Zadatak 281 (Zdravko, srednja škola)

Oprugu konstante 500 N / m stisnemo za 10 cm i pustimo titrati. Odredite najveću brzinu tijela mase 20 dag pri titranju.

Rješenje 281

k = 500 N / m, x = 10 cm = 0.1 m, m = 20 dag = 0.2 kg, v = ?

Harmoničko titranje nastaje djelovanjem elastične sile F = – k · x ili neke druge sile proporcionalne elongaciji. Elongacija (pomak) je udaljenost x od položaja ravnoteže tijela koje harmonički titra. Amplituda je maksimalna elongacija.
Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Elastična opruga produžena za x ima elastičnu potencijalnu energiju

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2,$$

gdje je k konstanta opruge.
Pri harmoničkom titranju kinetička energija tijela, koje titra, stalno prelazi u potencijalnu i obratno. Kada je tijelo u ravnotežnom položaju ima maksimalnu kinetičku energiju koja je po iznosu jednaka maksimalnoj gravitacijskoj potencijalnoj energiji kada se ono nađe u amplitudnom položaju.

$$E_k = E_{ep} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \; / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{k \cdot x^2}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{k \cdot x^2}{m} \; / \sqrt{\;} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k \cdot x^2}{m}} \Rightarrow v = x \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = 0.1 \, m \cdot \sqrt{\frac{500 \, \frac{N}{m}}{0.2 \, kg}} = 5 \, \frac{m}{s}.$$

Vježba 281

Oprugu konstante 1000 N / m stisnemo za 10 cm i pustimo titrati. Odredite najveću brzinu tijela mase 40 dag pri titranju.

Rezultat: 5 m / s.

Zadatak 282 (Marko, gimnazija)

Dva tijela pričvršćena na opruge imaju jednaku potencijalnu energiju u polju harmoničke sile kada je jedna rastegnuta za y_1 = 4 cm, a druga za y_2 = 2 cm. Koliki je omjer konstanti opiranja opruga $k_1 : k_2$?

Rješenje 282

y_1 = 4 cm = 0.04 m, y_2 = 2 cm = 0.02 m, $k_1 : k_2$ = ?

Harmoničko titranje nastaje djelovanjem elastične sile F = – k · y ili neke druge sile proporcionalne elongaciji. Elongacija (pomak) je udaljenost y od položaja ravnoteže tijela koje harmonički titra.
Elastična opruga produžena za y ima elastičnu potencijalnu energiju

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot y^2,$$

gdje je k konstanta opruge.

$$E_{ep1} = E_{ep2} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot k_1 \cdot y_1^2 = \frac{1}{2} \cdot k_2 \cdot y_2^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot k_1 \cdot y_1^2 = \frac{1}{2} \cdot k_2 \cdot y_2^2 \; / \cdot \frac{2}{k_2 \cdot y_1^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{y_2^2}{y_1^2} \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \left(\frac{0.02 \, m}{0.04 \, m}\right)^2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \left(\frac{0.02 \, m}{0.04 \, m}\right)^2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow k_1 : k_2 = 1 : 4.$$

Vježba 282

Dva tijela pričvršćena na opruge imaju jednaku potencijalnu energiju u polju harmoničke sile kada je jedna rastegnuta za $y_1 = 6$ cm, a druga za $y_2 = 3$ cm. Koliki je omjer konstanti opiranja opruga $k_1 : k_2$?

Rezultat: 1 : 4.

Zadatak 283 (Maja, gimnazija)

Crtež prikazuje tijelo mase 10 g koje pričvršćeno za oprugu harmonički titra. Ukupna energija titranja tijela iznosi 5 J. Kolika je elastična potencijalna energija tijela u trenutku prolaska kroz ravnotežni položaj, y = 0?

$A.\ 5\ J \qquad B.\ 2.5\ J \qquad C.\ 0\ J \qquad D.\ 1\ J$

$y = 0 \qquad y = +y_0 \qquad y = -y_0$

Rješenje 283

m = 10 g = 0.01 kg, E = 5 J, y = 0, E_{ep} = ?

Sila koja djeluje na tijelo mase m i pod djelovanjem koje tijelo harmonički titra jednaka je

$$F = -k \cdot x,$$

gdje je k konstanta elastičnosti, x pomak, elongacija ili udaljenost od položaja ravnoteže.
Amplituda je maksimalan pomak, najveći otklon iz ravnotežnoga položaja čestice pri titranju ili čestice medija pri širenju valova.
Ukupna energija harmoničkog titranja sastoji se iz kinetičke i elastične potencijalne energije. Kada tijelo prolazi položajem ravnoteže potencijalna energija je nula, a kinetička maksimalna. Kada je elongacija maksimalna potencijalna energija je maksimalna, a kinetička je nula. Zbroj elastične potencijalne energije i kinetičke je stalan.

$$E = E_{ep} + E_k = \text{konst}.$$

Elastična potencijalna energija tijela u trenutku prolaska ravnotežnim položajem jednaka je nuli,

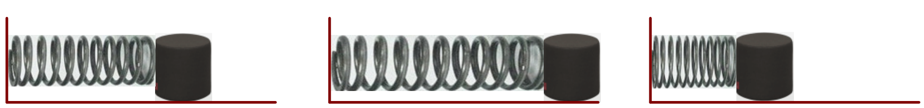
$$E_{ep} = 0\ J.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 283

Crtež prikazuje tijelo mase 20 g koje pričvršćeno za oprugu harmonički titra. Ukupna energija titranja tijela iznosi 7 J. Kolika je elastična potencijalna energija tijela u trenutku prolaska kroz ravnotežni položaj, y = 0?

$A.\ 5\ J \qquad B.\ 2.5\ J \qquad C.\ 0\ J \qquad D.\ 1\ J$



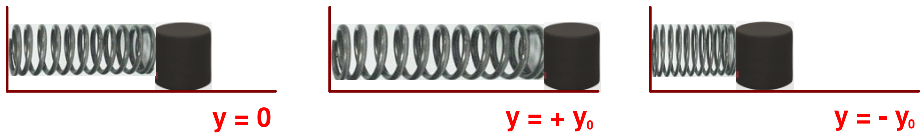
$y = 0 \qquad y = +y_0 \qquad y = -y_0$

Rezultat: C.

