

**Zadatak 001 (Marko, tehnička škola)**

Dva radnika nose teret obješen na motku duljine 3 m. Teret visi 1.2 m od prvog radnika. Kako se odnose sile kojima motka pritišće prvog i drugog radnika?

**Rješenje 001**

Koristimo zakon poluge.

$$l_1 = 1.2 \text{ m}, \quad l_2 = 3 \text{ m} - 1.2 \text{ m} = 1.8 \text{ m}, \quad F_1 : F_2 = ?$$

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1} = \frac{1.8 \text{ m}}{1.2 \text{ m}} = \frac{3}{2} = 1.5.$$

**Vježba 001**

Dva radnika nose teret obješen na motku duljine 7 m. Teret visi 2 m od prvog radnika. Kako se odnose sile kojima motka pritišće prvog i drugog radnika?

**Rezultat:** 2.5.

**Zadatak 002 (Ivan, tehnička škola)**

Uteg mase 3 kg okrećemo u vertikalnoj ravnini brzinom 2 m/s na niti dugoj 1 m. Kolika je napetost niti u najnižoj točki kruženja?

**Rješenje 002**

$$m = 3 \text{ kg}, \quad v = 2 \text{ m/s}, \quad r = 1 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Na tijelo koje rotira zajedno sa sustavom, a promatrano sa stajališta tog sustava, djeluje akceleracija koja je jednaka akceleraciji koja izvodi rotaciju sustava, ali suprotnog smjera od nje. Zbog toga u sustavu koji jednoliko rotira opažamo da na tijelo mase  $m$  djeluje sila  $m \cdot a$  koja ima radijalni smjer od središta rotacije, a zovemo je centrifugalnom silom. Dakle, nit napinje težina utega  $G$  i centrifugalna sila koja djeluje na uteg. Centrifugalna sila djeluje zato što nit i uteg zajedno kruže. Napetost niti jednaka je:

$$F = m \cdot g + m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot \left( g + \frac{v^2}{r} \right) = 3 \text{ kg} \cdot \left( 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + \frac{\left( 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{1 \text{ m}} \right) = 42 \text{ N}.$$

Napetost niti u najnižoj točki je 42 N.

**Vježba 002**

Uteg mase 5 kg okrećemo u vertikalnoj ravnini brzinom 2 m/s na niti dugoj 2 m. Kolika je napetost niti u najnižoj točki kruženja?

**Rezultat:** 60 N.

**Zadatak 003 (Maja, medicinska škola)**

Kotač, koji se vrti brzinom 480 okretaja u minuti, počinje se zaustavljati jednoliko usporeno. Koliki je ukupni broj okretaja kotača pri zaustavljanju ako se zaustavi za 0.5 minuta?

**Rješenje 003**

$$n_1 = 480, \quad t_1 = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad t = 0.5 \text{ min} = 30 \text{ s}, \quad n = ?$$

Ako se kotač okrene 480 puta u minuti, onda je frekvencija (broj okretaja u jedinici vremena, u 1 sekundi) jednaka:

$$f = \frac{n_1}{t_1} = \frac{480}{60 \text{ s}} = 8 \text{ s}^{-1} = 8 \text{ Hz}.$$

Ako se kotač jedanput okrene, onda je opisani kut  $2\pi$ , a ako se okrene  $n$  puta kut iznosi:

$$\varphi = 2\pi \cdot n.$$

Budući da se kotač jednoliko usporava, kut se može računati po formuli

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \omega \cdot t,$$

gdje je  $\omega$  kutna brzina

$$\omega = 2\pi \cdot f.$$

Konačno je

$$2\pi \cdot n = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot f \cdot t \Rightarrow 2\pi \cdot n = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot f \cdot t \quad / : 2\pi \Rightarrow n = \frac{1}{2} \cdot f \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 8 \text{ s}^{-1} \cdot 30 \text{ s} = 120.$$

### Vježba 003

Kotač, koji se vrti brzinom 540 okretaja u minuti, počinje se zaustavljati jednoliko usporeno. Koliki je ukupni broj okretaja kotača pri zaustavljanju ako se zaustavi za 1 minutu?

