Zadatak 161 (Vlatka, gimnazija)

Gdje se između Mjeseca i Zemlje poništavaju njihova gravitacijska polja? Uzmite da je masa Mjeseca 81 puta manja od mase Zemlje. (srednja udaljenost središta Zemlje i Mjeseca $r = 3.84 \cdot 10^8$ m)

Rješenje 161

m_1 – masa Zemlje, m_2 – masa Mjeseca, $m_1 = 81 \cdot m_2$, $r = 3.84 \cdot 10^8$ m, $x = ?$

Opći zakon gravitacije:
Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r, među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

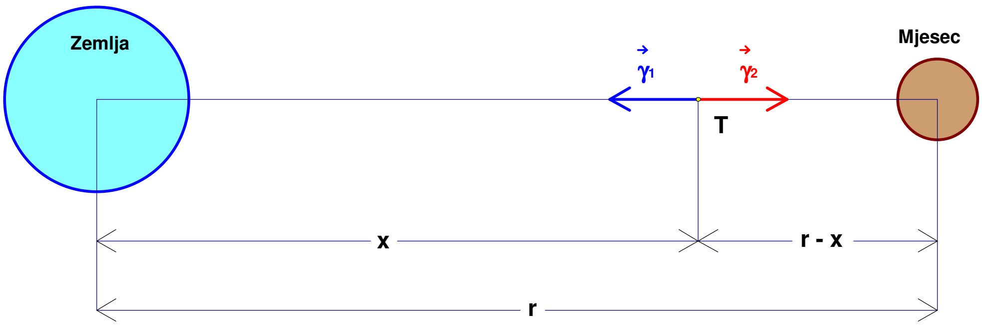
gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}.$$

Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.
Gravitacijsko polje je stanje u prostoru oko mase m, a očituje se silama na druge mase u tom prostoru. Polje je uvijek usmjereno prema masi od koje potječe. Na udaljenosti r od središta mase m jakost polja je

$$\gamma = G \cdot \frac{m}{r^2}.$$

1.inačica



Gravitacijsko polje:

- Zemlje je po veličini

$$\gamma_1 = G \cdot \frac{m_1}{x^2}$$

i usmjereno je radijalno prema središtu Zemlje

- Mjeseca je po veličini

$$\gamma_2 = G \cdot \frac{m_2}{(r - x)^2}$$

i usmjereno je radijalno prema središtu Mjeseca. U točki T polja su suprotnog smjera i jednake veličine.

$$\gamma_1=\gamma_2 \Rightarrow G\cdot\frac{m_1}{x^2}=G\cdot\frac{m_2}{(r-x)^2} \Rightarrow G\cdot\frac{81\cdot m_2}{x^2}=G\cdot\frac{m_2}{(r-x)^2} \Rightarrow G\cdot\frac{81\cdot m_2}{x^2}=G\cdot\frac{m_2}{(r-x)^2}\ /\cdot\frac{1}{G\cdot m_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{81}{x^2}=\frac{1}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{81}{x^2}=\frac{1}{(r-x)^2}\ /\sqrt{\ } \Rightarrow \frac{9}{x}=\frac{1}{r-x} \Rightarrow \frac{9}{x}=\frac{1}{r-x}\ /\cdot x\cdot(r-x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9\cdot(r-x)=x \Rightarrow 9\cdot r-9\cdot x=x \Rightarrow 9\cdot r=x+9\cdot x \Rightarrow 9\cdot r=10\cdot x \Rightarrow 10\cdot x=9\cdot r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10\cdot x=9\cdot r\ /:10 \Rightarrow x=0.9\cdot r=0.9\cdot 3.84\cdot 10^8\ m=3.46\cdot 10^8\ m.$$

2.inačica

Do rezultata možemo doći da se izjednače gravitacijske sile kojima Zemlja i Mjesec djeluju na neko tijelo mase m u točki T.

