

Zadatak 041 (Mario, elektrotehnička škola)

Kada se na oprugu objesi jedan uteg mase m , opruga se produlji za 11 cm. Koliko je titrajno vrijeme (perioda) dva utega (mase $2m$) kada titraju na istoj opruzi? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 041

$$m_1 = m, \quad x_1 = 11 \text{ cm} = 0.11 \text{ m}, \quad m_2 = 2 \cdot m, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad T_2 = ?$$

Kada uteg mase m_1 visi na opruzi sila teža G po iznosu jednaka je elastičnoj sili F opruge:

$$F = G \Rightarrow k \cdot x_1 = m_1 \cdot g \Rightarrow k = \frac{m_1 \cdot g}{x_1} \Rightarrow k = \frac{m \cdot g}{x_1}$$

Titrajno vrijeme (perioda) dva utega iznosi:

$$T_2 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m_2}{k}} \Rightarrow T_2 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot m}{\frac{m \cdot g}{x_1}}} \Rightarrow T_2 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot x_1}{g}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 0.11 \text{ m}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 0.94 \text{ s}$$

Vježba 041

Kada se na oprugu objesi jedan uteg mase m , opruga se produlji za 6 cm. Koliko je titrajno vrijeme (perioda) dva utega (mase $2m$) kada titraju na istoj opruzi? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 0.69 s.

Zadatak 042 (Ivan, maturant)

Kugla promjera 20 cm obješena na niti duljine 50 cm njiše se malim amplitudama. Izračunajte periodu tog fizičkog njihala. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 042

$$2 \cdot r = 20 \text{ cm} \Rightarrow r = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad l = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad T = ?$$

Fizičko njihalo je svako kruto tijelo koje se zbog utjecaja sile teže njiše oko horizontalne osi što prolazi iznad težišta tijela. Perioda je dana izrazom:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{I}{m \cdot g \cdot d}}$$

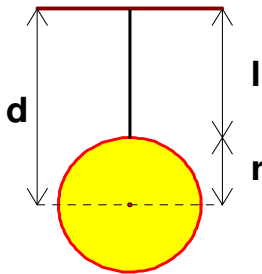
gdje je I moment tromosti, m masa i d udaljenost osi od težišta njihala. Moment tromosti kugle, s obzirom na os kroz središte je:

$$I_T = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2$$

Po Steinerovom poučku, moment tromosti s obzirom na os oko koje njiše njihalo iznosi:

$$I = I_T + m \cdot d^2 \Rightarrow I = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2 + m \cdot (l + r)^2$$

Zato je perioda:



$$\begin{aligned} T &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{I}{m \cdot g \cdot d}} \Rightarrow T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2 + m \cdot (l + r)^2}{m \cdot g \cdot (l + r)}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m \cdot \left(\frac{2}{5} \cdot r^2 + (l + r)^2\right)}{m \cdot g \cdot (l + r)}} \Rightarrow T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\frac{2}{5} \cdot r^2 + (l + r)^2}{g \cdot (l + r)}} = \\ &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\frac{2}{5} \cdot (0.1 \text{ m})^2 + (0.5 \text{ m} + 0.1 \text{ m})^2}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0.5 \text{ m} + 0.1 \text{ m})}} = 1.56 \text{ s} \end{aligned}$$

Vježba 042

Kugla promjera 40 cm obješena na niti duljine 50 cm njiše se malim amplitudama. Izračunajte periodu tog fizičkog njihala. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 1.71 s.

Zadatak 043 (Ivan, maturant)

Kugla promjera 20 cm obješena na niti duljine 50 cm njiše se malim amplitudama. Aproximirajte kuglu materijalnom točkom i izračunajte periodu smatrajući njihalo matematičkim. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 043

$$2 \cdot r = 20 \text{ cm} \Rightarrow r = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad d = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad T = ?$$

Perioda matematičkog njihala pri malim amplitudama iznosi:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}},$$

gdje je l duljina njihala, a g akceleracija sile teže.

Perioda njihala iznosi:

$$l = d + r \left. \vphantom{l = d + r} \right\} \Rightarrow T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{d+r}{g}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{0.5 \text{ m} + 0.1 \text{ m}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 1.55 \text{ s.}$$

Vježba 043

Kugla promjera 40 cm obješena na niti duljine 50 cm njiše se malim amplitudama. Aproximirajte kuglu materijalnom točkom i izračunajte periodu smatrajući njihalo matematičkim. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 1.68 s.

