

Zadatak 561 (Matija, maturant)

Automobil se jednoliko ubrzava od 0 do 80 km/h za 9.8 sekundi. Izračunajte prijeđeni put.

A. 108.9 m B. 95.6 m C. 124.7 m D. 87.3 m

Rješenje 561

$$v_1 = 0 \text{ m/s}, \quad v_2 = 80 \text{ km/h} = [80 : 3.6] = 22.22 \text{ m/s}, \quad t = 9.8 \text{ s}, \quad s = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot s}{t^2},$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za konačnu brzinu v :

$$v = v_0 + a \cdot t.$$

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za put s :

$$s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t,$$

gdje je v_0 početna brzina, v konačna brzina.

1. inačica

Riječ je o ubrzanom gibanju bez početne brzine.

$$\begin{aligned} v_2 = v_1 + a \cdot t &\Rightarrow [v_1 = 0] \Rightarrow v_2 = a \cdot t \Rightarrow a \cdot t = v_2 \Rightarrow a \cdot t = v_2 \cdot \frac{1}{t} \Rightarrow a = \frac{v_2}{t} \Rightarrow \left[s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_2}{t} \cdot t^2 \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_2}{t} \cdot t^2 \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot v_2 \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 22.22 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 9.8 \text{ s} = 108.9 \text{ m}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

2. inačica

$$s = \frac{1}{2} \cdot (v_1 + v_2) \cdot t = \frac{1}{2} \cdot \left(0 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 22.22 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \cdot 9.8 \text{ s} = 108.9 \text{ m}.$$

Odgovor je pod A.

3. inačica

Riješit ćemo zadatak pomoću zakona o očuvanju energije. Pri ubrzavanju automobila njegova kinetička energija povećava se zbog rada motora. Ukupni rad motora jednak je promjeni kinetičke energije.

$$\begin{aligned}
 W = \Delta E_k &\Rightarrow F \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \Rightarrow m \cdot a \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = \frac{2 \cdot s}{t^2} \\ v_1 = 0 \end{array} \right] \Rightarrow m \cdot \frac{2 \cdot s}{t^2} \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \Rightarrow m \cdot \frac{2 \cdot s^2}{t^2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow m \cdot \frac{2 \cdot s^2}{t^2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \quad / \cdot \frac{t^2}{2 \cdot m} \Rightarrow s^2 = \frac{1}{4} \cdot v_2^2 \cdot t^2 \Rightarrow s^2 = \frac{1}{4} \cdot (v_2 \cdot t)^2 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow s^2 = \frac{1}{4} \cdot (v_2 \cdot t)^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot v_2 \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 22.22 \frac{m}{s} \cdot 9.8 s = 108.9 m.
 \end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

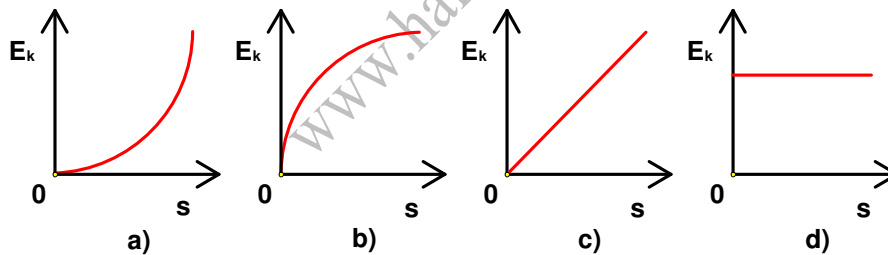
Vježba 561

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 562 (Black friday, maturant)

A i B su dvije paralelne velike ploče nabijene suprotnim količinama naboja i nalaze se u vakuumu. Elektron se nalazi u blizini ploče A i počinje se iz stanja mirovanja gibati prema ploči B. Od predloženih grafičkih prikaza ovisnosti kinetičke energije elektrona E_k o prijeđenom putu s , koji je ispravan?

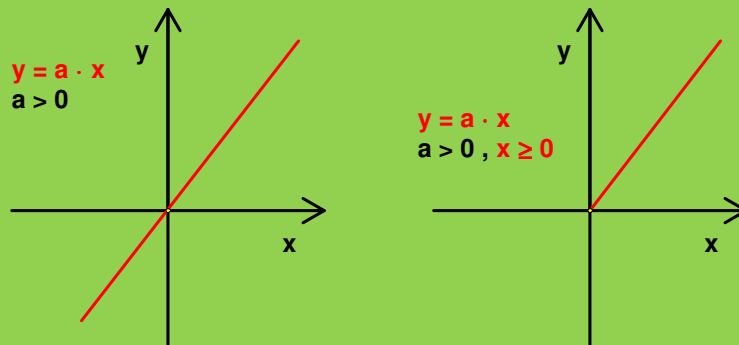


A. a) B. b) C. c) D. d)

Rješenje 562

E_k, s

Neka je a realan broj. Funkcija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dana pravilom $f(x) = a \cdot x$ naziva se **linearna** funkcija. Njezin graf je **pravac**.



Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje je v brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

$$\left. \begin{array}{l} v^2 = 2 \cdot a \cdot s \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow E_k = m \cdot a \cdot s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_k = (m \cdot a) \cdot s.$$

Električno polje između paralelnih ploča je homogeno pa je akceleracija a stalna. Graf je pravac. Odgovor je pod C.

Vježba 562

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 563 (Davor, maturant)

S tornja visokog 100 m ispušten je kamen mase 15 kg bez početne brzine. Kolika mu je ukupna energija prema tlu nakon 4 s padanja? Zanimarite silu otpora. (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 563

$$h = 100 \text{ m}, \quad m = 15 \text{ kg}, \quad t = 4 \text{ s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad E = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Mehanička energija je zbroj potencijalne i kinetičke energije u mehaničkom sustavu, tj. energija koja ovisi o položaju i gibanju tijela zbog djelovanja sile.

Ukupna energija stalna je tijekom padanja kamena i jednaka je maksimalnoj gravitacijskoj potencijalnoj energiji.

$$E = E_{gp} \Rightarrow E = m \cdot g \cdot h = 15 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 100 \text{ m} = 15000 \text{ J} = 15 \text{ kJ}.$$

Vježba 563

S tornja visokog 50 m ispušten je kamen mase 30 kg bez početne brzine. Kolika mu je ukupna energija prema tlu nakon 3 s padanja? Zanimarite silu otpora. (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 15 kJ.

Zadatak 564 (Davor, maturant)

S tornja visokog 100 m ispušten je kamen mase 15 kg bez početne brzine. Kolika mu je potencijalna energija prema tlu nakon 4 s padanja? Zanimarite silu otpora. (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 564

$$h = 100 \text{ m}, \quad m = 15 \text{ kg}, \quad t = 4 \text{ s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad E_{gp} = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je h visina pada.

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijedi izraz

$$v = g \cdot t,$$

gdje je v trenutačna brzina, t vrijeme pada.

1. inačica

Kamen je ispušten bez početne brzine pa je nakon vremena t prevalio put

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Njegova gravitacijska potencijalna energija prema tlu sada iznosi:

$$\begin{aligned} E_{gp} &= m \cdot g \cdot (h - h_1) \Rightarrow E_{gp} = m \cdot g \cdot \left(h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \right) = 15 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(100 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (4 \text{ s})^2 \right) = \\ &= 3000 \text{ J} = 3 \text{ kJ}. \end{aligned}$$

2. inačica

Kamen je ispušten bez početne brzine pa nakon vremena t ima kinetičku energiju

$$\left. \begin{aligned} v &= g \cdot t \\ E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (g \cdot t)^2.$$

Njegova gravitacijska potencijalna energija nakon tog vremena jednaka je razlici maksimalne gravitacijske potencijalne energije na visini h i kinetičke energije.

$$\begin{aligned} E_{gp} &= m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot (g \cdot t)^2 \Rightarrow E_{gp} = m \cdot \left(g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot (g \cdot t)^2 \right) = \\ &= 15 \text{ kg} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 100 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ s} \right)^2 \right) = 3000 \text{ J} = 3 \text{ kJ}. \end{aligned}$$

Vježba 564

S tornja visokog 100 m ispušten je kamen mase 15 kg bez početne brzine. Kolika mu je potencijalna energija prema tlu nakon 3 s padanja? Zanimarite silu otpora. (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 8250 J.