Zadatak 284 (Maja, gimnazija)

Crtež prikazuje tijelo mase 10 g koje pričvršćeno za oprugu harmonički titra. Ukupna energija titranja tijela iznosi 5 J. Kolika je kinetička energija tijela u trenutku kad se tijelo nalazi u amplitudnom položaju $y = y_0$?

$$A.\ 5\ J \qquad B.\ 2.5\ J \qquad C.\ 0\ J \qquad D.\ 1\ J$$



Rješenje 284

$m = 10\ g = 0.01\ kg, \quad E = 5\ J, \quad y = y_0, \quad E_k = ?$

Sila koja djeluje na tijelo mase m i pod djelovanjem koje tijelo harmonički titra jednaka je

$$F = -k \cdot x,$$

gdje je k konstanta elastičnosti, x pomak, elongacija ili udaljenost od položaja ravnoteže.
Amplituda je maksimalan pomak, najveći otklon iz ravnotežnoga položaja čestice pri titranju ili čestice medija pri širenju valova.
Ukupna energija harmoničkog titranja sastoji se iz kinetičke i elastične potencijalne energije. Kada tijelo prolazi položajem ravnoteže potencijalna energija je nula, a kinetička maksimalna. Kada je elongacija maksimalna potencijalna energija je maksimalna, a kinetička je nula. Zbroj elastične potencijalne energije i kinetičke je stalan.

$$E = E_{ep} + E_k = \text{konst}.$$

Kinetička energija tijela u trenutku kad se ono nalazi u amplitudnom položaju jednaka je nuli,

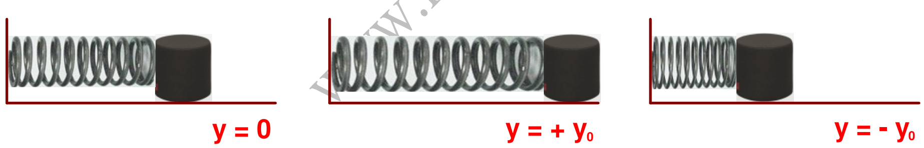
$$E_k = 0\ J.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 284

Crtež prikazuje tijelo mase 30 g koje pričvršćeno za oprugu harmonički titra. Ukupna energija titranja tijela iznosi 8 J. Kolika je kinetička energija tijela u trenutku kad se tijelo nalazi u amplitudnom položaju y = y_0?

$$A.\ 5\ J \qquad B.\ 2.5\ J \qquad C.\ 0\ J \qquad D.\ 1\ J$$



Rezultat: C.

Zadatak 285 (Vedran, gimnazija)

Titranje je opisano izrazom $y = 3 \cdot \sin(\pi \cdot t)$. Perioda tog titranja je:

$$A.\ 2\ s \qquad B.\ 1\ s \qquad C.\ 0.5\ s \qquad D.\ \pi\ s$$

Rješenje 285

$y = 3 \cdot \sin(\pi \cdot t), \quad T = ?$

Harmoničko titranje nastaje djelovanjem elastične sile F = – k · y ili neke druge sile proporcionalne elongaciji. Pomak (elongacija ili udaljenost y od položaja ravnoteže tijela koje harmonički titra) računa se pomoću izraza:

$$y = A \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right),$$

gdje je A amplituda (maksimalna elongacija), T perioda (vrijeme jednog titraja), t vrijeme titranja.

$$\left.\begin{array}{l} y = A \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right) \\ y = 3 \cdot \sin(\pi \cdot t) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y = A \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right) \\ y = 3 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{2\ s} \cdot t\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y = A \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right) \\ y = 3 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{2\ s} \cdot t\right) \end{array}\right\} \Rightarrow T = 2\ s.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 285

Titranje je opisano izrazom $y = 3 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot t)$. Perioda tog titranja je:

$A.\ 2\ s \qquad B.\ 1\ s \qquad C.\ 0.5\ s \qquad D.\ \pi\ s$

Rezultat: B.

Zadatak 286 (Vedran, gimnazija)

Amplituda harmoničkog titranja je 30 cm, a perioda 2 s. U trenutku t = 0 elongacija je y = 0 i tijelo se giba u smjeru + y. Kolika je vrijednost elongacije, brzine i akceleracije u trenutku $t = \frac{T}{12}$?

Rješenje 286

A = 30 cm = 0.3 m, T = 2 s, y = ?, v = ?, a = ?

Harmoničko titranje nastaje djelovanjem elastične sile F = – k · y ili neke druge sile proporcionalne elongaciji. Pomak (elongacija ili udaljenost y od položaja ravnoteže tijela koje harmonički titra) računa se pomoću izraza:

$$y = A \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right),$$

gdje je A amplituda (maksimalna elongacija), T perioda (vrijeme jednog titraja), t vrijeme titranja. Brzina tijela koje harmonički titra mijenja se s vremenom

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot A}{T} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right).$$

Akceleracija tijela koje titra

$$a = -\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot A}{T^2} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right),$$

gdje negativan predznak pokazuje da su y i a suprotnog smjera.

