

Zadatak 101 (Mladen, tehnička škola)

Klavirska žica napeta je silom 600 N. Kolika je duljina žice koja daje ton frekvencije 880 Hz? Promjer žice je 0.6 mm, a gustoća je 7.7 g/cm³.

Rješenje 101

$$F = 600 \text{ N}, \quad v = 880 \text{ Hz}, \quad 2 \cdot r = 0.6 \text{ mm} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m},$$

$$\rho = 7.7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 7.7 \frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-6} \text{ m}^3} = 7.7 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad l = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Osnovna frekvencija kojom žica titra jednaka je

$$v = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F}{\mu}},$$

gdje je

- l – duljina žice
- F – napetost žice
- μ – omjer mase i duljine žice

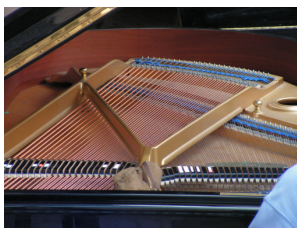
$$\mu = \frac{m}{l}.$$

Obujam valjka čiji je polumjer baze r i visina h dan je formulom

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h.$$

Računamo duljinu klavirske žice l .

$$\begin{aligned} v &= \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow v = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F}{\frac{m}{l}}} \Rightarrow v = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}} \Rightarrow v = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F \cdot l}{\rho \cdot V}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{obujam žice} \\ V = r^2 \cdot \pi \cdot l \end{array} \right] \Rightarrow v = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F \cdot l}{\rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot l}} \Rightarrow v = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F \cdot l}{\rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot l}} \Rightarrow v = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F}{\rho \cdot r^2 \cdot \pi}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \frac{1}{2 \cdot r \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F}{\rho \cdot \pi}} \Rightarrow v = \frac{1}{2 \cdot r \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F}{\rho \cdot \pi}} \cdot \frac{l}{v} \Rightarrow l = \frac{1}{2 \cdot r \cdot v} \cdot \sqrt{\frac{F}{\rho \cdot \pi}} = \\ &= \frac{1}{6 \cdot 10^{-4} \text{ m} \cdot 880 \frac{1}{\text{s}}} \cdot \sqrt{\frac{600 \text{ N}}{7.7 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \pi}} = 0.298 \text{ m} = 29.8 \text{ cm}. \end{aligned}$$



Vježba 101

Klavirska žica napeta je silom 0.6 kN. Kolika je duljina žice koja daje ton frekvencije 880 Hz? Polumjer žice je 0.3 mm, a gustoća je 7.7 g/cm³.

Rezultat: 29.8 cm.

Zadatak 102 (Ivana, gimnazija)

Čelična žica, duljine 1 m i mase 2 g, zategnuta je silom od 20 N. Izračunaj brzinu transverzalnog vala u žici.

Rješenje 102

$$l = 1 \text{ m}, \quad m = 2 \text{ g} = 0.002 \text{ kg}, \quad F = 20 \text{ N}, \quad v = ?$$

Brzina širenja vala u napetoj žici je

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}},$$

gdje je F napetost žice, a μ omjer mase i duljine žice.

$$\mu = \frac{m}{l}.$$

Brzina vala iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \mu = \frac{m}{l} \\ v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\frac{m}{l}}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}} =$$
$$= \sqrt{\frac{20 \text{ N} \cdot 1 \text{ m}}{0.002 \text{ kg}}} = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 102

Čelična žica, duljine 100 cm i mase 4 g, zategnuta je silom od 40 N. Izračunaj brzinu transverzalnog vala u žici.

Rezultat: 100 m/s.

Zadatak 103 (Martin, srednja škola)

Žica duljine 50 cm daje osnovni ton frekvencije 240 Hz. Kolika je minimalna frekvencija tona kada se žica, pri stalnoj sili, skrati za 20 cm?

Rješenje 103

$$l = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}, \quad v_1 = 240 \text{ Hz}, \quad \Delta l = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}, \quad v_2 = ?$$

Napeta žica na nekom glazbalu (učvršćena na oba kraja) titra transverzalnim stojnim valom. Žica duljine l može titrati samo određenim frekvencijama

$$v = n \cdot \frac{v}{2 \cdot l}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Najnižu frekvenciju, za $n = 1$, nazivamo osnovnom frekvencijom. Budući da je brzina širenja vala u napetoj žici

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}},$$

osnovna je frekvencija kojom titra žica jednaka

$$v_1 = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F}{\mu}},$$

gdje je F napetost žice, a μ omjer mase i duljine žice.

Osnovni ton koji daje žica je za $n = 1$ pa njegova frekvencija iznosi:

$$v_1 = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F}{\mu}}.$$

Poslije skraćivanja za Δl žica će imati osnovni ton frekvencije

$$v_2 = \frac{1}{2 \cdot (l - \Delta l)} \cdot \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Dijeljenjem dobivenih jednažbi dobije se tražena frekvencija v_2 .

$$\left. \begin{aligned} v_2 &= \frac{1}{2 \cdot (l - \Delta l)} \cdot \sqrt{\frac{F}{\mu}} \\ v_1 &= \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F}{\mu}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednažbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\frac{1}{2 \cdot (l - \Delta l)} \cdot \sqrt{\frac{F}{\mu}}}{\frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F}{\mu}}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{2 \cdot (l - \Delta l)} \cdot \sqrt{\frac{F}{\mu}} \cdot \frac{2 \cdot l \cdot \sqrt{\frac{F}{\mu}}}{1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{\frac{l - \Delta l}{l}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{l}{l - \Delta l} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{l}{l - \Delta l} \cdot v_1 \Rightarrow v_2 = \frac{l}{l - \Delta l} \cdot v_1 =$$

$$= \frac{0.5 \text{ m}}{0.5 \text{ m} - 0.2 \text{ m}} \cdot 240 \text{ Hz} = 400 \text{ Hz}.$$

Vježba 103

Žica duljine 50 cm daje osnovni ton frekvencije 480 Hz. Kolika je minimalna frekvencija tona kada se žica, pri stalnoj sili, skрати za 20 cm?