**Rezultat:** 270.

### Zadatak 004 (Gigi, gimnazija)

Kotač mase 1 kg kotrlja se bez klizanja po vodoravnoj podlozi brzinom 2 m/s. Kolika je kinetička energija kotača?

### Rješenje 004

$$m = 1 \text{ kg}, \quad v = 2 \text{ m/s}, \quad E_k = ?$$

Budući da se kotač kotrlja bez klizanja, njegova ukupna kinetička energija jednaka je zbroju kinetičke energije translacije i kinetičke energije rotacije.

Kinetička energija tijela mase  $m$  i brzine  $v$  je:

$$E_1 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kinetička energija tijela koje rotira kutnom brzinom  $\omega$  je:

$$E_2 = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2,$$

gdje je  $I$  moment ustrajnosti (tromosti). Moment ustrajnosti (tromosti) za kružnu ploču polumjera  $r$ , s obzirom na os koja prolazi okomito središtem je:

$$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2.$$

Obodna (linearna) brzina  $v$  je u smjeru staze i iznosi:

$$v = r \cdot \omega.$$

Sada je ukupna kinetička energija kotača:

$$\begin{aligned} E_k &= E_1 + E_2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{4} \cdot m \cdot (r \cdot \omega)^2 = \\ &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{4} \cdot m \cdot v^2 = \frac{3}{4} \cdot m \cdot v^2 = \frac{3}{4} \cdot 1 \text{ kg} \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 3 \text{ J}. \end{aligned}$$

### Vježba 004

Kotač mase 2 kg kotrlja se bez klizanja po vodoravnoj podlozi brzinom 5 m/s. Kolika je kinetička energija kotača?

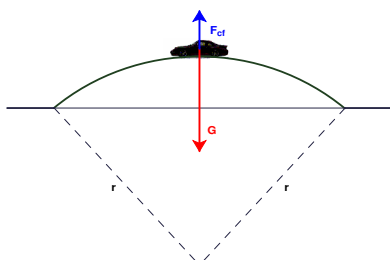
**Rezultat:** 37.5 J.

### Zadatak 005 (Maja, medicinska škola)

Automobil mase 900 kg vozi stalnom brzinom 72 km/h preko mosta u obliku *izbočenog luka* i polumjera zakrivljenosti 100 m. Kolika je sila pritiska na podlogu u sredini mosta? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 005

$$m = 900 \text{ kg}, \quad v = 72 \text{ km/h} = [72 : 3.6] = 20 \text{ m/s}, \quad r = 100 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$



Težina mirnog automobila je  $G = m \cdot g$ . Budući da se automobil giba po mostu koji ima oblik kružnog luka (kružno gibanje!) na automobil djeluje još i centrifugalna sila (koja ima suprotan smjer od smjera težine) pa je sila pritiska jednaka:

$$\begin{aligned} F = G - F_{cf} &= m \cdot g - m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot \left( g - \frac{v^2}{r} \right) = 900 \text{ kg} \cdot \left( 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - \frac{\left( 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{100 \text{ m}} \right) = 900 \text{ kg} \cdot \left( 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = \\ &= 900 \text{ kg} \cdot 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 5400 \text{ N} = 5.4 \text{ kN}. \end{aligned}$$

### Vježba 005

Automobil mase 500 kg vozi stalnom brzinom 72 km/h preko mosta u obliku *izbočenog luka* i polumjera zakrivljenosti 100 m. Kolika je sila pritiska na podlogu u sredini mosta? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

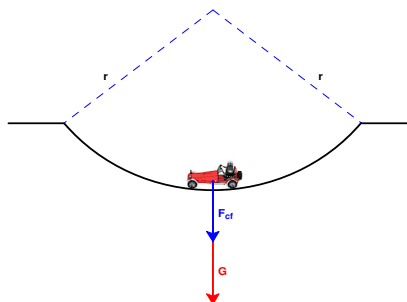
**Rezultat:** 3000 N = 3 kN.

