

Zadatak 041 (Mira, gimnazija)

Iz crpke u prizemlju zgrade voda ulazi u cijev promjera 2.4 cm brzinom 1 m/s. Koliki je volumni protok vode?

Rješenje 041

$$d = 2.4 \text{ cm} = 2.4 \cdot 10^{-2} \text{ m}, \quad v = 1 \text{ m/s}, \quad \Phi_V = ?$$

Volumen fluida koji brzinom v prođe kroz presjek S u jedinici vremena (volumni protok) iznosi: $\Phi_V = S \cdot v$.

Zato je:

$$\Phi_V = S \cdot v = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v = \frac{(2.4 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \cdot \pi}{4} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 4.52 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Vježba 041

Iz crpke u prizemlju zgrade voda ulazi u cijev promjera 2.4 cm pod tlakom 500 kPa brzinom 1.5 m/s. Kolika je brzina u potkrovlju zgrade na visini 30 m ako je tamo promjer cijevi dva puta manji nego u prizemlju?

Rezultat: $9.04 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

Zadatak 042 (Mira, gimnazija)

U dizalu se nalazi valjkasta posuda, visine $h = 0.5 \text{ m}$, napunjena do vrha vodom. Kolika je brzina istjecanja vode kroz bočni otvor pri dnu posude kada dizalo miruje? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 042

$$h = 0.5 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$

Ako idealna tekućina istječe iz posude kroz otvor koji se nalazi za visinu h ispod najviše razine tekućine, brzina istjecanja iznosi:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Zato je:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.5 \text{ m}} = 3.13 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vježba 042

U dizalu se nalazi valjkasta posuda, visine $h = 2 \text{ m}$, napunjena do vrha vodom. Kolika je brzina istjecanja vode kroz bočni otvor pri dnu posude kada dizalo miruje? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

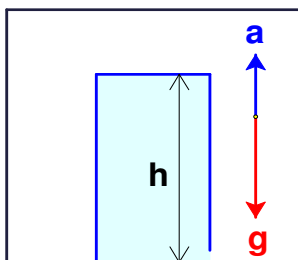
Rezultat: 6.26 m/s

Zadatak 043 (Mira, gimnazija)

U dizalu se nalazi valjkasta posuda, visine $h = 0.5 \text{ m}$, napunjena do vrha vodom. Kolika je brzina istjecanja vode kroz bočni otvor pri dnu posude kada se dizalo diže okomito uvis akceleracijom $a = \frac{g}{2}$ prema gore? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 043

$$h = 0.5 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad a = \frac{g}{2} = 4.905 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$



Ako idealna tekućina istječe iz posude kroz otvor koji se nalazi za visinu h ispod najviše razine tekućine, brzina istjecanja iznosi:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Budući da se dizalo giba jednoliko ubrzano prema gore, moramo uzeti u obzir inercijsku silu:

$$v = \sqrt{2 \cdot (g + a) \cdot h} = \sqrt{2 \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 4.905 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cdot 0.5 \text{ m}} = 3.84 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vježba 043

U dizalu se nalazi valjkasta posuda, visine $h = 0.5$ m, napunjena do vrha vodom. Kolika je brzina istjecanja vode kroz bočni otvor pri dnu posude kada se dizalo diže okomito uvis akceleracijom $a = \frac{g}{3}$ prema gore? ($g = 9.81$ m/s²)

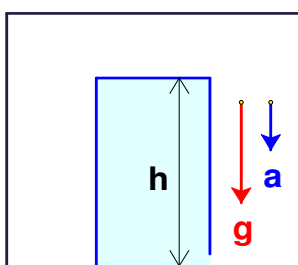
Rezultat: 3.62 m/s.