Rezultat: 800 Hz.

Zadatak 104 (Martin, srednja škola)

U kojem omjeru stoje frekvencije v_1 i v_2 osnovnih tonova dviju žica, jednake duljine i debljine, pri jednakoj sili napetosti, ako je jedna željezna, a druga srebrna? (gustoća željeza iznosi 7900 kg/m^3 , a gustoća srebra je 10500 kg/m^3)

Rješenje 104

$$l_1 = l_2 = l, \quad S_1 = S_2 = S, \quad F_1 = F_2 = F, \quad \rho_1 = 7900 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_2 = 10500 \text{ kg/m}^3,$$

$$\frac{v_1}{v_2} = ?$$

Napeta žica na nekom glazbalu (učvršćena na oba kraja) titra transverzalnim stojnim valom. Žica duljine l može titrati samo određenim frekvencijama

$$v = n \cdot \frac{v}{2 \cdot l}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Najnižu frekvenciju, za $n = 1$, nazivamo osnovnom frekvencijom. Budući da je brzina širenja vala u napetoj žici

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}},$$

osnovna je frekvencija kojom titra žica jednaka

$$v = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow v = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F}{\frac{m}{l}}} \Rightarrow v = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}},$$

gdje je F napetost žice, μ omjer mase i duljine žice, m masa žice, l duljina žice. Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da žica poprečnog presjeka S i duljine l ima oblik valjka, za njezinu masu vrijedi:

$$m = \rho \cdot V \Rightarrow m = \rho \cdot S \cdot l.$$

Frekvencije v_1 i v_2 osnovnih tonova dviju žica, jednake duljine i debljine, pri jednakoj sili napetosti, iznose:

- **željezna žica**

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{1}{2 \cdot l_1} \cdot \sqrt{\frac{F_1 \cdot l_1}{m_1}} \Rightarrow v_1 = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F \cdot l}{m_1}} \Rightarrow v_1 = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F \cdot l}{\rho_1 \cdot V_1}} \Rightarrow v_1 = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F \cdot l}{\rho_1 \cdot S_1 \cdot l_1}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_1 = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F \cdot l}{\rho_1 \cdot S \cdot l}} \Rightarrow v_1 = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F \cdot l}{\rho_1 \cdot S \cdot l}} \Rightarrow v_1 = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F}{\rho_1 \cdot S}}. \end{aligned}$$

- **srebrna žica**

$$\begin{aligned} v_2 &= \frac{1}{2 \cdot l_2} \cdot \sqrt{\frac{F_2 \cdot l_2}{m_2}} \Rightarrow v_2 = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F \cdot l}{m_2}} \Rightarrow v_2 = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F \cdot l}{\rho_2 \cdot V_2}} \Rightarrow v_2 = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F \cdot l}{\rho_2 \cdot S_2 \cdot l_2}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_2 = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F \cdot l}{\rho_2 \cdot S \cdot l}} \Rightarrow v_2 = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F \cdot l}{\rho_2 \cdot S \cdot l}} \Rightarrow v_2 = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F}{\rho_2 \cdot S}}. \end{aligned}$$

Računamo omjer frekvencija v_1 i v_2 osnovnih tonova:

$$\begin{aligned} \frac{v_1}{v_2} &= \frac{\frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F}{\rho_1 \cdot S}}}{\frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F}{\rho_2 \cdot S}}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F}{\rho_1 \cdot S}}}{\frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F}{\rho_2 \cdot S}}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{\frac{F}{\rho_1 \cdot S}}}{\sqrt{\frac{F}{\rho_2 \cdot S}}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\frac{F}{\rho_1 \cdot S}}{\frac{F}{\rho_2 \cdot S}}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{F}{\rho_1 \cdot S} \cdot \frac{\rho_2 \cdot S}{F}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{1}{\rho_1} \cdot \frac{\rho_2}{1}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{10500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{7900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = 1.153. \end{aligned}$$

Vježba 104

U kojem omjeru stoje frekvencije v_1 i v_2 osnovnih tonova dviju žica, jednake duljine i debljine, pri jednakoj sili napetosti, ako je jedna od njih aluminijska, a druga bakrena? (gustoća aluminija iznosi 2700 kg/m^3 , a gustoća bakra 8900 kg/m^3)

Rezultat: 1.816.

Zadatak 105 (Halid, srednja škola)

Brzina zvuka u vodi je 1480 m/s , a u zraku 340 m/s . Koliki je omjer valnih duljina?

Rješenje 105

$$v_1 = 1480 \text{ m/s}, \quad v_2 = 340 \text{ m/s}, \quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = ?$$

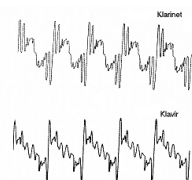
Valna duljina je udaljenost dviju najbližih točaka vala koje titraju u istoj fazi. Drugim riječima, to je udaljenost do koje se proširi val za vrijeme jednog titraja, tj.

$$\lambda = \frac{v}{\nu},$$

gdje je λ valna duljina, ν frekvencija, a v brzina širenja vala.

Osim u slučaju modifikacije Dopplerovim efektom, **frekvencija je nepromjenjiva veličina.**

To jest, ne može se promijeniti niti jednim fizičkim procesom koji ne obuhvaća efekte vezane za brzinu širenja ili valnu duljinu.



Računamo omjer valnih duljina.