Zadatak 044 (Sanela, maturantica)

Kada na oprugu objesimo uteg mase 3 kg njezina je duljina 83.9 cm, a za uteg mase 9 kg duljina je 142.7 cm. Kolika je konstanta opruge? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 044

$$m_1 = 3 \text{ kg}, \quad l_1 = 83.9 \text{ cm} = 0.839 \text{ m}, \quad m_2 = 9 \text{ kg}, \quad l_2 = 142.7 \text{ cm} = 1.427 \text{ m}, \\ g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad k = ?$$

Kada uteg mase m visi na opruzi sila teža jednaka je sili opruge:

$$m \cdot g = k \cdot \Delta l \Rightarrow m \cdot g = k \cdot (l - l_0).$$

Zato je:

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = m_1 \cdot g \quad F_1 = k \cdot (l_1 - l_0) \\ F_2 = m_2 \cdot g \quad F_2 = k \cdot (l_2 - l_0) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m_1 \cdot g = k \cdot (l_1 - l_0) \\ m_2 \cdot g = k \cdot (l_2 - l_0) \end{array} \right\} \text{gdje je } l_0 \text{ duljina opruge bez utega.}$$

Oduzimanjem tih dviju jednadžbi dobivamo konstantu opruge:

$$\left. \begin{array}{l} m_1 \cdot g = k \cdot (l_1 - l_0) \\ m_2 \cdot g = k \cdot (l_2 - l_0) \end{array} \right\} \Rightarrow m_2 \cdot g - m_1 \cdot g = k \cdot (l_2 - l_0) - k \cdot (l_1 - l_0) \Rightarrow \\ \Rightarrow (m_2 - m_1) \cdot g = k \cdot (l_2 - l_0 - l_1 + l_0) \Rightarrow (m_2 - m_1) \cdot g = k \cdot (l_2 - l_1) \Rightarrow k = \frac{m_2 - m_1}{l_2 - l_1} \cdot g = \\ = \frac{9 \text{ kg} - 3 \text{ kg}}{1.427 \text{ m} - 0.839 \text{ m}} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

Vježba 044

Kada na oprugu objesimo uteg mase 4 kg njezina je duljina 83.9 cm, a za uteg mase 10 kg duljina je 142.7 cm. Kolika je konstanta opruge? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 1.68 s.

Zadatak 045 (Marin, srednja škola)

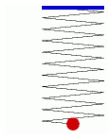
Koliko puta će se povećati perioda titranja opruge na kojoj visi neko tijelo ako se o oprugu objesi još jedno tijelo čija je masa za 50% manja od mase tijela koje se već nalazi na opruzi?

Rješenje 045

$$m_1 = m, \quad m_2 = m + 50\% \cdot m = m + 0.5 \cdot m = 1.5 m, \quad \frac{T_2}{T_1} = ?$$

1. inačica

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m_1}{k}} \\ T_2 &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m_2}{k}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} T_1 &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \\ T_2 &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{1.5 \cdot m}{k}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{dijelimo} \\ \text{jednakosti} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{1.5 \cdot m}{k}}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{1.5 \cdot m}{m}} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{1.5 \cdot m}{m}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{1.5} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 1.225.$$

2. inačica

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \\ T_2 &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m + \Delta m}{k}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{dijelimo} \\ \text{jednakosti} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m + \Delta m}{k}}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m + \Delta m}{m}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m + \Delta m}{m}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{1 + \frac{\Delta m}{m}} \Rightarrow \left[\frac{\Delta m}{m} = 0.5 \right] \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{1 + 0.5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{1.5} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 1.225.$$

Vježba 045

Koliko puta će se povećati perioda titranja opruge na kojoj visi neko tijelo ako se o oprugu objesi još jedno tijelo čija je masa za 25% manja od mase tijela koje se već nalazi na opruzi?

Rezultat: $m_1 = m$, $m_2 = m + 75\% \cdot m = m + 0.75 \cdot m = 1.75 m$, $\frac{T_2}{T_1} = 1.323.$

Zadatak 046 (Felix, gimnazija)

Koliko je naprezanje čelične žice duljine 1 m kada se rastegne 5 mm? (Youngov modul elastičnosti za čelik $E = 210 \text{ GPa}$)

Rješenje 046

$$l = 1 \text{ m}, \quad \Delta l = 5 \text{ mm} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad E = 210 \text{ GPa} = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}, \quad p = ?$$

Hookeov zakon je zakonitost linearne elastičnosti deformacije tijela:

$$\Delta l = \frac{1}{E} \cdot \frac{F \cdot l}{S} \Rightarrow \Delta l = \frac{1}{E} \cdot \frac{F \cdot l}{S} \cdot \frac{E}{l} \Rightarrow E \cdot \frac{\Delta l}{l} = \frac{F}{S} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{tlak} \\ p = \frac{F}{S} \end{bmatrix} \Rightarrow p = E \cdot \frac{\Delta l}{l}$$

Naprezanje čelične žice iznosi:

$$p = E \cdot \frac{\Delta l}{l} = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ Pa} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{1 \text{ m}} = 1.05 \cdot 10^9 \text{ Pa} = 1.05 \text{ GPa} = 1050 \text{ MPa}$$

Vježba 046

Koliko je naprezanje čelične žice duljine 2 m kada se rastegne 10 mm? (Youngov modul elastičnosti za čelik $E = 210 \text{ GPa}$)

Rezultat: 1050 MPa.