### Zadatak 006 (Maja, medicinska škola)

Automobil mase 900 kg vozi stalnom brzinom 72 km/h preko mosta u obliku *udubljenog luka* i polumjera zakrivljenosti 100 m. Kolika je sila pritiska na podlogu u sredini mosta? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 006

$$m = 900 \text{ kg}, \quad v = 72 \text{ km/h} = [72 : 3.6] = 20 \text{ m/s}, \quad r = 100 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$



Težina mirnog automobila je  $G = m \cdot g$ . Budući da se automobil giba po mostu koji ima oblik kružnog luka (kružno gibanje!) na automobil djeluje još i centrifugalna sila (koja ima isti smjer kao i težina) pa je sila pritiska jednaka:

$$\begin{aligned} F = G + F_{cf} &= m \cdot g + m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot \left( g + \frac{v^2}{r} \right) = 900 \text{ kg} \cdot \left( 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + \frac{\left( 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{100 \text{ m}} \right) = 900 \text{ kg} \cdot \left( 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = \\ &= 900 \text{ kg} \cdot 14 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 12600 \text{ N} = 12.6 \text{ kN}. \end{aligned}$$

### Vježba 006

Automobil mase 500 kg vozi stalnom brzinom 72 km/h preko mosta u obliku *udubljenog luka* i polumjera zakrivljenosti 100 m. Kolika je sila pritiska na podlogu u sredini mosta? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

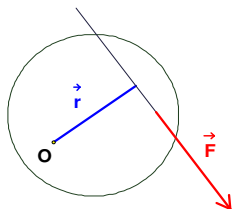
**Rezultat:** 7000 N = 7 kN.

### Zadatak 007 (Sanja, gimnazija)

Homogena greda mase 60 kg duljine 2 m obješena je 50 cm daleko od jednog svog kraja. Kolikom će silom drugi kraj grede pritiskati na ruku ako želimo da greda bude u horizontalnom (vodoravnom) položaju?

#### Rješenje 007

$$m = 60 \text{ kg}, \quad l = 2 \text{ m}, \quad d = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

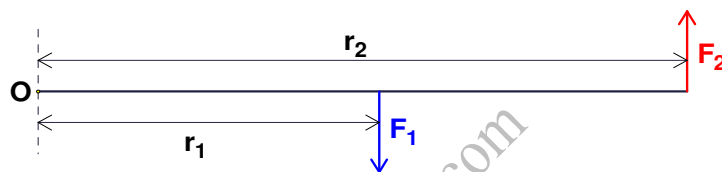


Moment  $M$  sile  $F$  u odnosu prema osi  $O$  jest umnožak sile  $F$  i udaljenosti  $r$  pravca sile od te osi:

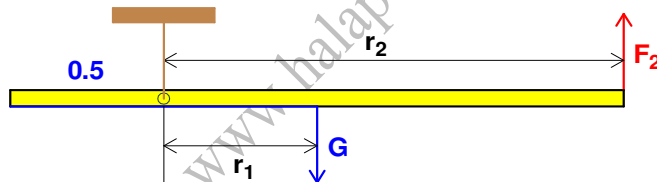
$$M = r \cdot F.$$

Tijelo je u ravnoteži ako je zbroj momenata sila koje zakreću tijelo u jednom smjeru jednak zbroju momenata sila koje ga zakreću u suprotnom smjeru.

Jednostrana poluga je u ravnoteži kad je  $F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$ .



Zato je:



$$\left. \begin{array}{l} r_1 = 0.5 \text{ m}, \quad r_2 = 1.5 \text{ m} \\ F \cdot r_2 = G \cdot r_1 \end{array} \right\} \Rightarrow F = \frac{G \cdot r_1}{r_2} = \frac{m \cdot g \cdot r_1}{r_2} = \frac{60 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.5 \text{ m}}{1.5 \text{ m}} = 200 \text{ N}.$$

### Vježba 007

Drvena greda mase 40 kg i duljine 2 m obješena je 45 cm daleko od jednoga svojeg kraja. Kolikom će silom drugi kraj grede pritiskati na našu ruku ako gredu držimo u horizontalnom (vodoravnom) položaju?

