

Zadatak 161 (Josip, gimnazija)

Staklena čaša nalazi se u sudoperu napunjena vodom. Čaša je do polovice napunjena vodom. Unutarnji volumen čaše je 500 cm^3 , a njezina masa kada je prazna iznosi 390 g . Ako oduzmemo samo malo vode iz čaše ona će plutati, a ako dolijemo samo malo vode u polupunu čašu ona će pritiskati na dno sudopera. Kolika je gustoća stakla, ako je gustoća vode 1000 kg/m^3 ?

Rješenje 161

$$V_1 = 500 \text{ cm}^3 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3, \quad m = 390 \text{ g} = 0.39 \text{ kg}, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_s = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

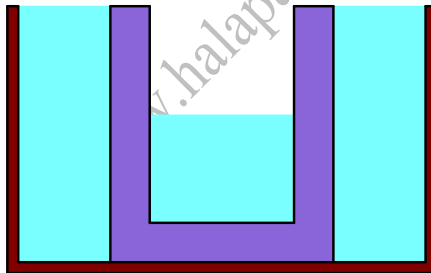
Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.



Unutarnji je volumen čaše V_1 . Budući da je do polovice napunjena vodom masa te vode iznosi:

$$m_v = \rho_v \cdot \frac{1}{2} \cdot V_1.$$

Ukupna masa čaše i vode u njoj je

$$m_u = m + m_v \Rightarrow m_u = m + \rho_v \cdot \frac{1}{2} \cdot V_1 = 0.39 \text{ kg} + 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 0.64 \text{ kg}.$$

Označimo slovom V_s vanjski volumen čaše. Da bi čaša napunjena do polovice vodom plivala u sudoperu mora težina čaše i vode u njoj biti jednaka sili uzgona.

$$G = F_{uz} \Rightarrow m_u \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V_s \Rightarrow m_u \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V_s \cdot \frac{1}{\rho_v \cdot g} \Rightarrow V_s = \frac{m_u}{\rho_v} = \frac{0.64 \text{ kg}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 6.4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3.$$

Tada je volumen same čaše (stakla) jednak razlici vanjskog volumena V_s i unutarnjeg volumena V_1 .

$$V = V_s - V_1 = 6.4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 - 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 1.4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3.$$

Gustoća stakla iznosi:

$$\rho_s = \frac{m}{V} = \frac{0.39 \text{ kg}}{1.4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3} = 2785.71 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 161

Staklena čaša nalazi se u sudoperu napunjena vodom. Čaša je do polovice napunjena vodom. Unutarnji volumen čaše je 0.5 dm^3 , a njezina masa kada je prazna iznosi 39 dag. Ako oduzmemo samo malo vode iz čaše ona će plutati, a ako dolijemo samo malo vode u polupunu čašu ona će pritiskati na dno sudopera. Kolika je gustoća stakla, ako je gustoća vode 1000 kg/m^3 ?

Rezultat: 2785.71 kg/m^3 .

Zadatak 162 (Petra, srednja škola)

U posudu od pleksiglasa koja ima dno oblika kvadrata stranice 50 cm nalivena je voda do visine 20 cm. Kada kamen spustimo na dno razina vode je 21 cm.

- Koliki je obujam vode istisnut kamenom?
- Koliki je obujam kamena?

Rješenje 162

$$a = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}, \quad h_1 = 20 \text{ cm} = 0.20 \text{ m}, \quad h_2 = 21 \text{ cm} = 0.21 \text{ m}, \quad \Delta V = ?, \quad V_k = ?$$

Obujam prizme s bazom površine B i visinom h iznosi:

$$V = B \cdot h.$$

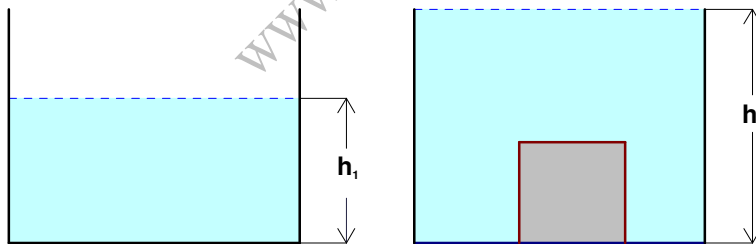
Ako je baza prizme kvadrat duljine stranice a, tada je njezin obujam

$$V = a^2 \cdot h.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.



a)

Izračunamo obujam vode:

- prije ubacivanja kamena u posudu

$$V = a^2 \cdot h_1$$

- poslije ubacivanja kamena u posudu

$$V = a^2 \cdot h_2.$$

Obujam vode istisnut kamenom jednak je razlici obujmova V_2 i V_1 .

$$\begin{aligned} \Delta V = V_2 - V_1 &\Rightarrow \Delta V = a^2 \cdot h_2 - a^2 \cdot h_1 \Rightarrow \Delta V = a^2 \cdot (h_2 - h_1) = \\ &= (0.5 \text{ m})^2 \cdot (0.21 \text{ m} - 0.20 \text{ m}) = 0.0025 \text{ m}^3 = 2500 \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

b) Prema Arhimedovu zakonu obujam kamena jednak je obujmu istisnute vode iz posude.