Zadatak 047 (Maturant, elektrotehnička škola)

U kojim trenucima je kinetička energija tijela koje harmonički titra jednaka njegovoj potencijalnoj energiji?

Rješenje 047

Pomak, elongacija ili udaljenost x od položaja ravnoteže tijela koje harmonički titra, mijenja se s vremenom prema

$$x = A \cdot \sin \omega t \quad , \quad \omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

Brzina tijela iznosi:

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow v = A \cdot \omega \cdot \cos \omega t$$

Energije tijela su:

- kinetička energija

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (A \cdot \omega \cdot \cos \omega t)^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \cos^2 \omega t$$

- potencijalna energija

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \Rightarrow \begin{bmatrix} k = m \cdot \omega^2 \\ x = A \cdot \sin \omega t \end{bmatrix} \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot (A \cdot \sin \omega t)^2 \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \sin^2 \omega t$$

Budući da tražimo trenutke kada su kinetička i potencijalna energija jednake, slijedi:

$$\begin{aligned} E_k = E_p &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \cos^2 \omega t = \frac{1}{2} \cdot m \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \sin^2 \omega t \cdot \frac{2}{m \cdot A^2 \cdot \omega^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \cos^2 \omega t = \sin^2 \omega t \quad / : \cos^2 \omega t \Rightarrow \frac{\sin^2 \omega t}{\cos^2 \omega t} = 1 \Rightarrow \text{tg}^2 \omega t = 1 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow \text{tg} \omega t = 1 \Rightarrow \omega t = \text{tg}^{-1} 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{4} + k \cdot \pi \quad , \quad k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots \end{aligned}$$

Trenuci u kojima je kinetička energija jednaka potencijalnoj su:

$$\omega t = \frac{\pi}{4} + k \cdot \pi \quad / \cdot \frac{1}{\omega} \Rightarrow t = \frac{1}{\omega} \cdot \left(\frac{\pi}{4} + k \cdot \pi \right) \Rightarrow t = \frac{1}{\omega} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (1 + 4 \cdot k) \Rightarrow t = \frac{\pi}{4 \cdot \omega} \cdot (1 + 4 \cdot k) \quad , \quad k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$$

Vježba 047

U kojim trenucima je potencijalna energija tijela koje harmonički titra jednaka njegovoj kinetičkoj energiji?

Rezultat: $t = \frac{\pi}{4 \cdot \omega} \cdot (1 + 4 \cdot k) \quad , \quad k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$

Zadatak 048 (Mario, elektrotehnička škola)

Da bismo elastičnu oprugu stisnuli 1 cm moramo uporabiti silu 19.6 N. Koliki rad moramo utrošiti da bismo oprugu stisnuli za 2 dm?

Rješenje 048

$$s_1 = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}, \quad F_1 = 19.6 \text{ N}, \quad s = 2 \text{ dm} = 0.2 \text{ m}, \quad W = ?$$

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= k \cdot s_1 \\ W &= \frac{1}{2} \cdot k \cdot s^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} k &= \frac{F_1}{s_1} \\ W &= \frac{1}{2} \cdot k \cdot s^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot \frac{F_1}{s_1} \cdot s^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{19.6 \text{ N}}{0.01 \text{ m}} \cdot (0.2 \text{ m})^2 = 39.2 \text{ J}.$$

Vježba 048

Da bismo elastičnu oprugu stisnuli 2 cm moramo uporabiti silu 19.6 N. Koliki rad moramo utrošiti da bismo oprugu stisnuli za 2 dm?

Rezultat: 19.6 J.

Zadatak 049 (Iva, gimnazija)

Na niti duljine 1 m obješeno je tijelo mase 3 kg. Na koju je visinu potrebno podići tijelo iz položaja ravnoteže da bi pri prolazu kroz taj položaj napetost niti iznosila 50 N? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 049

$$l = 1 \text{ m}, \quad m = 3 \text{ kg}, \quad F = 50 \text{ N}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$

