

Zadatak 101 (Ivan, gimnazija)

Koliki moraju biti polumjer kružne staze umjetnog Zemljina satelita i njegova brzina da njegov period bude jednak periodu okretanja Zemlje, tj. da se sa Zemlje čini nepomičnim? (masa Zemlje $m = 6 \cdot 10^{24}$ kg, gravitacijska konstanta $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ N · m² / kg²)

Rješenje 101

$T_s = T_z = T = 24 \cdot 60 \cdot 60 = 86400$ s, $m = 6 \cdot 10^{24}$ kg, $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ N · m² / kg²,
 m_s masa satelita, $r = ?$, $v = ?$

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r , među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

Da bi se tijelo gibalo po kružnici potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

koja ima smjer prema središtu kružnice.

Pri gibanju tijela po kružnici brzina v stalno se mijenja. Ona ostaje jednaka veličinom, ali joj se neprestano mijenja smjer. Linearna ili obodna brzina v računa se po formuli

$$v = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{T},$$

gdje je r polumjer kružnice, T perioda, tj. vrijeme jednog ophoda.

Sila gravitacije između satelita mase m_s i Zemlje mase m na udaljenosti r mora biti jednaka centripetalnoj sili na satelit na udaljenosti r od središta vrtnje:

$$\begin{aligned} F_{cp} = F_g &\Rightarrow m_s \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2} = G \cdot \frac{m_s \cdot m}{r^2} \Rightarrow m_s \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2} = G \cdot \frac{m_s \cdot m}{r^2} \cdot \frac{r^2 \cdot T^2}{m_s \cdot 4 \cdot \pi^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow r^3 = G \cdot \frac{m \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2} \Rightarrow r^3 = G \cdot \frac{m \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2} \cdot \sqrt[3]{} \Rightarrow r = \sqrt[3]{G \cdot \frac{m \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}} = \\ &= \sqrt[3]{6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \text{ kg} \cdot (86400 \text{ s})^2}{4 \cdot \pi^2}} = 4.23 \cdot 10^7 \text{ m}. \end{aligned}$$

Brzina satelita da njegov period bude jednak periodu okretanja Zemlje iznosi:

$$v = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot 4.23 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \pi}{86400 \text{ s}} = 3076.14 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 101

Koliki mora biti polumjer kružne staze umjetnog Zemljina satelita da njegov period bude jednak periodu okretanja Zemlje, tj. da se sa Zemlje čini nepomičnim?

(masa Zemlje $m = 6 \cdot 10^{21}$ t, gravitacijska konstanta $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ N · m² / kg²)

Rezultat: $4.23 \cdot 10^7$ m.

Zadatak 102 (Ana, gimnazija)

Kolikom silom Mars privlači kamen mase 1 kg koji se nalazina na njegovoj površini? Masa Marsa je $6.5 \cdot 10^{23}$ kg, a polumjer 3400 km. (gravitacijska konstanta $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ N · m² / kg²)

Rješenje 102

$$m = 1 \text{ kg}, \quad m_M = 6.5 \cdot 10^{23} \text{ kg}, \quad r = 3400 \text{ km} = 3.4 \cdot 10^6 \text{ m},$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2, \quad F = ?$$

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r , među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

Na površini Marsa privlačna sila između tijela mase m i Marsa mase m_M iznosi

$$F = G \cdot \frac{m \cdot m_M}{r^2} = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{1 \text{ kg} \cdot 6.5 \cdot 10^{23} \text{ kg}}{(3.4 \cdot 10^6 \text{ m})^2} = 3.75 \text{ N}.$$

Vježba 102

Kolikom silom Mars privlači kamen mase 100 dag koji se nalazi na njegovoj površini? Masa Marsa je $6.5 \cdot 10^{21} \text{ t}$, a polumjer 3400 km. (gravitacijska konstanta $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$)

Rezultat: 3.75 N.

Zadatak 103 (Ana, gimnazija)

Masa Marsa je $6.5 \cdot 10^{23} \text{ kg}$, a polumjer 3400 km. Kolika je akceleracija slobodnog pada na površini Marsa? (gravitacijska konstanta $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$)

Rješenje 103

$$m_M = 6.5 \cdot 10^{23} \text{ kg}, \quad r = 3400 \text{ km} = 3.4 \cdot 10^6 \text{ m}, \quad G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2, \quad g = ?$$

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r , među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.