$$F_1=F_2 \Rightarrow G\cdot\frac{m_1\cdot m}{x^2}=G\cdot\frac{m_2\cdot m}{(r-x)^2} \Rightarrow G\cdot\frac{81\cdot m_2\cdot m}{x^2}=G\cdot\frac{m_2\cdot m}{(r-x)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G\cdot\frac{81\cdot m_2\cdot m}{x^2}=G\cdot\frac{m_2\cdot m}{(r-x)^2}\ /\cdot\frac{1}{G\cdot m_2\cdot m} \Rightarrow \frac{81}{x^2}=\frac{1}{(r-x)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{81}{x^2}=\frac{1}{(r-x)^2}\ /\sqrt{\ } \Rightarrow \frac{9}{x}=\frac{1}{r-x} \Rightarrow \frac{9}{x}=\frac{1}{r-x}\ /\cdot x\cdot(r-x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9\cdot(r-x)=x \Rightarrow 9\cdot r-9\cdot x=x \Rightarrow 9\cdot r=x+9\cdot x \Rightarrow 9\cdot r=10\cdot x \Rightarrow 10\cdot x=9\cdot r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10\cdot x=9\cdot r\ /:10 \Rightarrow x=0.9\cdot r=0.9\cdot 3.84\cdot 10^8\ m=3.46\cdot 10^8\ m.$$

Vježba 161

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 162 (Dodo, gimnazija)

Satelit se giba blizu površine planeta gustoće ρ. Koliko je ophodno vrijeme satelita?

$A.\ T=\sqrt{\frac{3\cdot\pi}{\rho\cdot G}}$ $\quad B.\ T=\sqrt{\frac{3}{\rho\cdot G\cdot\pi}}$ $\quad C.\ T=\frac{3}{\sqrt{\rho\cdot G}}$ $\quad D.\ T=\sqrt{\frac{\rho\cdot\pi}{3\cdot G}}$

Rješenje 162

ρ, T = ?

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r, među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F=G\cdot\frac{m_1\cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

Da bi se tijelo, mase m, gibalo po kružnici, polumjera r, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp}=m\cdot\frac{4\cdot\pi^2}{T^2}\cdot r,$$

gdje je T perioda (ophodno vrijeme, vrijeme jednog okreta). Centripetalna sila ima smjer prema središtu kružnice.

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Obujam kugle

Obujam (volumen) kugle polumjera r iznosi:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Sila gravitacije između satelita mase m_1 i planeta mase m_2 na udaljenosti R mora biti jednaka centripetalnoj sili na satelit na udaljenosti R od središta vrtnje:

$$G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2} = m_1 \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot R \Rightarrow G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2} = m_1 \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot R \ / \cdot \frac{R^2}{G \cdot m_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R^3}{T^2 \cdot G}.$$

Iz formule za gustoću planeta dobije se:

$$\rho = \frac{m_2}{V} \Rightarrow \rho = \frac{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R^3}{T^2 \cdot G}}{\frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi} \Rightarrow \rho = \frac{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R^3}{T^2 \cdot G}}{\frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi} \Rightarrow \rho = \frac{3 \cdot \pi}{T^2 \cdot G} \Rightarrow \rho = \frac{3 \cdot \pi}{T^2 \cdot G} \ / \cdot \frac{T^2}{\rho} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{3 \cdot \pi}{\rho \cdot G} \Rightarrow T^2 = \frac{3 \cdot \pi}{\rho \cdot G} \ / \sqrt{\ } \Rightarrow T = \sqrt{\frac{3 \cdot \pi}{\rho \cdot G}}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 162

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 163 (Josip, gimnazija)

Kolika bi bila najveća gustoća planeta koji se okrene oko vlastite osi za 24 sata, a da tijela na njegovu ekvatoru ne pritišću na podlogu? Obujam V kugle polumjera R je $V = \frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi$.

$(G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ m^3 / (kg \cdot s^2))$

Rješenje 163

$T = 24\ h = [\ 24 \cdot 3600\ ] = 86400\ s$, $G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ m^3 / (kg \cdot s^2)$, $\rho = ?$

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r, među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

Da bi se tijelo, mase m, gibalo po kružnici, polumjera r, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot r,$$

gdje je T perioda (ophodno vrijeme, vrijeme jednog okreta). Centripetalna sila ima smjer prema središtu kružnice.