Zadatak 044 (Mira, gimnazija)

U dizalu se nalazi valjkasta posuda, visine $h = 0.5$ m, napunjena do vrha vodom. Kolika je brzina istjecanja vode kroz bočni otvor pri dnu posude kada se dizalo spušta okomito akceleracijom $a = \frac{g}{2}$ prema dolje? ($g = 9.81$ m/s²)

Rješenje 044

$$h = 0.5 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad a = \frac{g}{2} = 4.905 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$



Ako idealna tekućina istječe iz posude kroz otvor koji se nalazi za visinu h ispod najviše razine tekućine, brzina istjecanja iznosi:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}.$$

Budući da se dizalo giba jednoliko ubrzano prema dolje, moramo uzeti u obzir inercijsku silu:

$$v = \sqrt{2 \cdot (g - a) \cdot h} = \sqrt{2 \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 4.905 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \cdot 0.5 \text{ m}} = 2.21 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 044

U dizalu se nalazi valjkasta posuda, visine $h = 0.5$ m, napunjena do vrha vodom. Kolika je brzina istjecanja vode kroz bočni otvor pri dnu posude kada se dizalo spušta okomito akceleracijom $a = \frac{g}{3}$ prema dolje? ($g = 9.81$ m/s²)

Rezultat: 2.56 m/s.

Zadatak 045 (Kristina – Kiki, medicinska škola)

Koliki je volumen vode u pravokutnom akvariju stranica 50 i 100 cm, ako kroz otvor na dnu voda teče brzinom 2 m/s? ($g = 9.81$ m/s²)

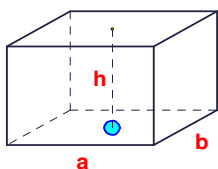
Rješenje 045

$$a = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}, \quad b = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}, \quad v = 2 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad V = ?$$

Ako idealna tekućina istječe iz posude kroz otvor koji se nalazi za visinu h ispod najviše razine tekućine, brzina istjecanja dana je formulom:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}.$$

Visina akvarija iznosi:



$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad / \quad ^2 \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g}. \quad \text{Volumen vode u akvariju je:}$$

$$\left. \begin{array}{l} h = \frac{v^2}{2 \cdot g} \\ V = a \cdot b \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow V = a \cdot b \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} = 0.5 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} \cdot \frac{\left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.102 \text{ m}^3 = 102 \text{ dm}^3 = 102 \text{ l}.$$

Vježba 045

Koliki je volumen vode u pravokutnom akvariju stranica 150 i 100 cm, ako kroz otvor na dnu voda teče brzinom 2 m/s? ($g = 9.81$ m/s²)

Rezultat: 306 l.

Zadatak 046 (Kristina – Kiki, medicinska škola)

Dvojica učenika mjere visinu nebodera. Jedan se popne na vrh nebodera i na barometru očita tlak 993.2 hPa. Drugi učenik koji se nalazi na tlu očita tlak 1012.4 hPa. Odredite visinu nebodera. (Gustoća zraka je 1.16 kg/m^3 , $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.)

Rješenje 046

$$p_1 = 993.2 \text{ hPa} = 99320 \text{ Pa}, \quad p_2 = 1012.4 \text{ hPa} = 101240 \text{ Pa}, \quad \rho = 1.16 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \\ h = ?$$

Tlak na tlu p_2 jednak je:

$$p_2 = p_1 + \rho \cdot g \cdot h,$$

gdje je h visina nebodera. Računamo visinu nebodera:

$$p_2 = p_1 + \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow \rho \cdot g \cdot h = p_2 - p_1 \Rightarrow h = \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g} = \frac{101240 \text{ Pa} - 99320 \text{ Pa}}{1.16 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 169 \text{ m}.$$

Vježba 046

Dvojica učenika mjere visinu nebodera. Jedan se popne na vrh nebodera i na barometru očita tlak 496.6 hPa. Drugi učenik koji se nalazi na tlu očita tlak 506.2 hPa. Odredite visinu nebodera. (Gustoća zraka je 1.16 kg/m^3 , $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.)

Rezultat: 84.4 m.