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_1 = \frac{v_1}{\nu} \\ \lambda_2 = \frac{v_2}{\nu} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\frac{v_1}{\nu}}{\frac{v_2}{\nu}} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{1480 \frac{m}{s}}{340 \frac{m}{s}} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 4.35.$$

Vježba 105

Brzina zvuka u željeznoj žici je 5000 m/s, a u zraku 340 m/s. Koliki je omjer valnih duljina?

Rezultat: 14.71.

Zadatak 106 (Medina, gimnazija)

Tijelo harmonijski titra frekvencijom 2 Hz i amplitudom 5 cm. Nakon koliko vremena je faza titranja jednaka $\frac{\pi}{6}$, ako je početna faza nula?

Rješenje 106

$$\nu = 2 \text{ Hz} = 2 \text{ s}^{-1}, \quad A = 5 \text{ cm}, \quad \omega \cdot t = \frac{\pi}{6}, \quad \varphi_0 = 0, \quad t = ?$$

Ako tijelo obješeno o elastičnu oprugu izvučemo iz položaja ravnoteže za neki pomak x i pustimo ga, ono će harmonijski titrati. Za svako tijelo koje se giba poput tijela na opruzi, što uzrokuje sila upravno proporcionalna pomaku x , smjera suprotnoga pomaku, kažemo da harmonijski titra.

Harmoničko titranje opisuje se trigonometrijskim funkcijama sinus i kosinus.

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0),$$

gdje je

- x – elongacija ili pomak tijela iz ravnotežnog položaja
- A – amplituda ili maksimalna elongacija
- ω – kružna frekvencija

Kada kruto tijelo rotira oko čvrste osi, sve se njegove čestice gibaju po koncentričnim kružnicama (koncentrične kružnice imaju zajedničko središte). Kutove pri rotaciji izražavamo redovito u radijanima. Tijelo rotira kada se njegove čestice gibaju po kružnicama čija središta leže u istoj točki ili na istom pravcu. Kutna brzina ω iznosi:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T},$$

gdje je T perioda, titrajno vrijeme.

Frekvencija ν je broj ophoda u jedinici vremena. Perioda T je vrijeme jednog ophoda. Između frekvencije ν i periode T postoji veza:

$$T \cdot \nu = 1 \Rightarrow T = \frac{1}{\nu} \Rightarrow \nu = \frac{1}{T}.$$

Budući da je nakon vremena t faza titranja jednaka $\frac{\pi}{6}$, slijedi:

$$\omega \cdot t = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t = \frac{\pi}{6} \Rightarrow 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t = \frac{\pi}{6} \Rightarrow 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t = \frac{\pi}{6} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \nu} \Rightarrow t = \frac{\pi}{12 \cdot \pi \cdot \nu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{\pi}{12 \cdot \pi \cdot v} \Rightarrow t = \frac{1}{12 \cdot v} = \frac{1}{12 \cdot 2 \frac{1}{s}} = 0.042 \text{ s.}$$

Vježba 106

Tijelo harmonijski titra frekvencijom 1 Hz i amplitudom 5 cm. Nakon koliko vremena je faza titranja jednaka $\frac{\pi}{6}$, ako je početna faza nula?

Rezultat: 0.083 s.

Zadatak 107 (Katarina, srednja škola)

Na nedeformiranu elastičnu oprugu objesi se tijelo i pusti da pada u gravitacijskom polju ubrzanjem $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Koliko se najviše opruga rastegne, ako od ispuštanja tijela do maksimalnog istegnuća opruge prođe vrijeme od 1 s?

Rješenje 107

$$m, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad t = 1 \text{ s}, \quad h = ?$$

Ako tijelo obješeno o elastičnu oprugu izvučemo iz položaja ravnoteže za neki pomak x i pustimo ga, ono će harmonijski titrati. Za svako tijelo koje se giba poput tijela na opruzi, što uzrokuje sila upravno proporcionalna pomaku x , smjera suprotnoga pomaku, dakle

$$F = -k \cdot x$$

kažemo da harmonijski titra.

Perioda T je vrijeme jednog titraja (ophoda).

Harmoničko titranje nastaje djelovanjem elastične sile $F = -k \cdot s$ ili neke druge sile proporcionalne elongaciji. Tada je perioda titranja:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Ova formula upotrebljava se obično kod titranja mase m koje nastaje djelovanjem elastične sile opruge; k je konstanta opruge (a znači silu potrebnu za jedinično produljenje opruge). Općenito, k je faktor proporcionalnosti između sile i elongacije.



Kada je tijelo na opruzi u mirovanju (u ravnoteži) znači da je elastična sila opruge jednaka po iznosu težini obješenog tijela mase m , tj.

$$F_{el} = G \Rightarrow k \cdot \frac{h}{2} = m \cdot g.$$

Ako na nerastegnutu oprugu konstante elastičnosti k objesimo uteg mase m , on će padajući rastegnuti oprugu za h . Utteg će nastaviti titrati periodom

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Budući da je vrijeme padanja utega, od ispuštanja do maksimalnog istegnuća, t , perioda će biti

$$T = 2 \cdot t.$$

Iz sustava jednadžbi izračuna se h .