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Obujam kugle
Obujam (volumen) kugle polumjera r iznosi:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Najprije odredimo masu planeta m_2.
Sila gravitacije između tijela mase m_1 i planeta mase m_2 na udaljenosti R (polumjera planeta) mora biti jednaka centripetalnoj sili na tijelo na udaljenosti R od središta vrtnje:

$$G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2} = m_1 \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot R \Rightarrow G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2} = m_1 \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot R \; / \cdot \frac{R^2}{G \cdot m_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R^3}{T^2 \cdot G}.$$

Gustoća planeta iznosi:

$$\rho = \frac{m_2}{V} \Rightarrow \rho = \frac{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R^3}{T^2 \cdot G}}{\frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi} \Rightarrow \rho = \frac{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R^3}{T^2 \cdot G}}{\frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi} \Rightarrow \rho = \frac{3 \cdot \pi}{T^2 \cdot G} =$$

$$= \frac{3 \cdot \pi}{(86400 \, s)^2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}} = 18.93 \frac{kg}{m^3}.$$

Vježba 163

Kolika bi bila najveća gustoća planeta koji se okrene oko vlastite osi za 12 sati, a da tijela na njegovu ekvatoru ne pritišću na podlogu? Obujam V kugle polumjera R je $V = \frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi$.

($G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ m^3 / (kg · s^2))

Rezultat: 75.71 kg / m^3.

Zadatak 164 (Sara, gimnazija)

Na koju visinu iznad površine Zemlje treba podići tijelo da mu se težina smanji dva puta? (Za polumjer Zemlje uzimamo R = 6400 km)

Rješenje 164

R = 6400 km, h = ?

Opći zakon gravitacije:
Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r, među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela. Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

1.inačica

Na površini Zemlje privlačna sila između tijela mase m i Zemlje mase M iznosi

$$F = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2},$$

gdje je R srednji polumjer Zemlje.
Na visini h iznad Zemlje bit će

$$F = G \cdot \frac{m \cdot M}{(R+h)^2}.$$

U našem zadatku postavljen je zahtjev da bude

$$G \cdot \frac{m \cdot M}{(R+h)^2} = \frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \Rightarrow G \cdot \frac{m \cdot M}{(R+h)^2} = \frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \; / \cdot \frac{1}{G \cdot m \cdot M} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(R+h)^2} = \frac{1}{2 \cdot R^2} \Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow (R+h)^2 = 2 \cdot R^2 \Rightarrow (R+h)^2 = 2 \cdot R^2 \; / \sqrt{\;} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R + h = R \cdot \sqrt{2} \Rightarrow h = R \cdot \sqrt{2} - R \Rightarrow h = R \cdot \left(\sqrt{2} - 1\right) \Rightarrow h = R \cdot 0.41 = 6400 \; km \cdot 0.41 = 2624 \; km.$$

2.inačica

Neka je m masa tijela, M masa Zemlje, R srednji polumjer Zemlje, h visina iznad Zemlje.

$$\frac{G_1}{G_2} = 2 \Rightarrow \frac{G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}}{G \cdot \frac{m \cdot M}{(R+h)^2}} = 2 \Rightarrow \frac{G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}}{G \cdot \frac{m \cdot M}{(R+h)^2}} = 2 \Rightarrow \frac{(R+h)^2}{R^2} = 2 \Rightarrow \frac{(R+h)^2}{R^2} = 2 \; / \sqrt{\;} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{R+h}{R} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{R+h}{R} = \sqrt{2} \; / \cdot R \Rightarrow R + h = R \cdot \sqrt{2} \Rightarrow h = R \cdot \sqrt{2} - R \Rightarrow h = R \cdot \left(\sqrt{2} - 1\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = R \cdot 0.41 = 6400 \; km \cdot 0.41 = 2624 \; km.$$

Vježba 164

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 165 (Dalibor, tehnička škola)

Kolika je prva kozmička brzina za Mjesec ako znamo da je polumjer Mjeseca $1.74 \cdot 10^6$ m, a masa $7.3 \cdot 10^{22}$ kg?

Rješenje 165

$R = 1.74 \cdot 10^6$ m, $M = 7.3 \cdot 10^{22}$ kg, $v = ?$

Opći zakon gravitacije:
Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r, među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}.$$

Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.
Da bi se tijelo, mase m, gibalo po kružnici, polumjera r, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r},$$

gdje je v obodna ili linearna brzina.
Prva kozmička brzina je brzina kojom bismo trebali izbaciti tijelo u horizontalnom smjeru s površine planeta polumjera R tako da ono kruži uz njegovu površinu, tj. da bude njegov satelit na udaljenosti R od središta planeta. Neka je m masa tijela, M masa planeta, R polumjer planeta. Vrijedi:

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}.$$

Računamo prvu kozmičku brzinu za Mjesec.

