

Zadatak 061 (Tiny, gimnazija)

Gustoća žive na temperaturi 0 °C iznosi 13595 kg/m³. Kolika je gustoća žive na temperaturi 25 °C? (koeficijent kubičnog rastezanja žive $\alpha = 18.1 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$)

Rješenje 061

$$\rho_0 = 13595 \text{ kg/m}^3, \quad t = 25 \text{ }^\circ\text{C}, \quad \alpha = 18.1 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}, \quad \rho = ?$$

Budući da je obujam žive na temperaturi t

$$V = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t),$$

onda je njezina gustoća na toj temperaturi jednaka:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t)} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V_0} \cdot \frac{1}{1 + \alpha \cdot t} \Rightarrow \rho = \rho_0 \cdot \frac{1}{1 + \alpha \cdot t} \Rightarrow \rho = \frac{\rho_0}{1 + \alpha \cdot t} = \\ &= \frac{13595 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1 + 18.1 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \cdot 25 \text{ K}} = 13589 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}. \end{aligned}$$

Vježba 061

Gustoća žive na temperaturi 0 °C iznosi 13595 kg/m³. Kolika je gustoća žive na temperaturi 50 °C? (koeficijent kubičnog rastezanja žive $\alpha = 18.1 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$)

Rezultat: $13583 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Zadatak 062 (Tiny, gimnazija)

Predmet od legure bakra i zlata teži u zraku 0.49 N, a uronjen u alkohol 0.46 N. Odredite masu zlata u predmetu. Zanemarite uzgon u zraku. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $\rho_a = 7.9 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{Cu}} = 8.9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{Au}} = 1.93 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 062

$$G = 0.49 \text{ N}, \quad G_a = 0.46 \text{ N}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \rho_a = 7.9 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3, \\ \rho_{\text{Cu}} = 8.9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_{\text{Au}} = 1.93 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^3, \quad m_{\text{Au}} = ?$$

Zbog uzgona težina predmeta u alkoholu jednaka je:

$$G_a = G - F_{uz} \Rightarrow G_a = m \cdot g - \rho_a \cdot (V_{\text{Cu}} + V_{\text{Au}}) \cdot g,$$

gdje je m masa predmeta, a V_{Cu} i V_{Au} volumeni bakra i zlata u predmetu. Sada je:

$$G_a = G - \rho_a \cdot (V_{\text{Cu}} + V_{\text{Au}}) \cdot g \Rightarrow \rho_a \cdot (V_{\text{Cu}} + V_{\text{Au}}) \cdot g = G - G_a \Rightarrow V_{\text{Cu}} + V_{\text{Au}} = \frac{G - G_a}{\rho_a \cdot g}.$$

Budući da je

$$V_{\text{Cu}} = \frac{m_{\text{Cu}}}{\rho_{\text{Cu}}}, \quad V_{\text{Au}} = \frac{m_{\text{Au}}}{\rho_{\text{Au}}}, \quad m_{\text{Cu}} = m - m_{\text{Au}},$$

slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{m_{\text{Cu}}}{\rho_{\text{Cu}}} + \frac{m_{\text{Au}}}{\rho_{\text{Au}}} = \frac{G - G_a}{\rho_a \cdot g} \\ m_{\text{Cu}} = m - m_{\text{Au}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{m_{\text{Cu}}}{\rho_{\text{Cu}}} + \frac{m_{\text{Au}}}{\rho_{\text{Au}}} = \frac{G - G_a}{\rho_a \cdot g} \\ m_{\text{Cu}} = \frac{G}{g} - m_{\text{Au}} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{G}{\rho_{\text{Cu}} \cdot g} - \frac{m_{\text{Au}}}{\rho_{\text{Cu}}} + \frac{m_{\text{Au}}}{\rho_{\text{Au}}} = \frac{G - G_a}{\rho_a \cdot g} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{m_{\text{Au}}}{\rho_{\text{Au}}} - \frac{m_{\text{Au}}}{\rho_{\text{Cu}}} = \frac{G - G_a}{\rho_a \cdot g} - \frac{G}{\rho_{\text{Cu}} \cdot g} \Rightarrow m_{\text{Au}} \cdot \left(\frac{1}{\rho_{\text{Au}}} - \frac{1}{\rho_{\text{Cu}}} \right) = \frac{G - G_a}{\rho_a \cdot g} - \frac{G}{\rho_{\text{Cu}} \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_{Au} = \frac{\frac{G - G_a}{\rho_a \cdot g} - \frac{G}{\rho_{Cu} \cdot g}}{\frac{1}{\rho_{Au}} - \frac{1}{\rho_{Cu}}} = \frac{\frac{0.49 \text{ N} - 0.46 \text{ N}}{7.9 \cdot 10^2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} - \frac{0.49 \text{ N}}{8.9 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}{\frac{1}{1.93 \cdot 10^4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} - \frac{1}{8.9 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 2.88 \cdot 10^{-2} \text{ kg} = 28.8 \text{ g}.$$