Zadatak 565 (Vjeko, maturant)

Kamion počinje klizati iz stanja mirovanja niz zaleđeni brijeg visine h i na njegovu dnu postigne brzinu 20 m/s . Silu trenja zanemarite. Kolika bi trebala biti visina brijega h_1 da postigne brzinu od 40 m/s ?

$$A. h_1 = 2 \cdot h \quad B. h_1 = 3 \cdot h \quad C. h_1 = 4 \cdot h \quad D. h_1 = \sqrt{2} \cdot h$$

Rješenje 565

$$h, \quad v = 20 \text{ m/s}, \quad v_1 = 40 \text{ m/s}, \quad h_1 = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Mehanička energija je zbroj potencijalne i kinetičke energije u mehaničkom sustavu, tj. energija koja ovisi o položaju i gibanju tijela zbog djelovanja sile.

Budući da nema sile trenja, kinetička energija kamiona na dnu brijega bit će jednaka gravitacijskoj potencijalnoj energiji na vrhu h brijega.

$$E_k = E_{gp} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h.$$

Promatramo sustav

$$\left. \begin{array}{l} v^2 = 2 \cdot g \cdot h \\ v_1^2 = 2 \cdot g \cdot h_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{v^2}{v_1^2} = \frac{2 \cdot g \cdot h}{2 \cdot g \cdot h_1} \Rightarrow \left(\frac{v}{v_1} \right)^2 = \frac{2 \cdot g \cdot h}{2 \cdot g \cdot h_1} \Rightarrow \left(\frac{v}{v_1} \right)^2 = \frac{h}{h_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{v}{v_1} \right)^2 = \frac{h}{h_1} \cdot h_1 \cdot \left(\frac{v_1}{v} \right)^2 \Rightarrow h_1 = h \cdot \left(\frac{v_1}{v} \right)^2 \Rightarrow h_1 = h \cdot \left(\frac{40 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \right)^2 \Rightarrow h_1 = 4 \cdot h.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 565

Kamion počinje klizati iz stanja mirovanja niz zaleđeni brijeg visine h i na njegovu dnu postigne brzinu 10 m/s . Silu trenja zanemarite. Kolika bi trebala biti visina brijega h_1 da postigne brzinu od 20 m/s ?

A. $h_1 = 2 \cdot h$ B. $h_1 = 3 \cdot h$ C. $h_1 = 4 \cdot h$ D. $h_1 = \sqrt{2} \cdot h$

Rezultat: C.

Zadatak 566 (Vjeko, maturant)

Kamion i automobil počinju klizati iz stanja mirovanja (bez uključenih motora) niz zaleđenu padinu visine h . Masa kamiona je veća od mase automobila. Trenje se zanemaruje. Što možete zaključiti o njihovim brzinama na dnu padine?

- A. Brzina kamiona je veća od brzine automobila.
- B. Brzina kamiona je manja od brzine automobila.
- C. Brzine kamiona i automobila su jednake.
- D. Ne može se zaključiti ništa od navedenog jer ima premao podataka.

Rješenje 566

h, v

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Mehanička energija je zbroj potencijalne i kinetičke energije u mehaničkom sustavu, tj. energija koja ovisi o položaju i gibanju tijela zbog djelovanja sile.

Budući da nema sile trenja, kinetička energija kamiona i automobila na dnu brijega bit će jednaka gravitacijskoj potencijalnoj energiji na vrhu h brijega.

$$\begin{aligned} E_k = E_{gp} &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow \\ &\Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}. \end{aligned}$$

Primijetimo rezultat (brzina) ne ovisi o masi.

Pri klizanju niz zaleđenu padinu visine h kamion i automobil imat će na dnu padine jednake brzine. Odgovor je pod C.

Vježba 566

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 567 (Matea, gimnazija)

Ana vozi bicikl i u jednom trenutku prestane okretati pedale te ima brzinu v_0 . Tada joj se brzina počinje smanjivati. U trenutku kad Ana prestane okretati pedale kinetička energija sustava je E_0 . Nakon što se brzina smanji na pola početne brzine, tj. $v_0 / 2$ kinetička energija sustava iznosi:

$$A. \frac{E_0}{2} \quad B. \frac{E_0}{4} \quad C. \frac{E_0}{8} \quad D. \frac{E_0}{\sqrt{2}}$$

Rješenje 567

$$v_0, \quad E_0, \quad v_1 = v_0 / 2, \quad E_1 = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

1. inačica

$$\left. \begin{aligned} E_0 &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \\ E_1 &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{E_1}{E_0} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_0} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_0} = \frac{v_1^2}{v_0^2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{E_1}{E_0} = \left(\frac{v_1}{v_0} \right)^2 \Rightarrow \frac{E_1}{E_0} = \left(\frac{v_0/2}{v_0} \right)^2 \Rightarrow \frac{E_1}{E_0} = \left(\frac{v_0}{2v_0} \right)^2 \Rightarrow \frac{E_1}{E_0} = \left(\frac{1}{2} \right)^2 \Rightarrow \frac{E_1}{E_0} = \frac{1}{4} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{E_1}{E_0} = \frac{1}{4} \quad / \cdot E_0 \Rightarrow E_1 = \frac{E_0}{4}.$$

Odgovor je pod B.

2. inačica

$$E_1 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{v_0}{2} \right)^2 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{v_0^2}{4} \Rightarrow E_1 = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \right) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left[E_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \right] \Rightarrow E_1 = \frac{1}{4} \cdot E_0.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 567

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 568 (Dado, veleučilište)

Čovjek gura teret mase 10 kg stalnom brzinom uz kosinu nagiba 30° i prijeđe put od 3 m. Sila kojom djeluje čovjek ima smjer kosine. Koeficijent trenja između površine tereta i kosine jest 0.2. Izračunajte rad svake pojedine sile i ukupan rad svih sila. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 568

$$m = 10 \text{ kg}, \quad \alpha = 30^\circ, \quad s = 3 \text{ m}, \quad \mu = 0.2, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad W_2 = ?, \quad W_N = ?, \\ W_F = ?, \quad W_1 = ?, \quad W_{tr} = ?, \quad W = ?$$

Težina tijela G jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži,

$$G = m \cdot g.$$

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek

počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Ako se tijelo nalazi na vodoravnoj podlozi, tada trenje iznosi

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, m masa tijela, g akceleracija slobodnog pada (ubrzanje sile teže). Rad ili mehanički rad (oznaka W) je fizikalna veličina koja opisuje djelovanje sile, određena kao umnožak sile i prijeđenog puta u smjeru duž kojega se obavlja rad. U općem slučaju rad se određuje skalarnim produktom vektora sile F i puta s :

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}, \quad W = F \cdot s \cdot \cos \alpha,$$

gdje je α je kut između vektora sile F i puta s .

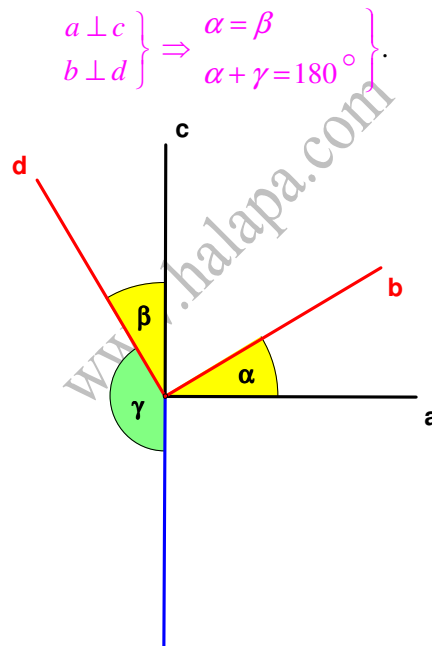
Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Zato kažemo da je tijelo tromo.

Kutovi s okomitim kracima sukladni su ili suplementarni.

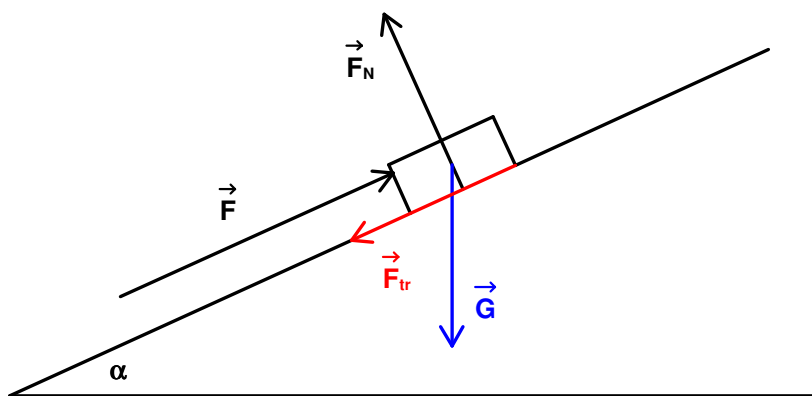


Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Sinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine hipotenuze.