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{R} = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \,/ \cdot \frac{R}{m} \Rightarrow v^2 = G \cdot \frac{M}{R} \Rightarrow v^2 = G \cdot \frac{M}{R} \,/ \sqrt{\ } \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{G \cdot \frac{M}{R}} = \sqrt{6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{7.3 \cdot 10^{22}\ kg}{1.74 \cdot 10^{6}\ m}} = 1672.82\ \frac{m}{s}.$$

Vježba 165

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 166 (Dalibor, tehnička škola)

Izračunaj prvu kozmičku brzinu na površini Mjeseca kad znaš da je polumjer Mjeseca 1740 km, a akceleracija slobodnog pada na Mjesecu 0.17 Zemljine akceleracije. (ubrzanje slobodnog pada na Zemlji $g_0 = 9.81$ m / s^2)

Rješenje 166

R = 1740 km = 1.74 · 10^6 m, g = 0.17 · g_0, $g_0 = 9.81$ m / s^2, v = ?

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.
Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.
Opći zakon gravitacije:
Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r, među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}.$$

Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.
Da bi se tijelo, mase m, gibalo po kružnici, polumjera r, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r},$$

gdje je v obodna ili linearna brzina.
Prva kozmička brzina je brzina kojom bismo trebali izbaciti tijelo u horizontalnom smjeru s površine planeta polumjera R tako da ono kruži uz njegovu površinu, tj. da bude njegov satelit na udaljenosti R od središta planeta. Neka je m masa tijela, M masa planeta, R polumjer planeta. Vrijedi:

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}.$$

Na tijelo mase m koje se nalazi u blizini Zemljine površine djeluje okomito prema dolje sila teža G = m · g koja je rezultanta gravitacijske i centrifugalne sile zbog vrtnje Zemlje oko svoje osi. U većini računa može se zanemariti utjecaj centrifugalne sile i uzeti da je sila teža jednaka gravitacijskoj sili.

$$m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2},$$

gdje je m masa tijela, g ubrzanje slobodnog pada na površini Zemlje, M masa Zemlje. R srednji polumjer Zemlje.
Budući da je sila teža na površini Zemlje jednaka privlačnoj sili tijela i Zemlje (uz zanemarivanje efekta vrtnje Zemlje)

$$m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2},$$

slijedi:

$$m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \Rightarrow m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \ / \cdot \frac{R^2}{m} \Rightarrow g \cdot R^2 = G \cdot M.$$

Neka je m masa tijela, M masa Mjeseca, R polumjer Mjeseca. Vrijedi:

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}.$$

Računamo prvu kozmičku brzinu.

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{R} = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \ / \cdot \frac{R}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{G \cdot M}{R} \Rightarrow \left[G \cdot M = g \cdot R^2 \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{g \cdot R^2}{R} \Rightarrow v^2 = \frac{g \cdot R^{\cancel{2}}}{\cancel{R}} \Rightarrow v^2 = g \cdot R \Rightarrow \left[g = 0.17 \cdot g_o \right] \Rightarrow v^2 = 0.17 \cdot g_o \cdot R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = 0.17 \cdot g_o \cdot R \ / \sqrt{\ } \Rightarrow v = \sqrt{0.17 \cdot g_o \cdot R} = \sqrt{0.17 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 1.74 \cdot 10^6 \ m} = 1703.47 \ \frac{m}{s}.$$

Vježba 166

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 167 (Marija, maturantica)

Satelit se giba blizu površine planeta gustoće ρ. Koliko je ophodno vrijeme satelita?

Rješenje 167

ρ, T = ?

Opći zakon gravitacije:
Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r, među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}.$$

Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.
Da bi se tijelo, mase m, gibalo po kružnici, polumjera r, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot r,$$

gdje je T period (ophodno vrijeme, vrijeme jednog okreta). Centripetalna sila ima smjer prema središtu kružnice.
Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Obujam kugle
Obujam (volumen) kugle polumjera r iznosi:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Sila gravitacije između satelita mase m_1 i planeta mase m_2 na udaljenosti R (polumjer planeta) mora biti jednaka centripetalnoj sili na satelit na udaljenosti R od središta vrtnje:

$$G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2} = m_1 \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R}{T^2} \Rightarrow G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2} = m_1 \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R}{T^2} \; / \cdot \frac{T^2 \cdot R^2}{G \cdot m_1 \cdot m_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R^3}{G \cdot m_2} \Rightarrow T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R^3}{G \cdot \rho \cdot V_2} \Rightarrow T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R^3}{G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi} \Rightarrow T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R^3}{G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{3 \cdot \pi}{G \cdot \rho} \Rightarrow T^2 = \frac{3 \cdot \pi}{G \cdot \rho} \; / \sqrt{\;} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{3 \cdot \pi}{G \cdot \rho}}.$$

