

Zadatak 141 (Tomo, srednja škola)

Polumjer Zemlje označimo slovom R, akceleraciju na površini Zemlje slovom g, konstantu gravitacije slovom G, a masu Zemlje slovom M. Koja jednačba povezuje te fizikalne veličine?

$$A. G \cdot M = \frac{R}{g} \quad B. \frac{G}{M} = R^2 \cdot g \quad C. G \cdot M = R \cdot g \quad D. G \cdot M = R^2 \cdot g$$

Rješenje 141

R, g, G, M

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r, među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela. Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

$$G = m \cdot g.$$

Na tijelo mase m koje se nalazi u blizini Zemljine površine djeluje vertikalno prema dolje sila teža $G = m \cdot g$ koja je rezultanta gravitacijske i centrifugalne sile zbog vrtnje Zemlje oko svoje osi. U većini slučajeva može se zanemariti utjecaj centrifugalne sile i uzeti da je sila teža jednaka gravitacijskoj sili.

Za privlačenje tijela mase m i Zemlje mase M možemo napisati

$$G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} = m \cdot g \Rightarrow G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} = m \cdot g \cdot \frac{R^2}{m} \Rightarrow G \cdot M = R^2 \cdot g.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 141

Polumjer Zemlje označimo slovom R, akceleraciju na površini Zemlje slovom g, konstantu gravitacije slovom G, a masu Zemlje slovom M. Koja jednačba povezuje te fizikalne veličine?

$$A. G \cdot M \cdot g = R \quad B. G = M \cdot R^2 \cdot g \quad C. G = \frac{R \cdot g}{M} \quad D. M = \frac{R^2 \cdot g}{G}$$

Rezultat: D.

Zadatak 142 (Rahela, gimnazija)

Satelit na stazi oko Zemlje ima periodu 3600 s. Satelit jednakih svojstava giba se po stazi čiji je polumjer 9 puta veći od polumjera prve staze. Nadite periodu drugog satelita.

Rješenje 142

$$r_1 = r, \quad T_1 = 3600 \text{ s}, \quad r_2 = 9 \cdot r, \quad m_1 = m_2 = m, \quad T_2 = ?$$

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r, među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela. Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

Da bi se tijelo mase m gibalo po kružnici polumjera r potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila

$$F_{cp} = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2},$$

gdje je T ophodno vrijeme (perioda).

Treći Keplerov zakon

Kvadrati ophodnih vremena planeta odnose se kao kubovi njihovih srednjih udaljenosti od Sunca.

$$\frac{r^3}{T^2} = konst. \quad , \quad \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}.$$

1. inačica

Sila gravitacije između satelita mase m i Zemlje mase M na udaljenosti r_1 mora biti jednaka centripetalnoj sili na satelit na udaljenosti r_1 od središta vrtnje:

$$\begin{aligned} G \cdot \frac{m \cdot M}{r_1^2} &= m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r_1}{T_1^2} \Rightarrow G \cdot \frac{m \cdot M}{r_1^2} = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r_1}{T_1^2} \cdot \frac{r_1^2 \cdot T_1^2}{m} \Rightarrow \\ &\Rightarrow G \cdot M \cdot T_1^2 = 4 \cdot \pi^2 \cdot r_1^3 \Rightarrow [r_1 = r] \Rightarrow G \cdot M \cdot T_1^2 = 4 \cdot \pi^2 \cdot r^3. \end{aligned}$$

Sila gravitacije između satelita mase m i Zemlje mase M na udaljenosti r_2 mora biti jednaka centripetalnoj sili na satelit na udaljenosti r_2 od središta vrtnje:

$$\begin{aligned} G \cdot \frac{m \cdot M}{r_2^2} &= m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r_2}{T_2^2} \Rightarrow G \cdot \frac{m \cdot M}{r_2^2} = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r_2}{T_2^2} \cdot \frac{r_2^2 \cdot T_2^2}{m} \Rightarrow \\ &\Rightarrow G \cdot M \cdot T_2^2 = 4 \cdot \pi^2 \cdot r_2^3 \Rightarrow [r_2 = 9 \cdot r] \Rightarrow G \cdot M \cdot T_2^2 = 4 \cdot \pi^2 \cdot (9 \cdot r)^3 \Rightarrow \\ &\Rightarrow G \cdot M \cdot T_2^2 = 2916 \cdot \pi^2 \cdot r^3. \end{aligned}$$

Iz sustava jednadžbi izračunamo T_2 .

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} G \cdot M \cdot T_1^2 &= 4 \cdot \pi^2 \cdot r^3 \\ G \cdot M \cdot T_2^2 &= 2916 \cdot \pi^2 \cdot r^3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{G \cdot M \cdot T_2^2}{G \cdot M \cdot T_1^2} = \frac{2916 \cdot \pi^2 \cdot r^3}{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{G \cdot M \cdot T_2^2}{G \cdot M \cdot T_1^2} = \frac{2916 \cdot \pi^2 \cdot r^3}{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3} \Rightarrow \frac{T_2^2}{T_1^2} = 729 \Rightarrow \frac{T_2^2}{T_1^2} = 729 \cdot \frac{1}{T_1^2} \Rightarrow T_2^2 = 729 \cdot T_1^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow T_2^2 = 729 \cdot T_1^2 \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow T_2 = \sqrt{729 \cdot T_1^2} \Rightarrow T_2 = \sqrt{729} \cdot \sqrt{T_1^2} \Rightarrow T_2 = 27 \cdot T_1 = \\ = 27 \cdot 3600 \text{ s} = 97200 \text{ s}. \end{aligned}$$

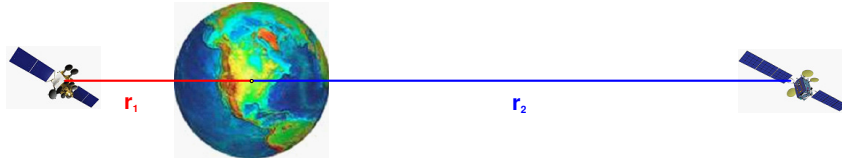
2. inačica

Uporabit ćemo treći Keplerov zakon.