$$\left. \begin{array}{l} k \cdot \frac{h}{2} = m \cdot g \\ T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \\ T = 2 \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} k \cdot \frac{h}{2} = m \cdot g \cdot \frac{2}{h} \\ T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \\ T = 2 \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} k = \frac{2 \cdot m \cdot g}{h} \\ T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \\ T = 2 \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot t = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{\frac{2 \cdot m \cdot g}{h}}} \Rightarrow 2 \cdot t = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\frac{m}{1}}{\frac{2 \cdot m \cdot g}{h}}} \Rightarrow 2 \cdot t = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\frac{m}{1}}{\frac{2 \cdot m \cdot g}{h}}} \Rightarrow 2 \cdot t = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{1}{2 \cdot g}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot t = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{h}{2 \cdot g}} \Rightarrow 2 \cdot t = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{h}{2 \cdot g}} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow t = \pi \cdot \sqrt{\frac{h}{2 \cdot g}} \Rightarrow t = \pi \cdot \sqrt{\frac{h}{2 \cdot g}} \cdot \frac{1}{\pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{t}{\pi} = \sqrt{\frac{h}{2 \cdot g}} \Rightarrow \frac{t}{\pi} = \sqrt{\frac{h}{2 \cdot g}} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{t}{\pi}\right)^2 = \frac{h}{2 \cdot g} \Rightarrow \frac{h}{2 \cdot g} = \left(\frac{t}{\pi}\right)^2 \Rightarrow \frac{h}{2 \cdot g} = \left(\frac{t}{\pi}\right)^2 \cdot 2 \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = 2 \cdot g \cdot \left(\frac{t}{\pi}\right)^2 = 2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \left(\frac{1s}{\pi}\right)^2 = 1.988 \text{ m.}$$

Vježba 107

Na nedeformiranu elastičnu oprugu objesi se tijelo i pusti da pada u gravitacijskom polju ubrzanjem $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Koliko se najviše opruga rastegne, ako od ispuštanja tijela do maksimalnog istegnuća opruge prođe vrijeme od 2 s?

Rezultat: 7.952 m.

Zadatak 108 (Mala Sirena, gimnazija)

Zvučnik ima kružni otvor polumjera 20 cm. Pretpostavimo da emitira zvuk jednoliko čitavim svojim otvorom. Kolika je snaga emitiranog zvuka ako je intenzitet zvuka na otvoru 10^{-4} W/m^2 ?

Rješenje 108

$$r = 20 \text{ cm} = 0.20 \text{ m}, \quad I = 10^{-4} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}, \quad P = ?$$

Intenzitet (I) zvučnih valova je snaga koju nosi zvučni val pri prolazu jediničnom površinom okomitom na smjer širenja zvuka, tj.

$$I = \frac{P}{S},$$

gdje je S površina.



Računamo snagu P :

$$I = \frac{P}{S} \Rightarrow I = \frac{P}{S} \cdot S \Rightarrow P = I \cdot S \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{površina kruga} \\ S = r^2 \cdot \pi \end{array} \right] \Rightarrow P = I \cdot r^2 \cdot \pi =$$

$$= 10^{-4} \frac{W}{m^2} \cdot (0.20 \text{ m})^2 \cdot \pi = 1.26 \cdot 10^{-5} \text{ W}.$$

Vježba 108

Zvučnik ima kružni otvor polumjera 20 cm. Pretpostavimo da emitira zvuk jednoliko čitavim svojim otvorom. Kolika je snaga emitiranog zvuka ako je intenzitet zvuka na otvoru 10^{-5} W/m^2 ?

Rezultat: $1.26 \cdot 10^{-6} \text{ W}$.

Zadatak 109 (Mala Sirena, gimnazija)

Zvuk ima intenzitet $3 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2$. Kolika je razina intenziteta zvuka? (prag čujnosti $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$)

Rješenje 109

$$I = 3 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2, \quad I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2, \quad L = ?$$

Razina intenziteta zvuka (L) izražena u decibelima (dB) definira se izrazom

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0},$$

gdje intenzitet I_0 odgovara otprilike najslabijem zvuku kojeg još prosječno uho može čuti te iznosi

$$I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2},$$

pri frekvenciji 1 kHz. Decibel je brojčana jedinica.

Računamo razinu intenziteta zvuka L:

$$\begin{aligned} L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} &\Rightarrow L = 10 \cdot \log \frac{3 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2}}{10^{-12} \frac{W}{m^2}} \Rightarrow L = 10 \cdot \log \frac{3 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2}}{10^{-12} \frac{W}{m^2}} \Rightarrow L = 10 \cdot \log \frac{3 \cdot 10^{-8}}{10^{-12}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow L = 10 \cdot \log (3 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{12}) \Rightarrow L = 10 \cdot \log (3 \cdot 10^4) \Rightarrow L = 10 \cdot \log 30000 \Rightarrow 44.77 \text{ dB}. \end{aligned}$$

Vježba 109

Zvuk ima intenzitet $3 \cdot 10^{-9} \text{ W/m}^2$. Kolika je razina intenziteta zvuka? (prag čujnosti $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$)

Rezultat: 34.77 dB .

Zadatak 110 (Mala Sirena, gimnazija)

Odredi kolika je jačina zvuka čija je razina 20 dB. (prag čujnosti $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$)

Rješenje 110

$$L = 20 \text{ dB}, \quad I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2, \quad I = ?$$

Razina intenziteta zvuka (L) izražena u decibelima (dB) definira se izrazom

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0},$$

gdje intenzitet I_0 odgovara otprilike najslabijem zvuku kojeg još prosječno uho može čuti te iznosi

$$I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2},$$

pri frekvenciji 1 kHz. Decibel je brojčana jedinica.

Računamo intenzitet I zvuka:

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \cdot \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{L}{10} = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = \frac{L}{10} \Rightarrow [\text{antilogaritmiramo}] \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{I}{I_0} &= \log^{-1}\left(\frac{L}{10}\right) \Rightarrow \frac{I}{I_0} = \log^{-1}\left(\frac{L}{10}\right) \cdot I_0 \Rightarrow I = I_0 \cdot \log^{-1}\left(\frac{L}{10}\right) = \\ &= 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot \log^{-1}\left(\frac{20}{10}\right) = 10^{-10} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}. \end{aligned}$$

Vježba 110

Zvuk ima intenzitet $3 \cdot 10^{-9} \text{ W/m}^2$. Kolika je razina intenziteta zvuka? (prag čujnosti $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$)

Rezultat: 34.77 dB.