Vježba 162

U posudu od pleksiglasa koja ima dno oblika kvadrata stranice 50 cm nalivena je voda do visine 21 cm. Kada kamen spustimo na dno razina vode je 22 cm. Koliki je obujam vode istisnut kamenom?

Rezultat: 2500 cm^3 .

Zadatak 163 (Nena, srednja škola)

Pri izotermnom procesu obujam plina se s vrijednosti V poveća na $2 \cdot V$. Početni tlak plina je p . U odnosu na početni tlak konačni tlak plina je:

- A. četiri puta manji
- B. dva puta manji
- C. nepromijenjen
- D. dva puta veći

Rješenje 163

$$V_1 = V, \quad V_2 = 2 \cdot V, \quad p_1 = p, \quad p_2 = ?$$

Ako pri promjeni stanja dane mase plina, temperatura ostaje stalna (izotermno stanje), promjene obujma i tlaka plina možemo opisati Boyle-Mariotteovim zakonom:

$$p \cdot V = \text{konst.} \quad \text{ili} \quad p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2.$$

Veličine tlak i obujam su obrnuto razmjerne veličine uz stalnu temperaturu.

1. inačica

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \Rightarrow p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \cdot \frac{1}{V_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{V_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p \cdot V}{2 \cdot V} \Rightarrow p_2 = \frac{p \cdot V}{2 \cdot V} \Rightarrow p_2 = \frac{p}{2}.$$

Odgovor je pod B.

2. inačica

Budući da su tlak p i obujam V obrnuto razmjerne veličine uz stalnu temperaturu, kada se obujam poveća dva puta tlak će biti dva puta manji.

Odgovor je pod B.

Vježba 163

Pri izotermnom procesu obujam plina se s vrijednosti V poveća na $3 \cdot V$. Početni tlak plina je p . U odnosu na početni tlak konačni tlak plina je:

- A. tri puta manji
- B. šest puta manji
- C. nepromijenjen
- D. tri puta veći

Rezultat: A.

Zadatak 164 (Pantera, gimnazija)

Tijelo ima obujam 500 cm^3 . Pri vaganju je uravnoteženo bakrenim utezima mase 440 g. Odredi težinu tijela u vakuumu. (gustoća bakra $\rho_b = 8900 \text{ kg/m}^3$, gustoća zraka $\rho_z = 1.293 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 164

$$V_t = 500 \text{ cm}^3 = 0.0005 \text{ m}^3, \quad m_u = 440 \text{ g} = 0.44 \text{ kg}, \quad \rho_b = 8900 \text{ kg/m}^3, \\ \rho_z = 1.293 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad G_t = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

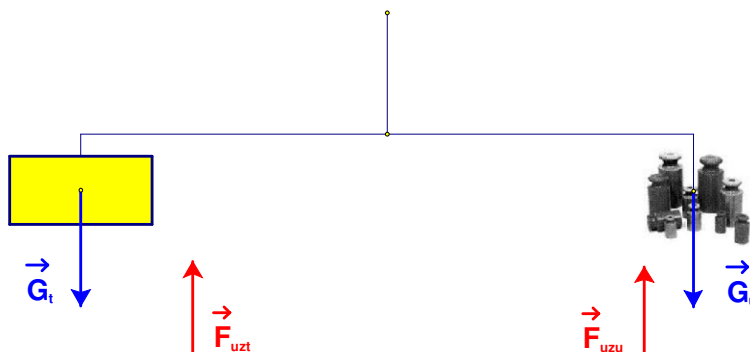
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje uzgon. To je sila koja tijelo uronjeno u tekućinu u gravitacijskom polju potiskuje uvis. Po iznosu je jednak težini tekućine što je tijelo istisne svojim obujmom. Svako tijelo gubi na svojoj težini onoliko koliko teži tim tijelom istisnuta tekućina.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.



Na tijelo obujma V_t u zraku djeluje uzgon

$$F_{uzt} = \rho_z \cdot g \cdot V_t.$$

Na bakrene utege mase m_u u zraku djeluje uzgon

$$F_{uzu} = \rho_z \cdot g \cdot V_u \Rightarrow F_{uzu} = \rho_z \cdot g \cdot \frac{m_u}{\rho_b}.$$

Budući da se vaganje tijela obavlja u zraku, ravnoteža će biti uspostavljena ako se uzme u obzir uzgon zraka na tijelo F_{uzt} i uzgon zraka na bakrene utege F_{uzu} , tj. ako vrijedi ravnoteža:

$$\begin{aligned} G_t - F_{uzt} &= G_u - F_{uzu} \Rightarrow G_t = G_u - F_{uzu} + F_{uzt} \Rightarrow G_t = G_u - \rho_z \cdot g \cdot V_u + \rho_z \cdot g \cdot V_t \Rightarrow \\ &\Rightarrow G_t = G_u + \rho_z \cdot g \cdot (V_t - V_u) \Rightarrow G_t = m_u \cdot g + \rho_z \cdot g \cdot \left(V_t - \frac{m_u}{\rho_b} \right) = \\ &= 0.44 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(0.0005 \text{ m}^3 - \frac{0.44 \text{ kg}}{8900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \right) = 4.32 \text{ N}. \end{aligned}$$

Vježba 164

Tijelo ima obujam 0.5 dm^3 . Pri vaganju je uravnoteženo bakrenim utezima mase 440 g . Odredi težinu tijela u vakuumu. (gustoća bakra $\rho_b = 8900 \text{ kg/m}^3$, gustoća zraka $\rho_z = 1.293 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 4.32 N.