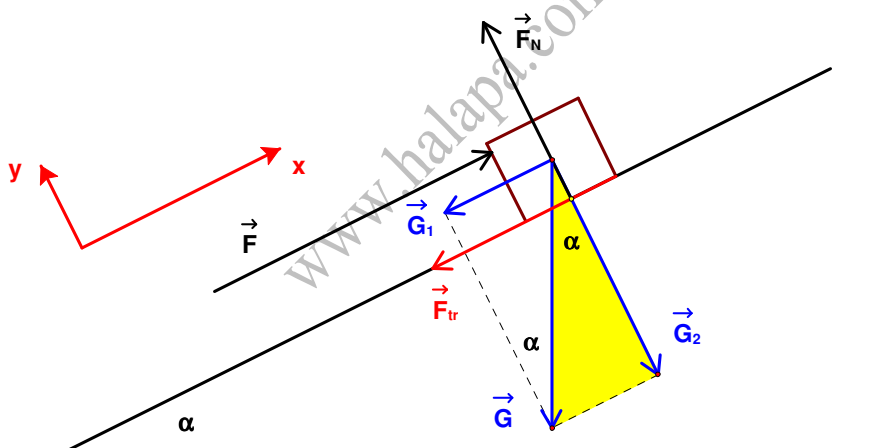
Kosinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete uz taj kut i duljine hipotenuze.



Sa slike vidi se da na predmet djeluju četiri sile:

- sila teža $\vec{G} = m \cdot \vec{g}$
- okomita reakcija podloge \vec{F}_N
- sila kojom djeluje čovjek na teret \vec{F}
- sila trenja \vec{F}_{tr} .

Uvedemo koordinatni sustav tako da je os x usporedna s kosinom, a y os okomita na kosinu. Svaku silu rastavimo na komponente uzduž osi x i osi y, tj. s obzirom na smjer usporedan, odnosno okomit na kosinu.



Rad sila G_2 i F_N

Komponenta G_2 sile teže G i okomita reakcija podloge F_N okomite su na pomak tijela (na kosinu) pa je njihov rad jednak nuli.

$$\left. \begin{aligned} W_2 &= G_2 \cdot s \cdot \cos 90^\circ \\ W_N &= F_N \cdot s \cdot \cos 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} W_2 &= 0 \text{ J} \\ W_N &= 0 \text{ J} \end{aligned} \right\}.$$

Iz pravokutnog trokuta (žuta boja) odredimo izraze za komponente G_1 i G_2 sile teže G .

$$\left. \begin{aligned} \sin(\alpha) &= \frac{G_1}{G} \\ \cos(\alpha) &= \frac{G_2}{G} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{G_1}{G} &= \sin(\alpha) \\ \frac{G_2}{G} &= \cos(\alpha) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{G_1}{G} &= \sin(\alpha) \cdot G \\ \frac{G_2}{G} &= \cos(\alpha) \cdot G \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} G_1 &= G \cdot \sin(\alpha) \\ G_2 &= G \cdot \cos(\alpha) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} G_1 &= m \cdot g \cdot \sin(\alpha) \\ G_2 &= m \cdot g \cdot \cos(\alpha) \end{aligned} \right\}.$$

Budući da je tijelo u ravnoteži, bit će

$$F_N = G_2 \Rightarrow F_N = m \cdot g \cdot \cos(\alpha) = 10 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos(30^\circ) = 85 \text{ N}.$$

Primijetimo da paralelno s kosinom (smjer osi x) djeluju tri sile: sila F kojom djeluje čovjek, komponenta G_1 sile teže G i sila trenja F_{tr} . Tijelo se giba jednoliko po pravcu i te su sile u ravnoteži (prvi Newtonov poučak). Zato vrijedi:

$$F = G_1 + F_{tr} \Rightarrow F = m \cdot g \cdot \sin(\alpha) + \mu \cdot F_N = 10 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin(30^\circ) + 0.2 \cdot 85 \text{ N} = 66 \text{ N}.$$

Rad sila F i G_1

$$\left. \begin{array}{l} W_F = F \cdot s \\ W_1 = -G_1 \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} W_F = 66 \text{ N} \cdot 3 \text{ m} \\ W_1 = -m \cdot g \cdot \sin(\alpha) \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} W_F = 198 \text{ N} \\ W_1 = -10 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin(30^\circ) \cdot 3 \text{ m} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} W_F = 198 \text{ N} \\ W_1 = -147 \text{ N} \text{ predznak minus jer sila ima suprotan smjer od pomaka} \end{array} \right\}.$$

Rad sile F_{tr}

$$W_{tr} = -F_{tr} \cdot s \Rightarrow W_{tr} = -\mu \cdot F_N \cdot s = -0.2 \cdot 85 \text{ N} \cdot 3 \text{ m} = -51 \text{ J}.$$

Ili

$$W_{tr} = -F_{tr} \cdot s \Rightarrow W_{tr} = -\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos(\alpha) \cdot s = -0.2 \cdot 10 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos(30^\circ) \cdot 3 \text{ m} = -51 \text{ J}.$$

Predznak minus jer sila ima suprotan smjer od pomaka.

Ukupan rad

Tijelo se giba jednoliko po pravcu što znači da je ukupna sila (rezultanta svih sila) nula pa je i ukupan rad nula. Ili

$$W = W_1 + W_2 + W_N + W_F + W_{tr} = -147 \text{ J} + 0 \text{ J} + 0 \text{ J} + 198 \text{ J} - 51 \text{ J} = 0 \text{ J}.$$

Vježba 568

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 569 (Ivan, gimnazija)

Na niti duljine 1 m obješeno je tijelo mase 3 kg. Na koju je visinu potrebno podići tijelo iz položaja ravnoteže da bi pri prolazu kroz taj položaj napetost niti iznosila 50 N? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 569

$$l = 1 \text{ m}, \quad m = 3 \text{ kg}, \quad F = 50 \text{ N}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$

Težina tijela G jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži,

$$G = m \cdot g.$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema

dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Da bi se tijelo, mase m , gibalo po kružnici, polumjera r , potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r},$$

gdje je v obodna (linearna) brzina tijela. Centripetalna sila ima smjer prema središtu kružnice.

U sustavu koji se giba po kružnici pojavljuje se centrifugalna sila po iznosu jednaka

$$F_{cf} = m \cdot \frac{v^2}{r},$$

a u smjeru od središta kružnice.

Napetost F niti jednaka je zbroju težine tijela mase m i centrifugalne sile F_{cf}

$$F = G + F_{cf} \Rightarrow F = m \cdot g + m \cdot \frac{v^2}{l}.$$

Zakon očuvanja energije na tijelo daje sljedeću relaciju:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h.$$

Sada dobijemo:

$$\begin{aligned} F &= m \cdot g + m \cdot \frac{v^2}{l} \Rightarrow F = m \cdot g + m \cdot \frac{2 \cdot g \cdot h}{l} \Rightarrow F = m \cdot g + m \cdot \frac{2 \cdot g \cdot h}{l} \cdot \frac{1}{1} \Rightarrow \\ \Rightarrow F \cdot l &= m \cdot g \cdot l + m \cdot 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow m \cdot g \cdot l + 2 \cdot m \cdot g \cdot h = F \cdot l \Rightarrow 2 \cdot m \cdot g \cdot h = F \cdot l - m \cdot g \cdot l \Rightarrow \\ \Rightarrow 2 \cdot m \cdot g \cdot h &= F \cdot l - m \cdot g \cdot l \cdot \frac{1}{2 \cdot m \cdot g} \Rightarrow h = \frac{F \cdot l - m \cdot g \cdot l}{2 \cdot m \cdot g} \Rightarrow h = \frac{l \cdot (F - m \cdot g)}{2 \cdot m \cdot g} = \\ &= \frac{1 \text{ m} \cdot \left(50 \text{ N} - 3 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)}{2 \cdot 3 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.35 \text{ m}. \end{aligned}$$

Vježba 569

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 570 (Željka, maturantica)

Predmet je bačen vertikalno prema dolje s visine 80 m početnom brzinom 20 m / s. Kolika mu je brzina na visini 30 m i koliko traje pad do te visine? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$)

Rješenje 570

$$h_0 = 80 \text{ m}, \quad v_0 = 20 \text{ m} / \text{s}, \quad h = 30 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2, \quad v = ?, \quad t = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Hitac prema dolje je složeno gibanje od jednolikoga gibanja brzinom v_0 i slobodnog pada u istom smjeru, stoga je put (visina) h s visine h_0 dan izrazom

$$h = h_0 - v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Zato je brzina v u času kad je prošlo vrijeme t dana ovim izrazima:

$$v = v_0 + g \cdot t \quad , \quad v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h,$$

gdje je h prijeđeni put.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

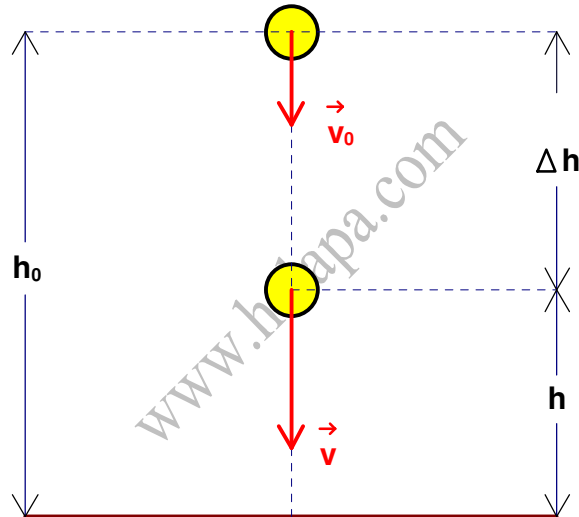
Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.



