

Zadatak 541 (Davor, tehnička škola)

Kuglicu, koja visi na niti dugoj 2 m, otklonimo iz položaja ravnoteže za kut 15° i pustimo. Koliku će brzinu imati kuglica u času kad prolazi kroz položaj ravnoteže? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

- A. $8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ B. $1.16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ C. $1.47 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ D. $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ E. $3.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Rješenje 541

$$l = 2 \text{ m}, \quad \alpha = 15^\circ, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

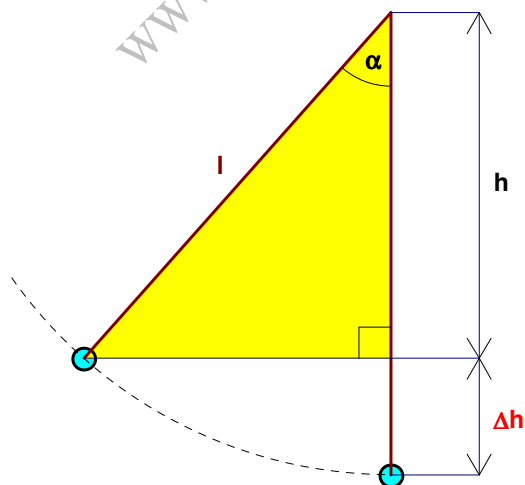
Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Kosinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete uz taj kut i duljine hipotenuze.



Uočimo pravokutan trokut i pomoću funkcije kosinus odredimo h .

$$\cos \alpha = \frac{h}{l} \Rightarrow \frac{h}{l} = \cos \alpha \Rightarrow \frac{h}{l} = \cos \alpha \cdot l \Rightarrow h = l \cdot \cos \alpha.$$

Tada je Δh jednako:

$$\Delta h = l - h \Rightarrow \Delta h = l - l \cdot \cos \alpha \Rightarrow \Delta h = l \cdot (1 - \cos \alpha).$$

Kad kuglica titra stalno se pretvara njezina gravitacijska potencijalna energija u kinetičku energiju i obratno. Budući da smo kuglicu podigli iz položaja mirovanja na visinu Δh , dali smo joj izvjesnu potencijalnu energiju. Kinetička energija je u tom položaju jednaka nuli jer kuglica nema brzine. Kad

kuglicu pustimo, ona će se gibati pa će njezina potencijalna energija opadati, a kinetička rasti. U najdonjem položaju (ravnotežnom položaju) bit će potencijalna energija jednaka nuli, dok će kinetička energija biti najveća jer je tu brzina najveća. Zbog tromosti ili inercije kuglica će produžiti svoje njihanje te će ponovno kinetička energija opadati, a potencijalna rasti, a u krajnjoj točki ponovno će kinetička energija biti nula, a potencijalna najveća.

Zbog zakona očuvanja energije maksimalna kinetička energija koju kuglica ima kad prolazi kroz položaj ravnoteže jednaka je gravitacijskoj potencijalnoj energiji koju kuglica ima na visini Δh .

$$E_k = E_{gp} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot \Delta h \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot \Delta h \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot \Delta h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot \Delta h \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h} \Rightarrow [\Delta h = l \cdot (1 - \cos \alpha)] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot l \cdot (1 - \cos \alpha)} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 2 m \cdot (1 - \cos 15^\circ)} = \text{DEG} = 1.16 \frac{m}{s}$$

Odgovor je pod B.

Vježba 541

Kuglicu, koja visi na niti dugoj 4 m, otklonimo iz položaja ravnoteže za kut 10° i pustimo. Koliku će brzinu imati kuglica u času kad prolazi kroz položaj ravnoteže? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

A. $5 \frac{m}{s}$ B. $1.02 \frac{m}{s}$ C. $1.09 \frac{m}{s}$ D. $7 \frac{m}{s}$ E. $7.5 \frac{m}{s}$

Rezultat: C.

Zadatak 542 (Lidija, gimnazija)

Dva tijela pričvršćena na opruge imaju jednaku potencijalnu energiju u polju harmonijske sile kada je jedna rastegnuta za $y_1 = 4 \text{ cm}$, a druga za $y_2 = 2 \text{ cm}$. Koliki je omjer konstanti opiranja opruga $k_1 : k_2$?

Rješenje 542

$$l = 2 \text{ m}, \quad \alpha = 15^\circ, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$

Elastična opruga produžena za s ima elastičnu potencijalnu energiju

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot s^2.$$

gdje je k konstanta opruge.

Budući da tijela pričvršćena na opruge imaju jednaku potencijalnu energiju, vrijedi:

$$E_{ep1} = E_{ep2} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot k_1 \cdot y_1^2 = \frac{1}{2} \cdot k_2 \cdot y_2^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot k_1 \cdot y_1^2 = \frac{1}{2} \cdot k_2 \cdot y_2^2 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow k_1 \cdot y_1^2 = k_2 \cdot y_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k_1 \cdot y_1^2 = k_2 \cdot y_2^2 \cdot \frac{1}{k_2 \cdot y_1^2} \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{y_2^2}{y_1^2} \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \left(\frac{0.02 \text{ m}}{0.04 \text{ m}}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \left(\frac{0.02 \text{ m}}{0.04 \text{ m}}\right)^2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow k_1 : k_2 = 1 : 4.$$

Vježba 542

Dva tijela pričvršćena na opruge imaju jednaku potencijalnu energiju u polju harmonijske sile kada je jedna rastegnuta za $y_1 = 6 \text{ cm}$, a druga za $y_2 = 3 \text{ cm}$. Koliki je omjer konstanti opiranja opruga $k_1 : k_2$?