Zadatak 165 (Xena, medicinska škola)

Uzgon na tijelo koje je dijelom uronjeno u tekućinu, ovisi o:

- A) volumenu cijele tekućine
- B) volumenu posude
- C) volumenu cijelog tijela
- D) volumenu uronjenog dijela tijela

Rješenje 165

Na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje uzgon. On je usmjeren vertikalno prema gore, tj. suprotno smjeru sile teže. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V **obujam uronjenog dijela tijela**. Važno je naglasiti da uzgon ovisi samo o gustoći tekućine i o obujmu (volumenu) tijela uronjenog u tekućinu, a neovisan je o obliku tijela. Odgovor je pod D.

Vježba 165

Uzgon na tijelo koje je cijelo uronjeno u tekućinu, ovisi o:

- A) volumenu cijele tekućine
- B) volumenu posude
- C) volumenu cijelog tijela
- D) volumenu uronjenog dijela tijela

Rezultat: C.

Zadatak 166 (Xena, medicinska škola)

Posudom, obujma jedne litre, zgrabimo vodu iz bazena. Gustoća vode u posudi je:

- A) ovisna o volumenu vode u bazenu,
- B) veća od gustoće vode u bazenu,
- C) manja od gustoće vode u bazenu,
- D) jednaka gustoći vode u bazenu.

Rješenje 166

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Gustoća govori kolika je masa neke tvari sadržana u jedinici volumena: što je masa veća, tijelo je gušće. Gustoća ovisi ponajprije o temperaturi i to vrijedi za sve tvari u svim agregatnim stanjima. Za plinovito agregatno stanje gustoća ovisi i o tlaku koji vlada u tom plinu. Gustoća vode u posudi jednaka je gustoći vode u bazenu. Odgovor je pod D.

Vježba 166

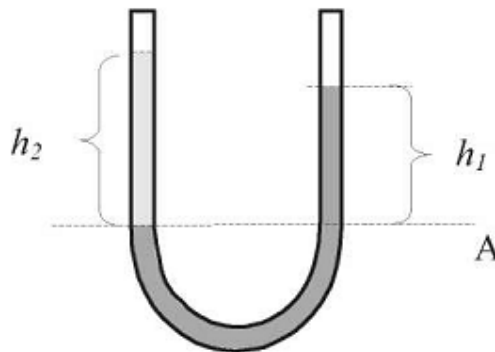
Posudom, obujma dvije litre, zgrabimo vodu iz bazena. Gustoća vode u posudi je:

- A) ovisna o volumenu vode u bazenu,
- B) veća od gustoće vode u bazenu,
- C) manja od gustoće vode u bazenu,
- D) jednaka gustoći vode u bazenu.

Rezultat: D.

Zadatak 167 (Josipa, srednja škola)

U cijevi se nalazi voda gustoće 1000 kg/m^3 i tekućina nepoznate gustoće.



Mjerenja visine stupca vode h_1 i visine stupca nepoznate tekućine h_2 dana su u tablici:

h_1 (voda) / cm	11.5	10.3	9.5	8.4
h_2 (nepoznata tekućina) / cm	14.5	13.1	12.0	10.7

Na označenom presjeku A hidrostatski tlak nepoznate tekućine u lijevom kraku jednak je hidrostatskom tlaku u desnom kraku cijevi.

Srednja vrijednost gustoće nepoznate tekućine iznosi _____ .

Maksimalna apsolutna pogreška tako određene gustoće iznosi _____ .

Rješenje 167

Mjeriti znači uspoređivati neku nepoznatu veličinu s poznatom. Budući da se pri svakom mjerenju javljaju slučajne pogreške traženu veličinu moramo izmjeriti više puta.

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n.$$

Srednja vrijednost (aritmetička sredina) mjerenja \bar{x} ujedno je i najvjerojatnija prava vrijednost.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}.$$

Apsolutna vrijednost najvjerojatnije pogreške svakog pojedinog mjerenja (niz apsolutnih odstupanja) je

$$|A_1| = |x_1 - \bar{x}|, \quad |A_2| = |x_2 - \bar{x}|, \quad |A_3| = |x_3 - \bar{x}|, \quad \dots, \quad |A_n| = |x_n - \bar{x}|.$$

Najveća (maksimalna) apsolutna pogreška jest najveće odstupanje u nizu svih apsolutnih odstupanja.

$$|A|_m = \max\{|A_1|, |A_2|, |A_3|, \dots, |A_n|\}$$

Najveće relativno odstupanje (maksimalna relativna pogreška) r pokazuje kolika je učinjena pogreška prilikom mjerenja u usporedbi s mjerenom veličinom, a izražava se u postocima (%).

$$r = \frac{|A|_m}{\bar{x}} \cdot 100\%.$$

Rezultat mjerenja (mjerni rezultat) prikazuje se u obliku

$$x = \bar{x} \pm |A|_m.$$

Budući da je na označenom presjeku A hidrostatski tlak nepoznate tekućine u lijevom kraku jednak je hidrostatskom tlaku u desnom kraku cijevi slijedi:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow \rho_1 \cdot g \cdot h_1 = \rho_2 \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow \rho_1 \cdot g \cdot h_1 = \rho_2 \cdot g \cdot h_2 \cdot l \cdot \frac{1}{g \cdot h_2} \Rightarrow \rho_2 = \frac{\rho_1 \cdot h_1}{h_2}.$$

Računamo gustoću nepoznatog tijela pomoću četiri mjerenja zadana tablicom.