1. inačica

$$\left. \begin{aligned} v &= v_0 + g \cdot t \\ h &= h_0 - v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_0 + g \cdot t &= v \\ h &= h_0 - v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} g \cdot t &= v - v_0 \\ h &= h_0 - v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} g \cdot t &= v - v_0 \quad / \cdot \frac{1}{g} \\ h &= h_0 - v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} t &= \frac{v - v_0}{g} \\ h &= h_0 - v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = h_0 - v_0 \cdot \frac{v - v_0}{g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{v - v_0}{g} \right)^2 \Rightarrow h - h_0 = -\frac{v_0 \cdot v - v_0^2}{g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{v^2 - 2 \cdot v \cdot v_0 + v_0^2}{g^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h - h_0 = -\frac{v_0 \cdot v - v_0^2}{g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{v^2 - 2 \cdot v \cdot v_0 + v_0^2}{g^2} \Rightarrow h - h_0 = -\frac{v_0 \cdot v - v_0^2}{g} - \frac{v^2 - 2 \cdot v \cdot v_0 + v_0^2}{2 \cdot g} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow h-h_0 &= -\frac{v_0 \cdot v - v_0^2}{g} - \frac{v^2 - 2 \cdot v \cdot v_0 + v_0^2}{2 \cdot g} \quad / \cdot 2 \cdot g \Rightarrow \\ \Rightarrow 2 \cdot g \cdot (h-h_0) &= -2 \cdot v_0 \cdot v + 2 \cdot v_0^2 - v^2 + 2 \cdot v \cdot v_0 - v_0^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 2 \cdot g \cdot (h-h_0) &= -2 \cdot v_0 \cdot v + 2 \cdot v_0^2 - v^2 + 2 \cdot v \cdot v_0 - v_0^2 \Rightarrow 2 \cdot g \cdot (h-h_0) = v_0^2 - v^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow v^2 &= v_0^2 - 2 \cdot g \cdot (h-h_0) \Rightarrow v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot (h-h_0) \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow \\ \Rightarrow v &= \sqrt{v_0^2 - 2 \cdot g \cdot (h-h_0)} = \sqrt{\left(20 \frac{m}{s}\right)^2 - 2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot (30 \text{ m} - 80 \text{ m})} = 37.16 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

Do visine h pad traje

$$t = \frac{v - v_0}{g} = \frac{37.16 \frac{m}{s} - 20 \frac{m}{s}}{9.81 \frac{m}{s^2}} = 1.75 \text{ s.}$$

2.inačica

$$\left. \begin{aligned} \Delta h &= h_0 - h \\ v^2 &= v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta h \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot (h_0 - h) \Rightarrow \\ \Rightarrow v^2 &= v_0^2 + 2 \cdot g \cdot (h_0 - h) \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot (h_0 - h)} = \\ &= \sqrt{\left(20 \frac{m}{s}\right)^2 + 2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot (80 \text{ m} - 30 \text{ m})} = 37.16 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

Do visine h pad traje

$$t = \frac{v - v_0}{g} = \frac{37.16 \frac{m}{s} - 20 \frac{m}{s}}{9.81 \frac{m}{s^2}} = 1.75 \text{ s.}$$

3.inačica

Uporabom zakona očuvanja energije zbroj kinetičke i gravitacijske potencijalne energije predmeta na visini h_0 mora biti jednak zbroju tih energija na visini h .

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h_0 &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow \\ \Rightarrow v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h_0 &= v^2 + 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v^2 + 2 \cdot g \cdot h = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h_0 \Rightarrow \\ \Rightarrow v^2 &= v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h_0 - 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot (h_0 - h) \Rightarrow \\ \Rightarrow v^2 &= v_0^2 + 2 \cdot g \cdot (h_0 - h) \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot (h_0 - h)} = \\ &= \sqrt{\left(20 \frac{m}{s}\right)^2 + 2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot (80 \text{ m} - 30 \text{ m})} = 37.16 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

Do visine h pad traje

$$t = \frac{v - v_0}{g} = \frac{37.16 \frac{m}{s} - 20 \frac{m}{s}}{9.81 \frac{m}{s^2}} = 1.75 \text{ s.}$$

Vježba 570

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 571 (Ante, gimnazija)

Tijelo težine 44.5 N gurne se uz kosinu nagiba 30° brzinom 9.8 m / s. Ono se penje 6.1 m uz kosinu, stane i klizi natrag do svog početnog položaja.

- Nađite silu trenja koja djeluje na tijelo.
- Nađite brzinu koju tijelo ima kada se vrati u početni položaj. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 571

$G = 44.5 \text{ N}$, $\alpha = 30^\circ$, $v_0 = 9.8 \text{ m / s}$, $s = 6.1 \text{ m}$, $g = 9.81 \text{ m / s}^2$, $F_{tr} = ?$,
 $v = ?$

Težina tijela G jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovmes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovmes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži,

$$G = m \cdot g \Rightarrow m = \frac{G}{g}$$

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

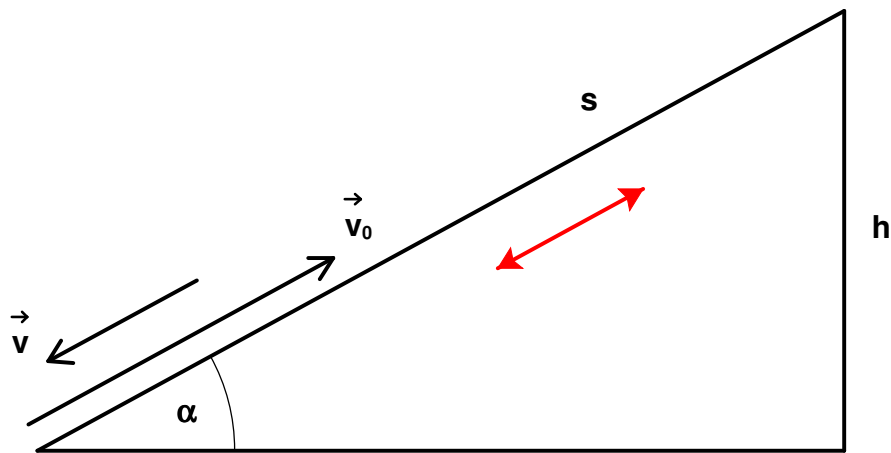
Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete,

a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Sinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine hipotenuze.

a)



Kinetička energija koju tijelo ima kada se gurne uz kosinu brzinom v_0 jednaka je zbroju njegove gravitacijske potencijalne energije na visini h kosine i obavljenog rada sile trenja koja djeluje na tijelo.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 &= m \cdot g \cdot h + F_{tr} \cdot s \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = m \cdot g \cdot h + F_{tr} \cdot s \cdot \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{m \cdot v_0^2}{2 \cdot s} = \frac{m \cdot g \cdot h}{s} + F_{tr} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{m \cdot g \cdot h}{s} + F_{tr} = \frac{m \cdot v_0^2}{2 \cdot s} \Rightarrow F_{tr} = \frac{m \cdot v_0^2}{2 \cdot s} - \frac{m \cdot g \cdot h}{s} \Rightarrow F_{tr} = \frac{m \cdot v_0^2}{2 \cdot s} - m \cdot g \cdot \frac{h}{s} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{pravokutan trokut} \\ \sin(\alpha) = \frac{h}{s} \end{array} \right] \Rightarrow F_{tr} = \frac{m \cdot v_0^2}{2 \cdot s} - m \cdot g \cdot \sin(\alpha) \Rightarrow F_{tr} = m \cdot \left(\frac{v_0^2}{2 \cdot s} - g \cdot \sin(\alpha) \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow F_{tr} = \frac{G}{g} \cdot \left(\frac{v_0^2}{2 \cdot s} - g \cdot \sin(\alpha) \right) = \frac{44.5 \text{ N}}{9.81 \frac{m}{s^2}} \cdot \left(\frac{\left(9.8 \frac{m}{s} \right)^2}{2 \cdot 6.1 \text{ m}} - 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \sin(30^\circ) \right) = 13.46 \text{ N}. \end{aligned}$$

b)