$$\left.\begin{array}{l} y = A \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right) \\ v = \frac{2 \cdot \pi \cdot A}{T} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right) \\ a = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot A}{T^2} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} A = 0.3\ m \\ t = \frac{T}{12} = \frac{2\ s}{12} = \frac{1}{6}\ s \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} y = 0.3\ m \cdot \sin\left(\frac{2\cdot\pi}{2\ s}\cdot\frac{1}{6}\ s\right) \\ \Rightarrow\ v = \frac{2\cdot\pi\cdot 0.3\ m}{2\ s}\cdot\cos\left(\frac{2\cdot\pi}{2\ s}\cdot\frac{1}{6}\ s\right) \\ a = \frac{4\cdot\pi^2\cdot 0.3\ m}{(2\ s)^2}\cdot\sin\left(\frac{2\cdot\pi}{2\ s}\cdot\frac{1}{6}\ s\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y = 0.3\ m \cdot \sin\left(\frac{2\cdot\pi}{2\ s}\cdot\frac{1}{6}\ s\right) \\ v = \frac{2\cdot\pi\cdot 0.3\ m}{2\ s}\cdot\cos\left(\frac{2\cdot\pi}{2\ s}\cdot\frac{1}{6}\ s\right) \\ a = \frac{4\cdot\pi^2\cdot 0.3\ m}{4\ s^2}\cdot\sin\left(\frac{2\cdot\pi}{2\ s}\cdot\frac{1}{6}\ s\right) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} y = 0.3\ m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \\ \Rightarrow\ v = \frac{\pi\cdot 0.3\ m}{1\ s}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \\ a = \frac{4\cdot\pi^2\cdot 0.3\ m}{4\ s^2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y = 0.3\ m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \\ v = \frac{\pi\cdot 0.3\ m}{1\ s}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \\ a = \frac{\pi^2\cdot 0.3\ m}{1\ s^2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y = 0.15\ m \\ v = 0.816\ \frac{m}{s} \\ a = 1.48\ \frac{m}{s^2} \end{array}\right\}.$$

Vježba 286

Amplituda harmoničkog titranja je 3 dm, a perioda 2 s. U trenutku t = 0 elongacija je y = 0 i tijelo se giba u smjeru + y. Kolika je vrijednost elongacije, brzine i akceleracije u trenutku $t = \frac{T}{12}$?

Rezultat: y = 0.15 m, v = 0.816 m / s, a = 1.48 m / s^2.

Zadatak 287 (Tina :) , gimnazija)

Na udaljenosti 12 m izvor ima razinu 5 dB. Zanemarujući apsorpciju zvuka u zraku izračunajte razinu zvuka u točki koja je od izvora udaljena 3 m.

Rješenje 287

r_1 = 12 m, L_1 = 5 dB, r_2 = 3 m, L_2 = ?

Ako je zadana kugla polumjera r ploština njezine površine izračunava se po formuli

$$S = 4\cdot r^2\cdot\pi.$$

Intenzitet (I) zvučnih valova je snaga koju nosi zvučni val pri prolazu jediničnom površinom okomitom na smjer širenja zvuka, tj.

$$I = \frac{P}{S}\ \Rightarrow\ I = \frac{P}{4\cdot r^2\cdot\pi}.$$

Intenzitet zvuka, koji se kao kuglasti val jednoliko širi iz izvora u svim smjerovima, proporcionalan je sa $\frac{1}{r^2}$.

Razina intenziteta zvuka (L) izražena u decibelima (dB) definira se izrazom

$$L = 10\cdot\log\left(\frac{I}{I_\circ}\right),$$

gdje intenzitet I_0 odgovara otprilike najslabijem zvuku kojeg još prosječno uho može čuti te iznosi

$$I_\circ = 10^{-12}\ \frac{W}{m^2}$$

pri frekvenciji 1 kHz.

$$\left.\begin{array}{l} L_1 = 10 \cdot \log\left(\frac{I_1}{I_\circ}\right) \\ L_2 = 10 \cdot \log\left(\frac{I_2}{I_\circ}\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{oduzmemo} \\ \text{jednadžbe} \end{array}\right] \Rightarrow L_2 - L_1 = 10 \cdot \log\left(\frac{I_2}{I_\circ}\right) - 10 \cdot \log\left(\frac{I_1}{I_\circ}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L_2 - L_1 = 10 \cdot \left(\log\left(\frac{I_2}{I_\circ}\right) - \log\left(\frac{I_1}{I_\circ}\right)\right) \Rightarrow \left[\log a - \log b = \log\frac{a}{b}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L_2 - L_1 = 10 \cdot \log\left(\frac{\frac{I_2}{I_\circ}}{\frac{I_1}{I_\circ}}\right) \Rightarrow L_2 - L_1 = 10 \cdot \log\left(\frac{\frac{I_2}{I_\circ}}{\frac{I_1}{I_\circ}}\right) \Rightarrow L_2 - L_1 = 10 \cdot \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L_2 = 10 \cdot \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) + L_1 \Rightarrow L_2 = 10 \cdot \log\left(\frac{\frac{P}{4 \cdot r_2^2 \cdot \pi}}{\frac{P}{4 \cdot r_1^2 \cdot \pi}}\right) + L_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L_2 = 10 \cdot \log\left(\frac{\frac{P}{4 \cdot r_2^2 \cdot \pi}}{\frac{P}{4 \cdot r_1^2 \cdot \pi}}\right) + L_1 \Rightarrow L_2 = 10 \cdot \log\left(\frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + L_1 \Rightarrow L_2 = 10 \cdot \log\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + L_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\log a^n = n \cdot \log a\right] \Rightarrow L_2 = 10 \cdot 2 \cdot \log\left(\frac{r_1}{r_2}\right) + L_1 \Rightarrow L_2 = 20 \cdot \log\left(\frac{r_1}{r_2}\right) + L_1 =$$

$$= 20 \cdot \log\left(\frac{12\ m}{3\ m}\right) + 5\ dB = 20 \cdot \log\left(\frac{12\ m}{3\ m}\right) + 5\ dB = 20 \cdot \log 4 + 5\ dB = 17\ dB.$$

Vježba 287

Na udaljenosti 16 m izvor ima razinu 5 dB. Zanemarujući apsorpciju zvuka u zraku izračunajte razinu zvuka u točki koja je od izvora udaljena 4 m.

Rezultat: 17 dB.

Zadatak 288 (Mario, gimnazija)

Na užetu duljine 1 m obješen je uteg mase 1 kg. Uže može izdržati najveću silu 11 N. Koliko visoko možemo podići uteg iz ravnotežnog položaja da se pri njihanju uže ne prekine? (ubrzanje slobodnog pada g = 10 m / s^2)

$A.\ 20\ cm \qquad B.\ 50\ cm \qquad C.\ 0.02\ m \qquad D.\ 0.5\ cm \qquad E.\ 5\ cm$

Rješenje 288

l = 1 m, m = 1 kg, F = 11 N, g = 10 m / s^2, h = ?