Napetost F niti jednaka je zbroju težine G i centrifugalne sile F_{cf} :

$$F = G + F_{cf} \Rightarrow F = m \cdot g + m \cdot \frac{v^2}{l}.$$

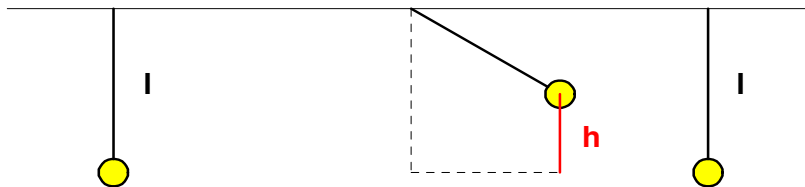
Uporabom zakona očuvanja energije na tijelo dobije se sljedeća relacija:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h$$

Visina h iznosi:

$$\left. \begin{aligned} F &= m \cdot g + m \cdot \frac{v^2}{l} \\ \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= m \cdot g \cdot h \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} F - m \cdot g &= m \cdot \frac{v^2}{l} \\ m \cdot v^2 &= 2 \cdot m \cdot g \cdot h \end{aligned} \right\} \Rightarrow F - m \cdot g = \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot h}{l} \quad /:l \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l \cdot (F - m \cdot g) = 2 \cdot m \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{l \cdot (F - m \cdot g)}{2 \cdot m \cdot g} = \frac{1 \text{ m} \cdot \left(50 \text{ N} - 3 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)}{2 \cdot 3 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.35 \text{ m}.$$

**Vježba 049**

Na niti duljine 1 m obješeno je tijelo mase 2 kg. Na koju je visinu potrebno podići tijelo iz položaja ravnoteže da bi pri prolazu kroz taj položaj napetost niti iznosila 50 N? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 0.77 m.

Zadatak 050 (Matija, gimnazija)

Na ravnom putu nalaze se automobil i opažač. Kada automobil miruje, opažač čuje zvuk sirene automobila čija je frekvencija 300 Hz, a kada se giba zvuk frekvencije 320 Hz. Odredite smjer i brzinu gibanja automobila. (brzina zvuka u zraku $v_z = 330$ m/s)

Rješenje 050

$$v = 300 \text{ Hz}, \quad v' = 320 \text{ Hz}, \quad v_z = 330 \text{ m/s}, \quad v = ?$$

Izvor zvuka odašilje zvučne valove frekvencije v . Opažač sluša taj zvuk na nekoj udaljenosti od izvora.

Ako i izvor i opažač miruju u istom inercijskom sustavu, opažač će registrirati zvučne valove jednake frekvencije v .

Ako se opažaču izvor zvuka približava, on čuje zvuk više frekvencije.

Ako se izvor zvuka udaljava od opažača, on čuje zvuk niže frekvencije.

Ta se pojava naziva Dopplerov efekt.

Kada se opažaču izvor zvuka približava vrijedi formula:

$$v' = v \cdot \frac{1}{1 - \frac{v}{v_z}}$$

Budući da je $v' > v$, automobil se giba prema opažaču.

Iz formule za Dopplerov efekt dobije se brzina v :

$$\begin{aligned} v' &= v \cdot \frac{1}{1 - \frac{v}{v_z}} \cdot \frac{1}{v} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{1}{1 - \frac{v}{v_z}} \Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow 1 - \frac{v}{v_z} = \frac{v}{v'} \Rightarrow 1 - \frac{v}{v'} = \frac{v}{v_z} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = v_z \cdot \left(1 - \frac{v}{v'} \right) = 330 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \left(1 - \frac{300 \text{ Hz}}{320 \text{ Hz}} \right) = 20.625 \frac{\text{m}}{\text{s}} = [20.625 \cdot 3.6] = 74.25 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \end{aligned}$$



Vježba 050

Na ravnom putu nalaze se automobil i opažač. Kada automobil miruje, opažač čuje zvuk sirene automobila čija je frekvencija 300 Hz, a kada se giba zvuk frekvencije 330 Hz. Odredite smjer i brzinu gibanja automobila. (brzina zvuka u zraku $v_z = 330$ m/s)

Rezultat: $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Zadatak 051 (Ivan, srednjoškolač)

Tijelo harmonijski titra. Perioda titranja je 8 s, a masa tijela je 5 kg. Kolika je konstanta harmonijske sile?

Rješenje 051

$$T = 8 \text{ s}, \quad m = 5 \text{ kg}, \quad k = ?$$

Sila koja djeluje na tijelo mase m i pod djelovanjem koje tijelo harmonički titra jednaka je

$$F = -k \cdot x,$$

gdje je k konstanta elastičnosti. Pomoću konstante elastičnosti k možemo izraziti periodu titranja:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Konstanta k harmonijske sile iznosi:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \Rightarrow \frac{T}{2 \cdot \pi} = \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{T^2}{4 \cdot \pi^2} = \frac{m}{k} \Rightarrow k \cdot T^2 = m \cdot 4 \cdot \pi^2 \Rightarrow k = \frac{m \cdot 4 \cdot \pi^2}{T^2} =$$

$$= \frac{5 \text{ kg} \cdot 4 \cdot \pi^2}{(8 \text{ s})^2} = 3.08 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2} = \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}^2} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2 \cdot \text{m}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{\text{m}} = \text{N} \cdot \frac{1}{\text{m}} = \frac{\text{N}}{\text{m}} \right] = 3.08 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Vježba 051

Tijelo harmonijski titra. Perioda titranja je 8 s, a masa tijela je 10 kg. Kolika je konstanta harmonijske sile?