Gravitacijska sila privlačenja tijela i Marsa djeluje prema trećem Newtonovu zakonu na tijelo i Mars jednako, samo u suprotnim smjerovima. Sila teža na Marsu je naziv za gravitacijsku silu kojom Mars privlači sva tijela u blizini svoje površine. Za privlačenje nekog tijela mase m i Marsa mase m_M možemo napisati

$$G = F \Rightarrow m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot m_M}{r^2} \Rightarrow m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot m_M}{r^2} / : m \Rightarrow g = G \cdot \frac{m_M}{r^2} =$$

$$= 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{6.5 \cdot 10^{23} \text{ kg}}{(3.4 \cdot 10^6 \text{ m})^2} = 3.75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Vježba 103

Masa Marsa je $6.5 \cdot 10^{20}$ t, a polumjer 3400 km. Kolika je akceleracija slobodnoga pada na površini Marsa? (gravitacijska konstanta $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$)

Rezultat: 3.75 m/s².

Zadatak 104 (Ivana, gimnazija)

Brzina satelita u orbiti oko Zemlje neovisna je o:

- A. mase satelita
- B. mase Zemlje
- C. udaljenosti satelita od površine Zemlje
- D. gravitacijskoj konstanti.

Rješenje 104

m – masa satelita, M – masa Zemlje, r – udaljenost satelita od površine Zemlje, G – gravitacijska konstanta

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r , među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela.

Da bi se tijelo gibalo po kružnici potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila

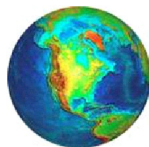
$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

koja ima smjer prema središtu kružnice.

Neka je m masa satelita, a M masa Zemlje. Budući da ulogu centripetalne sile ima sila gravitacije, vrijedi:

$$\begin{aligned} F_{cp} = F_g &\Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} / \cdot \frac{r}{m} \Rightarrow v^2 = G \cdot \frac{M}{r} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v^2 = G \cdot \frac{M}{r} / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{G \cdot \frac{M}{r}}. \end{aligned}$$

Iz formule vidi se da brzina satelita ovisi isključivo o njegovoj udaljenosti od središta Zemlje, a ne o njegovoj masi. Odgovor je pod A.



r



Vježba 104

Brzina satelita u orbiti oko Zemlje ovisna je o:

- A. mase satelita
- B. težini satelita
- C. udaljenosti satelita od površine Zemlje
- D. veličini satelita.

Rezultat: C.

Zadatak 105 (Anita, srednja škola)

Pri polasku sa postaje tramvaj se giba jednoliko ubrzano akceleracijom 1.2 m/s^2 . Kolika je inercijska sila koja djeluje na osobu mase 70 kg ?

- A. 0 N B. 1.2 N C. 784 N D. 84 N

Rješenje 105

$$a = 1.2 \text{ m/s}^2, \quad m = 70 \text{ kg}, \quad F = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Promatrajmo neko tijelo s obzirom na koordinatni sustav koji se giba jednoliko ubrzano ili usporeno. Ako na njega ne djeluje nikakva sila, tijelo neće mirovati s obzirom na takav sustav. Tijelo mase m , koje postavimo, primjerice, na pod vagona koji ima stalnu akceleraciju a , neće mirovati s obzirom na vagon, nego će imati akceleraciju $-a$. U vagonu će nam se činiti da na tijelo djeluje sila $-m \cdot a$. Takvu silu zovemo inercijskom silom i označavamo F_i .

Inercijska sila koja djeluje na osobu iznosi:

$$F_i = m \cdot a = 70 \text{ kg} \cdot 1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 84 \text{ N}.$$

Odgovor je pod D.



Vježba 105

Pri polasku sa postaje tramvaj se giba jednoliko ubrzano akceleracijom 1.5 m/s^2 . Kolika je inercijska sila koja djeluje na osobu mase 60 kg ?

- A. 0 N B. 1.5 N C. 900 N D. 90 N

Rezultat: D.