Kinetička energija tijela pri povratku u početni položaj jednaka je razlici kinetičke energije kada se gurne uz kosinu brzinom v_0 i dvostrukog rada sile trenja uz i niz kosinu.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 - 2 \cdot F_{tr} \cdot s \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 - 2 \cdot F_{tr} \cdot s \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v^2 = v_0^2 - 4 \cdot \frac{F_{tr} \cdot s}{m} \Rightarrow v^2 = v_0^2 - 4 \cdot \frac{F_{tr} \cdot s}{G} \Rightarrow v^2 = v_0^2 - 4 \cdot \frac{F_{tr} \cdot s}{G} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v^2 = v_0^2 - 4 \cdot \frac{F_{tr} \cdot s \cdot g}{G} \Rightarrow v^2 = v_0^2 - 4 \cdot \frac{F_{tr} \cdot s \cdot g}{G} \cdot \sqrt{} \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 - 4 \cdot \frac{F_{tr} \cdot s \cdot g}{G}} = \\ &= \sqrt{\left(9.8 \frac{m}{s} \right)^2 - 4 \cdot \frac{13.46 \text{ N} \cdot 6.1 \text{ m} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}}{44.5 \text{ N}}} = 4.86 \frac{m}{s}. \end{aligned}$$

Vježba 571

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 572 (Ante, maturant)

Jednostavno njihalo dugo 4 m ima na svojem kraju obješenu kuglu mase 5 kg.

a) Koliki rad moramo utrošiti da bismo njihalo pomaknuli iz njegova vertikalnog položaja u horizontalni?

b) Kolike će biti brzina i kinetička energija kugle njihala u času kad prolazi najnižom točkom, ako smo njihalo ispustili iz horizontalnog položaja? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 572

$$l = h = 4 \text{ m}, \quad m = 5 \text{ kg}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad W = ?, \quad v = ?, \quad E_k = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

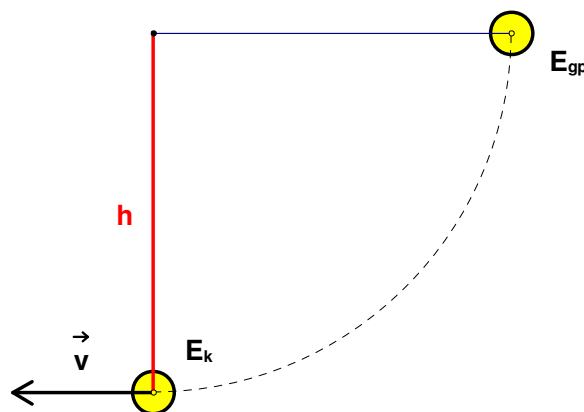
gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$



a)

Utrošeni rad jednak je promjeni gravitacijske potencijalne energije

$$W = E_{gp} \Rightarrow W = m \cdot g \cdot h = 5 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ m} = 196.2 \text{ J}.$$

b)

Zbog zakona očuvanja energije kinetička energija tijela u najnižoj točki jednaka je gravitacijskoj potencijalnoj energiji tijela na visini h .

$$E_k = E_{gp} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 4 m} = 8.86 \frac{m}{s}$$

Kinetička energija iznosi:

$$E_k = E_{gp} \Rightarrow [E_{gp} = 196.2 J] = 196.2 J.$$

Vježba 572

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 573 (Gordana, maturant)

Kocka leda duljine brida $a = 10 \text{ cm}$ nalazi se u valjkastoj posudi polumjera $r = 10 \text{ cm}$. Za koliko će se promijeniti gravitacijska potencijalna energija kocke kad se otopi? (gustoća leda $\rho = 950 \text{ kg/m}^3$, gustoća vode $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)



Rješenje 573

$$a = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad r = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad \rho = 950 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3, \\ g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta E_{gp} = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase m tijela i njegova obujma V :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Težina tijela G jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovis. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovis, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži,

$$G = m \cdot g.$$

Kocka (heksaedar) spada u pravilne poliedre. Omeđena je sa šest sukladnih strana koje su kvadrati, ima 8 vrhova i 12 bridova. Ako kocka ima brid a , tada je obujam (volumen):

$$V = a^3.$$

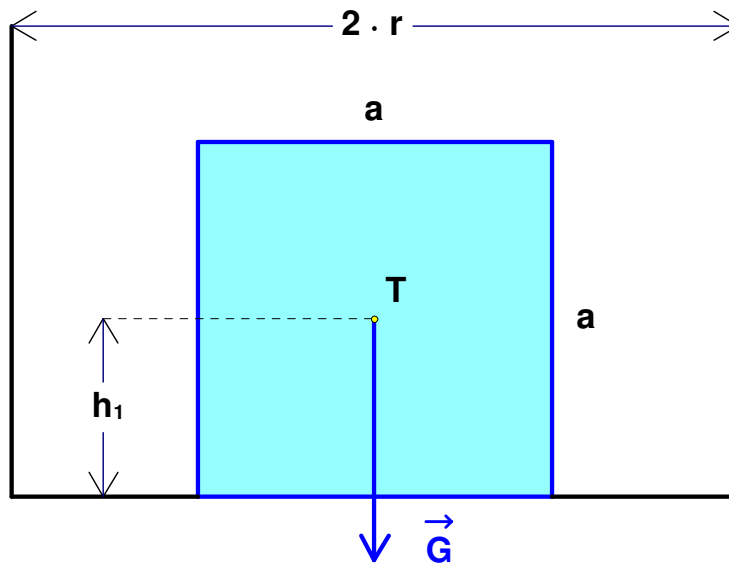
Obujam valjka

Uspravni i kosi valjak polumjera osnovke (baze) r i visine h imaju jednake obujmove. Taj obujam iznosi:

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h.$$

Težište je materijalna točka u kojoj djeluje rezultanta sila što djeluju na neko tijelo ili sustav materijalnih točaka u polju sile teže. To je hvatište ukupne težine tijela koje se nalazi u konstantnome gravitacijskom polju. U toj točki može se zamisliti kao da je sabrana sva masa tijela, odnosno sustava

materijalnih točaka.

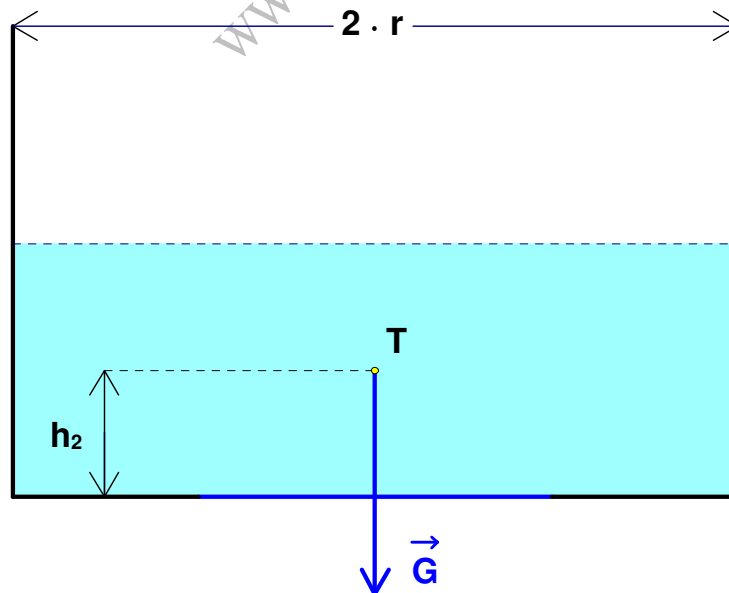


Budući da se težište T kocke leda nalazi na visini h_1 koja je jednaka polovici duljine brida kocke, vrijedi

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot a.$$

Gravitacijska potencijalna energija kocke leda u odnosu na dno posude iznosi:

$$\begin{aligned} E_{gp1} &= m \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow E_{gp1} = m \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot a \Rightarrow \left[m = \rho \cdot V = \rho \cdot a^3 \right] \Rightarrow E_{gp1} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot a^3 \cdot g \cdot a \Rightarrow \\ &\Rightarrow E_{gp1} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot a^4. \end{aligned}$$