Rezultat: $6.17 \frac{\text{N}}{\text{m}}$

Zadatak 052 (Tomislav, srednja škola)

Jednadžba koja opisuje harmoničko titranje neke točke glasi: $x = 6 \text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3 \text{ s}} \cdot t + \pi\right)$. Nađi vrijeme jednog titraja i najveću brzinu te točke.

Rješenje 052

$$T = ?, \quad v_0 = ?$$

Pomak, elongacija ili udaljenost x od položaja ravnoteže tijela koje harmonički titra, mijenja se s vremenom prema

$$x = A \cdot \sin \frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T},$$

gdje je x elongacija, tj. udaljenost točke koja titra od položaja ravnoteže u bilo kojem trenutku, A amplituda, tj. maksimalna elongacija i T vrijeme jednog titraja ili perioda. Ako tijelo ne počne titrati iz položaja ravnoteže, elongacija x mijenja se s vremenom

$$x = A \cdot \sin \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} + \varphi \right),$$

gdje je φ početni fazni kut. Brzina tijela koje harmonički titra mijenja se s vremenom

$$v = v_0 \cdot \cos \frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T},$$

gdje je v_0 maksimalna brzina dana izrazom

$$v_0 = \frac{2 \cdot \pi \cdot A}{T}.$$

- Vrijeme jednog titraja (perioda) iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} x = A \cdot \sin \left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t + \varphi \right) \\ x = 6 \text{ cm} \cdot \sin \left(\frac{\pi}{3 \text{ s}} \cdot t + \pi \right) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = A \cdot \sin \left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t + \varphi \right) \\ x = 6 \text{ cm} \cdot \sin \left(\frac{\pi}{3 \text{ s}} \cdot t + \pi \right) \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{izravno odčitamo} \\ \text{period} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{\pi}{3 \text{ s}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T}{2 \cdot \pi} = \frac{3 \text{ s}}{\pi} / \cdot 2 \cdot \pi \Rightarrow T = 6 \text{ s}.$$

- Najveća brzina točke koja titra iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} x = A \cdot \sin \left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t + \varphi \right) \\ x = 6 \text{ cm} \cdot \sin \left(\frac{\pi}{3 \text{ s}} \cdot t + \pi \right) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = A \cdot \sin \left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t + \varphi \right) \\ x = 6 \text{ cm} \cdot \sin \left(\frac{\pi}{3 \text{ s}} \cdot t + \pi \right) \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{izravno odčitamo} \\ \text{amplitudu} \end{array} \right] \Rightarrow A = 6 \text{ cm} \text{ amplituda} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} A = 6 \text{ cm}, T = 6 \text{ s} \\ v_0 = \frac{2 \cdot \pi \cdot A}{T} \end{array} \right\} \Rightarrow v_0 = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6 \text{ cm}}{6 \text{ s}} = 6.28 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \text{ maksimalna brzina.}$$

Vježba 052

Jednadžba koja opisuje harmoničko titranje neke točke glasi: $x = 12 \text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6 \text{ s}} \cdot t + \pi\right)$. Nađi vrijeme jednog titraja i najveću brzinu te točke.

Rezultat: 12 s , 6.28 cm/s.

Zadatak 053 (Borbeni Mate, Tina, Marko, Zora, Goran, večernji srednjoškolci)

Jednadžba transverznog vala ima oblik $y = 4 \text{ cm} \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{10 \text{ s}} + \frac{x}{60 \text{ cm}}\right)$.

Odredite amplitudu vala, periodu vala, valnu duljinu vala, frekvenciju (učestalost) vala i brzinu vala.

Rješenje 053

$$A = ?, \quad T = ?, \quad \lambda = ?, \quad \nu = ?, \quad v = ?$$

Jedan od načina prenošenja energije kroz prostor je valovito gibanje. Valovi koji se šire kroz elastična sredstva su mehanički valovi.



Transverzalni val nastaje ako čestice koje prenose val titraju okomito na smjer širenja vala (na primjer, val na užetu).

Valovito je gibanje periodičko prenošenje energije titranja od jednog mjesta na drugo.

Pri transverzalnim valovima ta se energija prenosi okomito na smjer titranja.