Zadatak 047 (Kristina – Kiki, medicinska škola)

Gustoća dušika pri tlaku 101300 Pa i temperaturi 0°C iznosi 1.25 kg/m^3 . Kolika je gustoća dušika pri temperaturi 100°C i tlaku 90000 Pa? $\left(\alpha = \frac{1}{273.15} \text{ K}^{-1}\right)$

Rješenje 047

$$p_0 = 101300 \text{ Pa}, \quad \rho_0 = 1.25 \text{ kg/m}^3, \quad t = 100^\circ\text{C}, \quad p = 90000 \text{ Pa}, \quad \rho = ?$$

Za određenu masu plina gustoća ρ plina mijenja se promjenom temperature i tlaka prema zakonu:

$$\rho = \frac{p \cdot \rho_0}{p_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t)},$$

gdje je, prema dogovoru, ρ_0 gustoća pri 0°C . Gustoća dušika iznosi:

$$\rho = \frac{p \cdot \rho_0}{p_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t)} = \frac{90000 \text{ Pa} \cdot 1.25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{101300 \text{ Pa} \cdot \left(1 + \frac{1}{273.15} \cdot 100\right)} = 0.81 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 047

Gustoća dušika pri tlaku 101300 Pa i temperaturi 0°C iznosi 1.25 kg/m^3 . Kolika je gustoća dušika pri temperaturi 200°C i tlaku 90000 Pa? $\left(\alpha = \frac{1}{273.15} \text{ K}^{-1}\right)$

Rezultat: $0.64 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Zadatak 048 (Mario, gimnazija)

U posudi obujma 1 cm^3 nalazi se $8 \cdot 10^{18}$ molekula vodika H_2 na normiranom tlaku 101325 Pa. Kolika je temperatura plina?

Rješenje 047

$$V = 1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3, \quad N = 8 \cdot 10^{18}, \quad p = 101325 \text{ Pa}, \quad T = ?$$

Budući da jednadžbu plinskog stanja možemo iskazati i brojem N molekula u obliku

$$p \cdot V = k_B \cdot N \cdot T,$$

gdje je k_B Boltzmanova konstanta, $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, slijedi:

$$p \cdot V = k_B \cdot N \cdot T \Rightarrow T = \frac{p \cdot V}{k_B \cdot N} = \frac{101325 \text{ Pa} \cdot 10^{-6} \text{ m}^3}{1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 8 \cdot 10^{18}} = 918 \text{ K}.$$

Vježba 047

U posudi obujma 2 cm^3 nalazi se $8 \cdot 10^{18}$ molekula vodika H_2 na normiranom tlaku 101325 Pa . Kolika je temperatura plina?

Rezultat: 1836 K.

Zadatak 048 (Mira, gimnazija)

Koliko je vremena potrebno da bi se ispraznio pun bazen veličine $10 \text{ m} \times 5 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ ako je protok vode kroz otvor u bazenu 5 litara/s ?

Rješenje 048



$$V = 10 \text{ m} \cdot 5 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 50 \text{ m}^3, \quad q = 5 \text{ l/s} = 5 \text{ dm}^3/\text{s} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}, \quad t = ?$$

Iz izraza za protok

$$q = \frac{V}{t},$$

dobijemo vrijeme:

$$q = \frac{V}{t} \Rightarrow t = \frac{V}{q} = \frac{50 \text{ m}^3}{5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}} = 10000 \text{ s} = [10000:3600] = 2.78 \text{ h}.$$

Vježba 048

Koliko je vremena potrebno da bi se ispraznio pun bazen veličine $10 \text{ m} \times 5 \text{ m} \times 2 \text{ m}$ ako je protok vode kroz otvor u bazenu 5 litara/s ?

Rezultat: 5.56 h.

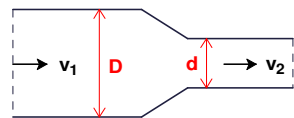
Zadatak 049 (Mira, gimnazija)

Kroz horizontalnu cijev promjera 2 cm protječe voda. Cijev se sužava na jednom mjestu u cijev promjera 0.8 cm . Razlika je tlakova u širem i užem dijelu cijevi 480 Pa . Odredite protok vode. ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 049

$$D = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}, \quad d = 0.8 \text{ cm} = 0.008 \text{ m}, \quad \Delta p = 480 \text{ Pa}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad I = ?$$

Za stacionarni tok idealne tekućine u horizontalnoj cijevi vrijedi zakon u obliku Bernoullijeve jednačbe:



$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \Rightarrow p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \quad /:2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot p_1 + \rho \cdot v_1^2 = 2 \cdot p_2 + \rho \cdot v_2^2 \Rightarrow \rho \cdot v_2^2 - \rho \cdot v_1^2 = 2 \cdot p_1 - 2 \cdot p_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2) = 2 \cdot (p_1 - p_2) \Rightarrow \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2) = 2 \cdot \Delta p \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}.$$