$$\begin{aligned} \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3} \Rightarrow \frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2} \Rightarrow \frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2} \cdot \frac{T_2^2 \cdot r_2^3}{r_1^3} \Rightarrow T_2^2 = T_1^2 \cdot \frac{r_2^3}{r_1^3} \Rightarrow \\ \Rightarrow T_2^2 = T_1^2 \cdot \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 \Rightarrow T_2^2 = T_1^2 \cdot \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow T_2 = \sqrt{T_1^2 \cdot \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow T_2 = \sqrt{T_1^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \sqrt{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} r_2 = 9 \cdot r \\ r_1 = r \end{array} \right] \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \sqrt{\left(\frac{9 \cdot r}{r}\right)^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \sqrt{\left(\frac{9 \cdot r}{r}\right)^3} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \sqrt{9^3} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \sqrt{729} = 3600 \text{ s} \cdot 27 = 97200 \text{ s}.$$



Vježba 142

Satelit na stazi oko Zemlje ima periodu 1800 s. Satelit jednakih svojstava giba se po stazi čiji je polumjer 9 puta veći od polumjera prve staze. Nađite periodu drugog satelita.

Rezultat: 48600 s.

Zadatak 143 (Matija, gimnazija)

Dva tijela jednakih masa udaljena su za r i privlače se silom F . Ako se dva puta povećaju udaljenost i mase obaju tijela, kolikom će se silom privlačiti tijela?

A. F B. $2 \cdot F$ C. $\frac{1}{2} \cdot F$ D. $F \cdot \sqrt{2}$

Rješenje 143

$$m_1 = m_2 = m, \quad r, \quad F, \quad r_1 = 2 \cdot r, \quad m_1' = m_2' = 2 \cdot m, \quad F_1 = ?$$

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r , među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela. Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

$$\left. \begin{array}{l} F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \\ F_1 = G \cdot \frac{m_1' \cdot m_2'}{r_1^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = G \cdot \frac{m \cdot m}{r^2} \\ F_1 = G \cdot \frac{2 \cdot m \cdot 2 \cdot m}{(2 \cdot r)^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = G \cdot \frac{m^2}{r^2} \\ F_1 = G \cdot \frac{4 \cdot m^2}{4 \cdot r^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = G \cdot \frac{m^2}{r^2} \\ F_1 = G \cdot \frac{4 \cdot m^2}{4 \cdot r^2} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = G \cdot \frac{m^2}{r^2} \\ F_1 = G \cdot \frac{m^2}{r^2} \end{array} \right\} \Rightarrow F_1 = F.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 143

Dva tijela jednakih masa udaljena su za r i privlače se silom F . Ako se tri puta povećaju udaljenost i mase obaju tijela, kolikom će se silom privlačiti tijela?

A. F B. $2 \cdot F$ C. $\frac{1}{2} \cdot F$ D. $F \cdot \sqrt{2}$

Rezultat: A.

Zadatak 144 (Matija, gimnazija)

Dva tijela jednakih masa udaljena su za r i privlače se silom F . Ako se udaljenost između tijela poveća dva puta, kolikom će se silom privlačiti tijela?

- A. F B. $2 \cdot F$ C. $\frac{1}{2} \cdot F$ D. $\frac{1}{4} \cdot F$

Rješenje 144

$$m_1 = m_2 = m, \quad r, \quad F, \quad r_1 = 2 \cdot r, \quad F_1 = ?$$

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r , među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela. Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

$$\left. \begin{array}{l} F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \\ F_1 = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r_1^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = G \cdot \frac{m \cdot m}{r^2} \\ F_1 = G \cdot \frac{m \cdot m}{(2 \cdot r)^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = G \cdot \frac{m^2}{r^2} \\ F_1 = G \cdot \frac{m^2}{4 \cdot r^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{F_1}{F} = \frac{G \cdot \frac{m^2}{4 \cdot r^2}}{G \cdot \frac{m^2}{r^2}} \Rightarrow \frac{F_1}{F} = \frac{G \cdot \frac{m^2}{4 \cdot r^2}}{G \cdot \frac{m^2}{r^2}} \Rightarrow \frac{F_1}{F} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{F_1}{F} = \frac{1}{4} \cdot F \Rightarrow F_1 = \frac{1}{4} \cdot F.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 144

Dva tijela jednakih masa udaljena su za r i privlače se silom F . Ako se udaljenost između tijela poveća tri puta, kolikom će se silom privlačiti tijela?

- A. F B. $3 \cdot F$ C. $\frac{1}{3} \cdot F$ D. $\frac{1}{9} \cdot F$

Rezultat: D.

Zadatak 145 (Marijana, maturantica)

Koliko se daleko od površine planeta polumjera 6000 km mora nalaziti astronaut da bi mu se težina smanjila na polovicu težine koju ima na površini planeta?

- A. 2485 km B. 2485 m C. 8485 km D. 8485 m E. 6000 km

Rješenje 145

$$r = 6000 \text{ km}, \quad G_1 \text{ težina astronauta na površini planeta}, \quad G_2 = \frac{1}{2} \cdot G_1, \quad h = ?$$

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r , među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva

tijela. Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

Težina tijela G jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži,

$$G = m \cdot g.$$

Budući da je sila teža G_1 na površini planeta jednaka privlačnoj sili F astronauta i planeta, dobivamo

$$G_1 = F.$$

Dakle, za privlačenje astronauta mase m i planeta mase M možemo napisati

$$G_1 = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}.$$

Kada je astronaut na visini h od površine planeta vrijedi

$$G_2 = G \cdot \frac{m \cdot M}{(r+h)^2} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot G_1 = G \cdot \frac{m \cdot M}{(r+h)^2}.$$

Postavimo sustav jednažbi.