Zadatak 111 (Mala Sirena, gimnazija)

Aparat za mjerenje buke pokazuje razinu intenziteta zvuka u sobi 85 dB. Koliki je intenzitet zvuka u sobi? (prag čujnosti $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$)

Rješenje 111

$L = 85 \text{ dB}$, $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$, $I = ?$
Razina intenziteta zvuka (L) izražena u decibelima (dB) definira se izrazom

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0},$$

gdje intenzitet I_0 odgovara otprilike najslabijem zvuku kojeg još prosječno uho može čuti te iznosi

$$I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2},$$

pri frekvenciji 1 kHz. Decibel je brojčana jedinica. Računamo intenzitet I zvuka u sobi.

$$\begin{aligned} L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} &\Rightarrow L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \cdot \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{L}{10} = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = \frac{L}{10} \Rightarrow [\text{antilogaritmiramo}] \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{I}{I_0} = \log^{-1}\left(\frac{L}{10}\right) \Rightarrow \frac{I}{I_0} = \log^{-1}\left(\frac{L}{10}\right) \cdot I_0 \Rightarrow I = I_0 \cdot \log^{-1}\left(\frac{L}{10}\right) = \\ &= 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot \log^{-1}\left(\frac{85}{10}\right) = 3.16 \cdot 10^{-4} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}. \end{aligned}$$

Vježba 111

Aparat za mjerenje buke pokazuje razinu intenziteta zvuka u sobi 105 dB. Koliki je intenzitet zvuka u sobi? (prag čujnosti $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$)

Rezultat: 0.0316 dB.

Zadatak 112 (XY, gimnazija)

Koliko puta je subjektivni doživljaj zvuka intenziteta 10^{-6} W/m^2 za normalno uho jači od zvuka intenziteta 10^{-9} W/m^2 ? (prag čujnosti $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$)

Rješenje 112

$$I_1 = 10^{-6} \text{ W/m}^2, \quad I_2 = 10^{-9} \text{ W/m}^2, \quad I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2, \quad \frac{L_1}{L_2} = ?$$

Razina intenziteta zvuka (L) izražena u decibelima (dB) definira se izrazom

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0},$$

gdje intenzitet I_0 odgovara otprilike najslabijem zvuku kojeg još prosječno uho može čuti te iznosi

$$I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2},$$

pri frekvenciji 1 kHz. Decibel je brojčana jedinica.

Izračunamo razine intenziteta L_1 i L_2 za oba zvuka i nademo njihov omjer $L_1 : L_2$.

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_0} \\ L_2 &= 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_0} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{10 \cdot \log \frac{I_1}{I_0}}{10 \cdot \log \frac{I_2}{I_0}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{10 \cdot \log \frac{I_1}{I_0}}{10 \cdot \log \frac{I_2}{I_0}} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{\log \frac{I_1}{I_0}}{\log \frac{I_2}{I_0}} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{\log \frac{10^{-6} \frac{W}{m^2}}{10^{-12} \frac{W}{m^2}}}{\log \frac{10^{-9} \frac{W}{m^2}}{10^{-12} \frac{W}{m^2}}} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{\log \frac{10^{-6} \frac{W}{m^2}}{10^{-12} \frac{W}{m^2}}}{\log \frac{10^{-9} \frac{W}{m^2}}{10^{-12} \frac{W}{m^2}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{\log \frac{10^{-6}}{10^{-12}}}{\log \frac{10^{-9}}{10^{-12}}} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{\log(10^{-6} \cdot 10^{12})}{\log(10^{-9} \cdot 10^{12})} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{\log 10^6}{\log 10^3} \Rightarrow \left[\log a^n = n \cdot \log a \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{6 \cdot \log 10}{3 \cdot \log 10} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{6 \cdot \log 10}{3 \cdot \log 10} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{6}{3} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = 2.$$

Subjektivni doživljaj zvuka intenziteta 10^{-6} W/m^2 za normalno uho jači je dva puta od zvuka intenziteta 10^{-9} W/m^2 .

Vježba 112

Koliko puta je subjektivni doživljaj zvuka intenziteta 10^{-6} W/m^2 za normalno uho jači od zvuka intenziteta 10^{-10} W/m^2 ? (prag čujnosti $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$)

Rezultat: Tri puta.

Zadatak 113 (XY, gimnazija)

Dva izvora zvuka razlikuju se u razini zvuka za $\Delta L = 3 \text{ dB}$. Koliki je omjer njihovih intenziteta?

Rješenje 113

$$\Delta L = 3 \text{ dB}, \quad \frac{I_2}{I_1} = ?$$

Razina intenziteta zvuka (L) izražena u decibelima (dB) definira se izrazom

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0},$$

gdje intenzitet I_0 odgovara otprilike najslabijem zvuku kojeg još prosječno uho može čuti te iznosi

$$I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2},$$

pri frekvenciji 1 kHz. Decibel je brojčana jedinica.

Neka su L_1 i L_2 razine intenziteta dva zvuka. Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_0} \\ L_2 &= 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_0} \end{aligned} \right\} \Rightarrow [\Delta L = L_2 - L_1] \Rightarrow \Delta L = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_0} \Rightarrow \Delta L = 10 \cdot \left(\log \frac{I_2}{I_0} - \log \frac{I_1}{I_0} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\log \frac{x}{y} = \log x - \log y \right] \Rightarrow \Delta L = 10 \cdot \left(\log I_2 - \log I_0 - (\log I_1 - \log I_0) \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta L = 10 \cdot \left(\log I_2 - \log I_0 - \log I_1 + \log I_0 \right) \Rightarrow \Delta L = 10 \cdot \left(\log I_2 - \log I_0 - \log I_1 + \log I_0 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta L = 10 \cdot \left(\log I_2 - \log I_1 \right) \Rightarrow \left[\log x - \log y = \log \frac{x}{y} \right] \Rightarrow \Delta L = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} = \Delta L \Rightarrow 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} = \Delta L \cdot \frac{1}{10} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = \frac{\Delta L}{10} \Rightarrow [\text{antilogaritmiramo}] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \log^{-1} \left(\frac{\Delta L}{10} \right) \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \log^{-1} \left(\frac{3}{10} \right) \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 1.995 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} \approx 2.$$

Vježba 113

Dva izvora zvuka razlikuju se u razini zvuka za $\Delta L = 10$ dB. Koliki je omjer njihovih intenziteta?