Iz jednačbe kontinuiteta dobije se:

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \Rightarrow \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \cdot v_1 = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v_2 \quad /: \frac{4}{\pi} \Rightarrow D^2 \cdot v_1 = d^2 \cdot v_2 \quad /:2 \Rightarrow D^4 \cdot v_1^2 = d^4 \cdot v_2^2 \quad /:D^4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1^2 = \frac{d^4}{D^4} \cdot v_2^2 \Rightarrow v_1^2 = \left(\frac{d}{D}\right)^4 \cdot v_2^2.$$

Postavimo sustav jednačbi i izračunamo v_2 :

$$\left. \begin{array}{l} v_2^2 - v_1^2 = \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} \\ v_1^2 = \left(\frac{d}{D}\right)^4 \cdot v_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow v_2^2 - \left(\frac{d}{D}\right)^4 \cdot v_2^2 = \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} \Rightarrow v_2^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4\right] = \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} \Rightarrow v_2^2 = \frac{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}}{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2^2 = \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho \cdot \left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4\right]} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho \cdot \left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4\right]}}$$

Računamo protok vode I:

$$I = S_2 \cdot v_2 \Rightarrow I = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho \cdot \left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4\right]}} = \frac{(0.008 \text{ m})^2 \cdot \pi}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 480 \text{ Pa}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left[1 - \left(\frac{0.008 \text{ m}}{0.02 \text{ m}}\right)^4\right]}} = 5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Vježba 049

Kroz horizontalnu cijev promjera 2 cm protječe voda. Cijev se sužava na jednom mjestu u cijev promjera 0.8 cm. Razlika je tlakova u širem i užem dijelu cijevi 1920 Pa. Odredite protok vode. ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: $1 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

Zadatak 050 (Izy, farmaceutska škola)

Na bočnoj stijenci bačve napunjene vodom probušena je mala rupa. Ukoliko je hidrostatski tlak na mjestu rupe iznosio $5 \cdot 10^3 \text{ Pa}$, izračunajte brzinu kojom voda istječe. (gustoća vode je $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 050

$$p = 5 \cdot 10^3 \text{ Pa}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad v = ?$$

Tlak koji zbog brzine tekućine nastaje unutar tekućine zove se dinamički tlak i iznosi

$$p = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2,$$

gdje je ρ gustoća tekućine. Brzina kojom voda istječe iznosi:

$$p = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \quad / \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot p = \rho \cdot v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot p}{\rho} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot p}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \cdot 10^3 \text{ Pa}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 3.16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vježba 050

Na bočnoj stijenci bačve napunjene vodom probušena je mala rupa. Ukoliko je hidrostatski tlak na mjestu rupe iznosio $4 \cdot 10^3 \text{ Pa}$, izračunajte brzinu kojom voda istječe. (gustoća vode je $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

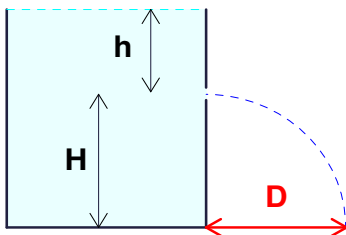
Rezultat: 2.83 m/s .

Zadatak 051 (Ivana, gimnazija)

Na stolu stoji posuda s vodom. Na posudi se nalazi otvor na visini 25 cm iznad dna i 16 cm ispod razine vode. U posudi se održava konstantna razina vode. Na koju udaljenost od otvora će voda padati na stol?

Rješenje 051

$$H = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m}, \quad h = 16 \text{ cm} = 0.16 \text{ m}, \quad D = ?$$



Brzina istjecanja tekućine iz posude, koja je posve napunjena tekućinom, kroz mali otvor na posudi, uz visinski razmak h tog otvora do površine tekućine, tolika je, kolika bi bila, da je tekućina slobodno padala s visine h , tj.