Rezultat: 1 : 4.

Zadatak 543 (Tihomir, maturant)

Kamen mase 0.2 kg pao je s neke visine. Vrijeme padanja bilo je 1.44 s. Kolika je njegova kinetička energija na polovini puta? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

A. 8 J B. 9 J C. 10 J D. 12 J

Rješenje 543

$$m = 0.2 \text{ kg}, \quad t = 1.44 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad E_k = ?$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijede izrazi:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h},$$

gdje je h visina pada.

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

1. inačica

Najprije odredimo visinu na kojoj se kamen nalazio. Neka je h tražena visina.

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Polu puta je

$$s = \frac{1}{2} \cdot h \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow s = \frac{1}{4} \cdot g \cdot t^2.$$

Na polovini puta kamen ima brzinu

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot s}$$

pa je njegova kinetička energija jednaka

$$\left. \begin{aligned} v &= \sqrt{2 \cdot g \cdot s} \\ E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\sqrt{2 \cdot g \cdot s})^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot g \cdot s \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot g \cdot s \Rightarrow$$
$$\Rightarrow E_k = m \cdot g \cdot s \Rightarrow \left[s = \frac{1}{4} \cdot g \cdot t^2 \right] \Rightarrow E_k = m \cdot g \cdot \frac{1}{4} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{4} \cdot m \cdot (g \cdot t)^2 =$$
$$= \frac{1}{4} \cdot 0.2 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1.44 \text{ s} \right)^2 = 9.98 \text{ J} \approx 10 \text{ J}.$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

Neka je h visina s koje je kamen počeo padati. Njegova gravitacijska potencijalna energija iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ E_{gp} = m \cdot g \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow E_{gp} = m \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow E_{gp} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (g \cdot t)^2.$$

Kada tijelo pada njegova kinetička energija raste, a gravitacijska se potencijalna energija smanjuje. Budući da je ukupna energija, $E_k + E_{gp}$, stalna i jednaka gravitacijskoj potencijalnoj energiji na maksimalnoj visini h , kada tijelo prijeđe **polovinu puta** vrijedi:

$$\begin{aligned} E_k + \frac{1}{2} \cdot E_{gp} &= E_{gp} \Rightarrow E_k = E_{gp} - \frac{1}{2} \cdot E_{gp} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot E_{gp} \Rightarrow \left[E_{gp} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (g \cdot t)^2 \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow E_k &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot (g \cdot t)^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{4} \cdot m \cdot (g \cdot t)^2 = \frac{1}{4} \cdot 0.2 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1.44 \text{ s} \right)^2 = 9.98 \text{ J} \approx 10 \text{ J}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 543

Kamen mase 0.4 kg pao je s neke visine. Vrijeme padanja bilo je 1.44 s. Kolika je njegova kinetička energija na polovini puta? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

- A. 35 J B. 20 J C. 30 J D. 25 J

Rezultat: B.

Zadatak 544 (Fizikalci, maturanti)

Dizalica stalnom brzinom podiže teret mase 2 t na visinu 4 m. Koliki je uloženi rad dizalice ako je korisnost 40 %? (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A. 20 kJ B. 32 kJ C. 80 kJ D. 200 kJ

Rješenje 544

$$m = 2 \text{ t} = 2000 \text{ kg}, \quad h = 4 \text{ m}, \quad \eta = 40\% = 0.40, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad W_u = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Korisnost η stroja ili uređaja je omjer korisnog rada (iskorištene energije ili snage) i uloženog rada (dovedene ili uložene energije ili snage).

$$\eta = \frac{W_k}{W_u}, \quad \eta = \frac{P_k}{P_u}, \quad \eta = \frac{E_k}{E_u}.$$

$$\eta = \frac{E_k}{E_u} \Rightarrow \eta = \frac{E_k}{E_u} \cdot \frac{E_u}{\eta} \Rightarrow E_u = \frac{E_k}{\eta} \Rightarrow \left[E_k = E_{gp} \right] \Rightarrow E_u = \frac{E_{gp}}{\eta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_u = \frac{m \cdot g \cdot h}{\eta} = \frac{2000 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ m}}{0.40} = 200\,000 \text{ J} = 200 \text{ kJ}.$$

Odgovor je pod D.



Vježba 544

Dizalica stalnom brzinom podiže teret mase 1 t na visinu 8 m. Koliki je uloženi rad dizalice ako je korisnost 40 %? (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A. 20 kJ B. 32 kJ C. 80 kJ D. 200 kJ

Rezultat: D.