Vježba 062

Predmet od legure bakra i zlata teži u zraku 0.49 N, a uronjen u alkohol 0.46 N. Odredite masu bakra u predmetu. Zanimarite uzgon u zraku. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $\rho_a = 7.9 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{Cu} = 8.9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{Au} = 1.93 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 21.1 g.

Zadatak 063 (Tiny, gimnazija)

Površine klipova hidrauličnog tijeska iznose 2 cm^2 i 400 cm^2 . Kolikom silom može djelovati ovaj tijesak ako se pri spuštanju manjeg klipa za 20 cm obavi rad 100 J ?

Rješenje 063

$$S_1 = 2 \text{ cm} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \quad S_2 = 400 \text{ cm}^2 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2, \quad h = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}, \quad W = 100 \text{ J},$$

$$F_2 = ?$$

Iz jednadžbe hidrauličnog tijeska dobije se:

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Rightarrow F_2 = F_1 \cdot \frac{S_2}{S_1}.$$

Budući da je rad obavljen spuštanjem manjeg klipa

$$W = F_1 \cdot h \Rightarrow F_1 = \frac{W}{h},$$

vrijedi:

$$F_2 = \frac{W}{h} \cdot \frac{S_2}{S_1} = \frac{100 \text{ J}}{0.2 \text{ m}} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2}{2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 100000 \text{ N} = 100 \text{ kN}.$$

Vježba 063

Površine klipova hidrauličnog tijeska iznose 2 cm^2 i 800 cm^2 . Kolikom silom može djelovati ovaj tijesak ako se pri spuštanju manjeg klipa za 40 cm obavi rad 100 J ?

Rezultat: 100 kN.

Zadatak 064 (Tiny, gimnazija)

U kotlu vlada tlak 1.1 MPa dok je vanjski tlak 1 bar . Kolika sila djeluje na zidove kotla ako je on oblika valjka polumjera baze 1 m i visine 4 m ?

Rješenje 064

$$p_1 = 1.1 \text{ MPa} = 1.1 \cdot 10^6 \text{ Pa}, \quad p_2 = 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}, \quad r = 1 \text{ m}, \quad h = 4 \text{ m}, \quad F = ?$$

Površina kotla jednaka je oplošju valjka visine h i polumjera baze r :

$$S = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot (r + h).$$

Budući da se kotao nalazi pod tlakom

$$p = p_1 - p_2,$$

sila koja djeluje na zidove kotla iznosi:

$$F = p \cdot S \Rightarrow F = (p_1 - p_2) \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \cdot (r + h) = (1.1 \cdot 10^6 \text{ Pa} - 10^5 \text{ Pa}) \cdot 2 \cdot 1 \text{ m} \cdot \pi \cdot (1 \text{ m} + 4 \text{ m}) =$$

$$= 3141592.54 \text{ N} = 31.42 \text{ MN}.$$

Vježba 064

U kotlu vlada tlak 1.1 MPa dok je vanjski tlak 1 bar. Kolika sila djeluje na zidove kotla ako je on oblika valjka polumjera baze 2 m i visine 8 m?

Rezultat: $13583 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Zadatak 065 (Ana Marija, gimnazija)

Tlačna sisaljka podigne u cijevi vodu na visinu 40 m. Kolikom silom djeluje voda na ventil sisaljke ako je površina presjeka ventila 8 cm^2 ? ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 065

$$h = 40 \text{ m}, \quad S = 8 \text{ cm}^2 = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} p = \frac{F}{S} \\ p = \rho \cdot g \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{F}{S} = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow F = \rho \cdot g \cdot h \cdot S = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 40 \text{ m} \cdot 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 313.92 \text{ N}.$$

Vježba 065

Tlačna sisaljka podigne u cijevi vodu na visinu 80 m. Kolikom silom djeluje voda na ventil sisaljke ako je površina presjeka ventila 8 cm^2 ? ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 627.84 N.