Vježba 167

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 168 (Marija, maturantica)

Koliko je dugačka nit jednostavnog njihala ako zamislimo da se njiše na nekom planetu jednake gustoće kao Zemlja, polumjera dva puta manjeg od Zemlje? Njihalo učini 3 titraja u minuti. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$)

Rješenje 168

Dogovor za indekse: 1 – planet, 2 – Zemlja

$\rho_1 = \rho_2 = \rho$, $r_2 = 2 \cdot r_1$, $N = 3$, $t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$, $g_2 = g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$, $l = ?$

Period titranja T računa se po formuli

$$T = \frac{t}{N},$$

gdje je N broj titraja koje je tijelo učinilo u vremenu t.

Matematičko njihalo je njihalo (zamišljeno) koje ima nerastezljivu nit bez mase i kojega je masa kuglice koja njiše koncentrirana u jednoj točki. Uz male amplitude takvo njihalo izvodi harmonijske titraje. Perioda titranja matematičkog njihala jest

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}},$$

gdje je l duljina njihala, a g akceleracija slobodnog pada.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r, među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}.$$

Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Obujam kugle

Obujam (volumen) kugle polumjera r iznosi:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Neka je m masa nekog tijela. Za njegovu težinu:

- na planetu mase m_1 vrijedi

$$m \cdot g_1 = G \cdot \frac{m \cdot m_1}{r_1^2}$$

- na Zemlji mase m_2 vrijedi

$$m \cdot g_2 = G \cdot \frac{m \cdot m_2}{r_2^2}.$$

Iz sustava jednadžba dobije se:

$$\left.\begin{aligned} m \cdot g_1 &= G \cdot \frac{m \cdot m_1}{r_1^2} \\ m \cdot g_2 &= G \cdot \frac{m \cdot m_2}{r_2^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left[\begin{matrix}\text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe}\end{matrix}\right] \Rightarrow \frac{m \cdot g_1}{m \cdot g_2} = \frac{G \cdot \frac{m \cdot m_1}{r_1^2}}{G \cdot \frac{m \cdot m_2}{r_2^2}} \Rightarrow \frac{m \cdot g_1}{m \cdot g_2} = \frac{G \cdot \frac{m \cdot m_1}{r_1^2}}{G \cdot \frac{m \cdot m_2}{r_2^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{g_1}{g_2}=\frac{m_1\cdot r_2^2}{m_2\cdot r_1^2} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2}=\frac{\rho_1\cdot V_1\cdot\left(2\cdot r_1\right)^2}{\rho_2\cdot V_2\cdot r_1^2} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2}=\frac{\rho\cdot\frac{4}{3}\cdot r_1^3\cdot\pi\cdot 4\cdot r_1^2}{\rho\cdot\frac{4}{3}\cdot r_2^3\cdot\pi\cdot r_1^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{g_1}{g_2}=\frac{\rho\cdot\frac{4}{3}\cdot r_1^3\cdot\pi\cdot 4\cdot r_1^2}{\rho\cdot\frac{4}{3}\cdot\left(2\cdot r_1\right)^3\cdot\pi\cdot r_1^2} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2}=\frac{\rho\cdot\frac{4}{3}\cdot r_1^3\cdot\pi\cdot 4\cdot r_1^2}{\rho\cdot\frac{4}{3}\cdot 8\cdot r_1^3\cdot\pi\cdot r_1^2} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2}=\frac{\cancel{\rho}\cdot\cancel{\frac{4}{3}}\cdot\cancel{r_1^3}\cdot\cancel{\pi}\cdot 4\cdot\cancel{r_1^2}}{\cancel{\rho}\cdot\cancel{\frac{4}{3}}\cdot 8\cdot\cancel{r_1^3}\cdot\cancel{\pi}\cdot\cancel{r_1^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{g_1}{g_2}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2}=\frac{1}{2}\ /\cdot g_2 \Rightarrow g_1=\frac{1}{2}\cdot g_2 \Rightarrow g_1=\frac{1}{2}\cdot g.$$

Računamo duljinu l niti njihala koje se njiše na planetu.