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \\ \frac{1}{2} \cdot G_1 &= G \cdot \frac{m \cdot M}{(r+h)^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednažbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{G_1}{\frac{1}{2} \cdot G_1} = \frac{G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}}{G \cdot \frac{m \cdot M}{(r+h)^2}} \Rightarrow \frac{G_1}{\frac{1}{2} \cdot G_1} = \frac{G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}}{G \cdot \frac{m \cdot M}{(r+h)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{(r+h)^2}{r^2} \Rightarrow 2 = \left(\frac{r+h}{r}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{r+h}{r}\right)^2 = 2 \Rightarrow \left(\frac{r+h}{r}\right)^2 = 2 \quad / \sqrt{} \Rightarrow \frac{r+h}{r} = \sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{r+h}{r} = \sqrt{2} \quad / \cdot r \Rightarrow r+h = r \cdot \sqrt{2} \Rightarrow h = r \cdot \sqrt{2} - r \Rightarrow h = r \cdot (\sqrt{2} - 1) =$$

$$= 6000 \text{ km} \cdot (\sqrt{2} - 1) = 2485.28 \text{ km} \approx 2485 \text{ km}.$$

Odgovor je pod A.



Vježba 145

Koliko se daleko od površine planeta polumjera 8000 km mora nalaziti astronaut da bi mu se težina smanjila na polovicu težine koju ima na površini planeta?

- A. 3130 km B. 3314 m C. 3567 km D. 4100 m E. 5300 km

Rezultat: B.

Zadatak 146 (Karlo, srednja škola)

Polumjer Zemlje označimo slovom R , akceleraciju na površini Zemlje slovom g , konstantu gravitacije slovom G , a masu Zemlje slovom M . Koja jednažba povezuje te fizikalne veličine?

- A. $G \cdot M = \frac{R}{g}$ B. $\frac{G}{M} = R^2 \cdot g$ C. $G \cdot M = R \cdot g$ D. $G \cdot M = R^2 \cdot g$

Rješenje 146

R , g , G , M

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r , među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela. Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

Težina tijela G jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži,

$$G = m \cdot g.$$

Za privlačenje tijela mase m i Zemlje mase M možemo napisati

$$F = G \Rightarrow G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} = m \cdot g \Rightarrow G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} = m \cdot g \cdot \frac{R^2}{m} \Rightarrow G \cdot M = R^2 \cdot g.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 146

Nema pitanja!

Rezultat: ...

Zadatak 147 (Mirna, srednja škola)

Brzina satelita na stazi oko Zemlje neovisna je o:

- A. masi satelita B. masi Zemlje
C. udaljenosti satelita od središta Zemlje D. gravitacijskoj konstanti

Rješenje 147

R, m, G, M

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r, među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela. Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

Da bi se tijelo, mase m, gibalo po kružnici, polumjera r, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r},$$

gdje je v obodna ili linearna brzina.

Sila gravitacije između satelita mase m i Zemlje mase M na udaljenosti R mora biti jednaka centripetalnoj sili na satelit na udaljenosti R od središta vrtnje:

$$\begin{aligned} F_{cp} = F &\Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{R} = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{R} = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \cdot \frac{R}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{G \cdot M}{R} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v^2 = \frac{G \cdot M}{R} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}}. \end{aligned}$$

Iz formule vidi se da brzina satelita ovisi isključivo o njegovoj udaljenosti od središta Zemlje, a ne o njegovoj masi.

Odgovor je pod A.

Vježba 147

Nema pitanja!

Rezultat: ...

Zadatak 148 (Enka, gimnazija)

Stijena mase 6000 kg kruži u Saturnovu prstenu na udaljenosti $1.8 \cdot 10^8$ m od središta planeta i na nju djeluje centripetalna sila od 7000 N. Izračunaj masu Saturna.

Rješenje 148

$$m = 6000 \text{ kg}, \quad r = 1.8 \cdot 10^8 \text{ m}, \quad F_{cp} = 7000 \text{ N}, \quad M = ?$$

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r , među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela. Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

Centripetalna sila je sila potrebna da bi se tijelo mase m gibalo brzinom v po kružnoj stazi polumjera r . Uvijek je usmjerena prema središtu kružnice.

Sila gravitacije između stijene mase m i Saturna mase M na udaljenosti r mora biti jednaka centripetalnoj sili na stijenu na udaljenosti r od središta vrtnje:

$$\begin{aligned} F_{cp} = F &\Rightarrow F_{cp} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \Rightarrow G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = F_{cp} \Rightarrow G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = F_{cp} \cdot \frac{r^2}{G \cdot m} \Rightarrow \\ \Rightarrow M &= \frac{F_{cp} \cdot r^2}{G \cdot m} = \frac{7000 \text{ N} \cdot (1.8 \cdot 10^8 \text{ m})^2}{6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 6000 \text{ kg}} = 5.67 \cdot 10^{26} \text{ kg}. \end{aligned}$$



Vježba 148

Stijena mase 6 t kruži u Saturnovu prstenu na udaljenosti $1.8 \cdot 10^5$ km od središta planeta i na nju djeluje centripetalna sila od 7 kN. Izračunaj masu Saturna.

Rezultat: $5.67 \cdot 10^{26}$ kg.

Zadatak 149 (Amir, elektrotehnička škola)

Na površini Zemlje miruje čovjek mase 80 kg. Izračunajte silu kojom se privlače čovjek i Zemlja, ako je njezina masa $6.96 \cdot 10^{24}$ kg, a polumjer 6370 km. (gravitacijska konstanta $G = 6.67 \cdot 10^{-11} (\text{N} \cdot \text{m}^2) / \text{kg}^2$)

Rješenje 149

$$m = 80 \text{ kg}, \quad M = 6.96 \cdot 10^{24} \text{ kg}, \quad R = 6370 \text{ km} = 6.67 \cdot 10^6 \text{ m}, \\ G = 6.67 \cdot 10^{-11} (\text{N} \cdot \text{m}^2) / \text{kg}^2, \quad F = ?$$

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r , među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}.$$

Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

Privlačna sila iznosi:

$$F = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{80 \text{ kg} \cdot 6.96 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(6.37 \cdot 10^6 \text{ m})^2} = 915.26 \text{ N}.$$

Vježba 149

Na površini Zemlje miruje čovjek mase 100 kg. Izračunajte silu kojom se privlače čovjek i Zemlja, ako je njezina masa $6.96 \cdot 10^{24}$ kg, a polumjer 6370 km. (gravitacijska konstanta $G = 6.67 \cdot 10^{-11} (N \cdot m^2) / kg^2$)

Rezultat: 1144.08 N.