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu. Akceleracija g kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracija slobodnog pada.

$$G = m \cdot g.$$

Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes.

Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.
Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju translacije:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.
Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

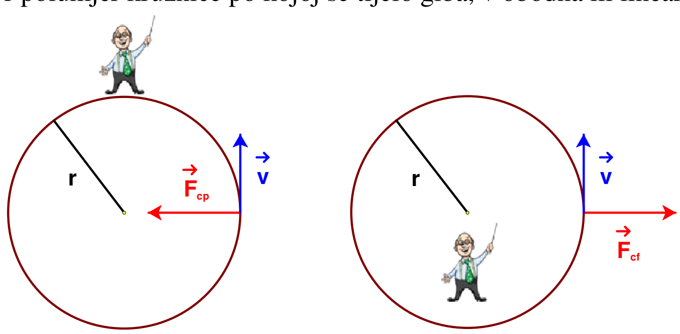
Da bi se tijelo, mase m, gibalo po kružnici, polumjera r, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r},$$

gdje je v obodna ili linearna brzina.
Centripetalna sila uzrokuje jednoliko kružno gibanje tijela, a djeluje okomito na smjer brzine gibanja prema središtu kružne staze. Promatrano sa stajališta ubrzanog sustava na tijelo koje se vrti zajedno s njim, djeluje jednaka sila, ali suprotnog smjera od smjera sile koja izvodi vrtnju. To je centrifugalna sila (inercijska sila). Inercijske sile su prividne sile koje se pojavljuju u akceleriranim sustavima i nisu posljedica međudjelovanja tijela. Njihov smjer je uvijek suprotan smjeru akceleracije sustava. Motritelj u sustavu koji jednoliko kruži zapaža inercijsku silu koju zovemo centrifugalna sila. Njezin smjer je suprotan centripetalnoj sili, tj. djeluje od središta kružnice, ali te dvije sile nikad ne zapažamo zajedno jer se pojavljuju u različitim sustavima. Izraz za centrifugalnu silu isti je kao i za centripetalnu silu.

$$F_{cf} = m \cdot \frac{v^2}{r},$$

gdje je m masa tijela, r polumjer kružnice po kojoj se tijelo giba, v obodna ili linearna brzina.



U najnižoj točki napetost užeta jednaka je zbroju težine utega G i centrifugalne sile F_{cf}. Znači da čvrstoća užeta u najnižoj točki mora biti jednaka ili veća od

$$G + F_{cf}.$$

Dakle, vrijedi:

$$F \geq G + F_{cf} \;\Rightarrow\; F \geq m \cdot g + m \cdot \frac{v^2}{l}.$$

Zbog zakona očuvanja energije kinetička energija utega u najnižoj točki jednaka je njegovoj gravitacijskoj potencijalnoj energiji u najvišoj točki, na visini h.

$$E_k = E_{gp} \;\Rightarrow\; \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \;\Rightarrow\; \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \;/ \cdot 2 \;\Rightarrow\; m \cdot v^2 = 2 \cdot m \cdot g \cdot h.$$

Sada je:

$$\left.\begin{array}{l} m \cdot v^2 = 2 \cdot m \cdot g \cdot h \\ F \geq m \cdot g + m \cdot \dfrac{v^2}{l} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} m \cdot v^2 = 2 \cdot m \cdot g \cdot h \\ F \geq m \cdot g + \dfrac{m \cdot v^2}{l} \end{array}\right\} \Rightarrow F \geq m \cdot g + \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot h}{l} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot g + \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot h}{l} \leq F \;\Rightarrow\; \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot h}{l} \leq F - m \cdot g \;\Rightarrow\; \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot h}{l} \leq F - m \cdot g \;/ \cdot \frac{l}{2 \cdot m \cdot g} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow h \leq \frac{l}{2 \cdot m \cdot g} \cdot (F - m \cdot g) = \frac{1\ m}{2 \cdot 1\ kg \cdot 10\ \frac{m}{s^2}} \cdot \left(11\ N - 1\ kg \cdot 10\ \frac{m}{s^2}\right) = 0.05\ m = 5\ cm.$$

Odgovor je pod E.

Vježba 288

Na užetu duljine 10 dm obješen je uteg mase 100 dag. Uže može izdržati najveću silu 11 N. Koliko visoko možemo podići uteg iz ravnotežnog položaja da se pri njihanju uže ne prekine? (ubrzanje slobodnog pada g = 10 m / s^2)

A. 20 *cm* *B.* 50 *cm* *C.* 0.02 *m* *D.* 0.5 *cm* *E.* 5 *cm*

Rezultat: E.

Zadatak 289 (Petra, gimnazija)

Na dvije potpuno jednake opruge ovješena su tijela različitih masa čiji je omjer $m_1 : m_2 = 4 : 1$. Kako se odnose periode titranja tih tijela $T_1 : T_2$?

A. $T_1 : T_2 = 1 : 1$ *B.* $T_1 : T_2 = 2 : 1$ *C.* $T_1 : T_2 = 1 : 2$ *D.* $T_1 : T_2 = 4 : 1$

Rješenje 289

$m_1 : m_2 = 4 : 1, \quad T_1 : T_2 = ?$

Sila koja djeluje na tijelo mase m i pod djelovanjem koje tijelo harmonički titra jednaka je

$$F = -k \cdot x,$$

gdje je k konstanta elastičnosti, x pomak, elongacija ili udaljenost od položaja ravnoteže. Predznak minus pokazuje da je harmonička sila suprotnog smjera od elongacije. U numeričkim izračunima dopušteno je zanemariti minus. Kada je riječ o opruzi, konstanta k zove se konstanta elastičnosti opruge.