Valna duljina je udaljenost dviju najbližih točaka vala koje titraju u istoj fazi. Drugim riječima, to je udaljenost do koje se proširi val za vrijeme jednog titraja, tj.

$$\lambda = v \cdot T, \quad \lambda = \frac{v}{\nu},$$

gdje je λ valna duljina, T perioda titraja, ν frekvencija (učestalost), a v brzina širenja vala. Elongaciju y koje god točke koja se nalazi na udaljenosti x od izvora vala u bilo koje vrijeme t možemo naći iz jednadžbe vala

$$y = A \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right),$$

gdje je A amplituda vala, $\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda}$ zaostatak u fazi neke točke na udaljenosti x od izvora vala.

- Amplituda vala iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} y = A \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \\ y = 4 \text{ cm} \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{10 \text{ s}} + \frac{x}{60 \text{ cm}}\right) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = A \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \\ y = 4 \text{ cm} \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{10 \text{ s}} + \frac{x}{60 \text{ cm}}\right) \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{izravno} \\ \text{odčitamo} \\ \text{amplitudu} \end{array} \right] \Rightarrow A = 4 \text{ cm}.$$

- Perioda vala iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} y = A \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \\ y = 4 \text{ cm} \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{10 \text{ s}} + \frac{x}{60 \text{ cm}}\right) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = A \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \\ y = 4 \text{ cm} \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{10 \text{ s}} + \frac{x}{60 \text{ cm}}\right) \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{izravno} \\ \text{odčitamo} \\ \text{period} \end{array} \right] \Rightarrow T = 10 \text{ s}.$$

- Valna duljina vala iznosi:

$$\left. \begin{aligned} y &= A \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \\ y &= 4 \text{ cm} \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{10 \text{ s}} + \frac{x}{60 \text{ cm}} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} y &= A \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \\ y &= 4 \text{ cm} \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{10 \text{ s}} + \frac{x}{60 \text{ cm}} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{izravno} \\ \text{odčitamo} \\ \text{valnu} \\ \text{duljinu} \end{array} \right] \Rightarrow \lambda = 60 \text{ cm}.$$

- Frekvencija (učestalost) vala iznosi:

$$\left. \begin{aligned} T &= 10 \text{ s} \\ \nu &= \frac{1}{T} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \nu = \frac{1}{10 \text{ s}} = 0.1 \text{ Hz}.$$

- Brzina vala iznosi:

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= 60 \text{ cm}, T = 10 \text{ s} \\ \nu &= \frac{\lambda}{T} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \nu = \frac{60 \text{ cm}}{10 \text{ s}} = 6 \frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$



$$y = A \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right), \quad y = A \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right).$$

Svaki od ova dva zapisa jednadžbe transverzalnog vala jednako je vrijedan, jer opisuje istu krivulju, ali svaki u drugom koordinatnom sustavu.

Vježba 053

Jednadžba transverzalnog vala ima oblik $y = 4 \text{ cm} \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{10 \text{ s}} - \frac{x}{60 \text{ cm}} \right)$.

Odredite amplitudu vala, periodu vala, valnu duljinu vala, frekvenciju vala i brzinu vala.

Rezultat: $A = 4 \text{ cm}$, $T = 10 \text{ s}$, $\lambda = 60 \text{ cm}$, $\nu = 0.1 \text{ Hz}$, $v = 6 \text{ cm/s}$.

Zadatak 054 (Marina, gimnazija)

Za koliko moramo produljiti matematičko njihalo duljine l da bi ono imalo istu periodu titranja u dizalu koje se diže ubrzavajući se akceleracijom $a = g/2$ kao u slučaju da dizalo miruje?

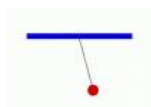
Rješenje 054

$$l, \quad a = g/2, \quad T_1 = T_2, \quad x = ?$$

Matematičko njihalo je njihalo (zamišljeno) koje ima nerastezljivu nit bez mase i kojega je masa kuglice koja nije koncentrirana u jednoj točki. Uz male amplitude takvo njihalo izvodi harmoničke titraje. Vrijeme jednog titraja (periode) matematičkog njihala jest

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}},$$

gdje je l duljina njihala, a g akceleracija slobodnog pada.



Budući da se nalazimo u dizalu koje se diže ubrzavajući se akceleracijom a , gibanje dizala uzrokuje povećanje akceleracije slobodnog pada pa g moramo zamijeniti sa $g + a$ (razlog je taj što je dizalo postalo akcelerirani sustav).