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}.$$

Horizontalni hitac je složeno gibanje koje se sastoji od jednolikoga gibanja brzinom v po horizontalnom pravcu i slobodnog pada. Domet tijela kod horizontalnog hica iznosi:

$$D = v \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}},$$

gdje je v početna brzina tijela, H udaljenost tijela od površine zemlje, g ubrzanje sile teže.

$$\left. \begin{aligned} v &= \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \\ D &= v \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow D = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} \Rightarrow D = \sqrt{2 \cdot g \cdot h \cdot \frac{2 \cdot H}{g}} \Rightarrow D = \sqrt{4 \cdot h \cdot H} \Rightarrow D = 2 \cdot \sqrt{h \cdot H} =$$

$$= 2 \cdot \sqrt{0.16 \text{ m} \cdot 0.25 \text{ m}} = 0.4 \text{ m}.$$

Vježba 051

Na stolu stoji posuda s vodom. Na posudi se nalazi otvor na visini 49 cm iznad dna i 36 cm ispod razine vode. U posudi se održava konstantna razina vode. Na koju udaljenost od otvora će voda padati na stol?

Rezultat: 0.84 m.

Zadatak 052 (Ivana, gimnazija)

Ako se u tok vode uroni vertikalno cijev čiji je donji kraj savijen u smjeru suprotnom od smjera kretanja vode, u cijevi će se voda podići do visine 5 cm. Kolika je brzina strujanja vode? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 052

$$h = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$

Ponovimo!

Torricelijev zakon istjecanja

Brzina istjecanja tekućine iz posude, koja je posve napunjena tekućinom, kroz mali otvor na posudi, uz visinski razmak h tog otvora do površine tekućine, tolika je, kolika bi bila, da je tekućina slobodno padala s visine h , tj.

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}.$$

Brzina strujanja vode iznosi:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.05 \text{ m}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 052

Ako se u tok vode uroni vertikalno cijev čiji je donji kraj savijen u smjeru suprotnom od smjera kretanja vode, u cijevi će se voda podići do visine 20 cm. Kolika je brzina strujanja vode? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 2 m/s.

Zadatak 053 (Anamarija, gimnazija)

Kroz horizontalnu cijev promjera 4 cm teče voda protokom 0.63 litara/s. Na jednome mjestu cijev je sužena tako da joj je tu promjer 2 cm. Kolika je brzina tekućine kroz suženje u cijevi?

Rješenje 053

$$\begin{aligned} 2 \cdot r_1 &= 4 \text{ cm} \Rightarrow r_1 = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}, & q_1 &= 0.63 \text{ l/s} = 0.63 \text{ dm}^3/\text{s} = 0.63 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}, \\ 2 \cdot r_2 &= 2 \text{ cm} \Rightarrow r_2 = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}, & v_2 &= ? \end{aligned}$$

Za svaki presjek u cijevi umnožak presjeka S i brzine fluida v je konstantan. Iz jednadžbe kontinuiteta slijedi:

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{S_1 \cdot v_1}{S_2} \Rightarrow v_2 = \frac{S_1}{S_2} \cdot v_1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{volumni protok (jakost struje)} \\ q_1 = S_1 \cdot v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{q_1}{S_1} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{S_1}{S_2} \cdot \frac{q_1}{S_1} \Rightarrow v_2 = \frac{q_1}{S_2} \Rightarrow v_2 = \frac{q_1}{r_2^2 \cdot \pi} = \frac{0.63 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{(0.01 \text{ m})^2 \cdot \pi} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 053

Kroz horizontalnu cijev promjera 4 cm teče voda protokom 1.26 litara/s. Na jednome mjestu cijev je sužena tako da joj je tu promjer 2 cm. Kolika je brzina tekućine kroz suženje u cijevi?

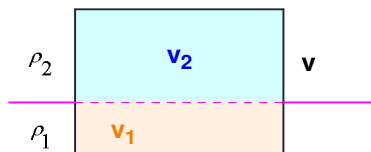
Rezultat: 2.005 m/s.

Zadatak 054 (Anamarija, gimnazija)

Na tekućinu gustoće ρ_1 nalijemo tekućinu koja se s prvom ne miješa i koja ima gustoću $\rho_2 < \rho_1$. Očito je da će neko tijelo gustoće ρ ($\rho_2 < \rho < \rho_1$) lebdjeti negdje u graničnom području između objiju tekućina. Treba odrediti koliki je dio obujma tijela uronjen u tekućinu veće gustoće.