Kada se led otopi težište vode nalazi se na polovici visine koju voda zauzima u valjkastoj posudi polumjera r . Visinu h_2 težišta vode odredimo iz jednakosti mase leda i mase vode.

$$\rho \cdot V = \rho_1 \cdot V_1 \Rightarrow \rho \cdot a^3 = \rho_1 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h_2 \Rightarrow \rho_1 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h_2 = \rho \cdot a^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_1 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h_2 = \rho \cdot a^3 \cdot \frac{1}{\rho_1 \cdot r^2 \cdot \pi} \Rightarrow h_2 = \frac{\rho \cdot a^3}{\rho_1 \cdot r^2 \cdot \pi}$$

Gravitacijska potencijalna energija vode (otopljena kocka leda) u odnosu na dno posude iznosi:

$$\begin{aligned} E_{gp2} &= m_1 \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow E_{gp2} = \rho_1 \cdot V_1 \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow E_{gp2} = \rho_1 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h_2 \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow \\ \Rightarrow E_{gp2} &= \rho_1 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot g \cdot h_2^2 \Rightarrow \left[h_2 = \frac{\rho \cdot a^3}{\rho_1 \cdot r^2 \cdot \pi} \right] \Rightarrow E_{gp2} = \rho_1 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot g \cdot \left(\frac{\rho \cdot a^3}{\rho_1 \cdot r^2 \cdot \pi} \right)^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow E_{gp2} &= \rho_1 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot g \cdot \frac{\rho^2 \cdot a^6}{\rho_1^2 \cdot r^4 \cdot \pi^2} \Rightarrow E_{gp2} = \rho_1 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot g \cdot \frac{\rho^2 \cdot a^6}{\rho_1^2 \cdot r^4 \cdot \pi^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow E_{gp2} = \frac{g \cdot \rho^2 \cdot a^6}{\rho_1 \cdot r^2 \cdot \pi} \end{aligned}$$

Promjena gravitacijske potencijalne energije je

$$\begin{aligned} \Delta E_{gp} &= E_{gp2} - E_{gp1} \Rightarrow \Delta E_{gp} = \frac{g \cdot \rho^2 \cdot a^6}{\rho_1 \cdot r^2 \cdot \pi} - \frac{g \cdot \rho \cdot a^4}{2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta E_{gp} = g \cdot \rho \cdot a^4 \cdot \left(\frac{\rho \cdot a^2}{\rho_1 \cdot r^2 \cdot \pi} - \frac{1}{2} \right) = \\ &= 9.81 \frac{m}{s} \cdot 950 \frac{kg}{m^3} \cdot (0.1 m)^4 \cdot \left(\frac{950 \frac{kg}{m^3} \cdot (0.1 m)^2}{1000 \frac{kg}{m^3} \cdot (0.1 m)^2 \cdot \pi} - \frac{1}{2} \right) = -0.18 J. \end{aligned}$$

Predznak minus (−) pokazuje da je gravitacijska potencijalna energija vode manja od gravitacijske potencijalne energije kocke leda.

Vježba 573

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 574 (Vicko, maturant)

Ako se kinetička energija tijela mase m pretvori u toplinu, porast temperature tijela ovisi o masi tijela proporcionalno:

A. m B. m^2 C. Ne ovisi o masi. D. $\frac{1}{m}$

Rješenje 574

m , $\Delta t = ?$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Toplina Q je onaj dio unutrašnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t,$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

$$Q = E_k \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \cdot \frac{1}{m \cdot c} \Rightarrow \Delta t = \frac{v^2}{2 \cdot c}.$$

Ne ovisi o masi.

Odgovor je pod C.

Vježba 574

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 575 (Zvonimir, maturant)

Loptica je spuštena s visine 128 cm. Vrijeme između prvih dvaju odskoka je 0,9 s. Koliki dio energije loptica gubi sudarom sa podlogom i u zraku? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 575

$$h = 128 \text{ cm} = 1.28 \text{ m}, \quad t = 0.9 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad p = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je h visina pada.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici.

Vertikalni hitac prema gore sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada. Najviši domet h što ga tijelo može postići pri vertikalnom hicu jest put u času kad je $v = 0$.

Let do najviše točke traje koliko i pad s te točke, tj. za slobodni pad tijelo treba isto toliko vremena koliko je trebalo da dostigne najvišu točku.

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9 \% = \frac{9}{100}, \quad 81 \% = \frac{81}{100}, \quad 4.5 \% = \frac{4.5}{100}, \quad 547 \% = \frac{547}{100}, \quad p \% = \frac{p}{100}.$$

Kako u postotku izraziti smanjenje broja a za broj b ?

$$p = \frac{a-b}{a} \cdot 100 \%.$$

Koliki je postotak broja a od broja b ?

$$\frac{a}{b} \cdot 100 \%.$$

Kada loptica padne s visine h udari o podlogu i odskoči na visinu h_1 te ponovno padne na tlo. Budući da je kod vertikalnog hica uvis potrebno jednako vrijeme za uzdizanje i padanje loptice s iste visine,

nalazimo novu dosegnutu visinu h_1 .

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \left(\frac{0.9 s}{2}\right)^2 = 0.993 m.$$

Računamo postotak sačuvane energije loptice.

$$p = \frac{m \cdot g \cdot h_1}{m \cdot g \cdot h} \cdot 100\% \Rightarrow p = \frac{m \cdot g \cdot h_1}{m \cdot g \cdot h} \cdot 100\% \Rightarrow p = \frac{h_1}{h} \cdot 100\% \Rightarrow p = \frac{0.993 m}{1.28 m} \cdot 100\% \Rightarrow p = 77.58\%.$$

Loptica gubi 22.42 % energije.

$$100\% - 77.58\% = 22.42\%.$$

Ili ovako!

$$p = \frac{m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot h_1}{m \cdot g \cdot h} \cdot 100\% \Rightarrow p = \frac{m \cdot g \cdot (h - h_1)}{m \cdot g \cdot h} \cdot 100\% \Rightarrow p = \frac{m \cdot g \cdot (h - h_1)}{m \cdot g \cdot h} \cdot 100\% \Rightarrow p = \frac{h - h_1}{h} \cdot 100\% \Rightarrow p = \frac{1.28 m - 0.993 m}{1.28 m} \cdot 100\% \Rightarrow p = 22.42\%.$$

Vježba 575

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 576 (Dominik, gimnazija)

Primjenom zakona očuvanja energije izračunajte brzinu matematičkog njihala amplitude φ kada prolazi kroz ravnotežni položaj. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 576

$$\varphi, \quad v = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

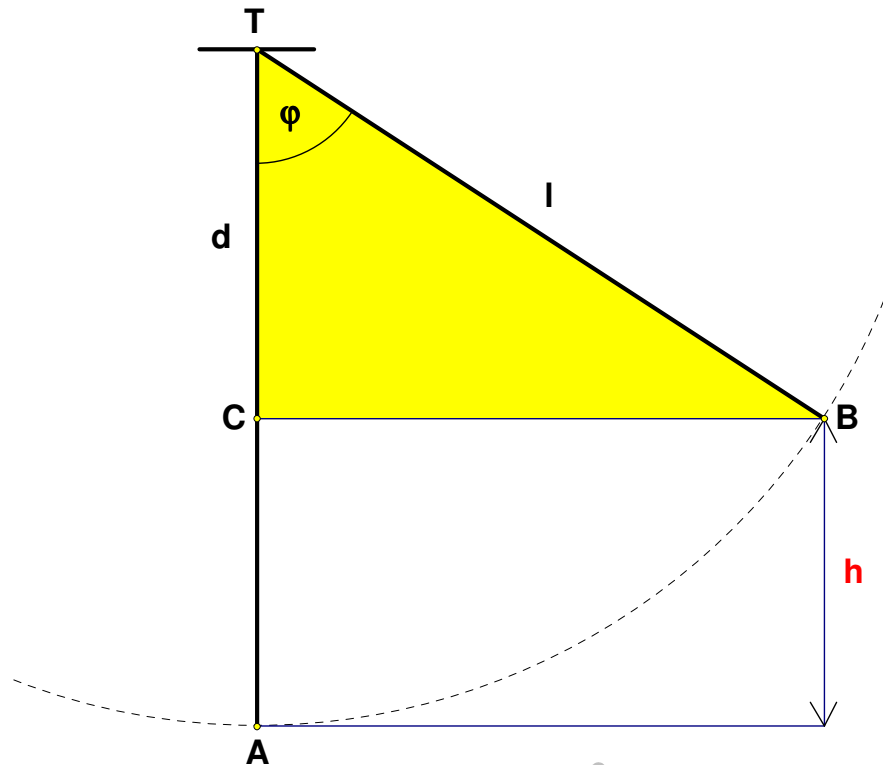
Mehanička energija je zbroj potencijalne i kinetičke energije u mehaničkom sustavu. To je energija koja ovisi o položaju i gibanju tijela zbog djelovanja sile.