Zadatak 150 (Amir, elektrotehnička škola)

Odredite masu Zemljine kugle ako je njezin srednji polumjer 6370 km, a akceleracija slobodnog pada $9.81 \text{ m} / \text{s}^2$. (gravitacijska konstanta $G = 6.67 \cdot 10^{-11} (N \cdot m^2) / kg^2$)

Rješenje 150

$$m = 80 \text{ kg}, \quad M = 6.96 \cdot 10^{24} \text{ kg}, \quad R = 6370 \text{ km} = 6.67 \cdot 10^6 \text{ m}.$$
$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} (N \cdot m^2) / kg^2, \quad F = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r, među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}.$$

Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

Za privlačenje Zemlje mase M i tijela mase m možemo napisati

$$G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} = m \cdot g \Rightarrow G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} = m \cdot g \cdot \frac{R^2}{G \cdot m} \Rightarrow M = \frac{g \cdot R^2}{G} =$$
$$= \frac{9.81 \frac{m}{s^2} \cdot (6.37 \cdot 10^6 \text{ m})^2}{6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}} = 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}.$$

Vježba 150

Odredite masu Mjeseca ako je njegov srednji polumjer 1700 km, a akceleracija slobodnog pada $1.62 \text{ m} / \text{s}^2$. (gravitacijska konstanta $G = 6.67 \cdot 10^{-11} (N \cdot m^2) / kg^2$)

Rezultat: $7.02 \cdot 10^{22}$ kg.

Zadatak 151 (Nina, medicinska škola)

Masa Marsa je $6.5 \cdot 10^{23}$ kg, a polumjer 3400 km. Kolika je akceleracija slobodnog pada na površini Marsa? (gravitacijska konstanta $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ (N} \cdot \text{m}^2) / \text{kg}^2$)

Rješenje 151

$$M = 6.5 \cdot 10^{23} \text{ kg}, \quad r = 3400 \text{ km} = 3.4 \cdot 10^6 \text{ m}, \quad G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ (N} \cdot \text{m}^2) / \text{kg}^2, \quad g = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r , među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$$

Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

Za privlačenje tijela mase m i Marsa mase M možemo napisati

$$\begin{aligned} m \cdot g &= G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \Rightarrow m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} / \cdot \frac{1}{m} \Rightarrow g = G \cdot \frac{M}{r^2} = \\ &= 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{6.5 \cdot 10^{23} \text{ kg}}{(3.4 \cdot 10^6 \text{ m})^2} = 3.75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \end{aligned}$$

Vježba 151

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 152 (Ana, medicinska škola)

Stijena mase 6000 kg kruži u Saturnovu prstenu na udaljenosti $1.8 \cdot 10^8$ m od središta planeta i na nju djeluje centripetalna sila od 7000 N. Kolika je masa Saturna? (gravitacijska konstanta $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ (N} \cdot \text{m}^2) / \text{kg}^2$)

Rješenje 152

$$m = 6000 \text{ kg}, \quad r = 1.8 \cdot 10^8 \text{ m}, \quad F_{cp} = 7000 \text{ N}, \quad G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ (N} \cdot \text{m}^2) / \text{kg}^2, \\ M = ?$$

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r , među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

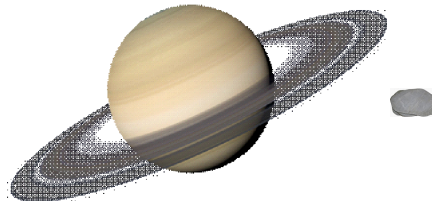
$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

Da bi se tijelo gibalo po kružnici potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila. U tom je slučaju gravitacija uzrok kružnog gibanja stijene oko Saturna.

$$F_{cp} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \Rightarrow G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = F_{cp} \Rightarrow G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = F_{cp} \cdot \frac{r^2}{G \cdot m} \Rightarrow M = \frac{F_{cp} \cdot r^2}{G \cdot m} =$$

$$= \frac{7000 N \cdot (1.8 \cdot 10^8 m)^2}{6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot 6000 kg} = 5.67 kg.$$



Vježba 152

Stijena mase 12 t kruži u Saturnovu prstenu na udaljenosti $1.8 \cdot 10^8$ m od središta planeta i na nju djeluje centripetalna sila od 14 kN. Kolika je masa Saturna? (gravitacijska konstanta $G = 6.67 \cdot 10^{-11} (N \cdot m^2) / kg^2$)

Rezultat: 5.67 kg.

Zadatak 153 (Mihael, gimnazija)

Udaljenost Mjeseca od Zemlje je 380000 km. Kad bi Mjesec bio na udaljenosti od 190000 km:

- koliko bi se promijenila gravitacijska sila
- koliko bi dana trajao jedan mjesec
- koliko bi puta trebalo smanjiti masu Zemlje i masu Mjeseca da bi "bliski Mjesec" ponovno imao periodu od 30 dana?

Rješenje 153

$R = 380000 \text{ km} = 3.8 \cdot 10^8 \text{ m}$, $r = 190000 \text{ km} = 1.9 \cdot 10^8 \text{ m}$, $T = 30 \text{ dana}$, **mjesec dana**,
 m – masa Mjeseca, M – masa Zemlje, $\frac{F_1}{F} = ?$, $T_1 = ?$, $m_1 = ?$, $M_1 = ?$

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r , među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

Da bi se tijelo, mase m , gibalo po kružnici, polumjera r , potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot r,$$

gdje je T perioda (ophodno vrijeme, vrijeme jednog okreta). Centripetalna sila ima smjer prema središtu kružnice.