Zadatak 066 (Ana Marija, gimnazija)

Koliko je dubok rudnički rov u kojemu je stupac žive u barometru visok 82 cm, a na Zemlji 78 cm? ($\rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{zrak}} = 1.293 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 066

$$h_1 = 82 \text{ cm} = 0.82 \text{ m}, \quad h_2 = 78 \text{ cm} = 0.78 \text{ m}, \quad \rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_{\text{zrak}} = 1.293 \text{ kg/m}^3, \\ h = ?$$

Odredimo tlakove stupca žive barometra u rudničkom rovu i na Zemlji:

$$p_1 = \rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot h_1, \quad p_2 = \rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot h_2.$$

Dubina rudničkog rova iznosi:

$$\Delta p = \rho_{\text{zrak}} \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{\Delta p}{\rho_{\text{zrak}} \cdot g} \Rightarrow h = \frac{p_1 - p_2}{\rho_{\text{zrak}} \cdot g} \Rightarrow h = \frac{\rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot (h_1 - h_2)}{\rho_{\text{zrak}} \cdot g} \Rightarrow \\ \Rightarrow h = \frac{\rho_{\text{Hg}} \cdot (h_1 - h_2)}{\rho_{\text{zrak}}} = \frac{13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (0.82 \text{ m} - 0.78 \text{ m})}{1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \approx 421 \text{ m}.$$

Vježba 066

Koliko je dubok rudnički rov u kojemu je stupac žive u barometru visok 83 cm, a na Zemlji 79 cm? ($\rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{zrak}} = 1.293 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 421 m.

Zadatak 067 (Maja, medicinska škola)

U valjkastu posudu nalite su količine žive i vode jednakih volumena. Ukupna visina tekućine u valjku je 30 cm. Koliki je tlak tekućine na dno valjkaste posude? Koliki je tlak vode na živu? (gustoća vode $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$, gustoća žive $\rho_2 = 13600 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 067

$$h = 30 \text{ cm} = 0.30 \text{ m}, \quad \rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_2 = 13600 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad p = ?, \\ p_1 = ?$$

Budući da su u valjkastu posudu nalite količine žive i vode jednakih volumena, obje tekućine imaju

jednake visine $\frac{h}{2}$.

Tlak na dnu valjkaste posude jednak je zbroju tlakova vode i žive:

$$p = p_1 + p_2 \Rightarrow p = \rho_1 \cdot g \cdot \frac{h}{2} + \rho_2 \cdot g \cdot \frac{h}{2} \Rightarrow p = g \cdot \frac{h}{2} \cdot (\rho_1 + \rho_2) =$$

$$= 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{0.30 m}{2} \cdot \left(1000 \frac{kg}{m^3} + 13600 \frac{kg}{m^3} \right) = 21483.9 Pa \approx 21.5 kPa.$$

Tlak vode na živu je:

$$p = p_1 \Rightarrow p = \rho_1 \cdot g \cdot \frac{h}{2} = 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{0.30 m}{2} = 1471.5 Pa \approx 1.47 kPa.$$



Vježba 067

U valjkastu posudu nalite su količine žive i vode jednakih volumena. Ukupna visina tekućine u valjku je 60 cm. Koliki je tlak tekućine na dno valjkaste posude? Koliki je tlak vode na živu? (gustoća vode $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$, gustoća žive $\rho_2 = 13600 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

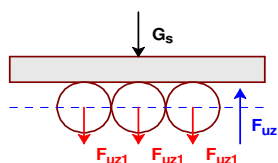
Rezultat: $p = 42967.8 \text{ Pa}$, $p_1 = 2943 \text{ Pa}$.

Zadatak 068 (Tiny, gimnazija)

Koliko bačava (bačvi), obujma 0.2 m^3 i mase 40 kg , treba postaviti ispod splavi mase 1000 kg da bi se potopile najviše do polovice? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 068

$$V = 0.2 \text{ m}^3, \quad m = 40 \text{ kg}, \quad m_s = 1000 \text{ kg}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad n = ?$$



Kada je jedna bačva potopljena do polovice u vodu na nju djeluje sila uzgona:

$$F_{uz1} = \rho \cdot g \cdot \frac{V}{2},$$

gdje je ρ gustoća vode, a V obujam bačve (**Arhimedov zakon**). Na n bačava (bačvi) djelovat će sila uzgona n puta veća:

$$F_{uz} = n \cdot \rho \cdot g \cdot \frac{V}{2}.$$

Budući da je sila uzgona uravnotežena težinom splavi G_s i težinom svih bačava (bačvi) G_b , slijedi:

$$F_{uz} = G_s + G_b \Rightarrow n \cdot \rho \cdot g \cdot \frac{V}{2} = m_s \cdot g + n \cdot m \cdot g \Rightarrow n \cdot \rho \cdot g \cdot \frac{V}{2} - n \cdot m \cdot g = m_s \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n \cdot g \cdot \left(\rho \cdot \frac{V}{2} - m \right) = m_s \cdot g \quad /: g \Rightarrow n \cdot \left(\rho \cdot \frac{V}{2} - m \right) = m_s \Rightarrow n = \frac{m_s}{\rho \cdot \frac{V}{2} - m} =$$

$$= \frac{1000 \text{ kg}}{1000 \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{0.2 \text{ m}^3}{2} - 40 \text{ kg}} = 16.67 \approx 17.$$