Rezultat: $\frac{I_2}{I_1} = 10.$

Zadatak 114 (Mala Sirena, gimnazija)

Sirena daje zvuk razine 90 dB. Koliku razinu zvuka daju tri takve sirene?

Rješenje 114

$$L_1 = 90 \text{ dB}, \quad n = 3, \quad L_2 = ?$$

Razina intenziteta zvuka (L) izražena u decibelima (dB) definira se izrazom

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0},$$

gdje intenzitet I_0 odgovara otprilike najslabijem zvuku kojeg još prosječno uho može čuti te iznosi

$$I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2},$$

pri frekvenciji 1 kHz. Decibel je brojčana jedinica.

Budući da svaka sirena emitira isti iznos zvučne energije, konačni intenzitet I_2 bit će trostruki početni intenzitet I_1 .

$$\left. \begin{aligned} I_2 &= n \cdot I_1 \\ n &= 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_2 = 3 \cdot I_1.$$

Tada je

$$L_2 - L_1 = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_0} \Rightarrow L_2 - L_1 = 10 \cdot \left(\log \frac{I_2}{I_0} - \log \frac{I_1}{I_0} \right) \Rightarrow \left[\log \frac{x}{y} = \log x - \log y \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L_2 - L_1 = 10 \cdot \left(\log I_2 - \log I_0 - (\log I_1 - \log I_0) \right) \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow L_2 - L_1 &= 10 \cdot (\log I_2 - \log I_0 - \log I_1 + \log I_0) \Rightarrow L_2 - L_1 = 10 \cdot (\log I_2 - \log I_0 - \log I_1 + \log I_0) \Rightarrow \\ \Rightarrow L_2 - L_1 &= 10 \cdot (\log I_2 - \log I_1) \Rightarrow \left[\log x - \log y = \log \frac{x}{y} \right] \Rightarrow L_2 - L_1 = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \\ \Rightarrow L_2 - L_1 &= 10 \cdot \log \frac{3 \cdot I_1}{I_1} \Rightarrow L_2 - L_1 = 10 \cdot \log \frac{3 \cdot I_1}{I_1} \Rightarrow L_2 - L_1 = 10 \cdot \log 3 \Rightarrow \\ \Rightarrow L_2 &= L_1 + 10 \cdot \log 3 \Rightarrow L_2 = 90 \text{ dB} + 4.77 \text{ dB} \Rightarrow L_2 = 94.77 \text{ dB}. \end{aligned}$$

Tri sirene daju 94.77 dB.



Vježba 114

Sirena daje zvuk razine 90 dB. Koliku razinu zvuka daje deset takvih sirena?

Rezultat: 90 dB + 10 dB = 100 dB.

Zadatak 115 (Mala Sirena, gimnazija)

Na udaljenosti 2 m od izvora, iz kojeg se zvuk širi na sve strane jednako, intenzitet zvuka je 10^{-4} W/m^2 .

- Koliki je intenzitet na udaljenosti 20 m od izvora?
- Koliki je omjer razina intenziteta na oba mjesta?

Rješenje 115

$$r_1 = 2 \text{ m}, \quad I_1 = 10^{-4} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}, \quad r_2 = 20 \text{ m}, \quad I_2 = ?$$

Razina intenziteta zvuka (L) izražena u decibelima (dB) definira se izrazom

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0},$$

gdje intenzitet I_0 odgovara otprilike najslabijem zvuku kojeg još prosječno uho može čuti te iznosi

$$I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2},$$

pri frekvenciji 1 kHz. Decibel je brojčana jedinica.

Intenzitet zvuka koji se kao kuglasti val jednoliko širi iz izvora u svim smjerovima, proporcionalan je

$$\text{sa } \frac{1}{r^2}.$$

$$I \sim \frac{1}{r^2}.$$

- Računamo intenzitet I_2 na udaljenosti r_2 .

Budući da je intenzitet zvuka, koji se širi na sve strane kao kuglasti val, razmjernan sa $\frac{1}{r^2}$, slijedi:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{1}{r_2^2}}{\frac{1}{r_1^2}} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \cdot I_1 \Rightarrow I_2 = I_1 \cdot \frac{r_1^2}{r_2^2} \Rightarrow I_2 = I_1 \cdot \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 =$$

$$\Rightarrow I_2 = 10^{-4} \frac{W}{m^2} \cdot \left(\frac{2 m}{20 m}\right)^2 = 10^{-6} \frac{W}{m^2}.$$

b) Računamo omjer razina intenziteta na oba mjesta.