Pomoću konstante elastičnosti k možemo izraziti periodu titranja

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Kada je riječ o opruzi, konstanta k zove se konstanta elastičnosti opruge.

$$\left.\begin{array}{l} T_1 = 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{m_1}{k}} \\ T_2 = 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{m_2}{k}} \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c}\text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe}\end{array}\right] \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{m_1}{k}}}{2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{m_2}{k}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{m_1}{k}}}{2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{m_2}{k}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{\sqrt{\frac{m_1}{k}}}{\sqrt{\frac{m_2}{k}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\frac{m_1}{k}}{\frac{m_2}{k}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\frac{m_1}{k}}{\frac{m_2}{k}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \Rightarrow \left[\frac{m_1}{m_2} = \frac{4}{1}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{4}{1}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{2}{1} \Rightarrow T_1 : T_2 = 2 : 1.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 289

Na dvije potpuno jednake opruge ovješena su tijela različitih masa čiji je omjer $m_1 : m_2 = 16 : 1$. Kako se odnose periode titranja tih tijela $T_1 : T_2$?

A. $T_1 : T_2 = 1 : 1$ *B.* $T_1 : T_2 = 2 : 1$ *C.* $T_1 : T_2 = 1 : 2$ *D.* $T_1 : T_2 = 4 : 1$

Rezultat: D.

Zadatak 290 (Petra, gimnazija)

Dva jednostavna njihala imaju jednake duljine niti. Na niti su ovješena tijela različitih masa čiji je omjer $m_1 : m_2 = 4 : 1$. Kako se odnose periode titranja tih njihala $T_1 : T_2$?

A. $T_1 : T_2 = 1 : 1$ *B.* $T_1 : T_2 = 2 : 1$ *C.* $T_1 : T_2 = 1 : 2$ *D.* $T_1 : T_2 = 4 : 1$

Rješenje 290

$l_1 = l_2 = l, \quad m_1 : m_2 = 4 : 1, \quad T_1 : T_2 = ?$

Perioda T je vrijeme jednog ophoda (titraja).

Matematičko njihalo je njihalo (zamišljeno) koje ima nerastezljivu nit bez mase i kojega je masa kuglice koja njiše koncentrirana u jednoj točki. Uz male amplitude takvo njihalo izvodi harmonijske titraje. Perioda titranja matematičkog njihala jest

$$T = 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{l}{g}},$$

gdje je l duljina njihala, a g akceleracija slobodnog pada.

$$\left.\begin{array}{l} T_1 = 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{l_1}{k}} \\ T_2 = 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{l_2}{k}} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} T_1 = 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{l}{k}} \\ T_2 = 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{l}{k}} \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c}\text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe}\end{array}\right] \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{l}{k}}}{2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{l}{k}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{l}{k}}}{2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{l}{k}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1} \Rightarrow T_1 : T_2 = 1 : 1.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 290

Dva jednostavna njihala imaju jednake duljine niti. Na niti su ovješena tijela različitih masa čiji je omjer $m_1 : m_2 = 2 : 1$. Kako se odnose periode titranja tih njihala $T_1 : T_2$?

A. $T_1 : T_2 = 1 : 1$ *B.* $T_1 : T_2 = 2 : 1$ *C.* $T_1 : T_2 = 1 : 2$ *D.* $T_1 : T_2 = 4 : 1$

Rezultat: A.

Zadatak 291 (Petra, gimnazija)

Dva jednostavna njihala imaju različite duljine niti čiji je omjer $l_1 : l_2 = 4 : 1$. Kako se odnose periode titranja tih njihala $T_1 : T_2$?

$$A.\ T_1 : T_2 = 1 : 1 \qquad B.\ T_1 : T_2 = 2 : 1 \qquad C.\ T_1 : T_2 = 1 : 2 \qquad D.\ T_1 : T_2 = 4 : 1$$

Rješenje 291

$$l_1 : l_2 = 4 : 1, \quad T_1 : T_2 = ?$$

Perioda T je vrijeme jednog ophoda (titraja).

Matematičko njihalo je njihalo (zamišljeno) koje ima nerastezljivu nit bez mase i kojega je masa kuglice koja njiše koncentrirana u jednoj točki. Uz male amplitude takvo njihalo izvodi harmonijske titraje. Perioda titranja matematičkog njihala jest

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}},$$

gdje je l duljina njihala, a g akceleracija slobodnog pada.

$$\left.\begin{aligned} T_1 &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{k}} \\ T_2 &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_2}{k}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left[\begin{matrix}\text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe}\end{matrix}\right] \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{k}}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_2}{k}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{\cancel{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{l_1}{k}}}{\cancel{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{l_2}{k}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{\sqrt{\frac{l_1}{k}}}{\sqrt{\frac{l_2}{k}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\frac{l_1}{k}}{\frac{l_2}{k}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\frac{l_1}{\cancel{k}}}{\frac{l_2}{\cancel{k}}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \Rightarrow \left[\frac{l_1}{l_2} = \frac{4}{1}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{4}{1}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{2}{1} \Rightarrow T_1 : T_2 = 2 : 1.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 291

Dva jednostavna njihala imaju različite duljine niti čiji je omjer $l_1 : l_2 = 16 : 1$. Kako se odnose periode titranja tih njihala $T_1 : T_2$?

$$A.\ T_1 : T_2 = 1 : 1 \qquad B.\ T_1 : T_2 = 2 : 1 \qquad C.\ T_1 : T_2 = 1 : 2 \qquad D.\ T_1 : T_2 = 4 : 1$$

Rezultat: D.

Zadatak 292 (Josip, tehnička škola)

Jedan kraj opruge dugačke 6 m zatitran je frekvencijom 60 Hz. Val koji se širi oprugom dosegne drugi kraj za 0.5 s. Koliko iznosi valna duljina vala?

$$A.\ 1.1\ m \qquad B.\ 0.5\ m \qquad C.\ 5.7\ m \qquad D.\ 7.2\ m \qquad E.\ 0.2\ m$$

Rješenje 292

$l = 6$ m, $\nu = 60$ Hz, $t = 0.5$ s, $\lambda = ?$

Valna duljina je udaljenost dviju najbližih točaka vala koje titraju u istoj fazi. Vrijedi formula:

$$v = \lambda \cdot \nu,$$

gdje je v brzina širenja vala, λ valna duljina, ν frekvencija titranja.