Zadatak 545 (MP3, maturant)

Koliki je stupanj korisnog djelovanja η automobila koji troši 6 litara benzina na sat, razvijajući pri tome snagu od 23 kW? Specifična toplina izgaranja benzina je $4.6 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$, a gustoća benzina 750 kg/m^3 .

- A. $\eta = 0.49$ B. $\eta = 0.40$ C. $\eta = 1.19$ D. $\eta = 0.25$

Rješenje 545

$$V = 6 \text{ L} = 6 \text{ dm}^3 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}, \quad P = 23 \text{ kW} = 2.3 \cdot 10^4 \text{ W}, \\ q = 4.6 \cdot 10^7 \text{ J/kg}, \quad \rho = 750 \text{ kg/m}^3, \quad \eta = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase m tijela i njegova obujma V :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga je brzina obavljanja rada ili brzina prijenosa, odnosno pretvorbe energije. tj.

$$P = \frac{W}{t}, \quad P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = P \cdot t.$$

Toplina Q koja se oslobađa pri potpunom izgaranju goriva mase m izražava se umnoškom

$$Q = m \cdot q,$$

gdje je q specifična toplina izgaranja.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Korisnost η stroja ili uređaja je omjer korisnog rada (iskorištene energije ili snage) i uloženog rada (dovedene ili uložene energije ili snage).

$$\eta = \frac{W_k}{W_u}, \quad \eta = \frac{Q_k}{Q_u}, \quad \eta = \frac{P_k}{P_u}, \quad \eta = \frac{E_k}{E_u}.$$

$$\eta = \frac{E_k}{E_u} \Rightarrow \eta = \frac{P \cdot t}{m \cdot q} \Rightarrow \eta = \frac{P \cdot t}{\rho \cdot V \cdot q} = \frac{2.3 \cdot 10^4 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s}}{750 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 4.6 \cdot 10^7 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} = 0.40.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 545

Koliki je stupanj korisnog djelovanja η automobila koji troši 5 litara benzina na sat, razvijajući pri tome snagu od 23 kW? Specifična toplina izgaranja benzina je $4.6 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$, a gustoća benzina 750 kg/m^3 .

- A. $\eta = 0.48$ B. $\eta = 0.42$ C. $\eta = 0.64$ D. $\eta = 0.70$

Rezultat: A.

Zadatak 546 (Boni, maturant)

Traktor mase m ore njivu u obliku kružnice polumjera r stalnom brzinom v . Koliko iznosi rad sile podloge na traktor kada traktor jednom obiđe kružnicu?

A. nula B. $\frac{2 \cdot m \cdot g \cdot \pi}{r}$ C. $2 \cdot r \cdot \pi \cdot m \cdot g$ D. $2 \cdot \pi \cdot m \cdot v^2$

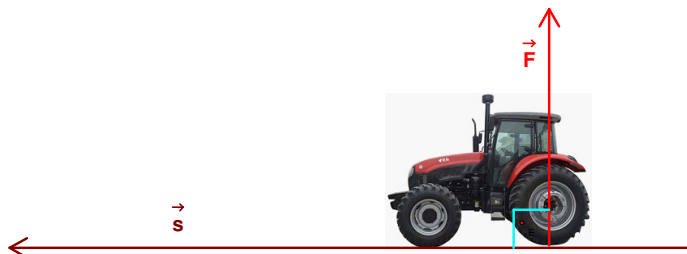
Rješenje 546

$m, r, v, W = ?$

Rad ili mehanički rad (oznaka W) je fizikalna veličina koja opisuje djelovanje sile, određena kao umnožak sile i prijeđenog puta u smjeru duž kojega se obavlja rad. U općem slučaju rad se određuje skalarnim produktom vektora sile F i puta s :

$$W = \vec{F} \circ \vec{s}, \quad W = F \cdot s \cdot \cos \alpha,$$

gdje je α je kut između vektora sile F i puta s .



Budući da je sila podloge F na traktor okomita na stazu s , rad je jednak nuli.

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha \Rightarrow [\alpha = 90^\circ] \Rightarrow W = F \cdot s \cdot \cos 90^\circ \Rightarrow W = F \cdot s \cdot 0 \Rightarrow W = 0 \text{ J.}$$

Odgovor je pod A.

Vježba 546

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 547 (Biba, maturantica)

Tijelo ukupne energije E titra na opruzi oko ravnotežnog položaja ($x = 0$) s amplitudom A . Koliko iznosi kinetička energija tijela kada se tijelo nalazi na udaljenosti $x = \frac{1}{2} \cdot A$?

A. $\frac{1}{3} \cdot E$ B. $\frac{1}{2} \cdot E$ C. $\frac{2}{3} \cdot E$ D. $\frac{3}{4} \cdot E$

Rješenje 547

$E, A, x = \frac{1}{2} \cdot A, E_k = ?$

Elastična opruga produžena za x ima elastičnu potencijalnu energiju

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2,$$

gdje je k konstanta opruge.