Vježba 068

Koliko bačava (bačvi), obujma 0.2 m^3 i mase 80 kg , treba postaviti ispod splavi mase 2000 kg da bi se potopile najviše do polovice? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 17.

Zadatak 069 (Vedran, srednja škola)

Širim dijelom vodoravno položene cijevi struji voda brzinom 4 m/s. Razlika tlakova šireg i suženog dijela cijevi iznosi 8 kPa. Kolika je brzina protjecanja u užem dijelu cijevi? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 069

$$v_1 = 4 \text{ m/s}, \quad \Delta p = p_1 - p_2 = 8 \text{ kPa} = 8000 \text{ Pa}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad v_2 = ?$$

Za stacionarni tlak idealne tekućine u horizontalnoj cijevi vrijedi zakon u obliku Bernoullijeve jednadžbe. On kaže da je zbroj statičkog i dinamičkog tlaka stalan:

$$p + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = \text{konst.} \Rightarrow p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2.$$

Zato je:

$$\begin{aligned} p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 &= p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \Rightarrow p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \Rightarrow \Delta p = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2) \cdot \frac{2}{\rho} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} &= v_2^2 - v_1^2 \Rightarrow v_2^2 = v_1^2 + \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}} = \\ &= \sqrt{\left(4 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \frac{2 \cdot 8000 \text{ Pa}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 5.66 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vježba 069

Širim dijelom vodoravno položene cijevi struji voda brzinom 8 m/s. Razlika tlakova šireg i suženog dijela cijevi iznosi 8 kPa. Kolika je brzina protjecanja u užem dijelu cijevi? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: $8.94 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Zadatak 070 (Vedrana, kemijska škola)

Na kojoj će dubini u vodi balon pun zraka imati dva puta manji promjer nego u površinskom sloju vode? Vanjski (atmosferski) tlak je 101325 Pa. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 070

$$2 \cdot r_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot r_1 \Rightarrow 2 \cdot r_2 = r_1, \quad p_a = 101325 \text{ Pa}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2,$$

$h = ?$

Neka su p_1, V_1, T_1 tlak, obujam i temperatura balona punog zraka u površinskom sloju vode, a p_2, V_2, T_2 tlak, obujam i temperatura na dubini h .

Budući da je temperatura vode stalna (izotermno stanje, Boyle – Mariotteov zakona), vrijedi:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2.$$

Računamo dubinu h :

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= p_a, \quad p_2 = p_a + \rho \cdot g \cdot h \\ V_1 &= \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi, \quad V_2 = \frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi \end{aligned} \right\} \Rightarrow p_a \cdot \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi = (p_a + \rho \cdot g \cdot h) \cdot \frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi \quad / \cdot \frac{3}{4 \cdot \pi} \Rightarrow \\ p_1 \cdot V_1 &= p_2 \cdot V_2 \\ \Rightarrow p_a \cdot r_1^3 &= (p_a + \rho \cdot g \cdot h) \cdot r_2^3 \Rightarrow p_a \cdot (2 \cdot r_2)^3 = (p_a + \rho \cdot g \cdot h) \cdot r_2^3 \Rightarrow \\ \Rightarrow p_a \cdot 8 \cdot r_2^3 &= (p_a + \rho \cdot g \cdot h) \cdot r_2^3 \quad / : r_2^3 \Rightarrow 8 \cdot p_a = p_a + \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7 \cdot p_a = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{7 \cdot p_a}{\rho \cdot g} = \frac{7 \cdot 101325 \text{ Pa}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 72.3 \text{ m.}$$

Vježba 070

Na kojoj će dubini u vodi balon pun zraka imati četiri puta manji promjer nego u površinskom sloju vode? Vanjski (atmosferski) tlak je 101325 Pa. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 650.71 m.