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \;\Rightarrow\; v = \frac{s}{t},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.
Brzinu vala možemo izraziti na dva načina:

$$\left.\begin{matrix} v = \frac{l}{t} \\ v = \lambda \cdot \nu \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{l}{t} = \lambda \cdot \nu \Rightarrow \lambda \cdot \nu = \frac{l}{t} \Rightarrow \lambda \cdot \nu = \frac{l}{t} \;/\cdot \frac{1}{\nu} \Rightarrow \lambda = \frac{l}{t \cdot \nu} = \frac{6\ m}{0.5\ s \cdot 60\ \frac{1}{s}} = 0.2\ m.$$

Odgovor je pod E.

Vježba 292

Jedan kraj opruge dugačke 12 m zatitran je frekvencijom 120 Hz. Val koji se širi oprugom dosegne drugi kraj za 0.5 s. Koliko iznosi valna duljina vala?

$A.\ 1.1\ m \qquad B.\ 0.5\ m \qquad C.\ 5.7\ m \qquad D.\ 7.2\ m \qquad E.\ 0.2\ m$

Rezultat: E.

Zadatak 293 (Matija, gimnazija)

Materijalna točka harmonički titra po zakonu $x = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$. U jednom trenutku elongacija točke je 5 cm. Pri dvostrukoj fazi titranja elongacija je 8 cm. Odredite amplitudu titranja.

Rješenje 293

$x_1 = 5$ cm $= 0.05$ m, $x_2 = 8$ cm $= 0.08$ m, $A = ?$

Harmoničko titranje nastaje djelovanjem elastične sile $F = - k \cdot x$ ili neke druge sile proporcionalne elongaciji. Pomak (elongacija ili udaljenost x od položaja ravnoteže tijela koje harmonički titra) računa se pomoću izraza:

$$x = A \cdot \sin(\omega \cdot t),$$

gdje je A amplituda (maksimalna elongacija), $\omega \cdot t$ faza titranja, t vrijeme titranja.
Amplituda je maksimalan pomak, najveći otklon iz ravnotežnoga položaja čestice pri titranju ili čestice medija pri širenju valova.

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \quad , \quad \sin(2 \cdot x) = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x.$$

Prema uvjetu zadatka je:

$$\left.\begin{matrix} x_1 = A \cdot \sin(\omega \cdot t) \\ x_2 = A \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) \end{matrix}\right\}.$$

Slijedi:

$$x_2 = A \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) \Rightarrow x_2 = 2 \cdot A \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \cos(\omega \cdot t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_2 = 2 \cdot A \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \sqrt{1 - \sin^2(\omega \cdot t)} \Rightarrow \left[\begin{matrix} x_1 = A \cdot \sin(\omega \cdot t) \\ \sin(\omega \cdot t) = \frac{x_1}{A} \end{matrix}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_2 = 2 \cdot A \cdot \frac{x_1}{A} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{x_1}{A}\right)^2} \Rightarrow x_2 = 2 \cdot A \cdot \frac{x_1}{A} \cdot \sqrt{1 - \frac{x_1^2}{A^2}} \Rightarrow x_2 = 2 \cdot x_1 \cdot \sqrt{1 - \frac{x_1^2}{A^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_2 = 2 \cdot x_1 \cdot \sqrt{1 - \frac{x_1^2}{A^2}} \;/\cdot \frac{1}{2 \cdot x_1} \Rightarrow \frac{x_2}{2 \cdot x_1} = \sqrt{1 - \frac{x_1^2}{A^2}} \Rightarrow \frac{x_2}{2 \cdot x_1} = \sqrt{1 - \frac{x_1^2}{A^2}} \;/^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x_2}{2 \cdot x_1}\right)^2 = \left(\sqrt{1 - \frac{x_1^2}{A^2}}\right)^2 \Rightarrow \frac{x_2^2}{4 \cdot x_1^2} = 1 - \frac{x_1^2}{A^2} \Rightarrow \frac{x_1^2}{A^2} = 1 - \frac{x_2^2}{4 \cdot x_1^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x_1^2}{A^2} = \frac{1}{1} - \frac{x_2^2}{4 \cdot x_1^2} \Rightarrow \frac{x_1^2}{A^2} = \frac{4 \cdot x_1^2 - x_2^2}{4 \cdot x_1^2} \Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{A^2}{x_1^2} = \frac{4 \cdot x_1^2}{4 \cdot x_1^2 - x_2^2} \Rightarrow \frac{A^2}{x_1^2} = \frac{4 \cdot x_1^2}{4 \cdot x_1^2 - x_2^2} \; / \cdot x_1^2 \Rightarrow A^2 = \frac{4 \cdot x_1^4}{4 \cdot x_1^2 - x_2^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{4 \cdot x_1^4}{4 \cdot x_1^2 - x_2^2} \; / \sqrt{\;} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{4 \cdot x_1^4}{4 \cdot x_1^2 - x_2^2}} \Rightarrow A = \frac{\sqrt{4 \cdot x_1^4}}{\sqrt{4 \cdot x_1^2 - x_2^2}} \Rightarrow A = \frac{2 \cdot x_1^2}{\sqrt{4 \cdot x_1^2 - x_2^2}} =$$

$$= \frac{2 \cdot (0.05 \; m)^2}{\sqrt{4 \cdot (0.05 \; m)^2 - (0.08 \; m)^2}} = 0.0833 \; m = 8.33 \; cm.$$

Vježba 293

Materijalna točka harmonički titra po zakonu $x = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$. U jednom trenutku elongacija točke je 50 mm. Pri dvostrukoj fazi titranja elongacija je 80 mm. Odredite amplitudu titranja.

Rezultat: 83.3 mm.