Položaj ravnoteže je položaj u kojem bi tijelo mirovalo. Kada tijelo titra, u tom je položaju najmanja potencijalna energija, a najveća kinetička energija. Zbroj tih dviju energija (zanemariivši gubitke) je stalan i jednak najvećoj potencijalnoj ili najvećoj kinetičkoj energiji.

$$E_k + E_p = E \Rightarrow E_k + \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2,$$

gdje je x elongacija (pomak iz ravnotežnog položaja), A amplituda (najveća elongacija).

$$\begin{aligned}
E_k + \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 &= \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \Rightarrow \left[x = \frac{1}{2} \cdot A \right] \Rightarrow E_k + \frac{1}{2} \cdot k \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot A \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \Rightarrow \\
\Rightarrow E_k + \frac{1}{2} \cdot k \cdot \frac{1}{4} \cdot A^2 &= \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \Rightarrow E_k + \frac{1}{8} \cdot k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 - \frac{1}{8} \cdot k \cdot A^2 \Rightarrow \\
\Rightarrow E_k &= \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \right) \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \cdot \frac{3}{4} \Rightarrow \left[E = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \right] \Rightarrow E_k = \frac{3}{4} \cdot E.
\end{aligned}$$

Odgovor je pod D.

Vježba 547

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 548 (Silvija, srednja škola)

Tijelo u početku miruje. Zbog utjecaja sile od 30 N kroz 4 s ono dobije kinetičku energiju od 720 J. Koliko tada iznosi brzina tijela?

A. $12 \frac{m}{s}$ B. $10 \frac{m}{s}$ C. $6 \frac{m}{s}$ D. $7.2 \frac{m}{s}$

Rješenje 548

$$F = 30 \text{ N}, \quad t = 4 \text{ s}, \quad E_k = 720 \text{ J}, \quad v = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = a \cdot t$$

gdje je v brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile F , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase m .

1. inačica

$$\left. \begin{aligned} v &= a \cdot t \\ E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (a \cdot t)^2 \Rightarrow \left[a = \frac{F}{m} \right] \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{F}{m} \cdot t \right)^2 \Rightarrow \\
\Rightarrow E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{F^2}{m^2} \cdot t^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{F^2}{m} \cdot t^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{F^2 \cdot t^2}{m} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{(F \cdot t)^2}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{(F \cdot t)^2}{m} \cdot \frac{m}{E_k} \Rightarrow m = \frac{(F \cdot t)^2}{2 \cdot E_k} = \frac{(30 \text{ N} \cdot 4 \text{ s})^2}{2 \cdot 720 \text{ J}} = 10 \text{ kg}.$$

Računamo brzinu.

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{2} = E_k \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{2} = E_k \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot E_k}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot E_k}{m} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 720 \text{ J}}{10 \text{ kg}}} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Odgovor je pod A.

2. inačica

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v \cdot v \Rightarrow [F \cdot t = m \cdot v] \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot F \cdot t \cdot v \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot F \cdot t \cdot v = E_k \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot F \cdot t \cdot v = E_k \cdot \frac{2}{F \cdot t} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot E_k}{F \cdot t} = \frac{2 \cdot 720 \text{ J}}{30 \text{ N} \cdot 4 \text{ s}} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 548

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 549 (Dubravko, gimnazija)

Saonice mase 100 kg spuštaju se iz mirovanja niz brijeg duljine 100 m i visine 8 m. Ako je brzina saonice pri dnu brijega 10 m/s, onda su na putu niz brijeg saonice svladale trenje:

$$A. 28.48 \text{ N} \quad B. 10.00 \text{ N} \quad C. 29.43 \text{ N} \quad D. 14.72 \text{ N}$$

(ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 549

$$m = 100 \text{ kg}, \quad s = 100 \text{ m}, \quad h = 8 \text{ m}, \quad v = 10 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F_{tr} = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Rad sile trenja jednak je razlici gravitacijske potencijalne energije saonice na vrhu brijega i kinetičke energije na podnožju brijega.

$$W = E_{gp} - E_k \Rightarrow F_{tr} \cdot s = m \cdot g \cdot h - \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow F_{tr} \cdot s = m \cdot g \cdot h - \frac{m \cdot v^2}{2} \cdot \frac{1}{s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{tr} = \frac{m \cdot g \cdot h - \frac{m \cdot v^2}{2}}{s} \Rightarrow F_{tr} = \frac{m \cdot \left(g \cdot h - \frac{v^2}{2} \right)}{s} =$$

$$= \frac{100 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8 \text{ m} - \frac{\left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2} \right)}{100 \text{ m}} = 28.48 \text{ N}.$$

Vježba 549

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 550 (Frenky, maturant)

Čovjek mase 70 kg u čamcu mase 100 kg vuče konop privezan za stup na obali silom 50 N. Izračunajte rad koji čovjek obavi za 6 s.