1. mjerenje	$\rho_{21} = \frac{\rho_1 \cdot h_1}{h_2} = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 11.5 \text{ cm}}{14.5 \text{ cm}} = 793.10 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$
2. mjerenje	$\rho_{22} = \frac{\rho_1 \cdot h_1}{h_2} = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10.3 \text{ cm}}{13.1 \text{ cm}} = 786.26 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$
3. mjerenje	$\rho_{23} = \frac{\rho_1 \cdot h_1}{h_2} = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.5 \text{ cm}}{12.0 \text{ cm}} = 791.67 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$
4. mjerenje	$\rho_{24} = \frac{\rho_1 \cdot h_1}{h_2} = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 8.4 \text{ cm}}{10.7 \text{ cm}} = 785.05 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$

Srednja vrijednost gustoće nepoznatog tijela iznosi:

$$\bar{\rho}_2 = \frac{\rho_{21} + \rho_{22} + \rho_{23} + \rho_{24}}{4} = \frac{793.10 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} + 786.26 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} + 791.67 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} + 785.05 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{4} = 789.02 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Apsolutna vrijednost najvjerojatnije pogreške svakog pojedinog mjerenja (niz apsolutnih odstupanja) je

- $|A_1| = |\rho_{21} - \bar{\rho}_2| = \left| 793.10 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 789.02 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right| = \left| -4.08 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right| = 4.08 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
- $|A_2| = |\rho_{22} - \bar{\rho}_2| = \left| 786.26 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 789.02 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right| = \left| -2.76 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right| = 2.76 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
- $|A_3| = |\rho_{23} - \bar{\rho}_2| = \left| 791.67 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 789.02 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right| = \left| 2.65 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right| = 2.65 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
- $|A_4| = |\rho_{24} - \bar{\rho}_2| = \left| 785.05 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 789.02 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right| = \left| -3.97 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right| = 3.97 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Maksimalna apsolutna pogreška tako određene gustoće iznosi

$$|A|_m = \max \left\{ |A_1|, |A_2|, |A_3|, |A_4| \right\} = \max \left\{ 4.08 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, 2.76 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, 2.65 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, 3.97 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right\} = 4.08 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 167

Zadan je niz mjerenja. 5.51 cm, 5.52 cm, 5.48 cm, 5.50 cm, 5.49 cm. Nađi srednju vrijednost i najveću apsolutnu pogrešku.

Rezultat: 5.50 cm, 0.02 cm.

Zadatak 168 (Franjo, srednja škola)

U 0.1 kg parafina ugrađeno je toliko olova da nastalo tijelo lebdi u vodi. Kolika je masa olova? (gustoća vode je 1000 kg/m^3 , gustoća parafina je 900 kg/m^3 , gustoća olova je 11300 kg/m^3)

Rješenje 168

$$m_1 = 0.1 \text{ kg}, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_1 = 900 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_2 = 11300 \text{ kg/m}^3, \quad m_2 = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela.

Kada se u parafin mase m_1 i obujma V_1 ugradi olovo mase m_2 i obujma V_2 :

- masa tijela iznosi

$$m = m_1 + m_2$$

- obujam tijela jednak je

$$V = V_1 + V_2 \Rightarrow V = \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}$$

Budući da tijelo sastavljeno od parafina i olova mora lebdjeti u vodi, njegova težina bit će jednaka sili uzgona.

$$G = F_{uz} \Rightarrow m \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow m \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V \quad /: g \Rightarrow m = \rho_v \cdot V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 + m_2 = \rho_v \cdot \left(\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} \right) \Rightarrow m_1 + m_2 = \rho_v \cdot \frac{m_1}{\rho_1} + \rho_v \cdot \frac{m_2}{\rho_2} \Rightarrow m_2 - \rho_v \cdot \frac{m_2}{\rho_2} = \rho_v \cdot \frac{m_1}{\rho_1} - m_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 \cdot \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_2} \right) = m_1 \cdot \left(\frac{\rho_v}{\rho_1} - 1 \right) \Rightarrow m_2 \cdot \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_2} \right) = m_1 \cdot \left(\frac{\rho_v}{\rho_1} - 1 \right) \quad /: \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_2} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 = m_1 \cdot \frac{\frac{\rho_v}{\rho_1} - 1}{1 - \frac{\rho_v}{\rho_2}} = 0.1 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1 - \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{11300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 0.012 \text{ kg} = 12 \text{ g}.$$

Vježba 168

U 10 dag parafina ugrađeno je toliko olova da nastalo tijelo lebdi u vodi. Kolika je masa olova? (gustoća parafina je 900 kg/m^3 , gustoća olova je 11300 kg/m^3)

Rezultat: 12 g.