Zadatak 294 (Tomislav, srednja škola)

Amplituda harmoničnog titranja je 1 cm, a perioda titranja 1 s. Najveća brzina tijela koje titra iznosi:

$$A.\; 6.28 \; \frac{m}{s} \qquad B.\; 6.28 \; \frac{cm}{s} \qquad C.\; 628 \; \frac{m}{s} \qquad D.\; 62.8 \; \frac{cm}{s}$$

Rješenje 294

A = 1 cm = 0.01 m, T = 1 s, v = ?

Maksimalna brzina tijela koje harmonično titra mijenja se s vremenom

$$v = \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot A,$$

gdje je T perioda (vrijeme jednog titraja), A amplituda (maksimalna udaljenost od položaja ravnoteže).

$$v = \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot A = \frac{2 \cdot \pi}{1 \; s} \cdot 0.01 \; m = 0.0628 \; \frac{m}{s} = 6.28 \; \frac{cm}{s}.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 294

Amplituda harmoničnog titranja je 0.1 dm, a perioda titranja 1 s. Najveća brzina tijela koje titra iznosi:

$$A.\; 6.28 \; \frac{m}{s} \qquad B.\; 6.28 \; \frac{cm}{s} \qquad C.\; 628 \; \frac{m}{s} \qquad D.\; 62.8 \; \frac{cm}{s}$$

Rezultat: B.

Zadatak 295 (Tomislav, srednja škola)

Amplituda harmoničnog titranja je 1 cm, a perioda titranja 1 s. Najveća akceleracija tijela koje titra iznosi:

$$A.\ 6.28\ \frac{m}{s^2} \qquad B.\ 6.28\ \frac{cm}{s^2} \qquad C.\ 39.48\ \frac{cm}{s^2} \qquad D.\ 3.94\ \frac{cm}{s^2}$$

Rješenje 295

A = 1 cm = 0.01 m, T = 1 s, a = ?

Maksimalna akceleracija tijela koje harmonično titra mijenja se s vremenom

$$v = -\frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot A,$$

gdje je T perioda (vrijeme jednog titraja), A amplituda (maksimalna udaljenost od položaja ravnoteže). Negativan predznak pokazuje da su a i A suprotnog smjera. Znak minus u tom izrazu možemo izostaviti jer nas zanima samo veličina akceleracije, a ne njezin smjer.

$$v = \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot A.$$

$$v = \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot A = \frac{4 \cdot \pi^2}{(1\ s)^2} \cdot 0.01\ m = 0.3948\ \frac{m}{s^2} = 39.48\ \frac{cm}{s^2}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 295

Amplituda harmoničnog titranja je 10 mm, a perioda titranja 1 s. Najveća akceleracija tijela koje titra iznosi:

$$A.\ 6.28\ \frac{m}{s^2} \qquad B.\ 6.28\ \frac{cm}{s^2} \qquad C.\ 39.48\ \frac{cm}{s^2} \qquad D.\ 3.94\ \frac{cm}{s^2}$$

Rezultat: C.

Zadatak 296 (Branimir, gimnazija)

Na užetu duljine 1 m obješen je uteg mase 1 kg. Uže može izdržati najveću silu 11 N. Koliko visoko možemo podići uteg iz ravnotežnog položaja, a da se pri njihanju uže ne prekine? (ubrzanje slobodnog pada g = 10 m / s^2)

$$A.\ 0.02\ m \qquad B.\ 20\ cm \qquad C.\ 5\ cm \qquad D.\ 50\ cm \qquad E.\ 0.5\ cm$$

Rješenje 296

r = 1 m, m = 1 kg, F = 11 N, g = 10 m / s^2, h = ?

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu. Akceleracija g kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracija slobodnog pada.

$$G = m \cdot g.$$

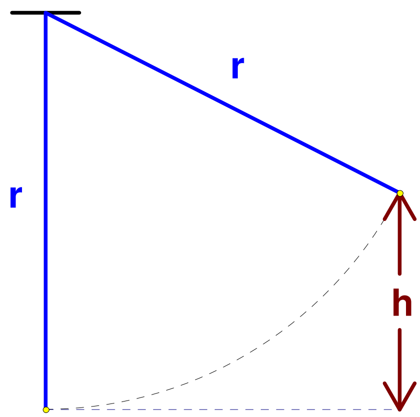
Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.
Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 = 0 m/s i konstantnom akceleracijom a = g = 9.81 m/s^2. Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h,$$

gdje su h visina pada, g ubrzanje sile teže.
U sustavu koji se giba po kružnici pojavljuje se centrifugalna sila po iznosu jednaka

$$F_{cf} = \frac{m \cdot v^2}{r},$$

a u smjeru od središta kružnice.



Napetost užeta F, kada je uteg težine G u najnižoj točki, uvećava se za centrifugalnu silu F_{cf} i iznosi:

$$F = G + F_{cf} \Rightarrow G + F_{cf} = F \Rightarrow F_{cf} = F - G \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = F - m \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = F - m \cdot g \; / \cdot \frac{r}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{r}{m} \cdot \left(F - m \cdot g\right) \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{brzina utega koji pada sa visine h} \\ v^2 = 2 \cdot g \cdot h \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot g \cdot h = \frac{r}{m} \cdot \left(F - m \cdot g\right) \Rightarrow 2 \cdot g \cdot h = \frac{r}{m} \cdot \left(F - m \cdot g\right) \; / \cdot \frac{1}{2 \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{r}{2 \cdot m \cdot g} \cdot \left(F - m \cdot g\right) = \frac{1\ m}{2 \cdot 1\ kg \cdot 10\ \frac{m}{s^2}} \cdot \left(11\ N - 1\ kg \cdot 10\ \frac{m}{s^2}\right) = 0.05\ m = 5\ cm.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 296

Na užetu duljine 100 cm obješen je uteg mase 1 kg. Uže može izdržati najveću silu 11 N. Koliko visoko možemo podići uteg iz ravnotežnog položaja, a da se pri njihanju uže ne prekine? (ubrzanje slobodnog pada g = 10 m / s^2)

A. 0.02 *m* *B.* 20 *cm* *C.* 5 *cm* *D.* 50 *cm* *E.* 0.5 *cm*

Rezultat: C.