Neka je x produljenje matematičkog njihala. Prema uvjetu zadatka matematičko njihalo mora imati istu periodu kada dizalo miruje i kad se diže ubrzavajući se akceleracijom a . Veličinu x dobit ćemo iz ova dva izraza:

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \\ T_2 &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l+x}{g+a}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow [T_1 = T_2] \Rightarrow 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l+x}{g+a}} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \Rightarrow \sqrt{\frac{l}{g}} = \sqrt{\frac{l+x}{g+a}} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{l}{g} = \frac{l+x}{g+a} \Rightarrow l \cdot (g+a) = g \cdot (l+x) \Rightarrow l \cdot g + l \cdot a = g \cdot l + g \cdot x \Rightarrow l \cdot a = g \cdot x \Rightarrow \\
 \Rightarrow x = \frac{l \cdot a}{g} \Rightarrow x = \frac{a}{g} \cdot l = \frac{g}{g} \cdot l = \frac{1}{2} \cdot l.$$

Vježba 054

Za koliko moramo produljiti matematičko njihalo duljine l da bi ono imalo istu periodu titranja u dizalu koje se diže ubrzavajući se akceleracijom $a = 2 \cdot g$ kao u slučaju da dizalo miruje?

Rezultat: $2 \cdot l$.

Zadatak 055 (Petar, gimnazija)

Tijelo mase 3 kg giba se brzinom 2 m/s i sudara s elastičnom oprugom.

Za elastičnu oprugu vrijedi $F = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot x$.

- Kolika je elastična potencijalna energija sadržana u opruzi kad ju je tijelo stisnulo za 0.1 m ?
- Kolika je u tom času kinetička energija tijela mase 3 kg ?

Rješenje 055

$$m = 3 \text{ kg}, \quad v = 2 \text{ m/s}, \quad F = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot x \Rightarrow k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}, \quad x = 0.1 \text{ m}, \quad E_{ep} = ?,$$

$E_k = ?$

Elastična opruga produžena za x ima elastičnu potencijalnu energiju:

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2,$$

gdje je x konstanta opruge.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

- Kad tijelo stisne oprugu za 0.1 m njezina elastična potencijalna energija iznosi:

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 100 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0.1 \text{ m})^2 = 0.5 \text{ J}.$$

- Kinetička energija tijela u času kad se sudara s elastičnom oprugom i pri tome je stisne za 0.1 m iznosi:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot (m \cdot v^2 - k \cdot x^2) = \frac{1}{2} \cdot \left(3 \text{ kg} \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - 100 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0.1 \text{ m})^2 \right) = 5.5 \text{ J}.$$

Vježba 055

Tijelo se sudara s elastičnom oprugom. Za elastičnu oprugu vrijedi $F = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot x$. Kolika je elastična potencijalna energija sadržana u opruzi kad ju je tijelo stisnulo za 0.1 m ?

Rezultat: 1 J .

Zadatak 056 (Petar, gimnazija)

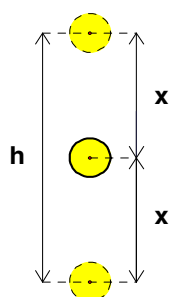
Elastična opruga konstante $k = 40 \text{ N/m}$ visi vertikalno. Na njezinu kraju obješen je uteg mase 0.8 kg koji miruje. Utteg povučemo dolje 0.15 m .

- a) Do koje će se visine h uteg podići kad ga ispustimo?
b) Kolika će biti njegova najveća brzina?

Rješenje 056

$$k = 40 \text{ N/m}, \quad m = 0.8 \text{ kg}, \quad x = 0.15 \text{ m}, \quad h = ?, \quad v = ?$$

Elastična opruga produžena za x ima elastičnu potencijalnu energiju:



$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2,$$

gdje je x konstanta opruge.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

a) Visina h do koje će se tijelo podići iznosi:

$$h = 2 \cdot x = 2 \cdot 0.15 \text{ m} = 0.3 \text{ m}.$$

b) Iz zakona o održanju energije slijedi da najveća brzina utega iznosi:

$$E_k = E_{ep} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{k \cdot x^2}{m} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k \cdot x^2}{m}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = x \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = 0.15 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{40 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{0.8 \text{ kg}}} = 1.06 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 056

Elastična opruga konstante $k = 40 \text{ N/m}$ visi vertikalno. Na njezinu kraju obješen je uteg mase 0.8 kg koji miruje. Utteg povučemo dolje 0.3 m . Kolika će biti njegova najveća brzina?

Rezultat: 2.12 m/s .

Zadatak 057 (Petar, gimnazija)

Tijelo mase 0.5 kg smješteno je na horizontalnom stolu i pričvršćeno za elastičnu oprugu kojoj je $k = 50 \text{ N/m}$. Opruga titra, pri čemu se najviše rastegne odnosno stegne 0.1 m i vuče tijelo za sobom. Trenje po stolu možemo zanemariti. Kolika je najveća brzina tijela?