Zadatak 169 (Tyny, medicinska škola)

Najveći tlak na podlogu čovjek stvara kad:

- leži,
- sjedi,
- stoji na obje noge,
- stoji na jednoj nozi.

Rješenje 169

Tlak je omjer sile što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu i te površine:

$$p = \frac{F}{S}$$

Tlak je obrnuto razmjeran sa površinom (veća površina → manji tlak, manja površina → veći tlak uz konstantnu silu).

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow p \sim \frac{1}{S}$$

Najveći tlak na podlogu čovjek stvara kad stoji na jednoj nozi.

Odgovor je pod D.

Vježba 169

Najmanji tlak na podlogu čovjek stvara kad:

- A. leži,
- B. sjedi,
- C. stoji na obje noge,
- D. stoji na jednoj nozi.

Rezultat: A.

Zadatak 170 (Tyny, medicinska škola)

Voda u velikom jezeru i malom bazenu je jednake gustoće. Tlak koji stvara voda na dubini 1 m u malom bazenu je:

- A. veći od tlaka koji stvara voda u velikom jezeru na dubini 1 m,
- B. jednak nuli,
- C. jednak tlaku koji stvara voda u velikom jezeru na dubini 1 m,
- D. manji od tlaka koji stvara voda u velikom jezeru na dubini 1 m.

Rješenje 170

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. On djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ :

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ .

Budući da je voda u velikom i malom jezeru jednake gustoće, tlak koji stvara voda na dubini 1 m u malom bazenu jednak je tlaku koji stvara voda u velikom bazenu na istoj dubini, 1 m.

Odgovor je pod C.

Vježba 170

Voda u velikom jezeru i malom bazenu je jednake gustoće. Tlak koji stvara voda na dubini 5 m u malom bazenu je:

- A. veći od tlaka koji stvara voda u velikom jezeru na dubini 1 m,
- B. jednak nuli,
- C. jednak tlaku koji stvara voda u velikom jezeru na dubini 1 m,
- D. manji od tlaka koji stvara voda u velikom jezeru na dubini 1 m.

Rezultat: C.

Zadatak 171 (Maja, gimnazija)

Na vodi pliva tijelo tako da mu je jedna trećina uronjena u vodu. Kolika je gustoća tijela? (gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 171

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot V \text{ uronjeni dio tijela, } \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \rho = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u

tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Budući da tijelo pliva, znači da je njegova težina G jednaka po iznosu, ali suprotnog smjera, uzgonu F_{uz} .

$$G = F_{uz} \Rightarrow m \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V_1 \Rightarrow \rho \cdot V \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V_1 \Rightarrow \rho \cdot V \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot \frac{1}{3} \cdot V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho \cdot V \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot \frac{1}{3} \cdot V \quad / \cdot \frac{1}{V \cdot g} \Rightarrow \rho = \frac{\rho_v \cdot g \cdot \frac{1}{3} \cdot V}{V \cdot g} \Rightarrow \rho = \frac{\rho_v \cdot g \cdot \frac{1}{3} \cdot V}{V \cdot g} \Rightarrow \rho = \frac{1}{3} \cdot \rho_v =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 1000 \frac{kg}{m^3} = 333.33 \frac{kg}{m^3}.$$

Gustoća tijela je 333.33 kg/m^3 .

Vježba 171

Na vodi pliva tijelo tako da mu je jedna četvrtina uronjena u vodu. Kolika je gustoća tijela? (gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 250 kg/m^3 .

Zadatak 172 (Ivan, gimnazija)

U širokom dijelu horizontalne cijevi voda teče brzinom 8 cm/s pri statičkom tlaku $14.7 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. U uskom dijelu te iste cijevi tlak je $13.3 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. Kolika je brzina u uskom dijelu cijevi? Trenje zanemarimo. (gustoća vode je $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 172

$$v_1 = 8 \text{ cm/s} = 0.08 \text{ m/s}, \quad p_1 = 14.7 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad p_2 = 13.3 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3,$$

$$v_2 = ?$$

Za stacionarni tok idealne tekućine u horizontalnoj cijevi vrijedi zakon u obliku Bernoullijeve jednačbe. Ona kaže da je zbroj statičkog i dinamičkog tlaka stalan.

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2.$$

Brzina v_2 u uskom dijelu cijevi iznosi:

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \Rightarrow p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 - p_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 - p_2 \quad / \cdot \frac{2}{\rho} \Rightarrow v_2^2 = \frac{2 \cdot p_1}{\rho} + v_1^2 - \frac{2 \cdot p_2}{\rho} \Rightarrow v_2^2 = \frac{2}{\rho} \cdot (p_1 - p_2) + v_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2^2 = \frac{2}{\rho} \cdot (p_1 - p_2) + v_1^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot (p_1 - p_2) + v_1^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{1000 \frac{kg}{m^3}} \cdot (14.7 \cdot 10^4 \text{ Pa} - 13.3 \cdot 10^4 \text{ Pa}) + \left(0.08 \frac{m}{s}\right)^2} = 5.29 \frac{m}{s}.$$

Vježba 172

U širokom dijelu horizontalne cijevi voda teče brzinom 80 mm/s pri statičkom tlaku $1.47 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. U uskom dijelu te iste cijevi tlak je $1.33 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Kolika je brzina u uskom dijelu cijevi? Trenje zanemarimo. (gustoća vode je $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 5.29 m/s .