Rješenje 054

$$\rho_2 < \rho < \rho_1, \quad V_1 = ?$$



Budući da tijelo gustoće ρ lebdji negdje u graničnom području između obje tekućine, njegova težina po iznosu jednaka je zbroju uzgona koji se javljaju na njegove dijelove volumena u tekućinama gustoća ρ_1 i ρ_2 :

$$G = F_{uz_1} + F_{uz_2} \Rightarrow m \cdot g = V_1 \cdot \rho_1 \cdot g + V_2 \cdot \rho_2 \cdot g \quad /:g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = V_1 \cdot \rho_1 + V_2 \cdot \rho_2 \Rightarrow [m = V \cdot \rho] \Rightarrow V \cdot \rho = V_1 \cdot \rho_1 + V_2 \cdot \rho_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [V = V_1 + V_2 \Rightarrow V_2 = V - V_1] \Rightarrow V \cdot \rho = V_1 \cdot \rho_1 + (V - V_1) \cdot \rho_2 \Rightarrow V \cdot \rho = V_1 \cdot \rho_1 + V \cdot \rho_2 - V_1 \cdot \rho_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V \cdot \rho - V \cdot \rho_2 = V_1 \cdot \rho_1 - V_1 \cdot \rho_2 \Rightarrow V \cdot (\rho - \rho_2) = V_1 \cdot (\rho_1 - \rho_2) \Rightarrow V_1 = \frac{\rho - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2} \cdot V.$$

Vježba 054

Na tekućinu gustoće ρ_1 nalijemo tekućinu koja se s prvom ne miješa i koja ima gustoću $\rho_2 < \rho_1$. Očito je da će neko tijelo gustoće ρ ($\rho_2 < \rho < \rho_1$) lebdjeti negdje u graničnom području između objiju tekućina. Treba odrediti koliki je dio obujma tijela uronjen u tekućinu manje gustoće.

Rezultat:
$$V_2 = \frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1 - \rho_2} \cdot V.$$

Zadatak 055 (Hrvoje, gimnazija)

Cisterna visine 5 m napunjena je vodom. Na dnu cisterne nalazi se kružni otvor promjera 4 cm. Odredite masu vode koja istekne kroz otvor za 5 minuta. ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 055

$$h = 5 \text{ m}, \quad 2 \cdot r = 4 \text{ cm} \Rightarrow r = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}, \quad t = 5 \text{ min} = 300 \text{ s}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \\ g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad m = ?$$

Prema Torricellievu poučku brzina istjecanja vode je:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}.$$

Masa vode koja istekne kroz kružni otvor iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \\ m = \rho \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \\ m = \rho \cdot S \cdot v \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \\ m = \rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow m = \rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot t = \\ = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (0.02)^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ m}} \cdot 300 \text{ s} = 3733.93 \text{ kg} \approx 3.73 \text{ t}.$$

Vježba 055

Cisterna visine 5 m napunjena je vodom. Na dnu cisterne nalazi se kružni otvor promjera 4 cm. Odredite masu vode koja istekne kroz otvor za 10 minuta. ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 7.47 t.

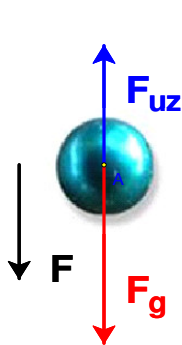
Zadatak 056 (Megi, preh.bioteh. fakultet)

Staklena kuglica pada u vodi ubrzanjem 5.8 m/s^2 . Kolika je gustoća stakla? (otpor se zanemaruje, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 056

$$a = 5.8 \text{ m/s}^2, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \rho = ?$$

Budući da se otpor zanemaruje, staklena kuglica gibat će se pod djelovanjem rezultante sile teže i njoj suprotne sile uzgona. Na temelju drugog Newtonovog poučka slijedi:



$$F = F_g - F_{uz} \Rightarrow m \cdot a = m \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \rho = \frac{m}{V} \\ m = \rho \cdot V \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho \cdot V \cdot a = \rho \cdot V \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot V \quad /:V \Rightarrow \rho \cdot a = \rho \cdot g - \rho_v \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_v \cdot g = \rho \cdot g - \rho \cdot a \Rightarrow \rho_v \cdot g = \rho \cdot (g - a) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{\rho_v \cdot g}{g - a} = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 5.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 2446.38 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 056

Staklena kuglica pada u vodi ubrzanjem 6 m/s^2 . Kolika je gustoća stakla? (otpor se zanemaruje, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 2574.8 kg/m^3 .