Rješenje 550

$$m_1 = 70 \text{ kg}, \quad m_2 = 100 \text{ kg}, \quad F = 50 \text{ N}, \quad t = 6 \text{ s}, \quad W = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m}$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila F . Akceleracija a tijela je razmjerna sili i ima smjer sile.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = a \cdot t,$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Akceleraciju ćemo naći iz osnovnog zakona gibanja:

$$a = \frac{F}{m}$$

Budući da sila F pokreće oba tijela (čovjeka i čamac), to je masa

$$m = m_1 + m_2.$$

Tako je

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2}.$$

Čamac je na početku mirovao, a onda se počeo ubrzavati. Nakon vremena t postigao je brzinu v .

$$v = a \cdot t \Rightarrow v = \frac{F}{m_1 + m_2} \cdot t.$$

Obavljeni rad jednak je promjeni kinetičke energije.

$$\begin{aligned}
 W = E_k &\Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot \left(\frac{F}{m_1 + m_2} \cdot t \right)^2 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot \frac{(F \cdot t)^2}{(m_1 + m_2)^2} \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot \frac{(F \cdot t)^2}{(m_1 + m_2)^2} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot \frac{(F \cdot t)^2}{m_1 + m_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(50 \text{ N} \cdot 6 \text{ s})^2}{70 \text{ kg} + 100 \text{ kg}} = 264.71 \text{ J}.
 \end{aligned}$$

Vježba 550

Čovjek mase 65 kg u čamcu mase 105 kg vuče konop privezan za stup na obali silom 50 N. Izračunajte rad koji čovjek obavi za 6 s.

Rezultat: 264.71 J.

Zadatak 551 (Tihomir, maturant)

Tijelo mase 5 kg je iz stanja mirovanja slobodno padalo 4 sekunde. Za koliko se promijenila njegova potencijalna energija? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

A. 384.9 J B. 392.4 J C. 3849.4 J D. 1924.7 J

Rješenje 551

$$m = 5 \text{ kg}, \quad t = 4 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta E_{gp} = ?$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijede izrazi:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad v = g \cdot t,$$

gdje je h visina pada.

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

1. inačica

Za vrijeme t tijelo je slobodno padalo i prevalilo put h . Njegova gravitacijska potencijalna energija smanjila se za

$$\Delta E_{gp} = m \cdot g \cdot h \Rightarrow \left[h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \right] \Rightarrow \Delta E_{gp} = m \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow \Delta E_{gp} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (g \cdot t)^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ s} \right)^2 = 3849.4 \text{ J}.$$

Odgovor je pod C.

2.inačica

Za vrijeme t tijelo je slobodno padalo i postiglo brzinu v . Njegova kinetička energija **povećala** se za

$$\begin{aligned} \Delta E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow [v = g \cdot t] \Rightarrow \Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (g \cdot t)^2 = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ s} \right)^2 = 3849.4 \text{ J}. \end{aligned}$$

Zbog zakona očuvanja energije tijelu se **smanjila** (promijenila) gravitacijska potencijalna energija za isti iznos.

$$\Delta E_k = 3849.4 \text{ J}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 551

Tijelo mase 10 kg je iz stanja mirovanja slobodno padalo 4 sekunde. Za koliko se promijenila njegova potencijalna energija? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

A. 7698.89 J B. 7392.4 J C. 6849.4 J D. 8924.7 J

Rezultat: A.

Zadatak 552 (Iva, maturantica)

Čelična kugla mase 200 g pada s visine 5 m. Kinetička energija kugle u momentu udara o tlo iznosi:

A. 9.81 N B. 9.81 J C. 9.81 kJ D. 2 J

(ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 552

$$m = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}, \quad h = 5 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad E_k = ?$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijede izrazi:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h},$$

gdje je h visina pada.

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

1. inačica

Zbog zakona očuvanja energije kinetička energija kugle u momentu udara o tlo jednaka je po iznosu gravitacijskoj potencijalnoj energiji kugle na maksimalnoj visini h.

$$E_k = E_{gp} \Rightarrow E_k = m \cdot g \cdot h = 0.2 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ m} = 9.81 \text{ J}.$$

Odgovor je pod B.

2. inačica

Kugla slobodno pada s visine h. Pri udaru o tlo ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \left[v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \right] \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\sqrt{2 \cdot g \cdot h} \right)^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow \\ \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow E_k = m \cdot g \cdot h = 0.2 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ m} = 9.81 \text{ J}.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 552

Čelična kugla mase 200 g pada s visine 10 m. Kinetička energija kugle u momentu udara o tlo iznosi:

$$A. 14.82 \text{ J} \quad B. 16.64 \text{ J} \quad C. 19.62 \text{ J} \quad D. 16.62 \text{ J}$$

(ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: C.

Zadatak 553 (Klara, medicinska škola)

Nerastegnuta opruga duga je 15 cm. Tu oprugu, konstante elastičnosti 400 N/m, sabijemo na polovinu dužine. Koliko smo energije pohranili u opruzi?

Rješenje 553

$$x = 15 \text{ cm} = 0.15 \text{ m}, \quad k = 400 \text{ N/m}, \quad E_{ep} = ?$$

Elastična opruga produžena za x ima elastičnu potencijalnu energiju

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2.$$

gdje je k konstanta opruge.

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot \left(\frac{x}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 400 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \left(\frac{0.15 \text{ m}}{2} \right)^2 = 1.125 \text{ J}.$$

Vježba 553

Nerastegnuta opruga duga je 30 cm. Tu oprugu, konstante elastičnosti 400 N/m, sabijemo na polovinu dužine. Koliko smo energije pohranili u opruzi?