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{10 \cdot \log \frac{I_1}{I_0}}{10 \cdot \log \frac{I_2}{I_0}} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{10 \cdot \log \frac{I_1}{I_0}}{10 \cdot \log \frac{I_2}{I_0}} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{\log \frac{I_1}{I_0}}{\log \frac{I_2}{I_0}} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{\log \frac{10^{-4} \frac{W}{m^2}}{10^{-12} \frac{W}{m^2}}}{\log \frac{10^{-6} \frac{W}{m^2}}{10^{-12} \frac{W}{m^2}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{\log \frac{10^{-4} \frac{W}{m^2}}{10^{-12} \frac{W}{m^2}}}{\log \frac{10^{-6} \frac{W}{m^2}}{10^{-12} \frac{W}{m^2}}} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{\log \frac{10^{-4}}{10^{-12}}}{\log \frac{10^{-6}}{10^{-12}}} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{\log(10^{-4} \cdot 10^{12})}{\log(10^{-6} \cdot 10^{12})} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{\log 10^8}{\log 10^6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\log a^n = n \cdot \log a \right] \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{8 \cdot \log 10}{6 \cdot \log 10} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{8 \cdot \log 10}{6 \cdot \log 10} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{8}{6} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{8}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = 1.33.$$

Vježba 115

Na udaljenosti 4 m od izvora, iz kojeg se zvuk širi na sve strane jednako, intenzitet zvuka je 10^4 W/m^2 . Koliki je intenzitet na udaljenosti 40 m od izvora?

Rezultat: $10^{-6} \frac{W}{m^2}.$

Zadatak 116 (Mala Sirena, gimnazija)

Na udaljenosti 20 m od mlaznog zrakoplova intenzitet zvuka je 50 puta veći od onoga koji uzrokuje trajno oštećenje sluha. Na kojoj udaljenosti od mlažnjaka će intenzitet zvuka biti jedna pedesetina onoga koji uzrokuje trajno oštećenje sluha?

Rješenje 116

$$r_1 = 20 \text{ m}, \quad I_1 = 50 \cdot I, \quad I_2 = \frac{1}{50} \cdot I, \quad r_2 = ?$$

Intenzitet zvuka koji se kao kuglasti val jednoliko širi iz izvora u svim smjerovima, proporcionalan je

sa $\frac{1}{r^2}$.

$$I \sim \frac{1}{r^2}.$$

Iz omjera intenziteta zvuka dobije se udaljenost r_2 .

$$\begin{aligned} \frac{I_1}{I_2} &= \frac{\frac{1}{r_1^2}}{\frac{1}{r_2^2}} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow \frac{50 \cdot I}{\frac{1}{50} \cdot I} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow \frac{50 \cdot I}{\frac{1}{50} \cdot I} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow \frac{50}{\frac{1}{50}} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow 2500 = \frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{r_2^2}{r_1^2} = 2500 \Rightarrow \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = 2500 \Rightarrow \left(\frac{r_2}{r_1}\right) = 2500 \sqrt{} \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{2500} \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 50 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 50 \cdot r_1 \Rightarrow r_2 = 50 \cdot r_1 = 50 \cdot 20 \text{ m} = 1000 \text{ m} = 1 \text{ km}. \end{aligned}$$



Vježba 116

Na udaljenosti 40 m od mlaznog zrakoplova intenzitet zvuka je 50 puta veći od onoga koji uzrokuje trajno oštećenje sluha. Na kojoj udaljenosti od mlažnjaka će intenzitet zvuka biti jedna pedesetina onoga koji uzrokuje trajno oštećenje sluha?

Rezultat: 2 km.

Zadatak 117 (Mala Sirena, gimnazija)

Dva zvučna vala imaju intenzitete od 10 i 500 mW/cm². Za koliko se decibela ta dva zvuka razlikuju?

Rješenje 117

$$I_1 = 10 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2} = 10 \frac{10^{-3} \text{ W}}{10^{-4} \text{ m}^2} = 100 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}, \quad I_2 = 500 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2} = 500 \frac{10^{-3} \text{ W}}{10^{-4} \text{ m}^2} = 5000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2},$$

$\Delta L = ?$

Razina intenziteta zvuka (L) izražena u decibelima (dB) definira se izrazom

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0},$$

gdje intenzitet I_0 odgovara otprilike najslabijem zvuku kojeg još prosječno uho može čuti te iznosi

$$I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2},$$

pri frekvenciji 1 kHz. Decibel je brojčana jedinica. Moramo naći razliku intenziteta ΔL za oba zvuka.

$$\begin{aligned}
\left. \begin{aligned} L_1 &= 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_0} \\ L_2 &= 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_0} \end{aligned} \right\} \Rightarrow [\Delta L = L_2 - L_1] \Rightarrow \Delta L = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_0} \Rightarrow \Delta L = 10 \cdot \left(\log \frac{I_2}{I_0} - \log \frac{I_1}{I_0} \right) \Rightarrow \\
\Rightarrow \left[\log \frac{x}{y} = \log x - \log y \right] \Rightarrow \Delta L = 10 \cdot \left(\log I_2 - \log I_0 - (\log I_1 - \log I_0) \right) \Rightarrow \\
\Rightarrow \Delta L = 10 \cdot \left(\log I_2 - \log I_0 - \log I_1 + \log I_0 \right) \Rightarrow \Delta L = 10 \cdot \left(\log I_2 - \log I_1 \right) \Rightarrow \\
\Rightarrow \Delta L = 10 \cdot \left(\log I_2 - \log I_1 \right) \Rightarrow \left[\log x - \log y = \log \frac{x}{y} \right] \Rightarrow \Delta L = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \\
\Rightarrow \Delta L = 10 \cdot \log \frac{5000 \frac{W}{m^2}}{100 \frac{W}{m^2}} \Rightarrow \Delta L = 10 \cdot \log \frac{5000 \frac{W}{m^2}}{100 \frac{W}{m^2}} \Rightarrow \Delta L = 10 \cdot \log \frac{5000}{100} \Rightarrow \\
\Rightarrow \Delta L = 10 \cdot \log 50 \Rightarrow \Delta L = 17 \text{ dB}.
\end{aligned}$$

Vježba 117

Dva zvučna vala imaju intenzitete od 1 i 50 mW/cm². Za koliko se decibela ta dva zvuka razlikuju?

Rezultat: 17 dB.