Zadatak 057 (Vedrana, studentica)

Drvena kocka pliva na vodi tako da je 80% volumena u vodi. Ako kocku stavimo u tekućinu nepoznate gustoće, 90% volumena uronjeno je u tekućinu. Kolika je gustoća tekućine? (gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 057

$$\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \rho = ?$$

1. inačica

Neka je V volumen (obujam) drvene kocke. U vodi nalazi se 80% njezina volumena pa pišemo:

$$V_1 = \frac{80}{100} \cdot V \Rightarrow V_1 = 0.8 \cdot V.$$

Budući da kocka miruje, znači da je njezina težina jednaka po iznosu sili uzgona koja djeluje na dio kocke u vodi:

$$G = F_{uz} \Rightarrow m \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V_1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \rho_{kocke} = \frac{m}{V} \\ m = \rho_{kocke} \cdot V \end{array} \right] \Rightarrow \rho_{kocke} \cdot V \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot 0.8 \cdot V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_{kocke} \cdot V \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot 0.8 \cdot V \quad /: \frac{1}{V \cdot g} \Rightarrow \rho_{kocke} = \rho_v \cdot 0.8 \Rightarrow \rho_{kocke} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.8 \Rightarrow \rho_{kocke} = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

U tekućini nepoznate gustoće nalazi se 90% volumena drvene kocke pa vrijedi:

$$V_2 = \frac{90}{100} \cdot V \Rightarrow V_2 = 0.9 \cdot V.$$

Budući da kocka miruje, znači da je njezina težina jednaka po iznosu sili uzgona koja djeluje na dio kocke u tekućini:

$$G = F_{uz} \Rightarrow m \cdot g = \rho \cdot g \cdot V_2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \rho_{kocke} = \frac{m}{V} \\ m = \rho_{kocke} \cdot V \end{array} \right] \Rightarrow \rho_{kocke} \cdot V \cdot g = \rho \cdot g \cdot 0.9 \cdot V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_{kocke} \cdot V \cdot g = \rho \cdot g \cdot 0.9 \cdot V \quad /: \frac{1}{V \cdot g} \Rightarrow \rho_{kocke} = \rho \cdot 0.9 \Rightarrow \rho = \frac{\rho_{kocke}}{0.9} = \frac{800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{0.9} = 888.89 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

2. inačica

Neka je V volumen (obujam) drvene kocke. U vodi nalazi se 80% njezina volumena pa pišemo:

$$V_1 = \frac{80}{100} \cdot V \Rightarrow V_1 = 0.8 \cdot V.$$

U tekućini nepoznate gustoće nalazi se 90% volumena drvene kocke pa vrijedi:

$$V_2 = \frac{90}{100} \cdot V \Rightarrow V_2 = 0.9 \cdot V.$$

Budući da kocka miruje i u vodi i u tekućini nepoznate gustoće, slijedi da su sile uzgona jednake:

$$\rho_v \cdot g \cdot V_1 = \rho \cdot g \cdot V_2 \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot 0.8 \cdot V = \rho \cdot g \cdot 0.9 \cdot V / \frac{1}{g \cdot V} \Rightarrow \rho_v \cdot 0.8 = \rho \cdot 0.9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{\rho_v \cdot 0.8}{0.9} = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.8}{0.9} = 888.89 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 057

Drvena kocka pliva na vodi tako da je 80% volumena u vodi. Ako kocku stavimo u tekućinu nepoznate gustoće, 95% volumena uronjeno je u tekućinu. Kolika je gustoća tekućine? (gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$)

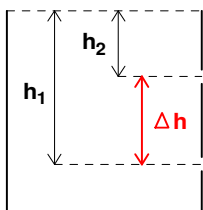
Rezultat: 842 kg/m^3 .