Rezultat: 4.5 J.

Zadatak 554 (Velimir, maturant)

Tijelo mase 2 kg slobodno pada s visine 20 m. Neposredno pri tlu ima brzinu 17 m/s. Odredite silu otpora zraka. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 554

$$m = 2 \text{ kg}, \quad h = 20 \text{ m}, \quad v = 17 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o

međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Rad sile otpora zraka na putu h jednak je razlici gravitacijske potencijalne energije tijela na maksimalnoj visini h i njegove kinetičke energije pri tlu.

$$\begin{aligned} W &= E_{gp} - E_k \Rightarrow F \cdot h = m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow F \cdot h = m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad / \cdot \frac{1}{h} \Rightarrow \\ \Rightarrow F &= m \cdot g - \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot h} \Rightarrow F = m \cdot \left(g - \frac{v^2}{2 \cdot h} \right) = 2 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - \frac{\left(17 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2 \cdot 20 \text{ m}} \right) = 5.17 \text{ N} \approx 5 \text{ N}. \end{aligned}$$

Vježba 554

Tijelo mase 4 kg slobodno pada s visine 20 m. Neposredno pri tlu ima brzinu 17 m / s. Odredite silu otpora zraka. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 10.34 N.

Zadatak 555 (Zoran, maturant)

Odredite korisnost stroja nazivne snage 2000 W koji u jednoj sekundi obavi rad od 1200 J.

Rješenje 555

$$P_u = 2000 \text{ W}, \quad t = 1 \text{ s}, \quad W = 1200 \text{ J}, \quad \eta = ?$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9 \% = \frac{9}{100}, \quad 81 \% = \frac{81}{100}, \quad 4.5 \% = \frac{4.5}{100}, \quad 547 \% = \frac{547}{100}, \quad p \% = \frac{p}{100}.$$

Djelotvornost (korisnost) η stroja ili uređaja je kvocijent korisnog rada (iskorištene energije ili snage) i uloženog rada (dovedene ili uložene energije ili snage).

$$\eta = \frac{W_i}{W_u}, \quad \eta = \frac{P_i}{P_u}.$$

Često se η iskazuje u postocima.

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

$$\eta = \frac{P_i}{P_u} \cdot 100 \% \Rightarrow \eta = \frac{\frac{W}{t}}{\frac{W}{t}} \cdot 100 \% \Rightarrow \eta = \frac{W}{t \cdot P_u} \cdot 100 \% = \frac{1200 \text{ J}}{1 \text{ s} \cdot 2000 \text{ W}} \cdot 100 \% = 60 \%.$$

Vježba 555

Odredite korisnost stroja nazivne snage 4000 W koji u jednoj sekundi obavi rad od 2400 J.

Rezultat: 60 %.

Zadatak 556 (Ante, gimnazija)

Skijašica se spusti niz brijeg iz stanja mirovanja i na dnu brijega ima brzinu 4 m / s. Koliku će brzinu imati skijašica na dnu brijega ako je na vrhu imala početnu brzinu od 3 m / s?

Rješenje 556

$$v_1 = 4 \text{ m / s}, \quad v_2 = 3 \text{ m / s}, \quad v_3 = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Skijašica stoji na vrhu brijega visine h pa ima u odnosu na dno brijega gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h.$$

Na dnu brijega njezina brzina je v_1 , a kinetička energija

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2.$$

Zbog zakona o očuvanju energije vrijedi:

$$\begin{aligned} E_k = E_{gp} &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = m \cdot g \cdot h \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = m \cdot g \cdot h \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v_1^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot g \cdot h = v_1^2 \Rightarrow 2 \cdot g \cdot h = v_1^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot g} \Rightarrow h = \frac{v_1^2}{2 \cdot g}. \end{aligned}$$

Ako skijašica na vrhu brijega visine h ima početnu brzinu v_2 tada je njezina ukupna energija jednaka

$$m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2.$$

Na dnu brijega brzina skijašice je v_3 . Ona tada ima samo kinetičku energiju

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_3^2.$$

Zbog zakona o očuvanju energije je

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_3^2 &= m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \Rightarrow \left[h = \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \right] \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_3^2 = m \cdot g \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_3^2 = m \cdot g \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v_3^2 = v_1^2 + v_2^2 \Rightarrow v_3^2 = v_1^2 + v_2^2 \quad \sqrt{\quad} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_3 = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{\left(4 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

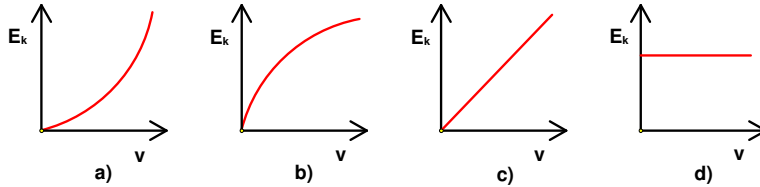
Vježba 556

Skijašica se spusti niz brijeg iz stanja mirovanja i na dnu brijega ima brzinu 8 m / s. Koliku će brzinu imati skijašica na dnu brijega ako je na vrhu imala početnu brzinu od 6 m / s?