Zadatak 173 (Lucija, gimnazija)

Kroz horizontalnu cijev promjenjiva presjeka teče voda. Odredi brzinu vode kroz presjek S_2 , gdje je statički tlak $p_2 = 5 \text{ Pa}$ ako znamo da je kroz presjek S_1 , gdje je tlak $p_1 = 10 \text{ Pa}$, brzina $v_1 = 0.2 \text{ m/s}$. Trenje zanemarujemo. (gustoća vode je $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 173

$$p_2 = 5 \text{ Pa}, \quad p_1 = 10 \text{ Pa}, \quad v_1 = 0.2 \text{ m/s}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad v_2 = ?$$

Za stacionarni tok idealne tekućine u horizontalnoj cijevi vrijedi zakon u obliku Bernoullijeve jednačbe. Ona kaže da je zbroj statičkog i dinamičkog tlaka stalan.

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2.$$

Brzina v_2 kroz presjek S_2 iznosi:

$$\begin{aligned} p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 &= p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \Rightarrow p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 - p_2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 &= p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 - p_2 \quad / \cdot \frac{2}{\rho} \Rightarrow v_2^2 = \frac{2 \cdot p_1}{\rho} + v_1^2 - \frac{2 \cdot p_2}{\rho} \Rightarrow v_2^2 = \frac{2}{\rho} \cdot (p_1 - p_2) + v_1^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow v_2^2 &= \frac{2}{\rho} \cdot (p_1 - p_2) + v_1^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot (p_1 - p_2) + v_1^2} = \\ &= \sqrt{\frac{2}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \cdot (10 \text{ Pa} - 5 \text{ Pa}) + \left(0.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 0.22 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vježba 173

Kroz horizontalnu cijev promjenjiva presjeka teče voda. Odredi brzinu vode kroz presjek S_2 , gdje je statički tlak $p_2 = 10 \text{ Pa}$ ako znamo da je kroz presjek S_1 , gdje je tlak $p_1 = 15 \text{ Pa}$, brzina $v_1 = 20 \text{ cm/s}$. Trenje zanemarujemo. (gustoća vode je $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 0.22 m/s.

Zadatak 174 (Ivan, gimnazija)

Za koliko je kamen od 10 kg lakši u vodi nego u vakuumu ako je gustoća kamena 2500 kg/m^3 , a gustoća vode 1000 kg/m^3 ? (gustoća vode je $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 174

$$m = 10 \text{ kg}, \quad \rho = 2500 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta G = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Izračunamo silu uzgona F_{uz} .

$$\left. \begin{array}{l} \text{gustoća kamena } \rho = \frac{m}{V} \\ \text{uzgon } F_{uz} = \rho_v \cdot g \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \rho = \frac{m}{V} \quad / \cdot \frac{V}{\rho} \\ F_{uz} = \rho_v \cdot g \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} V = \frac{m}{\rho} \\ F_{uz} = \rho_v \cdot g \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{uz} = \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{10 \text{ kg}}{2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 39.24 \text{ N}.$$

Kada je kamen u vodi njegova težina (koju ima u vakuumu) smanji se za iznos sile uzgona.

$$\Delta G = F_{uz} = 39.24 \text{ N}.$$

Vježba 174

Za koliko je kamen od 20 kg lakši u vodi nego u vakuumu ako je gustoća kamena 2500 kg/m^3 , a gustoća vode 1000 kg/m^3 ? (gustoća vode je $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 78.48 N.

Zadatak 175 (Čile, medicinska škola)

Horizontalna cijev ima širi dio čiji je presjek $S_1 = 20 \text{ cm}^2$ i uži dio čiji je presjek $S_2 = 10 \text{ cm}^2$. Razlika statičkih tlakova u širem i užem dijelu cijevi iznosi $p_1 - p_2 = 10000 \text{ Pa}$. Kolika je brzina strujanja vode u širem, a kolika u užem dijelu cijevi? (gustoća vode je $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 175

$$S_1 = 20 \text{ cm}^2, \quad S_2 = 10 \text{ cm}^2, \quad p_1 - p_2 = 10000 \text{ Pa}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad v_1 = ?, \quad v_2 = ?$$

Ako tekućina prolazi kroz cijev te pritom svakim presjekom cijevi u jedinici vremena proteče jednaka količina tekućine, kažemo da je tlak stacionaran. Količinu tekućine I koja prođe u jedinici vremena s nekim presjekom cijevi površine S zovemo jakost struje. Ona iznosi:

$$I = S \cdot v,$$

gdje je v brzina protjecanja. U stacionarnom toku I je konstantno. Pritom vrijedi:

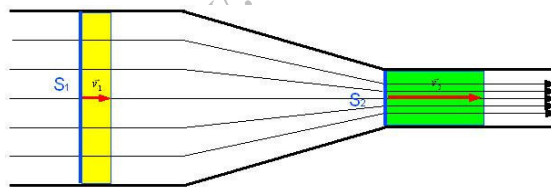
$$S_1 : S_2 = v_2 : v_1 \Rightarrow S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2.$$

Tlak tekućine na stijenke cijevi kroz koju protječe zove se statički tlak p_s . On ovisi o brzini protjecanja tekućine. Veći je što je brzina manja. Tlak koji zbog brzine tekućine nastaje unutar tekućine zove se dinamički tlak i iznosi:

$$p_d = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2,$$

gdje je ρ gustoća tekućine. Za stacionarni tok idealne tekućine u horizontalnoj cijevi vrijedi zakon u obliku Bernoullijeve jednadžbe. On kaže da je zbroj statičkog i dinamičkog tlaka stalan:

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2.$$



Budući da su poznati presjeci šireg S_1 i užeg S_2 dijela cijevi, za brzine strujanja vode u širem i užem dijelu cijevi, v_1 i v_2 , vrijedi:

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \Rightarrow S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \quad /: S_2 \Rightarrow v_2 = \frac{S_1}{S_2} \cdot v_1 \Rightarrow v_2 = \frac{20 \text{ cm}^2}{10 \text{ cm}^2} \cdot v_1 \Rightarrow v_2 = 2 \cdot v_1.$$

Iz Bernoullijeve jednadžbe izračuna se brzina v_1 .

$$\left. \begin{aligned} v_2 &= 2 \cdot v_1 \\ p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 &= p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (2 \cdot v_1)^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot 4 \cdot v_1^2 \Rightarrow p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot 4 \cdot v_1^2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot 4 \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_1 - p_2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (4 \cdot v_1^2 - v_1^2) = p_1 - p_2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot 3 \cdot v_1^2 = p_1 - p_2 \Rightarrow \frac{3}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_1 - p_2 \Rightarrow \frac{3}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_1 - p_2 \quad /: \frac{2}{3 \cdot \rho} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1^2 = \frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{3 \cdot \rho} \Rightarrow v_1^2 = \frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{3 \cdot \rho} \sqrt{\quad} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{3 \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10000 \text{ Pa}}{3 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 2.58 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Brzina v_2 je

$$v_2 = 2 \cdot v_1 = 2 \cdot 2.58 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5.16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vježba 175

Horizontalna cijev ima širi dio čiji je presjek $S_1 = 40 \text{ cm}^2$ i uži dio čiji je presjek $S_2 = 20 \text{ cm}^2$. Razlika statičkih tlakova u širem i užem dijelu cijevi iznosi $p_1 - p_2 = 10000 \text{ Pa}$. Kolika je brzina strujanja vode u širem, a kolika u užem dijelu cijevi? (gustoća vode je $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: $v_1 = 2.58 \text{ m/s}$, $v_2 = 5.16 \text{ m/s}$.

Zadatak 176 (Klara, gimnazija)

Na kojoj će dubini tlak vode u jezeru biti tri puta veći od atmosferskog tlaka koji u živinom barometru drži ravnotežu sa stupcem žive visokim 770 mm? (gustoća vode je $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, gustoća žive $\rho_0 = 13600 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 176

$$p = 3 \cdot p_0, \quad h_0 = 770 \text{ mm} = 0.77 \text{ m}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_0 = 13600 \text{ kg/m}^3, \quad h = ?$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. On djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ :

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ .

Atmosferski tlak (nastaje zbog težine zraka na površini Zemlje) koji u živinom barometru drži ravnotežu sa stupcem žive visokim h_0 iznosi

$$p_0 = \rho_0 \cdot g \cdot h_0,$$

gdje je ρ_0 gustoća žive, a h_0 visina stupca žive u barometru. Dakle, u živinom barometru atmosferskom tlaku odgovara tlak što ga čini stupac žive visok h_0 .

Hidrostatski tlak u tekućini, gustoće ρ na dubini h , jednak je zbroju atmosferskog tlaka p_0 i hidrostatskog tlaka u samoj tekućini na dubini h :

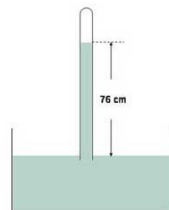
$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h.$$

Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} p = 3 \cdot p_0 \\ p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow 3 \cdot p_0 = p_0 + \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow 3 \cdot p_0 - p_0 = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot p_0 = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow 2 \cdot p_0 = \rho \cdot g \cdot h \cdot \frac{1}{\rho \cdot g} \Rightarrow h = \frac{2 \cdot p_0}{\rho \cdot g} \Rightarrow [p_0 = \rho_0 \cdot g \cdot h_0] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{2 \cdot \rho_0 \cdot g \cdot h_0}{\rho \cdot g} \Rightarrow h = \frac{2 \cdot \rho_0 \cdot g \cdot h_0}{\rho \cdot g} \Rightarrow h = \frac{2 \cdot \rho_0 \cdot h_0}{\rho} = \frac{2 \cdot 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.77 \text{ m}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 20.944 \text{ m}.$$



Vježba 176

Na kojoj će dubini tlak vode u jezeru biti četiri puta veći od atmosferskog tlaka koji u živinom barometru drži ravnotežu sa stupcem žive visokim 760 mm? (gustoća vode je $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, gustoća žive $\rho_0 = 13600 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 31.416 m.