Rješenje 057

$$m = 0.5 \text{ kg}, \quad k = 50 \text{ N/m}, \quad x = 0.1 \text{ m}, \quad v = ?$$

Elastična opruga produžena za x ima elastičnu potencijalnu energiju:

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2,$$

gdje je x konstanta opruge.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Iz zakona o održanju energije slijedi da najveća brzina tijela iznosi:

$$E_k = E_{ep} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{k \cdot x^2}{m} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k \cdot x^2}{m}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = x \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = 0.1 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{50 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{0.5 \text{ kg}}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Vježba 057

Tijelo mase 0.5 kg smješteno je na horizontalnom stolu i pričvršćeno za elastičnu oprugu kojoj je $k = 50 \text{ N/m}$. Opruga titra, pri čemu se najviše rastegne odnosno stegne 0.2 m i vuče tijelo za sobom. Trenje po stolu možemo zanemariti. Kolika je najveća brzina tijela?

Rezultat: 2 m/s.

Zadatak 058 (Maturant, elektrotehnička škola)

Kolika je razlika faza harmoničkih titraja

$$s_1 = A \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} + \frac{\pi}{4}\right) \text{ i } s_2 = A \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} - 60^\circ\right)?$$

Rješenje 058

Ako tijelo ne počne titrati iz položaja ravnoteže, elongacija x mijenja se s vremenom

$$x = A \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} + \varphi\right),$$

gdje je φ početni fazni kut.

Najprije odredimo početne fazne kutove.

- $s_1 = A \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{4}$
- $s_2 = A \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} - 60^\circ\right) = A \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \varphi_2 = -\frac{\pi}{3}$

Razlika faza iznosi:

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} = \frac{3 \cdot \pi + 4 \cdot \pi}{12} = \frac{7 \cdot \pi}{12}$$

Vježba 058

Kolika je razlika faza harmoničkih titraja

$$s_1 = A \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} + \frac{\pi}{4}\right) \text{ i } s_2 = A \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} - 30^\circ\right)?$$

Rezultat: $\frac{5 \cdot \pi}{12}$.

Zadatak 059 (Iva, gimnazija)

Materijalna točka titra po zakonu

$$x(t) = A \cdot \sin\left(\pi \cdot t + \frac{\pi}{4}\right),$$

gdje je x izražen u metrima, a t u sekundama. Kada je faza titranja jednaka $\frac{\pi}{2}$?

Rješenje 059

$$\varphi = \frac{\pi}{2}, \quad t = ?$$

Ako tijelo ne počne titrati iz položaja ravnoteže, elongacija (pomak) x mijenja se s vremenom

$$x(t) = A \cdot \sin \varphi \Rightarrow [\varphi = \omega \cdot t + \varphi_0] \Rightarrow x(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0),$$

gdje je A amplituda, ω kružna frekvencija, a φ_0 početna faza.

Budući da je faza titranja jednaka $\frac{\pi}{2}$, slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} x(t) = A \cdot \sin\left(\pi \cdot t + \frac{\pi}{4}\right) \\ x(t) = A \cdot \sin \frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \pi \cdot t + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{4}{\pi} \Rightarrow 4 \cdot t + 1 = 2 \Rightarrow 4 \cdot t = 2 - 1 \Rightarrow 4 \cdot t = 1 \Rightarrow t = \frac{1}{4} \text{ s.}$$

Vježba 059

Materijalna točka titra po zakonu

$$x(t) = A \cdot \sin\left(\pi \cdot t + \frac{\pi}{4}\right),$$

gdje je x izražen u metrima, a t u sekundama. Kada je faza titranja jednaka π ?

Rezultat: $\frac{3}{4} \text{ s.}$

Zadatak 060 (Goga, gimnazija)

Napiši jednadžbu harmoničkog titranja materijalne točke ako je početni fazni kut $\frac{\pi}{2}$, amplituda titranja 5 cm, a perioda titranja 8 sekundi?

Rješenje 060

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}, \quad A = 5 \text{ cm}, \quad T = 8 \text{ s}, \quad x(t) = ?$$

Ako tijelo ne počne titrati iz položaja ravnoteže, elongacija (pomak) x mijenja se s vremenom

$$x(t) = A \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} + \varphi_0\right),$$

gdje je A amplituda, T perioda, φ_0 početni fazni kut.

Jednadžba harmoničkog titranja materijalne točke glasi:

$$x(t) = 5 \text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{8 \text{ s}} + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow x(t) = 5 \text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{4 \text{ s}} + \frac{\pi}{2}\right).$$

Vježba 060

Napiši jednadžbu harmoničkog titranja materijalne točke ako je početni fazni kut π , amplituda titranja 5 cm, a perioda titranja 8 sekundi?

Rezultat: $x(t) = 5 \text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{4 \text{ s}} + \pi\right).$