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Kosinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete uz taj kut i duljine hipotenuze.

Matematičko njihalo sastoji se od materijalne točke mase m obješene na donjem kraju niti duljine l . Nit je učvršćena na gornjem kraju i zanemarive je mase.



Uočimo pravokutan trokut CBT i uporabimo funkciju kosinus.

$$\cos(\varphi) = \frac{d}{l} \Rightarrow \frac{d}{l} = \cos(\varphi) \Rightarrow \frac{d}{l} = \cos(\varphi) \cdot l \Rightarrow d = l \cdot \cos(\varphi).$$

Sada je

$$h = l - d \Rightarrow h = l - l \cdot \cos(\varphi) \Rightarrow h = l \cdot (1 - \cos(\varphi)).$$

Kad kuglica titra stalno se pretvara njezina gravitacijska potencijalna energija u kinetičku energiju i obratno. Budući da smo kuglicu podigli iz položaja mirovanja na visinu h, dali smo joj izvjesnu potencijalnu energiju. Kinetička energija je u tom položaju jednaka nuli jer kuglica nema brzine. Kad kuglicu pustimo, ona će se gibati pa će njezina potencijalna energija opadati, a kinetička rasti. U najdonjem položaju (ravnotežnom položaju) bit će potencijalna energija jednaka nuli, dok će kinetička energija biti najveća jer je tu brzina najveća. Zbog tromosti ili inercije kuglica će produžiti svoje njihanje te će ponovno kinetička energija opadati, a potencijalna rasti, a u krajnjoj točki ponovno će kinetička energija biti nula, a potencijalna najveća.

Rasprava!

Točka B

Kuglica je u najvišem položaju h. Kinetička energija je nula. Potencijalna energija je maksimalna i iznosi:

$$E_p = m \cdot g \cdot h \Rightarrow E_p = m \cdot g \cdot l \cdot (1 - \cos(\varphi)).$$

Točka A

Kuglica je u najnižem položaju, prolazi kroz položaj ravnoteže. Potencijalna energija je nula. Kinetička energija je maksimalna i brzina je maksimalna.

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Zakona očuvanja mehaničke energije zahtijeva:

$$E_{pa} + E_{ka} = E_{pb} + E_{kb} \Rightarrow 0 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot l \cdot (1 - \cos(\varphi)) + 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot l \cdot (1 - \cos(\varphi)) \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot l \cdot (1 - \cos(\varphi)) \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot l \cdot (1 - \cos(\varphi)) \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot l \cdot (1 - \cos(\varphi)) / \sqrt{} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot l \cdot (1 - \cos(\varphi))}.$$

Vježba 576

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 577 (Mira, gimnazija)

Tijelo mase 40 kg vučemo stalnom brzinom po horizontalnoj podlozi silom F koja s horizontalom zatvara kut od 38° . Koliki je rad sile F obavljen na putu dugom 26 m ako je faktor trenja 0.31? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 577

$$m = 40 \text{ kg}, \quad \varphi = 38^\circ, \quad s = 26 \text{ m}, \quad \mu = 0.31, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad W = ?$$

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Sinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine hipotenuze.

Kosinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete uz taj kut i duljine hipotenuze.

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

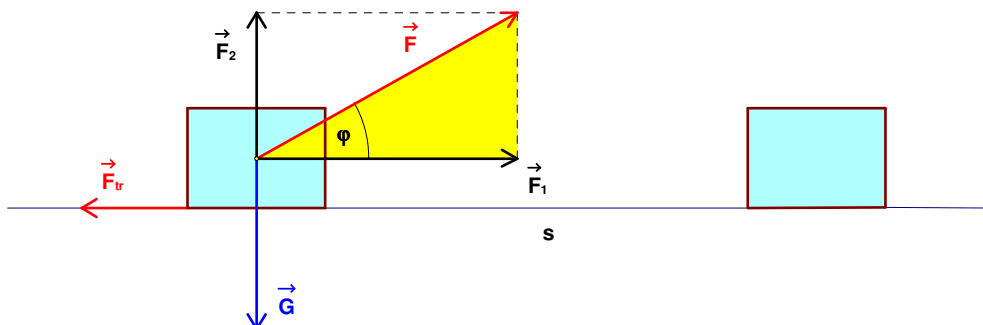
Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

U općem slučaju rad se određuje kao skalarni produkt vektora sile F i puta s. Ako je iznos sile konstantan mehanički rad se opisuje kao

$$W = F \cdot s \cdot \cos(\varphi).$$

gdje je φ kut između vektora sile i radijvektora.



Vučnu silu F rastavimo na dvije komponente:

- komponentu F_1 u smjeru gibanja (puta s)

$$F_1 = F \cdot \cos(\varphi)$$

- komponentu F_2 okomitu na smjer gibanja (put s)

$$F_2 = F \cdot \sin(\varphi).$$

U zadatku sila potiska tijela na podlogu je sila teža umanjena za okomitu komponentu F_2 sile kojom vučemo tijelo.

$$F_N = G - F_2 \Rightarrow F_N = m \cdot g - F \cdot \sin(\varphi).$$

Sila trenja po definiciji je jednaka umnošku faktora trenja μ i sile pritiska tijela na podlogu F_N .

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot (m \cdot g - F \cdot \sin(\varphi)).$$

Budući da se tijelo giba jednoliko, komponenta F_1 duž puta s treba biti po iznosu jednaka sili trenja F_{tr} .

$$\begin{aligned} F_1 = F_{tr} &\Rightarrow F \cdot \cos(\varphi) = \mu \cdot (m \cdot g - F \cdot \sin(\varphi)) \Rightarrow F \cdot \cos(\varphi) = \mu \cdot m \cdot g - \mu \cdot F \cdot \sin(\varphi) \Rightarrow \\ &\Rightarrow F \cdot \cos(\varphi) + \mu \cdot F \cdot \sin(\varphi) = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow F \cdot (\cos(\varphi) + \mu \cdot \sin(\varphi)) = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow \\ &\Rightarrow F \cdot (\cos(\varphi) + \mu \cdot \sin(\varphi)) = \mu \cdot m \cdot g \cdot \frac{1}{\cos(\varphi) + \mu \cdot \sin(\varphi)} \Rightarrow F = \frac{\mu \cdot m \cdot g}{\cos(\varphi) + \mu \cdot \sin(\varphi)}. \end{aligned}$$

Obavljeni rad je

$$\begin{aligned} W = F \cdot s \cdot \cos(\varphi) &\Rightarrow F = \frac{\mu \cdot m \cdot g}{\cos(\varphi) + \mu \cdot \sin(\varphi)} \cdot s \cdot \cos(\varphi) \Rightarrow F = \frac{\mu \cdot m \cdot g \cdot s \cdot \cos(\varphi)}{\cos(\varphi) + \mu \cdot \sin(\varphi)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow F = \frac{\cos(\varphi) \cdot \mu \cdot m \cdot g \cdot s}{\cos(\varphi) \cdot \left(1 + \mu \cdot \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)}\right)} \Rightarrow F = \frac{\cos(\varphi) \cdot \mu \cdot m \cdot g \cdot s}{\cos(\varphi) \cdot (1 + \mu \cdot \operatorname{tg}(\varphi))} \Rightarrow F = \frac{\mu \cdot m \cdot g \cdot s}{1 + \mu \cdot \operatorname{tg}(\varphi)} = \\ &= \frac{0.31 \cdot 40 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 26 \text{ m}}{1 + 0.31 \cdot \operatorname{tg}(38^\circ)} = 2546.09 \text{ J}. \end{aligned}$$

Vježba 577

Tijelo mase 30 kg vučemo stalnom brzinom po horizontalnoj podlozi silom F koja s horizontalom zatvara kut od 40° . Koliki je rad sile F obavljen na putu dugom 24 m ako je faktor trenja 0.32? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 1781.79 J.