Zadatak 071 (Tea, kemijska škola)

U valjkastu posudu polumjera dna 10 cm nalivena je 1 litra vode. U posudu se spušta staklena kocka ($\rho_s = 4000 \text{ kg/m}^3$). Koliku je silu potrebno uporabiti da se kocka podigne sa dna, ako je njezina masa 0.75 kg? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 071

$$r = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad V_v = 1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3, \quad \rho_s = 4000 \text{ kg/m}^3, \quad m = 0.75 \text{ kg}, \\ \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Ako je a duljina brida kocke, njezin obujam iznosi:

$$V = a^3.$$

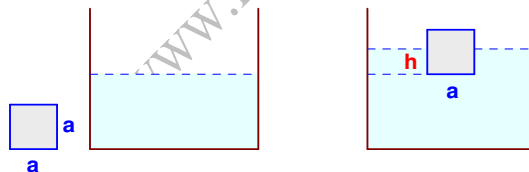
Arhimedov zakon kaže da je uzgon na tijelo uronjeno u tekućinu

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, V obujam uronjenog tijela, a g akceleracija sile teže.

Računamo duljinu brida a staklene kocke:

$$\left. \begin{array}{l} \rho_s = \frac{m}{V} \\ V = a^3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} V = \frac{m}{\rho_s} \\ V = a^3 \end{array} \right\} \Rightarrow a^3 = \frac{m}{\rho_s} \quad \sqrt[3]{\quad} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{m}{\rho_s}} = \sqrt[3]{\frac{0.75 \text{ kg}}{4000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 0.05724 \text{ m.}$$



Kada se kocka uroni u vodu, volumen vode poraste za volumen uronjenog dijela kocke:

$$V_v + a^2 \cdot h = r^2 \cdot \pi \cdot h \Rightarrow r^2 \cdot \pi \cdot h - a^2 \cdot h = V_v \Rightarrow h \cdot (r^2 \cdot \pi - a^2) = V_v \Rightarrow h = \frac{V_v}{r^2 \cdot \pi - a^2} = \\ = \frac{10^{-3} \text{ m}^3}{(0.1 \text{ m})^2 \cdot \pi - (0.05724 \text{ m})^2} = 0.03554 \text{ m.}$$

Sila potrebna da se podigne kocka sa dna iznosi:

$$F = G - F_{uz} \Rightarrow F = m \cdot g - \rho \cdot g \cdot a^2 \cdot h \Rightarrow F = g \cdot (m - \rho \cdot a^2 \cdot h) = \\ = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(0.75 \text{ kg} - 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (0.05724 \text{ m})^2 \cdot 0.03554 \text{ m} \right) = 6.22 \text{ N.}$$

Vježba 071

U valjkastu posudu polumjera dna 10 cm nalivena je 1 litra vode. U posudu se spušta staklena kocka ($\rho_s = 4000 \text{ kg/m}^3$). Za koliko se podigla razina vode u posudi? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 0.03554 m.

Zadatak 072 (Rea, gimnazijaa)

Kroz cijev duljine 100 m teče voda brzinom 1 m/s. Pri zatvaranju ispusnog ventila tlak se povećava za $2 \cdot 10^5$ Pa. Koliko je trajalo zatvaranje ventila? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 072

$$l = 100 \text{ m}, \quad v = 1 \text{ m/s}, \quad \Delta p = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \Delta t = ?$$

Neka se ventil zatvori za vrijeme Δt . Tada će količina gibanja vode pasti od $m \cdot v$ do nule. Masa vode je:

$$m = \rho \cdot V \Rightarrow m = \rho \cdot S \cdot l,$$

gdje je ρ gustoća vode, S poprečni presjek cijevi, l duljina cijevi. Zbog toga na ventil djeluje impuls sile

$$F \cdot \Delta t = m \cdot v \Rightarrow F = \frac{m \cdot v}{\Delta t}$$

pa se tlak povećao za

$$\Delta p = \frac{F}{S}.$$

Vrijeme zatvaranja ventila iznosi:

$$\begin{aligned} \Delta p &= \frac{F}{S} \Rightarrow \Delta p \cdot S = F \Rightarrow \Delta p \cdot S = \frac{m \cdot v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta p \cdot S \cdot \Delta t = m \cdot v \Rightarrow \Delta t = \frac{m \cdot v}{\Delta p \cdot S} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta t = \frac{\rho \cdot S \cdot l \cdot v}{\Delta p \cdot S} \Rightarrow \Delta t = \frac{\rho \cdot l \cdot v}{\Delta p} = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 100 \text{ m} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = 0.5 \text{ s}. \end{aligned}$$

Vježba 072

Kroz cijev duljine 200 m teče voda brzinom 1 m/s. Pri zatvaranju ispusnog ventila tlak se povećava za $4 \cdot 10^5$ Pa. Koliko je trajalo zatvaranje ventila? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 0.5 s.