Zadatak 118 (Mala Sirena, gimnazija)

Mali izvor zvuka emitira zvuk jednoliko u svim smjerovima. Razina intenziteta na udaljenosti 3 m od izvora iznosi 100 dB. Koliku snagu ima zvuk što ga emitira izvor? (prag čujnosti $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$)

Rješenje 118

$$r = 3 \text{ m}, \quad L = 100 \text{ dB}, \quad I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2, \quad P = ?$$

Zvuk je longitudinalni mehanički val koji se može prostirati u čvrstim tijelima, tekućinama i plinovima. Njime se prenosi energija. Za sferni val koji nastaje iz točkastog izvora na udaljenosti r od izvora energija se raspoređuje po sferi površine

$$S = 4 \cdot r^2 \cdot \pi.$$

Razina intenziteta zvuka (L) izražena u decibelima (dB) definira se izrazom

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0},$$

gdje intenzitet I_0 odgovara otprilike najslabijem zvuku kojeg još prosječno uho može čuti te iznosi

$$I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2},$$

pri frekvenciji 1 kHz. Decibel je brojčana jedinica.

Intenzitet (I) zvučnih valova je snaga koju nosi zvučni val pri prolazu jediničnom površinom okomitom na smjer širenja zvuka, tj.

$$I = \frac{P}{S} \Rightarrow P = S \cdot I,$$

gdje je S površina.

Računamo intenzitet I zvuka.

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} / \cdot \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{L}{10} = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = \frac{L}{10} \Rightarrow [\text{antilogaritmiramo}] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = \frac{L}{10} / \log^{-1} \Rightarrow \frac{I}{I_0} = \log^{-1} \left(\frac{L}{10} \right) \Rightarrow \frac{I}{I_0} = \log^{-1} \left(\frac{L}{10} \right) / \cdot I_0 \Rightarrow I = I_0 \cdot \log^{-1} \left(\frac{L}{10} \right).$$

Budući da se za sferni val koji nastaje iz točkastog izvora na udaljenosti r od izvora energija raspoređuje po sferi površine

$$S = 4 \cdot r^2 \cdot \pi,$$

snaga zvuka što ga emitira izvor iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} S = 4 \cdot r^2 \cdot \pi \\ I = I_0 \cdot \log^{-1} \left(\frac{L}{10} \right) \\ P = S \cdot I \end{array} \right\} \Rightarrow [\text{metoda}] \Rightarrow P = 4 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot I_0 \cdot \log^{-1} \left(\frac{L}{10} \right) =$$

$$= 4 \cdot (3 \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot \log^{-1} \left(\frac{100}{10} \right) = 1.13 \text{ W}.$$

Vježba 118

Mali izvor zvuka emitira zvuk jednoliko u svim smjerovima. Razina intenziteta na udaljenosti 300 cm od izvora iznosi 100 dB. Koliku snagu ima zvuk što ga emitira izvor? (prag čujnosti $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$)

Rezultat: 1.13 W.

Zadatak 119 (Ljilja, strukovna škola)

Ako izmjerimo periodu i duljinu matematičkog njihala, možemo odrediti:

- A. univerzalnu konstantu gravitacije
- B. težinu njihala
- C. akceleraciju sile teže
- D. silu koja izvodi njihanje.

Rješenje 119

Matematičko njihalo je njihalo (zamišljeno) koje ima nerastegljivu nit bez mase i kojega je masa kuglice koja nije koncentrirana u jednoj točki. Uz male amplitude takvo njihalo izvodi harmoničke titraje. Vrijeme jednog titraja matematičkog njihala jest

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}},$$

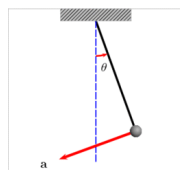
gdje je l duljina njihala, a g akceleracija slobodnog pada.

Iz formule dobije se ovisnost akceleracije sile teže g o periodu i duljini matematičkog njihala.

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} / \cdot 2 \Rightarrow T^2 = 4 \cdot \pi^2 \cdot \frac{l}{g} \Rightarrow T^2 = 4 \cdot \pi^2 \cdot \frac{l}{g} / \cdot \frac{g}{T^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g = 4 \cdot \pi^2 \cdot \frac{l}{T^2}.$$

Odgovor je pod C.



Vježba 119

Ako izmjerimo akceleraciju sile teže i duljinu matematičkog njihala, možemo odrediti:

- A. univerzalnu konstantu gravitacije
- B. težinu njihala
- C. periodu njihala
- D. silu koja izvodi njihanje.

Rezultat: C.

Zadatak 120 (Ivan, srednja škola)

Perioda nekog titranja iznosi 0.05 s. Koliki je broj titranja u pola minute?

Rješenje 120

$$T = 0.05 \text{ s}, \quad t = 0.5 \text{ min} = 30 \text{ s}, \quad N = ?$$

Frekvencija ν je broj ophoda (titraja) u jedinici vremena (u 1 sekundi). Perioda T je vrijeme jednog ophoda (titraja). Između frekvencije ν i periode T postoji veza:

$$T \cdot \nu = 1 \Rightarrow T = \frac{1}{\nu} \Rightarrow \nu = \frac{1}{T}.$$

1. inačica

Izračunamo frekvenciju titranja.

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.05 \text{ s}} = 20 \text{ Hz}.$$

Znači u 1 sekundi broj titraja je 20, a u 30 sekundi bit će 30 puta veći.

$$N = 20 \cdot 30 = 600.$$

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} \nu = \frac{1}{T} \\ N = t \cdot \nu \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow N = t \cdot \frac{1}{T} = 30 \text{ s} \cdot \frac{1}{0.05 \text{ s}} = 600.$$

Vježba 120

Perioda nekog titranja iznosi 0.05 s. Koliki je broj titranja u jednoj minuti?

Rezultat: 1200.