Keplerovi zakoni

- Svaki planet giba se po elipsi, a Sunce je u jednom žarištu te elipse.
- Spojnica Sunce – planet u jednakim vremenskim intervalima opisuje jednake površine.
- Kvadrati ophodnih vremena planeta odnose se kao kubovi njihovih srednjih udaljenosti od Sunca.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}.$$

Uočimo da je

$$\left. \begin{array}{l} R = 3.8 \cdot 10^8 \text{ m} \\ r = 1.9 \cdot 10^8 \text{ m} \end{array} \right\} \Rightarrow R = 2 \cdot r.$$



a)

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} F = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \\ F_1 = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{F_1}{F} = \frac{G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}}{G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}} \Rightarrow \frac{F_1}{F} = \frac{G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}}{G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}} \Rightarrow \frac{F_1}{F} = \frac{R^2}{r^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{F_1}{F} = \left(\frac{R}{r} \right)^2 \Rightarrow \frac{F_1}{F} = \left(\frac{2 \cdot r}{r} \right)^2 \Rightarrow \frac{F_1}{F} = \left(\frac{2 \cdot r}{r} \right)^2 \Rightarrow \frac{F_1}{F} = 2^2 \Rightarrow \frac{F_1}{F} = 4 \Rightarrow \frac{F_1}{F} = 4 \quad / \cdot F \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_1 = 4 \cdot F, \text{ sila bi se povećala četiri puta.}$$

2. inačica

Pogledajmo formulu

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}.$$

Ako su m_1 i m_2 stalne veličine, onda je sila F obrnuto razmjerna (proporcionalna) s kvadratom udaljenosti r^2 .

$$F \sim \frac{1}{r^2}.$$

Poveća li se udaljenost r tri puta sila F bit će devet puta manja. Smanji li se udaljenost r četiri puta sila F bit će šesnaest puta veća. U zadatku je udaljenost dva puta manja pa je sila četiri puta veća.

b)

1. inačica

Sila gravitacije između Mjeseca mase m i Zemlje mase M na udaljenosti R mora biti jednaka centripetalnoj sili na Mjesec na udaljenosti R od središta vrtnje.

$$m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R}{T^2} = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}$$

Sila gravitacije između Mjeseca mase m i Zemlje mase M na udaljenosti r mora biti jednaka centripetalnoj sili na Mjesec na udaljenosti r od središta vrtnje.

$$m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T_1^2} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

Dobije se sustav jednačba.

$$\left. \begin{aligned} m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R}{T^2} &= G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \\ m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T_1^2} &= G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednačbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R}{T^2}}{m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T_1^2}} = \frac{G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}}{G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{m} \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R}{T^2}}{\cancel{m} \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T_1^2}} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{m} \cdot M}{R^2}}{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{m} \cdot M}{r^2}} \Rightarrow \frac{R \cdot T_1^2}{r \cdot T^2} = \frac{r^2}{R^2} \Rightarrow \frac{R \cdot T_1^2}{r \cdot T^2} = \frac{r^2}{R^2} \cdot \frac{r}{R} \Rightarrow \frac{T_1^2}{T^2} = \frac{r^3}{R^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{T_1}{T} \right)^2 = \left(\frac{r}{R} \right)^3 \Rightarrow \left(\frac{T_1}{T} \right)^2 = \left(\frac{r}{R} \right)^3 \cdot \sqrt{} \Rightarrow \frac{T_1}{T} = \sqrt{\left(\frac{r}{R} \right)^3} \Rightarrow \frac{T_1}{T} = \sqrt{\left(\frac{r}{R} \right)^3} \cdot \frac{1}{T} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1 = T \cdot \sqrt{\left(\frac{r}{R} \right)^3} \Rightarrow T_1 = T \cdot \sqrt{\left(\frac{r}{2 \cdot r} \right)^3} \Rightarrow T_1 = T \cdot \sqrt{\left(\frac{r}{2 \cdot r} \right)^3} \Rightarrow T_1 = T \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2} \right)^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1 = 30 \text{ dana} \cdot \sqrt{\frac{1}{8}} = 11 \text{ dana.}$$

2. inačica

Uporabit ćemo treći Keplerov zakon.

$$\frac{T_1^2}{T^2} = \frac{r^3}{R^3} \Rightarrow \left(\frac{T_1}{T} \right)^2 = \left(\frac{r}{R} \right)^3 \Rightarrow \left(\frac{T_1}{T} \right)^2 = \left(\frac{r}{R} \right)^3 \cdot \sqrt{} \Rightarrow \frac{T_1}{T} = \sqrt{\left(\frac{r}{R} \right)^3} \Rightarrow \frac{T_1}{T} = \sqrt{\left(\frac{r}{R} \right)^3} \cdot \frac{1}{T} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1 = T \cdot \sqrt{\left(\frac{r}{R} \right)^3} \Rightarrow T_1 = T \cdot \sqrt{\left(\frac{r}{2 \cdot r} \right)^3} \Rightarrow T_1 = T \cdot \sqrt{\left(\frac{r}{2 \cdot r} \right)^3} \Rightarrow T_1 = T \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2} \right)^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1 = 30 \text{ dana} \cdot \sqrt{\frac{1}{8}} = 11 \text{ dana.}$$

c)

1. inačica

Računamo masu Mjeseca m_1 i masu Zemlje M_1 da bi "bliski Mjesec" na udaljenosti r ponovno imao periodu od 30 dana, tj. periodu T (to je na udaljenosti R).

$$G \cdot \frac{m_1 \cdot M_1}{r^2} = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \Rightarrow G \cdot \frac{m_1 \cdot M_1}{r^2} = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \cdot \frac{r^2}{G} \Rightarrow m_1 \cdot M_1 = \frac{r^2}{R^2} \cdot m \cdot M \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot M_1 = \left(\frac{r}{R} \right)^2 \cdot m \cdot M \Rightarrow m_1 \cdot M_1 = \left(\frac{r}{2 \cdot r} \right)^2 \cdot m \cdot M \Rightarrow m_1 \cdot M_1 = \left(\frac{r}{2 \cdot r} \right)^2 \cdot m \cdot M \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot M_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot m \cdot M \Rightarrow m_1 \cdot M_1 = \frac{1}{4} \cdot m \cdot M \Rightarrow m_1 \cdot M_1 = \left(\frac{1}{2} \cdot m\right) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot M\right).$$

Svaka masa mora se smanjiti dva puta.