Rezultat: 10 m / s.

Zadatak 557 (Matija, gimnazija)

Jabuka slobodno pada sa stabla. Otpor zraka je zanemariv. Koji od predloženih grafova najbolje prikazuje ovisnost kinetičke energije E_k jabuke o brzini v ?



A. a) B. b) C. c) D. d)

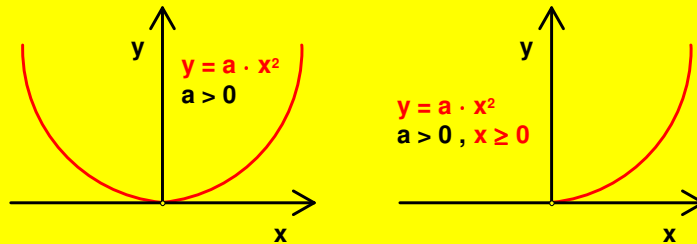
Rješenje 557

E_k, v

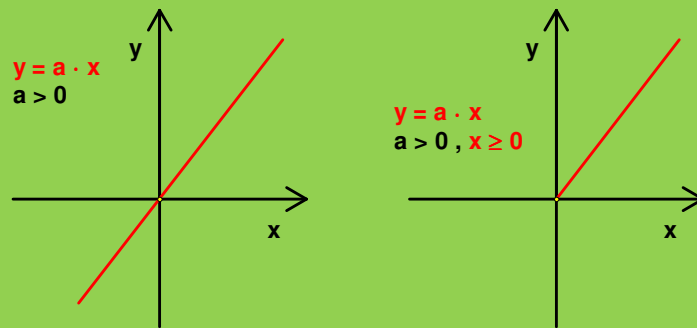
Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Neka je a realan broj. Funkcija $f : R \rightarrow R$ dana pravilom $f(x) = a \cdot x^2$ naziva se **kvadratna** funkcija. Njezin graf je **parabola**.



Neka je a realan broj. Funkcija $f : R \rightarrow R$ dana pravilom $f(x) = a \cdot x$ naziva se **linearna** funkcija. Njezin graf je **pravac**.



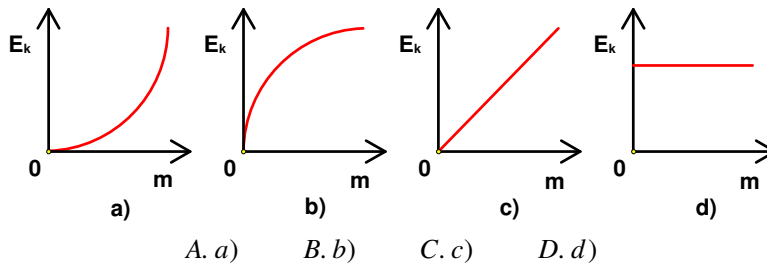
$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow E_k = \left(\frac{1}{2} \cdot m \right) \cdot v^2.$$

Graf na slici a) prikazuje ovisnost kinetičke energije o brzini v .

Odgovor je pod A.

Vježba 557

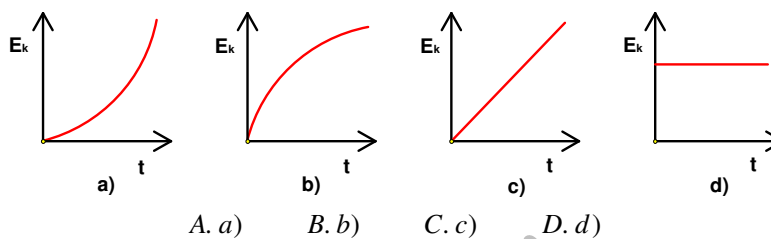
Jabuka slobodno pada sa stabla. Otpor zraka je zanemariv. Koji od predloženih grafova najbolje prikazuje ovisnost kinetičke energije E_k jabuke o masi m ?



Rezultat: C, $E_k = \left(\frac{1}{2} \cdot v^2\right) \cdot m$.

Zadatak 558 (Matija, gimnazija)

Jabuka slobodno pada sa stabla. Otpor zraka je zanemariv. Koji od predloženih grafova najbolje prikazuje ovisnost kinetičke energije E_k jabuke o vremenu t ?



Rješenje 558

E_k, t

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

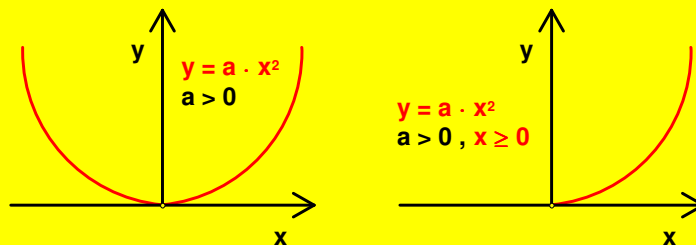
Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0$ m/s i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81$ m/s². Za slobodni pad vrijedi izraz

$$v = g \cdot t,$$

gdje je v trenutna brzina.