**Rezultat:**  $F = 142 \text{ N}$ .

### Zadatak 008 (Ivana, gimnazija)

Motorist vozi po kružnom zidu polumjera zakrivljenosti 3 m. Koliku minimalnu brzinu mora razviti da ne padne, ako je koeficijent trenja između zida i kotača 0.2?

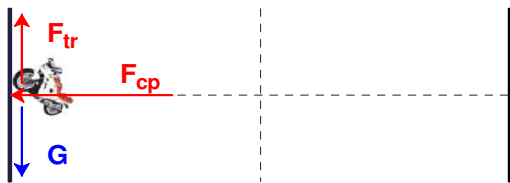
#### Rješenje 008

$$r = 3 \text{ m}, \quad \mu = 0.2, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$

Sila trenja između zida i kotača dana je izrazom:  $F_{tr} = \mu \cdot F_{cp} = \mu \cdot m \cdot \frac{v^2}{r}$ .

Uvjet koji mora biti ispunjen da motorist ne padne je:

$$F_{tr} = G \Rightarrow \mu \cdot m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot g \quad | \cdot \frac{r}{m} \Rightarrow \mu \cdot v^2 = r \cdot g \Rightarrow v^2 = \frac{r \cdot g}{\mu} \quad | \sqrt{\quad} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{r \cdot g}{\mu}} = \sqrt{\frac{3 \text{ m} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0.2}} = 12.25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### Vježba 008

Motorist vozi po kružnom zidu polumjera zakrivljenosti 4 m. Koliku minimalnu brzinu mora razviti da ne padne, ako je koeficijent trenja između zida i kotača 0.2?

**Rezultat:** 14.14 m/s.

### Zadatak 009 (Ivan, gimnazija)

Kotač se giba jednoliko usporeno. Koliko okretaja načini tijelo tijekom jedne minute ako mu se frekvencija okretanja u tom razdoblju smanji s 5 Hz na 3 Hz?

#### Rješenje 009

$$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad v_1 = 5 \text{ Hz}, \quad v_2 = 3 \text{ Hz}, \quad n = ?$$

Budući da je gibanje jednoliko usporeno, vrijedi:

$$\omega_2 = \omega_1 - \alpha \cdot t \Rightarrow \alpha = \frac{\omega_1 - \omega_2}{t} = \frac{2\pi \cdot v_1 - 2\pi \cdot v_2}{t} = \frac{2\pi \cdot (v_1 - v_2)}{t} = \frac{2\pi \cdot (5 - 3)}{t} = \frac{4\pi}{t}$$

U zadanom vremenu kotač je opisao kut:

$$\varphi = \omega_1 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 = 2\pi \cdot v_1 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \frac{4\pi}{t} \cdot t^2 = 2\pi \cdot v_1 \cdot t - 2\pi \cdot t = 2\pi \cdot t \cdot (v_1 - 1)$$

Broj okretaja iznosi:

$$n = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{2\pi \cdot t \cdot (v_1 - 1)}{2\pi} = t \cdot (v_1 - 1) = 60 \text{ s} \cdot 4 \frac{1}{\text{s}} = 240.$$

### Vježba 009

Kotač se giba jednoliko usporeno. Koliko okretaja načini tijelo tijekom dvije minute ako mu se frekvencija okretanja u tom razdoblju smanji s 5 Hz na 3 Hz?

**Rezultat:** n = 480.

### Zadatak 010 (Ivan, tehnička škola)

Koliko okreta u minuti čine kotači vagona kada vlak vozi brzinom 80 km/h? Promjer kotača iznosi 80 cm.