2. inačica

Ponovno pogledajmo formulu ☺

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}.$$

Ako su m_1 i m_2 stalne veličine, onda je sila F obrnuto razmjerna (proporcionalna) s kvadratom udaljenosti r^2 .

$$F \sim \frac{1}{r^2}.$$

Poveća li se udaljenost r tri puta sila F bit će devet puta manja. Smanji li se udaljenost r četiri puta sila F bit će šesnaest puta veća. U zadatku je udaljenost dva puta manja pa je sila četiri puta veća.

Ako je r^2 stalna veličina, onda je sila F razmjerna (proporcionalna) s umnoškom masa $m_1 \cdot m_2$.

$$F \sim m_1 \cdot m_2.$$

Poveća li se umnožak masa $m_1 \cdot m_2$ tri puta sila F bit će tri puta veća. Smanji li se umnožak masa $m_1 \cdot m_2$ četiri puta sila F bit će četiri puta manja. U zadatku je udaljenost dva puta manja pa je sila zbog toga četiri puta veća. Znači umnožak masa mora biti četiri puta manji da bi se dobila prvobitna sila. Svaka masa mora biti dva puta manja.

Vježba 153

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 154 (Vedran, gimnazija)

Ubrzanje sile teže na površini Zemlje polumjera R iznosi g . Koliko je ubrzanje sile teže g' na visini $h = 3 \cdot R$ iznad površine Zemlje?

$$A. g' = \frac{1}{16} \cdot g \quad B. g' = \frac{1}{9} \cdot g \quad C. g' = \frac{1}{4} \cdot g \quad D. g' = \frac{1}{3} \cdot g$$

Rješenje 154

$g, R, h, g' = ?$

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r , među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela. Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Za privlačenje tijela mase m i Zemlje mase M možemo napisati:

- na površini Zemlje

$$m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}$$

- na udaljenosti h od površine Zemlje

$$m \cdot g' = G \cdot \frac{m \cdot M}{(R+h)^2}$$

Dalje slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \\ m \cdot g' = G \cdot \frac{m \cdot M}{(R+h)^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \\ m \cdot g' = G \cdot \frac{m \cdot M}{(R+3 \cdot R)^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \\ m \cdot g' = G \cdot \frac{m \cdot M}{(4 \cdot R)^2} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \\ m \cdot g' = G \cdot \frac{m \cdot M}{16 \cdot R^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{m \cdot g'}{m \cdot g} = \frac{G \cdot \frac{m \cdot M}{16 \cdot R^2}}{G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}} \Rightarrow \frac{m \cdot g'}{m \cdot g} = \frac{G \cdot \frac{m \cdot M}{16 \cdot R^2}}{G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{1}{16} / \cdot g \Rightarrow g' = \frac{1}{16} \cdot g.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 154

Ubrzanje sile teže na površini Zemlje polumjera R iznosi g. Koliko je ubrzanje sile teže g' na visini h = 2 · R iznad površine Zemlje?

A. $g' = \frac{1}{16} \cdot g$ B. $g' = \frac{1}{9} \cdot g$ C. $g' = \frac{1}{4} \cdot g$ D. $g' = \frac{1}{3} \cdot g$

Rezultat: B.

Zadatak 155 (Tea, gimnazija)

Planet X is twice the radius of planet Y and is of material of the same density. The ratio of the acceleration due to gravity at the surface of X to that at the surface of Y is

A. 1 : 4 B. 1 : 2 C. 2 : 1 D. 4 : 1 E. 8 : 1

Rješenje 155

$$r_1 = 2 \cdot r_2, \quad \rho_1 = \rho_2 = \rho, \quad g_1 : g_2 = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r, među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela. Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

Kugla polumjera r ima obujam (volumen):

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Dogovor!

Polumjer planeta X bit će r_1 . Polumjer planeta Y bit će r_2 . Tako sam se naučio! 😊

Idemo pokazati kako se dobije formula za akceleraciju slobodnog pada na planetu.

Za privlačenje tijela mase m i planeta mase M i polumjera r možemo napisati

$$m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \Rightarrow m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \quad /: m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g = G \cdot \frac{M}{r^2}.$$

U zadatku su dva planeta X (indeks 1) i Y (indeks 2).

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= G \cdot \frac{m_1}{r_1^2} \\ g_2 &= G \cdot \frac{m_2}{r_2^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{G \cdot \frac{m_1}{r_1^2}}{G \cdot \frac{m_2}{r_2^2}} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{G \cdot \frac{m_1}{r_1^2}}{G \cdot \frac{m_2}{r_2^2}} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{\frac{m_1}{r_1^2}}{\frac{m_2}{r_2^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{m_1 \cdot r_2^2}{m_2 \cdot r_1^2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m_1 = \rho_1 \cdot V_1 = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi \\ m_2 = \rho_2 \cdot V_2 = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi \end{array} \right] \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi \cdot r_2^2}{\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi \cdot r_1^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi \cdot r_2^2}{\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi \cdot r_1^2} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{uvjet} \\ r_1 = 2 \cdot r_2 \end{array} \right] \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{2 \cdot r_2}{r_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{2 \cdot r_2}{r_2} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{2}{1} \Rightarrow g_1 : g_2 = 2 : 1.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 155

Planet X is twice the radius of planet Y and is of material of the same density. The ratio of the acceleration due to gravity at the surface of Y to that at the surface of X is

- A. 1 : 4 B. 1 : 2 C. 2 : 1 D. 4 : 1 E. 8 : 1

Rezultat: B.

Zadatak 156 (VT123, tehnička škola)

Planet X ima masu M i polumjer R . Planet Y ima masu $2 \cdot M$ i polumjer $R/2$. Na astronauta na površini planeta X djeluje sila G . Kolika sila djeluje na toga astronauta na površini planeta Y?