Zadatak 297 (Branimir, gimnazija)

Konac duljine 40 cm prekinut će se ako njegova napetost premaši 2 N. Ako za njegov kraj vežemo malu masu od 50 g i rotiramo u vertikalnoj ravnini, koliki maksimalni broj okretaja u sekundi dopušta čvrstoća konca? (ubrzanje slobodnog pada g = 9.81 m / s^2)

A. 2.76 s^{-1} *B.* 1.63 s^{-1} *C.* 0.92 s^{-1} *D.* 1.12 s^{-1} *E.* 1.38 s^{-1}

Rješenje 297

r = 40 cm = 0.4 m, F = 2 N, m = 50 g = 0.05 kg, g = 9.81 m / s^2, ν = ?

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu. Akceleracija g kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracija slobodnog pada.

$$G = m \cdot g.$$

Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes.

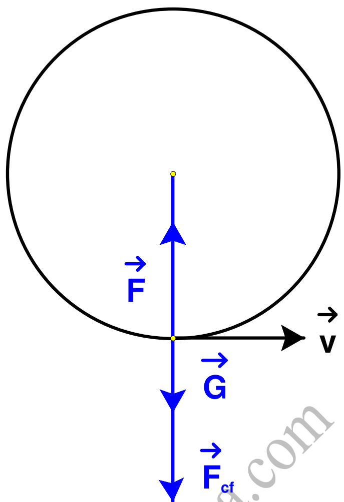
Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.
Da bi se tijelo, mase m, gibalo po kružnici, polumjera r, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot r \cdot \nu^2,$$

gdje je ν frekvencija (broj okreta u jedinici vremena). Centripetalna sila ima smjer prema središtu kružnice. U sustavu koji se giba po kružnici pojavljuje se centrifugalna sila po iznosu jednaka

$$F_{cp} = m \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot r \cdot \nu^2,$$

a u smjeru od središta kružnice.



Napetost konca F, kada je uteg mase m tj. težine G u najnižoj točki, uvećava se za centrifugalnu silu F_{cf} i iznosi:

$$F = G + F_{cf} \Rightarrow G + F_{cf} = F \Rightarrow F_{cf} = F - G \Rightarrow m \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot r \cdot \nu^2 = F - m \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot r \cdot \nu^2 = F - m \cdot g \; / \cdot \frac{1}{m \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot r} \Rightarrow \nu^2 = \frac{F - m \cdot g}{m \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot r} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \nu^2 = \frac{F - m \cdot g}{m \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot r} \; / \sqrt{\ } \Rightarrow \nu = \sqrt{\frac{F - m \cdot g}{m \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot r}} \Rightarrow \nu = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{F - m \cdot g}{m \cdot r}} =$$

$$= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{2\ N - 0.05\ kg \cdot 9.81\ \frac{m}{s^2}}{0.05\ kg \cdot 0.4\ m}} = 1.38\ s^{-1}.$$

Odgovor je pod E.

Vježba 297

Konac duljine 4 dm prekinut će se ako njegova napetost premaši 2 N. Ako za njegov kraj vežemo malu masu od 5 dag i rotiramo u vertikalnoj ravnini, koliki maksimalni broj okretaja u sekundi dopušta čvrstoća konca? (ubrzanje slobodnog pada g = 9.81 m / s^2)

$A.\ 2.76\ s^{-1}$ $\quad B.\ 1.63\ s^{-1}$ $\quad C.\ 0.92\ s^{-1}$ $\quad D.\ 1.12\ s^{-1}$ $\quad E.\ 1.38\ s^{-1}$

Rezultat: E.

Zadatak 298 (Ivan, tehnička škola)

Matematičko njihalo služi kao sat na način da mu je perioda njihanja 2 s. Želimo duljinu njihala odrediti tako da perioda njihala bude 1 s. Kolika mora biti nova duljina njihala u odnosu na početnu duljinu?

Rješenje 298

T = 2 s, l duljina niti, $T_1 = 1$ s, l_1 nova duljina niti, $\frac{l_1}{l} = ?$ 40 cm = 0.4 m, F = 2 N, m = 50 g = 0.05 kg, g = 9.81 m / s^2, ν = ?

Matematičko njihalo je njihalo (zamišljeno) koje ima nerastezljivu nit bez mase i kojega je masa kuglice koja njiše koncentrirana u jednoj točki. Uz male amplitude takvo njihalo izvodi harmonijske titraje. Perioda titranja matematičkog njihala jest

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}},$$

gdje je l duljina njihala, a g akceleracija slobodnog pada.

$$\left.\begin{aligned} T &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \\ T_1 &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{g}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c}\text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe}\end{array}\right] \Rightarrow \frac{T_1}{T} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{g}}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{g}}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T} = \frac{\sqrt{\frac{l_1}{g}}}{\sqrt{\frac{l}{g}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T} = \sqrt{\frac{\frac{l_1}{g}}{\frac{l}{g}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T} = \sqrt{\frac{\frac{l_1}{g}}{\frac{l}{g}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T} = \sqrt{\frac{l_1}{l}} \Rightarrow \frac{T_1}{T} = \sqrt{\frac{l_1}{l}} \; /^2 \Rightarrow \left(\frac{T_1}{T}\right)^2 = \frac{l_1}{l} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{l_1}{l} = \left(\frac{T_1}{T}\right)^2 \Rightarrow \frac{l_1}{l} = \left(\frac{T_1}{T}\right)^2 \; / \cdot l \Rightarrow l_1 = l \cdot \left(\frac{T_1}{T}\right)^2 \Rightarrow l_1 = l \cdot \left(\frac{1\ s}{2\ s}\right)^2 \Rightarrow l_1 = \frac{1}{4} \cdot l.$$

Vježba 298

Matematičko njihalo služi kao sat na način da mu je perioda njihanja 4 s. Želimo duljinu njihala odrediti tako da perioda njihala bude 2 s. Kolika mora biti nova duljina njihala u odnosu na početnu duljinu?

Rezultat: $l_1 = \frac{1}{4} \cdot l.$