Neka je a realan broj. Funkcija $f : R \rightarrow R$ dana pravilom $f(x) = a \cdot x^2$ naziva se **kvadratna** funkcija.

Njezin graf je **parabola**.



$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow [v = g \cdot t] \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (g \cdot t)^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot g^2 \cdot t^2 \Rightarrow E_k = \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot g^2\right) \cdot t^2$$

Graf na slici a) prikazuje ovisnost kinetičke energije o vremenu t .

Odgovor je pod A.

Vježba 558

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 559 (Tonka, gimnazija)

S tornja visokog 100 m ispušten je kamen mase 15 kg bez početne brzine. Kolika mu je kinetička energija nakon 4 s padanja? Zanemarite silu otpora. (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

A. 9 kJ B. 3 kJ C. 10 kJ D. 12 kJ

Rješenje 559

$h = 100 \text{ m}$, $m = 15 \text{ kg}$, $t = 4 \text{ s}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$, $E_k = ?$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijede izrazi:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad v = g \cdot t, \quad v^2 = 2 \cdot g \cdot h,$$

gdje su v brzina pada, h visina pada, g ubrzanje sile teže.

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

1. inačica

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow [v = g \cdot t] \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (g \cdot t)^2 = \frac{1}{2} \cdot 15 \text{ kg} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ s}\right)^2 = 12000 \text{ J} = 12 \text{ kJ}.$$

Odgovor je pod D.

2. inačica

Nakon vremena t kamen je prevalio put

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (4 \text{ s})^2 = 80 \text{ m}.$$

Njegova visina iznad tla je

$$h_2 = h - h_1 = 100 \text{ m} - 80 \text{ m} = 20 \text{ m}.$$

Kinetička energija kamena nakon vremena t jednaka je razlici gravitacijske potencijalne energije kamena na visini h i h_2 .

$$E_k = m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow E_k = m \cdot g \cdot (h - h_2) = 15 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (100 \text{ m} - 20 \text{ m}) = 12000 \text{ J} = 12 \text{ kJ}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 559

S tornja visokog 100 m ispušten je kamen mase 30 kg bez početne brzine. Kolika mu je kinetička energija nakon 4 s padanja? Zanemarite silu otpora. (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

A. 19 kJ B. 20 kJ C. 24 kJ D. 30 kJ

Rezultat: C.

Zadatak 560 (Lana, gimnazija)

Brzina vozila mase 1.2 t poveća se sa 36 km/h na 72 km/h na putu od 70 m. Prosječna zaustavna sila (trenje i otpor zraka) iznosi 5 % težine. Kolika je srednja potrebna snaga za to ubrzavanje? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 560

$$m = 1.2 \text{ t} = 1200 \text{ kg}, \quad v_1 = 36 \text{ km/h} = [36 : 3.6] = 10 \text{ m/s}, \quad v_2 = 72 \text{ km/h} = [72 : 3.6] = 20 \text{ m/s}, \quad s = 70 \text{ m}, \quad \mu = 5 \% = 0.05, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad P = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

Težina tijela G jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži,

$$G = m \cdot g.$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Ako se tijelo nalazi na vodoravnoj podlozi, tada trenje iznosi

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, m masa tijela, g akceleracija slobodnog pada (ubrzanje sile teže). Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za put s :

$$s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t \Rightarrow t = \frac{2 \cdot s}{v_0 + v},$$

gdje je v_0 početna brzina, v konačna brzina.

Na putu s vozilu se poveća kinetička energija za ΔE_k .

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \Rightarrow \Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2).$$

Toj energiji još treba pribrojiti rad koji obavi zaustavna sila trenja F_{tr} na putu s , a iznosi μ posto težine.

$$\left. \begin{array}{l} F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g \\ W = F_{tr} \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow W = \mu \cdot m \cdot g \cdot s.$$

Prosječna snaga je

$$\begin{aligned}
P &= \frac{\Delta E_k + W}{t} \Rightarrow \left[t = \frac{2 \cdot s}{v_1 + v_2} \right] \Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2) + \mu \cdot m \cdot g \cdot s}{\frac{2 \cdot s}{v_1 + v_2}} \Rightarrow \\
\Rightarrow P &= \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2 + 2 \cdot \mu \cdot g \cdot s)}{\frac{2 \cdot s}{v_1 + v_2}} \Rightarrow P = \frac{m \cdot (v_2^2 - v_1^2 + 2 \cdot \mu \cdot g \cdot s) \cdot (v_1 + v_2)}{4 \cdot s} = \\
&= \frac{1200 \text{ kg} \cdot \left(\left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 + 2 \cdot 0.05 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 70 \text{ m} \right) \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)}{4 \cdot 70 \text{ m}} = 47400.4 \text{ W} \approx 47.4 \text{ kW}.
\end{aligned}$$

Vježba 560

Brzina vozila mase 1.2 t poveća se sa 36 km / h na 72 km / h na putu od 100 m. Prosječna zaustavna sila (trenje i otpor zraka) iznosi 10 % težine. Kolika je srednja potrebna snaga za to ubrzavanje? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$)

Rezultat: 44658 W.