Zadatak 073 (Viki, srednja škola)

Brod sa svojom opremom ima masu 16 000 tona. Za koliko se kubičnih metara smanji količina brodom istisnute vode kad on prijeđe iz rijeke ($\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$) u more ($\rho_2 = 1030 \text{ kg/m}^3$)?

Rješenje 073

$$m = 16\,000 \text{ t} = 1.6 \cdot 10^7 \text{ kg}, \quad \rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_2 = 1030 \text{ kg/m}^3, \quad \Delta V = ?$$

U moru, rijeci ili u bilo kojoj tekućini masa broda je jednaka. S obzirom na različite gustoće fluida, brod će imati različite gazove. U moru gdje je gustoća veća, imat će manji gaz, a u rijeci obrnuto, imat će veći gaz.



Uronjeni volumen broda u rijeci iznosi:

$$\rho_1 = \frac{m}{V_1} \Rightarrow V_1 = \frac{m}{\rho_1} = \frac{1.6 \cdot 10^7 \text{ kg}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 16000 \text{ m}^3.$$

Uronjeni volumen broda u moru je:

$$\rho_2 = \frac{m}{V_2} \Rightarrow V_2 = \frac{m}{\rho_2} = \frac{1.6 \cdot 10^7 \text{ kg}}{1030 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 15533.98 \text{ m}^3.$$

$$\Delta V = V_1 - V_2 = 16000 \text{ m}^3 - 15533.98 \text{ m}^3 = 466.02 \text{ m}^3.$$

Vježba 073

Brod sa svojom opremom ima masu 16 000 tona. Za koliko se kubičnih metara smanji količina brodom istisnute vode kad on prijeđe iz rijeke ($\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$) u more ($\rho_2 = 1020 \text{ kg/m}^3$)?

Rezultat: 313.73 m³.

Zadatak 074 (Marijana, maturantica)

Iz vatrogasnog šmrka izlazi mlaz vode pod kutom 32° i pada na zemlju na udaljenosti 12 m. Presjek otvora šmrka iznosi 1 cm^2 . Koliko vode izbacuje šmrk u minuti? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 074

$$\alpha = 32^\circ, \quad x = 12 \text{ m}, \quad S = 1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2, \quad t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad I = ?$$

Kosi hitac sastoji se od jednolikoga gibanja brzinom v po pravcu koji s horizontalnim smjerom zatvara kut α i slobodnog pada. Domet se računa po formuli:

$$x = \frac{v^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

Količinu tekućine I koja prođe u jedinici vremena nekim presjekom cijevi površine S zovemo jakost struje. Ona iznosi:

$$I = S \cdot v,$$

gdje je v brzina protjecanja.

Računamo koliko vode izbacuje šmrk u jedinici vremena:

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{v^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} \\ I = S \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v^2 = \frac{x \cdot g}{\sin 2\alpha} \\ I = S \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v = \sqrt{\frac{x \cdot g}{\sin 2\alpha}} \\ I = S \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow I = S \cdot \sqrt{\frac{x \cdot g}{\sin 2\alpha}}$$

Za vrijeme t izbačena količina vode iznosi:

$$I \cdot t = S \cdot \sqrt{\frac{x \cdot g}{\sin 2\alpha}} \cdot t = 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \sqrt{\frac{12 \text{ m} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\sin 64^\circ}} \cdot 60 \text{ s} = 0.06933 \text{ m}^3 = 69.33 \text{ dm}^3 = [1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}] = 69.33 \text{ l}.$$

Vježba 074

Iz vatrogasnog šmrka izlazi mlaz vode pod kutom 32° i pada na zemlju na udaljenosti 12 m. Presjek otvora šmrka iznosi 2 cm^2 . Koliko vode izbacuje šmrk u minuti? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 138.66 litara.

Zadatak 075 (Marina, srednja škola)

Tijelo težine 120 N uronjeno je u vodu. Kolika je težina tijela u vodi ako je gustoća tijela 5 puta veća od gustoće vode?