#### Rješenje 010

$$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad v = 80 \text{ km/h} = [80 : 3.6] = 22.2 \text{ m/s}, \quad 2r = 80 \text{ cm} = 0.80 \text{ m}, \quad N = ?$$

1. inačica

$$v = 2\pi \cdot r \cdot f \Rightarrow f = \frac{v}{2\pi \cdot r} \text{ (to je broj okreta u jednoj sekundi)}$$

Broj okreta u vremenu t iznosi:

$$N = f \cdot t = \frac{v}{2\pi \cdot r} \cdot t = \frac{v}{\pi \cdot 2r} \cdot t = \frac{22.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3.14 \cdot 0.80 \text{ m}} \cdot 60 \text{ s} = 530.$$

2. inačica

Iz formula za obodnu brzinu i opisani kut slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} v = r \cdot \omega \\ \varphi = \omega \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow N = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \cdot \varphi = \frac{1}{2\pi} \cdot \omega \cdot t = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{v}{r} \cdot t = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{v}{2r} \cdot t = \frac{1}{3.14} \cdot \frac{22.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.80 \text{ m}} \cdot 60 \text{ s} = 530.$$

### Vježba 010

Koliko okreta u minuti čine kotači vagona kada vlak vozi brzinom 160 km/h? Promjer kotača iznosi 80 cm.

**Rezultat:** 1060.

### Zadatak 011 (Max, tehnička škola)

Kolika je ukupna kinetička energija prstena koji se kotrlja ako mu je kinetička energija rotacije 125 J?

#### Rješenje 011

$$E_{kr} = 125 \text{ J}, \quad E_k = ?$$

Moment inercije (tromosti) za prsten dan je formulom:

$$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2.$$

Ukupna kinetička energija prstena jednaka je zbroju kinetičke energije translacije i kinetičke energije rotacije:

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 = \left[ \begin{array}{l} \text{obodna brzina} \\ v = r \cdot \omega \end{array} \right] = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (r \cdot \omega)^2 + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 = \\ &= I \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 = \frac{3}{2} \cdot I \cdot \omega^2 = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 = 3 \cdot E_{kr} = 3 \cdot 125 \text{ J} = 375 \text{ J}. \end{aligned}$$

### Vježba 011

Kolika je ukupna kinetička energija prstena koji se kotrlja ako mu je kinetička energija rotacije 200 J?

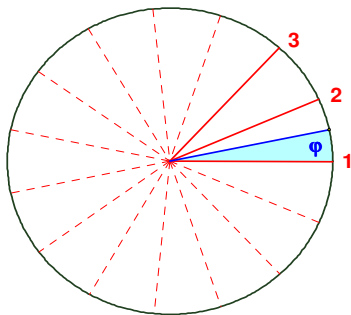
**Rezultat:** 600 J.

### Zadatak 012 (Ivan, tehnička škola)

Kotač bicikla rotira oko osi koja miruje. Koliki je broj okretaja kotača u minuti ako je slika, snimljena fotografskim aparatom s ekspozicijom 0.04 sekunde, pokazala da svaka žica kotača pokriva polovinu površine između susjednih žica. Kotač ima 15 žica.

#### Rješenje 012

$$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad \Delta t = 0.04 \text{ s}, \quad N = 15, \quad n = ?$$



Kotač ima 15 žica pa je kut između dviju susjednih žica jednak  $\frac{2\pi}{15}$ .

Budući da svaka žica kotača pokriva polovinu površine između susjednih žica, kut je:

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi}{15} = \frac{\pi}{15}.$$

U jednoj sekundi broj okretaja (frekvencija) je:

$$\varphi = 2\pi \cdot \nu \cdot \Delta t \Rightarrow \nu = \frac{\varphi}{2\pi \cdot \Delta t} = \frac{\frac{\pi}{15}}{2\pi \cdot 0.04 \text{ s}} = \frac{\pi}{2\pi \cdot 15 \cdot 0.04 \text{ s}} = \frac{1}{1.2} \text{ Hz}.$$

Broj okretaja u minuti iznosi:

$$n = \nu \cdot t = \frac{1}{1.2} \text{ Hz} \cdot 60 \text{ s} = \frac{60}{1.2} \text{ s}^{-1} \cdot \text{s} = 50 \frac{\text{okr}}{\text{min}}.$$

### Vježba 012

Kotač bicikla rotira oko osi koja miruje. Koliki je broj okretaja kotača u dvije minute ako je slika, snimljena fotografskim aparatom s ekspozicijom 0.04 sekunde, pokazala da svaka žica kotača pokriva polovinu površine između susjednih žica. Kotač ima 15 žica.