Zadatak 058 (Maturant, gimnazija)

U cilindričnom spremniku nalazi se tekućina. Kada se na bočnoj stijenci spremnika probuši rupa, tekućina počinje istjecati brzinom 4.2 m/s. Na kojoj udaljenosti po vertikali od prve rupe valja izbušiti rupu iz koje bi tekućina počela istjecati tri puta manjom brzinom? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 058

$$v_0 = 4.2 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta h = ?$$



Ako idealna tekućina istječe iz posude kroz otvor koji se nalazi za visinu h ispod najviše razine tekućine, brzina istjecanja iznosi:

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h.$$

Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= \frac{v_0^2}{2 \cdot g}, \quad h_2 = \frac{\left(\frac{1}{3} \cdot v_0\right)^2}{2 \cdot g} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta h = h_1 - h_2 \Rightarrow \Delta h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} - \frac{\left(\frac{1}{3} \cdot v_0\right)^2}{2 \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} - \frac{v_0^2}{9 \cdot 2 \cdot g} \Rightarrow \Delta h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \Rightarrow \Delta h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{8}{9} \Rightarrow \Delta h = \frac{4 \cdot v_0^2}{9 \cdot g} = \frac{4 \cdot \left(4.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{9 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 0.8 \text{ m}.$$

Vježba 058

U cilindričnom spremniku nalazi se tekućina. Kada se na bočnoj stijenci spremnika probuši rupa, tekućina počinje istjecati brzinom 8.4 m/s. Na kojoj udaljenosti po vertikali od prve rupe valja izbušiti rupu iz koje bi tekućina počela istjecati tri puta manjom brzinom? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 3.2 m.

Zadatak 059 (Tiny, gimnazija)

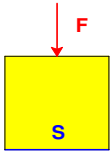
Sila 2 kN djeluje na drveni predmet mase 100 kg na način prikazan na slici. Površina poprečnog presjeka predmeta je 50 cm^2 . Koliki je tlak na donjem dijelu predmeta? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 059

$$F = 2 \text{ kN} = 2000 \text{ N}, \quad m = 100 \text{ kg}, \quad S = 50 \text{ cm}^2 = [50 : 10000] = 0.005 \text{ m}^2, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad p_1 = ?$$

Ukupna sila na donju površinu predmeta iznosi:

$$F_1 = F + G \Rightarrow p_1 \cdot S = F + m \cdot g \Rightarrow p_1 = \frac{F + m \cdot g}{S} =$$



$$= \frac{2000 \text{ N} + 100 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0.005 \text{ m}^2} = 596200 \text{ Pa} = 596.2 \text{ kPa}.$$

Vježba 059

Sila 2 kN djeluje na drveni predmet mase 100 kg na način prikazan na slici. Površina poprečnog presjeka predmeta je 100 cm^2 . Koliki je tlak na donjem dijelu predmeta? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 298.1 kPa.

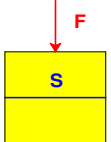
Zadatak 060 (Tiny, gimnazija)

Sila 2 kN djeluje na drveni predmet mase 100 kg na način prikazan na slici. Površina poprečnog presjeka predmeta je 50 cm^2 . Koliki je tlak na sredini predmeta? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 060

$F = 2 \text{ kN} = 2000 \text{ N}$, $m = 100 \text{ kg}$, $S = 50 \text{ cm}^2 = [50 : 10000] = 0.005 \text{ m}^2$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$,
 $p_1 = ?$

Ukupna sila koja djeluje na sredini predmeta je:



$$F_1 = F + \frac{1}{2} \cdot G \Rightarrow p_1 \cdot S = F + \frac{1}{2} \cdot m \cdot g \Rightarrow p_1 = \frac{F + \frac{1}{2} \cdot m \cdot g}{S} =$$

$$= \frac{2000 \text{ N} + \frac{1}{2} \cdot 100 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0.005 \text{ m}^2} = 498100 \text{ Pa} = 498.1 \text{ kPa}.$$

Vježba 060

Sila 2 kN djeluje na drveni predmet mase 100 kg na način prikazan na slici. Površina poprečnog presjeka predmeta je 100 cm^2 . Koliki je tlak na sredini predmeta? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 249.05 kPa.