Rješenje 075

$$G = 120 \text{ N}, \quad \rho_t = 5 \cdot \rho, \quad G_v = ?$$

Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon

$$F_{uz} = \rho \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V volumen uronjenog dijela tijela. Težina tijela G_v u vodi jednaka je razlici težine G tijela u zraku i sile uzgona F_{uz} :

$$\begin{aligned} G_v &= G - F_{uz} \Rightarrow G_v = G - \rho \cdot g \cdot V \Rightarrow G_v = G - \rho \cdot g \cdot \frac{m}{\rho_t} \Rightarrow G_v = G - \rho \cdot g \cdot \frac{m}{5 \cdot \rho} \Rightarrow \\ &\Rightarrow G_v = G - \frac{m \cdot g}{5} \Rightarrow G_v = G - \frac{G}{5} \Rightarrow G_v = \frac{4}{5} \cdot G = \frac{4}{5} \cdot 120 \text{ N} = 96 \text{ N}. \end{aligned}$$

Vježba 075

Tijelo težine 100 N uronjeno je u vodu. Kolika je težina tijela u vodi ako je gustoća tijela 5 puta veća od gustoće vode?

Rezultat: 80 N.

Zadatak 076 (Filip, srednjoškolać)

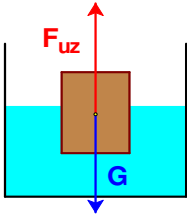
Tijelo pliva na vodi tako da mu se jedna trećina nalazi iznad površine vode. Kolika je gustoća tijela ako je gustoća vode 1 g/cm^3 ?

Rješenje 076

$$\rho_v = 1 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \rho = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$



Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. Djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine. Kako tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela.

Budući da se jedna trećina tijela nalazi iznad površine vode, znači da se dvije trećine tijela nalaze ispod površine vode.

Tijelo pliva na vodi jer je njegova težina po iznosu jednaka uzgonu:

$$G = F_{uz} \Rightarrow m \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot \frac{2}{3} \cdot V \Rightarrow \rho \cdot V \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot \frac{2}{3} \cdot V \cdot \frac{1}{g \cdot V} \Rightarrow \rho = \frac{2}{3} \cdot \rho_v = \frac{2}{3} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 666.67 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 076

Tijelo pliva na ulju (maslinovom) tako da mu se jedna trećina nalazi iznad površine ulja. Kolika je gustoća tijela ako je gustoća ulja 900 kg/m^3 ?

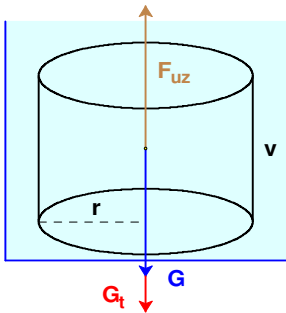
Rezultat: 600 kg/m^3 .

Zadatak 077 (Branko, večernja škola)

Valjak polumjera 2 cm i visine 5 cm težak je 3 N. Uronimo li ga cijelog u tekućinu njegova se težina smanji na 2.2 N. Kolika je gustoća tekućine?

Rješenje 077

$$r = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}, \quad v = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}, \quad G = 3 \text{ N}, \quad G_t = 2.2 \text{ N}, \quad \rho_t = ?$$



Valjak polumjera r i visine v ima obujam $V = r^2 \cdot \pi \cdot v$.

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. Djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine. Kako tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela.

Kada cijelo tijelo, težine G u zraku, uronimo u tekućinu njegova se težina smanji zbog djelovanja uzgona F_{uz} .

Dakle, težina G_t tijela uronjenog u tekućinu jednaka je razlici težine G u zraku i uzgona F_{uz} :

$$\begin{aligned} G_t &= G - F_{uz} \Rightarrow F_{uz} = G - G_t \Rightarrow \rho_t \cdot g \cdot V = G - G_t \Rightarrow \rho_t = \frac{G - G_t}{g \cdot V} \Rightarrow \rho_t = \frac{G - G_t}{g \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v} = \\ &= \frac{3 \text{ N} - 2.2 \text{ N}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0.02 \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot 0.05 \text{ m}} = 1297.90 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \approx 1298 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}. \end{aligned}$$

Vježba 077

Valjak polumjera 2 cm i visine 5 cm težak je 3.4 N. Uronimo li ga cijelog u tekućinu njegova se težina smanji na 2.6 N. Kolika je gustoća tekućine?

Rezultat: $1298 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Zadatak 078 (Mirjana, srednja škola)

Površine klipova hidrauličnog tijeska iznose 2 cm^2 i 400 cm^2 . Kolikom silom može djelovati tijesak ako se pri spuštanju manjeg klipa za 20 cm obavi rad 100 J?

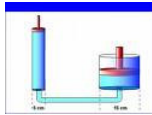
Rješenje 078

$$S_1 = 2 \text{ cm}^2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \quad S_2 = 400 \text{ cm}^2 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2, \quad h = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}, \quad W = 100 \text{ J}, \\ F_2 = ?$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Hidraulični tlak je vanjski tlak na tekućinu, koji se jednako prenosi u tekućini na sve strane (Pascalov zakon). Pri tome smatramo da su tekućine nestlačive i da miruju. Pascalov zakon koristimo kao princip rada raznih hidrauličnih uređaja (tijesak, kočnica, dizalica).



