rho \cdot g \cdot V$ D. $\rho \cdot g \cdot V$

Rezultat: C.

Zadatak 194 (Marina, gimnazija)

Predmet je ovješten o dinamometar. Sila koju pokazuje dinamometar kada je predmet u zraku iznosi 30 N, kada je potpuno potopljen u vodi gustoće 1000 kg/m^3 iznosi 20 N, a kada je potpuno potopljen u tekućini nepoznate gustoće iznosi 24 N. Kolika je gustoća nepoznate tekućine? Zanimarite uzgon u zraku.

Rješenje 194

$$G = 30 \text{ N}, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad F_1 = 20 \text{ N}, \quad F_2 = 24 \text{ N}, \quad \rho = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže. Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela

uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Kada je tijelo obujma V i težine G u zraku uronjeno u vodu gustoće ρ_v njegova je težina umanjena za uzgon $F_{uz(1)}$ i iznosi F_1 .

$$G - F_{uz(1)} = F_1 \Rightarrow -F_{uz(1)} = F_1 - G \Rightarrow -F_{uz(1)} = F_1 - G \quad / \cdot (-1) \Rightarrow F_{uz(1)} = G - F_1.$$

Kada je tijelo obujma V i težine G u zraku uronjeno u nepoznatu tekućinu gustoće ρ njegova je težina umanjena za uzgon $F_{uz(2)}$ i iznosi F_2 .

$$G - F_{uz(2)} = F_2 \Rightarrow -F_{uz(2)} = F_2 - G \Rightarrow -F_{uz(2)} = F_2 - G \quad / \cdot (-1) \Rightarrow F_{uz(2)} = G - F_2.$$

Iz sustava jednadžbi izračunamo gustoću ρ tekućine.

$$\left. \begin{array}{l} F_{uz(1)} = G - F_1 \\ F_{uz(2)} = G - F_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{F_{uz(2)}}{F_{uz(1)}} = \frac{G - F_2}{G - F_1} \Rightarrow \frac{\rho \cdot g \cdot V}{\rho_v \cdot g \cdot V} = \frac{G - F_2}{G - F_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\rho \cdot g \cdot V}{\rho_v \cdot g \cdot V} = \frac{G - F_2}{G - F_1} \Rightarrow \frac{\rho}{\rho_v} = \frac{G - F_2}{G - F_1} \Rightarrow \frac{\rho}{\rho_v} = \frac{G - F_2}{G - F_1} \quad / \cdot \rho_v \Rightarrow \rho = \rho_v \cdot \frac{G - F_2}{G - F_1} =$$

$$= 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{30 \text{ N} - 24 \text{ N}}{30 \text{ N} - 20 \text{ N}} = 600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 194

Predmet je ovješeno o dinamometar. Sila koju pokazuje dinamometar kada je predmet u zraku iznosi 31 N, kada je potpuno potopljen u vodi gustoće 1000 kg/m^3 iznosi 21 N, a kada je potpuno potopljen u tekućini nepoznate gustoće iznosi 25 N. Kolika je gustoća nepoznate tekućine? Zanimajte uzgon u zraku.

Rezultat: 600 kg/m^3 .

Zadatak 195 (Tonka, srednja škola)

Ako je obujam tijela potpuno uronjen u vodu $V = 0.5 \text{ m}^3$, uzgon na to tijelo je:

A. 5 kN B. 49 N C. 500 N D. 981 N

(gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, akceleracija slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 195

$$V = 0.5 \text{ m}^3, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F_{uz} = ?$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom.

Uzgon na tijelo iznosi:

$$F_{uz} = \rho \cdot g \cdot V = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.5 \text{ m}^3 = 5000 \text{ N} = 5 \cdot 10^3 \text{ N} = 5 \text{ kN}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 195

Ako je obujam tijela potpuno uronjen u vodu $V = 0.1 \text{ m}^3$, uzgon na to tijelo je:

A. 5 kN B. 49 N C. 500 N D. 981 N

(gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, akceleracija slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: D.

Zadatak 196 (Viktorija, gimnazija)

Na nekom mjestu more je duboko 7000 cm. Koliki je hidrostatski tlak na 50 m od morskog dna, ako je gustoća mora 1035 kg/m^3 ? (akceleracija slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 196

$$d_1 = 7000 \text{ cm} = 70 \text{ m}, \quad d_2 = 50 \text{ m od dna}, \quad \rho = 1035 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad p = ?$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. On djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ :

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

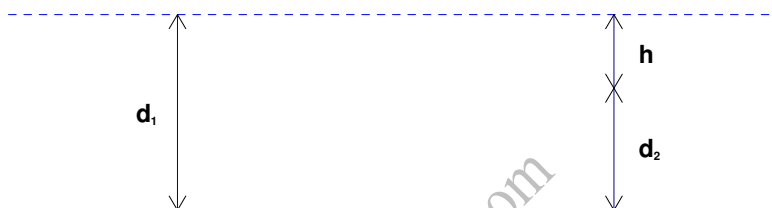
Tlak p povećava se linearno s dubinom h tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ .

Računamo hidrostatski tlak na dubini h od morske razine

$$h = d_1 - d_2,$$

a on iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} p = \rho \cdot g \cdot h \\ h = d_1 - d_2 \end{array} \right\} \Rightarrow p = \rho \cdot g \cdot (d_1 - d_2) = 1035 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (70 \text{ m} - 50 \text{ m}) = 203067 \text{ Pa}.$$



Vježba 196

Na nekom mjestu more je duboko 8000 cm. Koliki je hidrostatski tlak na 60 m od morskog dna, ako je gustoća mora 1035 kg/m^3 ? (akceleracija slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 203067 Pa.