$$T=2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{l}{g_1}} \Rightarrow \frac{t}{N}=2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{l}{\frac{1}{2}\cdot g}} \Rightarrow \frac{t}{N}=2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{2\cdot l}{g}} \Rightarrow \frac{t}{N}=2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{2\cdot l}{g}}\ /\cdot\frac{1}{2\cdot\pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{t}{2\cdot\pi\cdot N}=\sqrt{\frac{2\cdot l}{g}} \Rightarrow \frac{t}{2\cdot\pi\cdot N}=\sqrt{\frac{2\cdot l}{g}}\ /^2 \Rightarrow \left(\frac{t}{2\cdot\pi\cdot N}\right)^2=\frac{2\cdot l}{g} \Rightarrow \frac{2\cdot l}{g}=\left(\frac{t}{2\cdot\pi\cdot N}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2\cdot l}{g}=\left(\frac{t}{2\cdot\pi\cdot N}\right)^2\ /\cdot\frac{g}{2} \Rightarrow l=\frac{g}{2}\cdot\left(\frac{t}{2\cdot\pi\cdot N}\right)^2=\frac{9.81\ \frac{m}{s^2}}{2}\cdot\left(\frac{60\ s}{2\cdot\pi\cdot 3}\right)^2=49.7\ m.$$

Vježba 168

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 169 (Marinko, srednja škola)

Kolika je akceleracija slobodnog pada na površini Sunca ako je njegov polumjer 108 puta veći od polumjera Zemlje i ako je odnos gustoća Sunca i Zemlje 1 : 4? (ubrzanje slobodnog pada na Zemlji g = 9.81 m / s^2)

Rješenje 169

Dogovor za indekse: 1 – Sunce, 2 – Zemlja

$r_1 = 108 \cdot r_2$, $\quad \rho_1 : \rho_2 = 1:4 \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2}=\frac{1}{4}$, $\quad g_2 = g = 9.81$ m / s^2, $\quad g_1 = ?$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G=m\cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r, među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F=G\cdot\frac{m_1\cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ \frac{N \cdot m^2}{kg^2}.$$

Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.
Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Obujam kugle
Obujam (volumen) kugle polumjera r iznosi:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Sila teža na površini nekog planeta jednaka je privlačnoj sili tijela mase m i planeta mase M (uz zanemarivanje efekta vrtnje planeta)

$$m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \Rightarrow m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \ / \cdot \frac{R^2}{m} \Rightarrow g = G \cdot \frac{M}{R^2},$$

gdje je g ubrzanje slobodnog pada na tom planetu.
Znamo da za akceleracije na Suncu i Zemlji vrijedi:

$$\left.\begin{array}{l} g_1 = G \cdot \dfrac{m_1}{r_1^2} \\ g_2 = G \cdot \dfrac{m_2}{r_2^2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array}\right] \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{G \cdot \frac{m_1}{r_1^2}}{G \cdot \frac{m_2}{r_2^2}} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{G \cdot \frac{m_1}{r_1^2}}{G \cdot \frac{m_2}{r_2^2}} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{\frac{m_1}{r_1^2}}{\frac{m_2}{r_2^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{m_1 \cdot r_2^2}{m_2 \cdot r_1^2} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{\rho_1 \cdot V_1 \cdot r_2^2}{\rho_2 \cdot V_2 \cdot r_1^2} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{\rho_1 \cdot \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi \cdot r_2^2}{\rho_2 \cdot \frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi \cdot r_1^2} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{\rho_1 \cdot \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi \cdot r_2^2}{\rho_2 \cdot \frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi \cdot r_1^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{\rho_1 \cdot r_1}{\rho_2 \cdot r_2} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{108 \cdot r_2}{r_2} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{108 \cdot r_2}{r_2} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{108}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{108}{4} \ / \cdot g_2 \Rightarrow g_1 = \frac{108}{4} \cdot g_2 \Rightarrow g_1 = \frac{108}{4} \cdot g = \frac{108}{4} \cdot 9.81\ \frac{m}{s^2} = 264.87\ \frac{m}{s^2}.$$

Vježba 169

Kolika je akceleracija slobodnog pada na površini planeta ako je njegov polumjer 216 puta veći od polumjera Zemlje i ako je odnos gustoća planeta i Zemlje 1 : 6? (ubrzanje slobodnog pada na Zemlji g = 9.81 m / s^2)

Rezultat: 353.16 m / s^2.