Pomoću hidrauličnog tijeska malom silom proizvedemo veliku silu. Na klip male površine S_1 djelujemo relativno malom silom F_1 , pri čemu nastali vanjski tlak jednako djeluje na drugi veliki klip silom F_2 :

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1} \Rightarrow F_2 = \frac{S_2}{S_1} \cdot F_1.$$

Sila na veliki klip toliko je puta veća koliko je puta veća njegova površina od površine maloga klipa. Budući da je rad obavljen spuštanjem manjeg klipa

$$W = F_1 \cdot h \Rightarrow F_1 = \frac{W}{h},$$

onda je

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = \frac{W}{h} \\ F_2 = \frac{S_2}{S_1} \cdot F_1 \end{array} \right\} \Rightarrow F_2 = \frac{S_2}{S_1} \cdot \frac{W}{h} = \frac{4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2}{2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} \cdot \frac{100 \text{ J}}{0.2 \text{ m}} = 100000 \text{ N} = 100 \text{ kN}.$$

Vježba 078

Površine klipova hidrauličnog tijeska iznose 4 cm^2 i 800 cm^2 . Kolikom silom može djelovati tijesak ako se pri spuštanju manjeg klipa za 20 cm obavi rad 100 J?

Rezultat: 100 kN.

Zadatak 079 (Marko, gimnazija)

Gustoća leda je 0.9 g/cm^3 , a gustoća morske vode je 1.02 g/cm^3 . Koliki dio ledene sante volumena V viri iznad morske površine?

Rješenje 079

$$\rho_l = 0.9 \text{ g/cm}^3, \quad \rho_v = 1.02 \text{ g/cm}^3, \quad V, \quad V_1 = ?$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V volumen uronjenog dijela tijela. Neka je V_1 volumen dijela ledene sante koji viri iznad morske površine. Tada je u morsku vodu uronjena ledena santa volumena



$$V - V_l$$

Budući da ledena santa pliva u morskoj vodi, njezina težina po iznosu jednaka je uzgonu:

$$G = F_{uz} \Rightarrow m \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot (V - V_l) \Rightarrow \left[\rho_l = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho_l \cdot V \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_l \cdot V \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot (V - V_l) \quad /: g \Rightarrow \rho_l \cdot V = \rho_v \cdot (V - V_l) \Rightarrow \rho_l \cdot V = \rho_v \cdot V - \rho_v \cdot V_l \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_v \cdot V_l = \rho_v \cdot V - \rho_l \cdot V \Rightarrow \rho_v \cdot V_l = (\rho_v - \rho_l) \cdot V \Rightarrow \frac{V_l}{V} = \frac{\rho_v - \rho_l}{\rho_v} \Rightarrow \frac{V_l}{V} = \frac{1.02 \frac{g}{cm^3} - 0.9 \frac{g}{cm^3}}{1.02 \frac{g}{cm^3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_l}{V} = 0.118 \Rightarrow V_l = 0.118 \cdot V.$$

Vježba 079

Gustoća željeza je 7900 kg/m^3 , a gustoća žive je 13600 kg/m^3 . Koliki dio željeza volumena V viri iznad žive?

Rezultat: $0.419 \cdot V$.

Zadatak 080 (Danijel, maturant gimnazije)

U metalnoj kugli, tanke stijenke i polumjera 100 cm , postignut je vrlo veliki vakuum. Kolika sila djeluje na stijenku kugle ako je normirani tlak $1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$?

Rješenje 080

$$r = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}, \quad p = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad F = ?$$

Tlak je omjer sile što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu i te površine:

$$p = \frac{F}{S}$$

Oplošje kugle polumjera r dano je formulom:

$$S = 4 \cdot r^2 \cdot \pi.$$

Budući da je tlak u unutrašnjosti kugle zanemariv (pretpostavili smo da je vakuum), sila koja djeluje na stijenku kugle iznosi:

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \cdot S \Rightarrow F = p \cdot 4 \cdot r^2 \cdot \pi = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 4 \cdot (1 \text{ m})^2 \cdot \pi = 1.273 \cdot 10^6 \text{ N} = 1.273 \text{ MN}.$$

Vježba 080

U metalnoj kugli, tanke stijenke i polumjera 200 cm , postignut je vrlo veliki vakuum. Kolika sila djeluje na stijenku kugle ako je normirani tlak $1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$?

Rezultat: 5.092 MN .