**Rezultat:**  $100 \frac{\text{okr}}{\text{min}}$ .

**Zadatak 013 (Nikolina, gimnazija)**

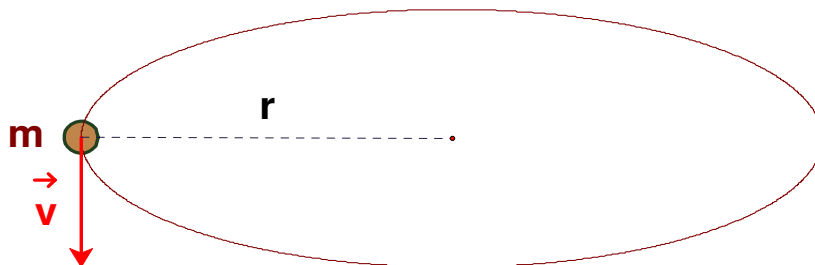
Uteg mase 50 g privezan je na nit duljine 25 cm, koja kruži u horizontalnoj ravnini. Kolika je centripetalna sila koja djeluje na uteg ako je frekvencija kruženja 2 okreta u sekundi?

**Rješenje 013**

$$m = 50 \text{ g} = 0.05 \text{ kg}, \quad r = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m}, \quad v = 2 \text{ Hz}, \quad F_{cp} = ?$$

Centripetalna sila dana je izrazom:

$$F_{cp} = 4 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot r \cdot v^2 \Rightarrow F_{cp} = 4 \cdot \pi^2 \cdot 0.05 \text{ kg} \cdot 0.25 \text{ m} \cdot \left(2 \frac{1}{s}\right)^2 = 4 \cdot 3.14^2 \cdot 0.05 \text{ kg} \cdot 0.25 \text{ m} \cdot 4 \frac{1}{s^2} = 1.97 \text{ N}.$$

**Vježba 013**

Uteg mase 100 g privezan je na nit duljine 25 cm, koja kruži u horizontalnoj ravnini. Kolika je centripetalna sila koja djeluje na uteg ako je frekvencija kruženja 2 okreta u sekundi?

**Rezultat:** 3.94 N.

**Zadatak 014 (Nikolina, gimnazija)**

Koliki bi trebao biti dugačak dan da tijela na ekvatoru ne pritišću na površinu Zemlje ( $r = 6\,370 \text{ km}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )?

**Rješenje 014**

$$r = 6370 \text{ km} = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad T = ?$$

Iz uvjeta zadatka težina tijela na ekvatoru mora biti po iznosu jednaka centripetalnoj sili:

$$\begin{aligned} G = F_{cp} &\Rightarrow m \cdot g = m \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot \frac{r}{T^2} \Rightarrow g \cdot T^2 = 4 \cdot \pi^2 \cdot r \Rightarrow T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{g} \Rightarrow \\ \Rightarrow T &= \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{g}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{r}{g}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{6.37 \cdot 10^6 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 5012.211169 \text{ s} = [5012.211169 : 60] = \\ &= 83.53685281 \text{ min} = 83 \text{ min} + 0.53685281 \text{ min} = 83 \text{ min} + 0.53685281 \cdot 60 \text{ s} = \\ &= 83 \text{ min } 32.21116878 \text{ s} \approx 83 \text{ min } 32 \text{ s} \approx 84 \text{ min}. \end{aligned}$$

**Vježba 014**

Kolika bi trebala biti frekvencija Zemlje da tijela na ekvatoru ne pritišću na njezinu površinu ( $r = 6\,370 \text{ km}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )?

**Rezultat:**  $1.995 \cdot 10^{-4} \text{ Hz}$ .

**Zadatak 015 (Medicinka, medicinska škola)**

Kako treba premjestiti hvatište sile da se njezino djelovanje na kruto tijelo ne mijenja?

**Rješenje 015****Vježba 015**

Koja je SI – jedinica za moment tromosti?