- A. $\frac{1}{8} \cdot G$ B. G C. $4 \cdot G$ D. $8 \cdot G$

Rješenje 156

$$M, \quad R, \quad 2 \cdot M, \quad \frac{R}{2}, \quad F_x = G, \quad F_y = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r , među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela. Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

Na površini planeta X privlačna sila između astronauta mase m i planeta mase M iznosi

$$F_x = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}.$$

Na površini planeta Y privlačna sila između astronauta mase m i planeta mase $2 \cdot M$ iznosi

$$F_y = G \cdot \frac{m \cdot 2 \cdot M}{\left(\frac{R}{2}\right)^2} \Rightarrow F_y = G \cdot \frac{m \cdot 2 \cdot M}{\frac{R^2}{4}} \Rightarrow F_y = G \cdot \frac{8 \cdot m \cdot M}{R^2}.$$

1. inačica

Sada je

$$F_y = G \cdot \frac{8 \cdot m \cdot M}{R^2} \Rightarrow F_y = 8 \cdot \left(G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \right) \Rightarrow \left[F_y = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \right] \Rightarrow F_y = 8 \cdot F_x \Rightarrow \\ \Rightarrow \left[F_x = G \right] \Rightarrow F_y = 8 \cdot G.$$

Odgovor je pod D.

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} F_x = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \\ F_y = G \cdot \frac{8 \cdot m \cdot M}{R^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednažbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{F_y}{F_x} = \frac{G \cdot \frac{8 \cdot m \cdot M}{R^2}}{G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}} \Rightarrow \frac{F_y}{F_x} = \frac{G \cdot \frac{8 \cdot m \cdot M}{R^2}}{G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{F_y}{F_x} = 8 \Rightarrow \frac{F_y}{F_x} = 8 / \cdot F_x \Rightarrow F_y = 8 \cdot F_x \Rightarrow \left[F_x = G \right] \Rightarrow F_y = 8 \cdot G.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 156

Planet X ima masu M i polumjer R . Planet Y ima masu M i polumjer $R/2$. Na astronauta na površini planeta X djeluje sila G . Kolika sila djeluje na toga astronauta na površini planeta Y?

A. $\frac{1}{8} \cdot G$ B. G C. $4 \cdot G$ D. $8 \cdot G$

Rezultat: C.

Zadatak 157 (Agent001, средно училиште)

Сателит се движи околу Земјата на оддалеченост од 1700 km. Колкава е брзината? (радиусот на Земјата $R = 6400$ km, масата на Земјата $M = 6 \cdot 10^{24}$ kg)

Rješenje 157

$$h = 1700 \text{ km} = 1.7 \cdot 10^6 \text{ m}, \quad R = 6400 \text{ km} = 6.4 \cdot 10^6 \text{ m}, \quad M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}, \quad v = ?$$

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r , među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}.$$

Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

Da bi se tijelo, mase m , gibalo po kružnici, polumjera r , potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r},$$

gdje je v obodna ili linearna brzina.

Sila gravitacije između satelita mase m i Zemlje mase M na udaljenosti $R + h$ mora biti jednaka centripetalnoj sili na satelit na udaljenosti $R + h$ od središta vrtnje:

$$\begin{aligned} F_{cp} = F &\Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{R+h} = G \cdot \frac{m \cdot M}{(R+h)^2} \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{R+h} = G \cdot \frac{m \cdot M}{(R+h)^2} \cdot \frac{R+h}{m} \Rightarrow v^2 = G \cdot \frac{M}{R+h} \Rightarrow \\ \Rightarrow v^2 &= G \cdot \frac{M}{R+h} \Rightarrow v = \sqrt{G \cdot \frac{M}{R+h}} = \sqrt{6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} kg}{6.4 \cdot 10^6 m + 1.7 \cdot 10^6 m}} = \\ &= 7029 \frac{m}{s}. \end{aligned}$$



Vježba 157

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 158 (Marta, srednja škola)

Kolika bi morala biti gustoća materijala da sila kugli u dodiru promjera 1 m bude jednaka 10^4 N?

Rješenje 158

$$m_1 = m_2 = m, \quad 2 \cdot r = 1 \text{ m} \Rightarrow r = 0.5 \text{ m}, \quad F = 10^4 \text{ N}, \quad \rho = ?$$

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r , među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

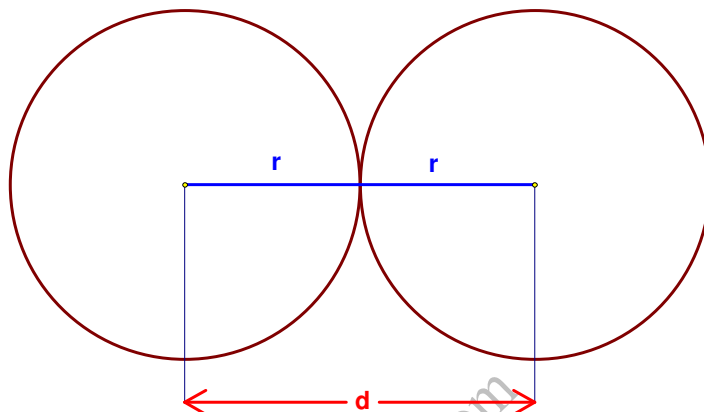
Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Kugla polujmera r ima obujam (volumen):

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$



Ako je r polujmer kugli tada je udaljenost njihovih središta $d = 2 \cdot r$. Masa kugli je

$$m_1 = m_2 = m \Rightarrow m = \rho \cdot V \Rightarrow m = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Uvrstimo li to u izraz