Zadatak 578 (Vjeko, maturant)

Kamen mase 5 kg bačen je vertikalno prema dolje s visine 100 m početnom brzinom 10 m/s. Koliki je rad potreban za svladavanje otpora zraka ako kamen udari o podlogu brzinom 20 m/s? (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 578

$$m = 5 \text{ kg}, \quad h = 100 \text{ m}, \quad v_0 = 10 \text{ m/s}, \quad v = 20 \text{ m/s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad W = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

Ukupna energija kamena, na visini h , je

$$E_{gp} + E_{k_0} = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2.$$

Kada kamen udari o podlogu brzinom v ima samo kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Rad potreban za svladavanje otpora zraka jednak je razlici tih energija.

$$\begin{aligned} W &= E_{gp} + E_{k_0} - E_k \Rightarrow W = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow W &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot (2 \cdot g \cdot h + v_0^2 - v^2) = \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ kg} \cdot \left(2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 100 \text{ m} + \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - \left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) = \\ &= 4250 \text{ J}. \end{aligned}$$

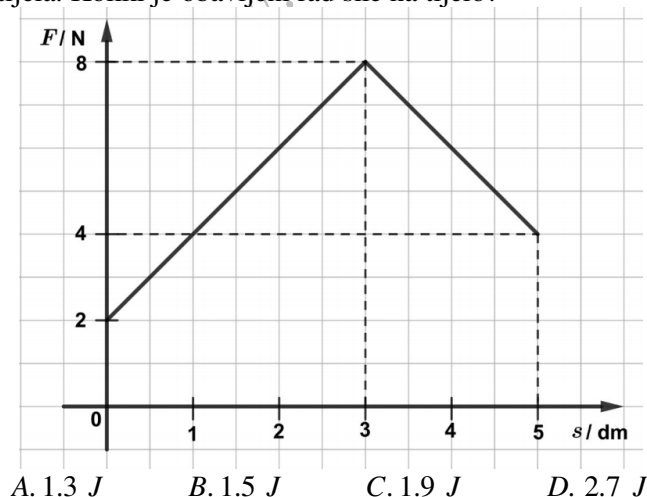
Vježba 578

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 579 (Vjeko, maturant)

Na slici je prikazana ovisnost sile koja djeluje na tijelo o prijeđenome putu. Sila djeluje na tijelo u smjeru gibanja tijela. Koliki je obavljeni rad sile na tijelo?



Rješenje 579

$$W = ?$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

U općem slučaju rad se određuje kao skalarni produkt vektora sile F i puta s . Ako je iznos sile konstantan mehanički rad se opisuje kao

$$W = F \cdot s \cdot \cos(\varphi).$$

gdje je φ kut između vektora sile i radijvektora.

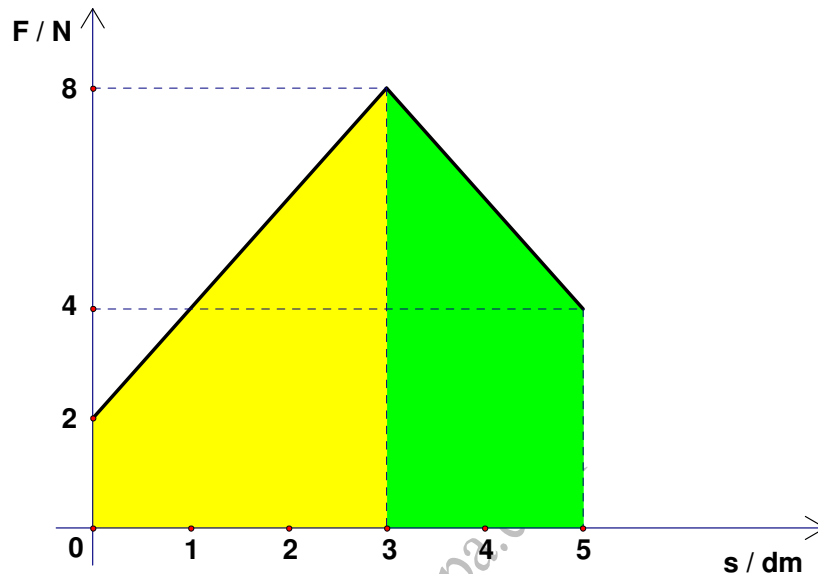
Četverokut je dio ravnine omeđen sa četiri dužine. Konveksni četverokuti su četverokuti kojima su svi kutovi manji od 180° .

Trapez je četverokut koji ima dvije suprotne stranice a i c usporedne. Usporedne stranice trapeza zovu se osnovice, a druge dvije b i d zovu se kraci trapeza. Trapez je četverokut kojemu su barem dvije stranice paralelne (usporedne).

Ploština trapeza izračunava se po formuli

$$P = \frac{a+c}{2} \cdot v,$$

gdje je v visina trapeza, a i c su osnovice trapeza.



Uočimo da se obavljeni rad može odrediti računajući površinu ispod krivulje $F(s)$. Izračunamo li površine dvaju trapeza dobit ćemo ukupni rad.

$$\begin{aligned} W &= \frac{8 \text{ N} + 2 \text{ N}}{2} \cdot (3 \text{ dm} - 0 \text{ dm}) + \frac{8 \text{ N} + 4 \text{ N}}{2} \cdot (5 \text{ dm} - 3 \text{ dm}) = \\ &= 5 \text{ N} \cdot 3 \text{ dm} + 6 \text{ N} \cdot 2 \text{ dm} = 5 \text{ N} \cdot 0.3 \text{ m} + 6 \text{ N} \cdot 0.2 \text{ m} = 1.5 \text{ J} + 1.2 \text{ J} = 2.7 \text{ J}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod D.

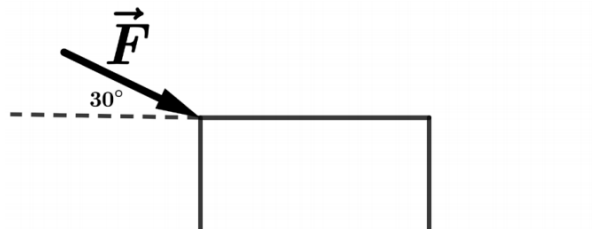
Vježba 579

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 580 (Dado, maturant)

Na sanduk djelujemo stalnom silom 10 N pod kutom 30° prema ravnini podloge kao što je prikazano na slici.



Koliko iznosi sila trenja ako se sanduk po podlozi giba stalnom brzinom?

Rješenje 580

$$F = 10 \text{ N}, \quad \alpha = 30^\circ, \quad F_{\text{tr}} = ?$$

Ako stalna sila F djeluje na tijelo pod kutom α prema putu tada je rad jednak umnošku komponente

sile u smjeru puta $F \cdot \cos(\alpha)$ i puta s .

$$W = F \cdot s \cdot \cos(\alpha).$$

Giba li se tijelo po kružnici rad centripetalne sile jednak je nuli jer je ta sila uvijek okomita na smjer u kojem se tijelo giba.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja.

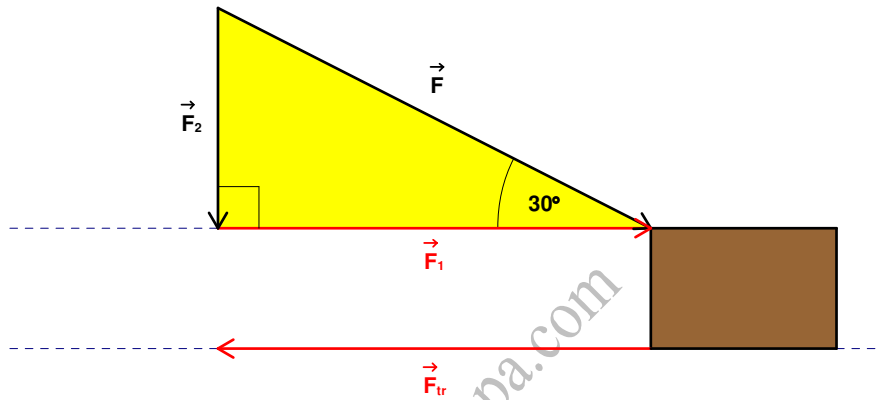
Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu.

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Kosinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete uz taj kut i duljine hipotenuze.



→
Silu F rastavimo na dvije komponente:

- komponentu F_1 u smjeru gibanja (u smjeru puta s)
- komponentu F_2 okomitu na smjer gibanja (okomitu na put s).

Sa slike vidi se:

$$\cos(30^\circ) = \frac{F_1}{F} \Rightarrow \cos(30^\circ) = \frac{F_1}{F} / \cdot F \Rightarrow F_1 = F \cdot \cos(30^\circ).$$

Budući da se sanduk giba stalnom brzinom, sila trenja F_{tr} i komponenta F_1 jednake su po iznosi, a suprotnih smjerova.

$$F_{tr} = F_1 \Rightarrow F_{tr} = F \cdot \cos(30^\circ) = 10 \text{ N} \cdot \cos(30^\circ) = \text{DEG} = 8.66 \text{ N}.$$

Vježba 580

Odmor!

Rezultat: ...