Zadatak 197 (Viktorija, gimnazija)

Tijelo u obliku valjka polumjera 5 cm i visine 1 cm ima gustoću 7.1 g/cm^3 . Tijelo miruje na horizontalnoj podlozi. Koliki je tlak na horizontalnu podlogu? (akceleracija slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 197

$$r = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}, \quad h = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}, \quad \rho = 7.1 \text{ g/cm}^3 = 7100 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \\ p = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže. Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Tlak je omjer sile F što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu S i te površine:

$$p = \frac{F}{S}.$$

Obujam valjka s polumjerom baze r i visinom h iznosi:

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h.$$

Ploština S kruga polumjera r računa se po formuli:

$$S = r^2 \cdot \pi.$$

Budući da valjak svojom težinom pritišće horizontalnu podlogu vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} p = \frac{F}{S} \\ F = G \end{array} \right\} \Rightarrow p = \frac{G}{S} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} G = m \cdot g \\ S = r^2 \cdot \pi \end{array} \right] \Rightarrow p = \frac{m \cdot g}{r^2 \cdot \pi} \Rightarrow [m = \rho \cdot V] \Rightarrow p = \frac{\rho \cdot V \cdot g}{r^2 \cdot \pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[V = r^2 \cdot \pi \cdot h \right] \Rightarrow p = \frac{\rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h \cdot g}{r^2 \cdot \pi} \Rightarrow p = \frac{\rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h \cdot g}{r^2 \cdot \pi} \Rightarrow p = \rho \cdot h \cdot g =$$

$$= 7100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.01 \text{ m} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 696.51 \text{ Pa}.$$

Vježba 197

Tijelo u obliku valjka polumjera 7 cm i visine 1 cm ima gustoću 7.1 g/cm³. Tijelo miruje na horizontalnoj podlozi. Koliki je tlak na horizontalnu podlogu? (akceleracija slobodnog pada g = 9.81 m/s²)

Rezultat: 696.51 Pa.

Zadatak 198 (DNK, medicinska škola)

Pri stalnome tlaku od $2 \cdot 10^5$ Pa na plinu se obavi rad od 1000 J. Za koliko se smanjio obujam plina?

Rješenje 198

$$p = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad W = 1000 \text{ J}, \quad \Delta V = ?$$

Kada se plinu dovodi toplina uz stalan tlak, plin se rasteže i obavi rad:

$$W = p \cdot (V_2 - V_1) \Rightarrow W = p \cdot \Delta V.$$

Računamo za koliko se smanjio obujam plina.

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot \Delta V \cdot \frac{1}{p} \Rightarrow \Delta V = \frac{W}{p} = \frac{1000 \text{ J}}{2 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = 0.005 \text{ m}^3 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

Vježba 198

Pri stalnome tlaku od $4 \cdot 10^5$ Pa na plinu se obavi rad od 2000 J. Za koliko se smanjio obujam plina?

Rezultat: 0.005 m³.

Zadatak 199 (Adna, srednja škola ☺)

Na dubini 3 m u podvodnom dijelu broda nastao je otvor ploštine 10 cm².

- Koliki je iznos hidrostatskog tlaka na toj dubini?
- Koliku silu treba uporabiti da bismo zaustavili istjecanje vode? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 199

$$h = 3 \text{ m}, \quad S = 10 \text{ cm}^2 = 0.001 \text{ m}^2, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad p = ?, \quad F = ?$$

Tlak je omjer sile što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu i te površine:

$$p = \frac{F}{S}.$$

Tlak je obrnuto razmjeran sa površinom (veća površina → manji tlak, manja površina → veći tlak uz konstantnu silu).

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. On djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ :

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ .

a) Hidrostatski tlak tekućine na dubini 3 metra iznosi:

$$p = \rho \cdot g \cdot h = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ m} = 29430 \text{ Pa}.$$

b) Sila koju treba uporabiti da bismo zadržali istjecanje vode jednaka je:

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow p = \frac{F}{S} \cdot S \Rightarrow F = p \cdot S = 29430 \text{ Pa} \cdot 0.001 \text{ m}^2 = 29.43 \text{ N}.$$

Vježba 199

Na dubini 6 m u podvodnom dijelu broda nastao je otvor. Koliki je iznos hidrostatskog tlaka na toj dubini? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 58860 Pa.

Zadatak 200 (Adna, srednja škola ☺)

Koliki je tlak u moru na dubini 10 m? Normirani tlak iznosi 101325 Pa, a gustoća morske vode je 1030 kg/m^3 .

Rješenje 200

$$h = 10 \text{ m}, \quad p_0 = 101325 \text{ Pa}, \quad \rho = 1030 \text{ kg/m}^3, \quad p = ?$$

Tlak 101325 Pa zovemo normirani tlak i označavamo ga sa p_0 . U živinom barometru tom tlaku odgovara tlak što ga čini stupac žive visok 760 mm. Nastaje zbog težine zraka na površini Zemlje. Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. On djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ ,

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Hidrostatski tlak u moru, gustoće vode ρ na dubini h , jednak je zbroju normiranog tlaka p_0 i hidrostatskog tlaka u samom moru:

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h = 101325 \text{ Pa} + 1030 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ m} = 202368 \text{ Pa}.$$

Vježba 200

Koliki je tlak u moru na dubini 20 m. Normirani tlak iznosi 101325 Pa, a gustoća morske vode je 1030 kg/m^3 .

Rezultat: 303411 Pa.