Zadatak 170 (Fox, maturant)

Neki satelit obilazi Zemlju svakih 98 minuta gibajući se na srednjoj visini 500 km. Izračunajte iz tih podataka masu Zemlje. (srednji polumjer Zemlje R = 6400 km)

Rješenje 170

T = 98 min = [98 · 60] = 5880 s, h = 500 km = 5 · 10^5 m, R = 6400 km = 6.4 · 10^6 m, M = ?

Opći zakon gravitacije:
Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r, među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}.$$

Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.
Da bi se tijelo, mase m, gibalo po kružnici, polumjera r, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot r,$$

gdje je T period (ophodno vrijeme, vrijeme jednog okreta). Centripetalna sila ima smjer prema središtu kružnice.
Sila gravitacije između satelita mase m i Zemlje mase M na udaljenosti R + h mora biti jednaka centripetalnoj sili na satelit na udaljenosti R + h od središta vrtnje:

$$F_g = F_{cp} \Rightarrow G \cdot \frac{m \cdot M}{(R+h)^2} = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot (R+h) \Rightarrow G \cdot \frac{m \cdot M}{(R+h)^2} = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot (R+h) \; / \cdot \frac{(R+h)^2}{G \cdot m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (R+h)^3}{G \cdot T^2} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot \left(6.4 \cdot 10^6 \; m + 5 \cdot 10^5 \; m\right)^3}{6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot (5880 \; s)^2} = 5.62 \cdot 10^{24} \; kg.$$

Vježba 170

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 171 (Robert, tehnička škola)

Zemlja se giba oko Sunca brzinom 30 km / s po kružnici polumjera 1.5 · 10^8 km. Poznavajući Newtonovu konstantu gravitacije (G = 6.67 · 10^{-11} m^3 / (kg · s^2)), izračunajte masu Sunca. (ubrzanje slobodnog pada g = 9.81 m / s^2)

$A.\ 2 \cdot 10^{30}\ kg \qquad B.\ 2.7 \cdot 10^{30}\ kg \qquad C.\ 3.1 \cdot 10^{30}\ kg \qquad D.\ 1.4 \cdot 10^{30}\ kg$

Rješenje 171

v = 30 km / s = 3 · 10^4 m / s, r = 1.5 · 10^8 km = 1.5 · 10^{11} m,
G = 6.67 · 10^{-11} m^3 / (kg · s^2), g = 9.81 m / s^2, M = ?

Opći zakon gravitacije:
Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r, među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}.$$

Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.
Da bi se tijelo, mase m, gibalo po kružnici, polumjera r, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r},$$

gdje je v obodna ili linearna brzina.

Sila gravitacije između Zemlje mase m i Sunca mase M na udaljenosti r mora biti jednaka centripetalnoj sili na Zemlju na udaljenosti r od središta vrtnje:

$$F_g = F_{cp} \Rightarrow G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r} \; / \cdot \frac{r^2}{G \cdot m} \Rightarrow M = \frac{r \cdot v^2}{G} =$$

$$= \frac{1.5 \cdot 10^{11} \; m \cdot \left(3 \cdot 10^4 \; \frac{m}{s}\right)^2}{6.67 \cdot 10^{-11} \; \frac{m^3}{kg \cdot s^2}} = 2 \cdot 10^{30} \; kg.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 171

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 172 (Sanja, srednja škola)

Brzina satelita u orbiti oko Zemlje **neovisna** je o:

A. masi satelita *B.* masi Zemlje *C.* gravitacijskoj konstanti

D. udaljenosti satelita od površine Zemlje

Rješenje 172

v = ?

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r, među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \; \frac{N \cdot m^2}{kg^2}.$$

Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

Da bi se tijelo, mase m, gibalo po kružnici, polumjera r, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r},$$

gdje je v obodna ili linearna brzina.

Neka je m masa satelita, M masa Zemlje, r udaljenost satelita od središta Zemlje. Budući da ulogu centripetalne sile F_{cp} ima gravitacijska sila F_g, dobije se:

$$F_{cp} = F_g \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \; / \cdot \frac{r}{m} \Rightarrow v^2 = G \cdot \frac{M}{r} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = G \cdot \frac{M}{r} \; / \sqrt{\ } \Rightarrow v = \sqrt{G \cdot \frac{M}{r}}.$$

Brzina satelita ne ovisi o njegovoj masi.
Odgovor je pod A.