Zadatak 177 (Ana, gimnazija)

Koliki je rad potreban da bi se crpkom napunio spremnik vode volumena 500 litara, ako crpka ostvaruje razliku tlaka 0.981 bara? Kolika je najveća dubina bunara iz kojeg se spremnik može puniti pri takvim uvjetima? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 177

$$V = 500 \text{ l} = 500 \text{ dm}^3 = 0.5 \text{ m}^3, \quad \Delta p = 0.981 \text{ bar} = 9.81 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \\ \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad W = ?, \quad h = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Ako je fluid nestlačiv, tada je rad pri protoku fluida volumena V s mjesta gdje je tlak p_1 na mjesto gdje je tlak p_2 jednak

$$W = (p_1 - p_2) \cdot V \Rightarrow W = \Delta p \cdot V.$$

Rad pri protjecanju nestlačivog fluida jednak je umnošku razlike tlakova i volumena.

Rad koji je potreban da bi se crpkom napunio spremnik vode iznosi:

$$W = \Delta p \cdot V = 9.81 \cdot 10^4 \text{ Pa} \cdot 0.5 \text{ m}^3 = 49050 \text{ J}.$$

Budući da se potreban rad crpke utroši na promjenu gravitacijske potencijalne energije (voda se crpi iz bunara dubine h), vrijedi:

$$E_{gp} = W \Rightarrow m \cdot g \cdot h = W \Rightarrow m \cdot g \cdot h = W \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow h = \frac{W}{m \cdot g} \Rightarrow [m = \rho \cdot V] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{W}{\rho \cdot V \cdot g} = \frac{49050 \text{ J}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.5 \text{ m}^3 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 10 \text{ m}.$$

Vježba 177

Koliki je rad potreban da bi se crpkom napunio spremnik vode volumena 5 hl, ako crpka ostvaruje razliku tlaka 0.981 bara?

Rezultat: 49050 J.

Zadatak 178 (Mario, srednja škola)

Skijaš mase 70 kg stoji na skijama duljine 2 m i širine 10 cm. Tlak kojim djeluje na snježnu stazu je:

- A. 1750 Pa B. 1000 Pa C. 700 Pa D. 1400 Pa

($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 178

$$m = 70, \quad a = 2 \text{ m}, \quad b = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad p = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Tlak je omjer sile što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu i te površine:

$$p = \frac{F}{S}.$$

Sila F koja djeluje okomito na snježnu stazu je težina G skijaša.

$$\left. \begin{array}{l} F = G \\ G = m \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow F = m \cdot g.$$

Ploština skija je

$$S = 2 \cdot a \cdot b.$$

Tlak kojim skijaš djeluje na snježnu stazu iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot g \\ S = 2 \cdot a \cdot b \end{array} \right\} \Rightarrow \left[p = \frac{F}{S} \right] \Rightarrow p = \frac{m \cdot g}{2 \cdot a \cdot b} = \frac{70 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \cdot 2 \text{ m} \cdot 0.1 \text{ m}} = 1750 \text{ Pa}.$$

Odgovor je pod A.



Vježba 178

Skijaš mase 90 kg stoji na skijama duljine 2 m i širine 10 cm. Tlak kojim djeluje na snježnu stazu je:

- A. 2000 Pa B. 2250 Pa C. 950 Pa D. 2500 Pa

($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: B.

Zadatak 179 (Ivy, medicinska škola)

Tlak od 1 Pa odgovara na zemlji tlak stupca vode visine:

- A. 0.102 mm B. 1.02 mm C. 10.2 mm D. 102 mm

(gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 179

$$p = 1 \text{ Pa}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. On djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ :

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ .

$$p = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow p = \rho \cdot g \cdot h \cdot \frac{1}{\rho \cdot g} \Rightarrow h = \frac{p}{\rho \cdot g} = \frac{1 \text{ Pa}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.000102 \text{ m} = 0.102 \text{ mm}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 179

Tlak od 2 Pa odgovara na zemlji tlak stupca vode visine:

- A. 0.204 mm B. 2.04 mm C. 20.4 mm D. 204 mm

(gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: A.

Zadatak 180 (Ivy, medicinska škola)

Stupcu vode od 10 cm odgovara na zemlji tlak od

- A. 10 Pa B. 100 Pa C. 1000 Pa D. 0.1 Pa

(gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 180

$$h = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad p = ?$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. On djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ :

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ .

$$p = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow p = \rho \cdot g \cdot h = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.1 \text{ m} = 1000 \text{ Pa} = 1 \text{ kPa}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 180

Stupcu vode od 20 cm odgovara na zemlji tlak od

- A. 20 Pa B. 200 Pa C. 2000 Pa D. 0.2 Pa

(gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: C.