**Rezultat:**  $\text{kg m}^2$ .

**Zadatak 016 (Medicinka, medicinska škola)**

Gramofonska ploča učini 45 okretaja u minuti. Nađi frekvenciju i ophodno vrijeme.

**Rješenje 016**

$$n = 45, \quad t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad v = ?, \quad T = ?$$

Frekvencija je broj okretaja u jednoj sekundi:

$$v = \frac{n}{t} = \frac{45}{60 \text{ s}} = 0.75 \frac{1}{\text{s}} = 0.75 \text{ Hz}.$$

Perioda je vrijeme jednog ophoda. Između frekvencije  $v$  i periode  $T$  postoji ova veza:

$$T = \frac{1}{v}, \text{ odnosno } v = \frac{1}{T}. \text{ Zato je: } T = \frac{1}{v} = \frac{1}{0.75 \frac{1}{\text{s}}} = 1.33 \text{ s}.$$

**Vježba 016**

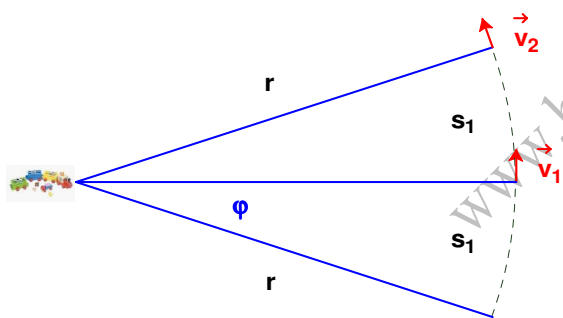
Gramofonska ploča učini 60 okretaja u minuti. Nađi frekvenciju i ophodno vrijeme.

**Rezultat:**  $v = 1 \text{ Hz}, T = 1 \text{ s}.$ **Zadatak 017 (Marko, tehnička škola)**

Dječji vlak iz mirovanja počinje gibanje stalnom tangencijalnom akceleracijom po kružnim tračnicama polumjera 2 m i nakon prevaljenog puta od 1.5 m postiže brzinu 15 km/h. Kolika je bila brzina vlaka na polovici prevaljenog puta?

**Rješenje 017**

$$r = 2 \text{ m}, \quad s = 1.5 \text{ m}, \quad s_1 = \frac{1}{2} \cdot s = \frac{1}{2} \cdot 1.5 \text{ m} = 0.75 \text{ m}, \quad v_2 = 15 \text{ km/h}, \quad v_1 = ?$$

Podsjetimo se veze između obodne brzine  $v$  i kutne brzine  $\omega$ :

$$v = \omega \cdot r,$$

gdje je  $\omega$  kutna brzina za koju vrijedi:

$$\omega^2 = 2 \cdot \alpha \cdot \varphi.$$

Kutna akceleracija iznosi:

$$\left. \begin{aligned} v_2^2 &= 2 \cdot a \cdot s \\ a &= r \cdot \alpha \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_2^2 = 2 \cdot r \cdot \alpha \cdot s \Rightarrow \alpha = \frac{v_2^2}{2 \cdot r \cdot s}.$$

Opisani kut  $\varphi$  definira se:

$$\varphi = \frac{s_1}{r}.$$

Računamo kutnu brzinu  $\omega$  u ovisnosti o konačnoj brzini  $v_2$ :

$$\left. \begin{aligned} \omega^2 &= 2 \cdot \alpha \cdot \varphi, \quad \alpha = \frac{v_2^2}{2 \cdot r \cdot s} \\ \varphi &= \frac{s_1}{r} = \frac{s}{2 \cdot r} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega^2 = 2 \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot r \cdot s} \cdot \frac{s}{2 \cdot r} \Rightarrow \omega^2 = \frac{v_2^2}{2 \cdot r^2} \cdot \sqrt{2} \Rightarrow \omega = \frac{v_2}{r \cdot \sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{v_2 \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot r}.$$

Brzina vlaka na polovici prevaljenog puta bila je:

$$v_1 = \omega \cdot r = \frac{v_2 \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot r} \cdot r = \frac{v_2 \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{15 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \sqrt{2}}{2} = 10.61 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

**Vježba 017**

Dječji vlak iz mirovanja počinje gibanje stalnom tangencijalnom akceleracijom po kružnim tračnicama polumjera 2 m i nakon prevaljenog puta od 1.5 m postiže brzinu 15 km/h. Kolika je bila brzina vlaka na polovici prevaljenog puta?