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2},$$

dobivamo:

$$F = G \cdot \frac{m \cdot m}{d^2} \Rightarrow F = G \cdot \frac{m^2}{(2 \cdot r)^2} \Rightarrow F = G \cdot \frac{m^2}{4 \cdot r^2} \Rightarrow G \cdot \frac{m^2}{4 \cdot r^2} = F \Rightarrow G \cdot \frac{m^2}{4 \cdot r^2} = F \cdot \frac{4 \cdot r^2}{G} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m^2 = \frac{4 \cdot r^2 \cdot F}{G} \Rightarrow m^2 = \frac{4 \cdot r^2 \cdot F}{G} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow m = \sqrt{\frac{4 \cdot r^2 \cdot F}{G}} \Rightarrow m = 2 \cdot r \cdot \sqrt{\frac{F}{G}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[m = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \right] \Rightarrow \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi = 2 \cdot r \cdot \sqrt{\frac{F}{G}} \Rightarrow \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi = 2 \cdot r \cdot \sqrt{\frac{F}{G}} \cdot \frac{3}{4 \cdot r^3 \cdot \pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{3}{2 \cdot r^2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{F}{G}} = \frac{3}{2 \cdot (0.5 \text{ m})^2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{10^{-4} \text{ N}}{6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}}} = 2339 \frac{kg}{m^3}.$$

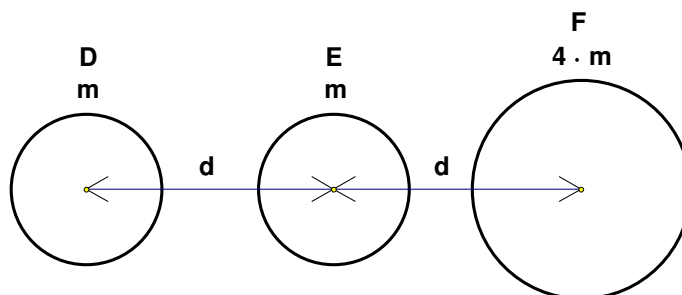
Vježba 158

Kolika bi morala biti gustoća materijala da sila kugli u dodiru promjera 2 m bude jednaka 10^4 N ?

Rezultat: 585 kg / m³.

Zadatak 159 (Fizikalci, maturanti)

Na slici su prikazana dva planeta D i E mase m i planet F mase $4 \cdot m$. Središta planeta nalaze se na istom pravcu, a udaljenost između središta dvaju susjednih planeta je d . Između kojih planeta gravitacijska sila ima najveći iznos?



A. između planeta D i E

B. između planeta D i F

C. između planeta E i F

Rješenje 159

m , $4 \cdot m$, d

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r , među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela. Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

Računamo silu između planeta D i E.

$m_1 = m_2 = m$, $r = d$, $F_1 = ?$

$$F_1 = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \Rightarrow F_1 = G \cdot \frac{m \cdot m}{d^2} \Rightarrow F_1 = G \cdot \frac{m^2}{d^2}.$$

Računamo silu između planeta D i F.

$m_1 = m$, $m_2 = 4 \cdot m$, $r = 2 \cdot d$, $F_2 = ?$

$$F_2 = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \Rightarrow F_2 = G \cdot \frac{m \cdot 4 \cdot m}{(2 \cdot d)^2} \Rightarrow F_2 = G \cdot \frac{4 \cdot m^2}{4 \cdot d^2} \Rightarrow F_2 = G \cdot \frac{4 \cdot m^2}{4 \cdot d^2} \Rightarrow F_2 = G \cdot \frac{m^2}{d^2}.$$

Računamo silu između planeta E i F.

$m_1 = m$, $m_2 = 4 \cdot m$, $r = d$, $F_3 = ?$

$$F_3 = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \Rightarrow F_3 = G \cdot \frac{m \cdot 4 \cdot m}{d^2} \Rightarrow F_3 = G \cdot \frac{4 \cdot m^2}{d^2} \Rightarrow F_3 = 4 \cdot G \cdot \frac{m^2}{d^2}.$$

Sila F_3 je najveća.

Odgovor je pod C.

Vježba 159

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 160 (Fric, tehnička škola)

Odredite brzinu satelita koji obilazi Zemlju po kružnoj stazi s ophodnim vremenom 150 min. ($G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$, $m_z = 5.96 \cdot 10^{24} \text{ kg}$)

A. $15.80 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ B. $1.31 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ C. $6.52 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ D. $8.15 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

Rješenje 160

$T = 150 \text{ min} = [150 \cdot 60] = 9000 \text{ s}$, $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$, $m_z = 5.96 \cdot 10^{24} \text{ kg}$,
 $v = ?$

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r , među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela. Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

Tijelo rotira kada se njegove čestice gibaju po kružnicama čija središta leže u istoj točki ili na istom pravcu. Frekvencija ili učestalost je broj okreta u jedinici vremena (u 1 sekundi).

Kada kruto tijelo rotira oko čvrste osi, sve se njegove čestice gibaju po koncentričnim kružnicama (koncentrične kružnice imaju zajedničko središte). Obodna (linearna) brzina iznosi:

$$v = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{T},$$

gdje je r polumjer kružnice, T perioda (ophodno vrijeme, vrijeme jednog okreta).

Da bi se tijelo, mase m , gibalo po kružnici, polumjera r , potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r},$$

gdje je v obodna ili linearna brzina.

Sila gravitacije između satelita mase m i Zemlje mase m_z mora biti jednaka centripetalnoj sili na satelit.

$$\begin{aligned} F_{cp} = F &\Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot m_z}{r^2} \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot m_z}{r^2} \cdot \frac{r^2}{m} \Rightarrow r \cdot v^2 = G \cdot m_z \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left[v = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{T} \Rightarrow r = \frac{v \cdot T}{2 \cdot \pi} \right] \Rightarrow \frac{v \cdot T}{2 \cdot \pi} \cdot v^2 = G \cdot m_z \Rightarrow \frac{v^3 \cdot T}{2 \cdot \pi} = G \cdot m_z \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{v^3 \cdot T}{2 \cdot \pi} = G \cdot m_z \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T} \Rightarrow v^3 = \frac{2 \cdot \pi \cdot G \cdot m_z}{T} \Rightarrow v^3 = \frac{2 \cdot \pi \cdot G \cdot m_z}{T} \cdot \sqrt[3]{} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot \pi \cdot G \cdot m_z}{T}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot \pi \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot 5.96 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{9000 \text{ s}}} = 6522.8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 6.52 \frac{\text{km}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 160

Odmor!

Rezultat: ...