Vježba 172

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 173 (Sanja, srednja škola)

Satelit mase 20 kg napravljen je u obliku kugle polumjera 15 m. Na udaljenosti 3 m od površine satelita prolazi meteor mase 7 kg. Kolika je gravitacijska sila kojom se privlače satelit i meteor? (G = 6.67 · 10^{-11} m^3 · kg^{-1} · s^{-2}.)

Rješenje 173

m_1 = 20 kg, r = 15 m, d = 3 m, m_2 = 7 kg, G = 6.67 · 10^{-11} m^3 · kg^{-1} · s^{-2},
F_g = ?

Opći zakon gravitacije:
Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r, među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}.$$

Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.
Udaljenost meteora od središta satelita je

$$R = r + d$$

pa sila gravitacije iznosi:

$$F_g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2} \Rightarrow F_g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{(r+d)^2} = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2} \cdot \frac{20\ kg \cdot 7\ kg}{(15\ m + 7\ m)^2} = 2.88 \cdot 10^{-11}\ N.$$

Vježba 173

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 174 (Vlado, tehnička škola)

Izračunajte na kojoj udaljenosti od središta Zemlje kruže geostacionarni sateliti. Koliko su iznad površine Zemlje? Kolika im je brzina? (srednji polumjer Zemlje R = 6400 km, masa Zemlje M = 6 · 10^{24} kg)

Rješenje 174

R = 6400 km = 6.4 · 10^6 m, M = 6 · 10^{24} kg, T = 24 h = [24 · 3600] = 8.64 · 10^4 s,
r = ?, h = ?, v = ?

Opći zakon gravitacije:
Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r, među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \ \frac{N \cdot m^2}{kg^2}.$$

Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.
Da bi se tijelo, mase m, gibalo po kružnici, polumjera r, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot r,$$

gdje je T period (ophodno vrijeme, vrijeme jednog okreta). Centripetalna sila ima smjer prema središtu kružnice.
Brzina točke udaljene r od središta vrtnje (rotacije) iznosi:

$$v = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{T},$$

gdje je T period trajanja jednog ophoda (okretaja).
Sila koja uzrokuje kružno gibanje je gravitacijska sila i ona pritom djeluje kao centripetalna sila.
Sila gravitacije između satelita mase m i Zemlje mase M na udaljenosti r mora biti jednaka centripetalnoj sili na satelit na udaljenosti r od središta vrtnje:

$$F_{cp} = F_g \Rightarrow m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot r = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \Rightarrow m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot r = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \ / \cdot \frac{T^2 \cdot r^2}{m \cdot 4 \cdot \pi^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r^3 = G \cdot \frac{M \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2} \Rightarrow r^3 = G \cdot \frac{M \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2} \ / \sqrt[3]{\ } \Rightarrow r = \sqrt[3]{G \cdot \frac{M \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}} =$$

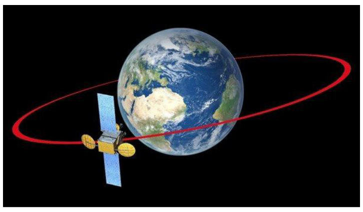
$$= \sqrt[3]{6.67 \cdot 10^{-11} \ \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \ kg \cdot \left(8.64 \cdot 10^4 \ s\right)^2}{4 \cdot \pi^2}} = 4.23 \cdot 10^7 \ m.$$

Udaljenost satelita od središta Zemlje je $4.23 \cdot 10^7$ m.
Udaljenost satelita od površine Zemlje bit će

$$h = r - R = 4.23 \cdot 10^7 \ m - 6.4 \cdot 10^6 \ m = 3.59 \cdot 10^7 \ m.$$

Brzina geostacionarnog satelita je

$$v = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot 4.23 \cdot 10^7 \ m \cdot \pi}{8.64 \cdot 10^4 \ s} = 3076.14 \ \frac{m}{s} \approx 3.08 \ \frac{km}{s}.$$



Geostacionarni satelit je umjetni Zemljin satelit koji se giba istodobno s okretanjem Zemlje oko svoje osi pa se čini da miruje iznad određene točke na ekvatoru. Satelit se u ravnini ekvatora giba po takvoj kružnoj stazi da je trajanje njegova obilaska oko Zemlje jednako trajanju okretaja Zemlje oko svoje osi.

Vježba 174

Odmor!

Rezultat: …