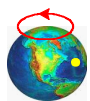
**Rezultat:**  $14.14 \frac{km}{h}$ .

**Zadatak 018 (Marko, tehnička škola)**

Odredi obodnu (linearnu) brzinu točke na ekvatoru Zemlje, zbog rotacije Zemlje, ako je polumjer Zemlje  $r = 6377.397 \text{ km}$ .

**Rješenje 018**

$r = 6377.397 \text{ km} = 6.3774 \cdot 10^6 \text{ m}$ ,  $T = 24 \text{ h} = 24 \cdot 3600 \text{ s} = 8.64 \cdot 10^4 \text{ s}$ ,  $v = ?$



$$\left. \begin{array}{l} v = r \cdot \omega \quad \text{obodna brzina} \\ \omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad \text{kutna brzina} \end{array} \right\} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot 6.3774 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \pi}{8.64 \cdot 10^4 \text{ s}} = 463.78 \frac{m}{s}$$

**Vježba 018**

Odredi obodnu (linearnu) brzinu točke na ekvatoru Zemlje ako je polumjer Zemlje  $r = 6400 \text{ km}$ .

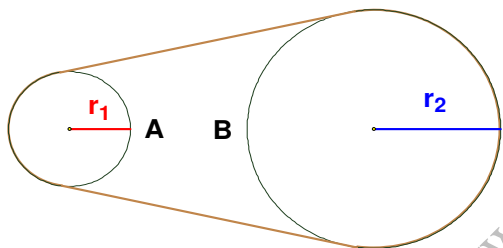
**Rezultat:**  $465.42 \frac{m}{s}$ .

**Zadatak 019 (Sany, gimnazija)**

Kotači A i B povezani su remenom. Kotač A ima polumjer 30 cm, a kotač B 120 cm. Odredi omjer kutnih brzina tih kotača.

**Rješenje 019**

$r_1 = 30 \text{ cm}$ ,  $r_2 = 120 \text{ cm}$ ,  $\omega_1 : \omega_2 = ?$



Budući da su obodne brzine remena i kotača jednake, slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = v_2 \\ v_1 = r_1 \cdot \omega_1 \\ v_2 = r_2 \cdot \omega_2 \end{array} \right\} \Rightarrow r_1 \cdot \omega_1 = r_2 \cdot \omega_2 \quad / \cdot \frac{1}{r_1 \cdot \omega_2} \Rightarrow \omega_1 = 4 \cdot \omega_2$$

**Vježba 019**

Kotači A i B povezani su remenom. Kotač A ima polumjer 20 cm, a kotač B 100 cm. Odredi omjer kutnih brzina tih kotača.

**Rezultat:**  $\omega_1 = 5 \cdot \omega_2$ .

**Zadatak 020 (Sany, gimnazija)**

Kolika je brzina bicikla ako se kotač promjera 1 m okrene 3 puta u sekundi?

**Rješenje 020**

$2 \cdot r = 1 \text{ m}$ ,  $n = 3$ ,  $t = 1 \text{ s}$ ,  $v = ?$



Budući da je obodna (linearna) brzina kotača jednaka brzini bicikla, dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{n}{t} \\ v = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot \nu \end{array} \right\} \Rightarrow v = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot \frac{n}{t} \Rightarrow v = 1 \text{ m} \cdot \pi \cdot \frac{3}{1 \text{ s}} = 9.42 \frac{m}{s} = [9.42 \cdot 3.6] = 33.91 \frac{km}{h}$$

**Vježba 020**

Kolika je brzina bicikla ako se kotač promjera 1 m okrene 4 puta u sekundi?

**Rezultat:**  $45.25 \frac{km}{h}$ .