

**Zadatak 481 (Petar, gimnazija)**

Sila 2 N djelovala je na tijelo 4 sekunde i dala mu energiju 6.4 J. Kolika je masa tijela?

- A. 4 kg      B. 5 kg      C. 6 kg      D. 3 kg

**Rješenje 481**

$$F = 2 \text{ N}, \quad t = 4 \text{ s}, \quad E_k = 6.4 \text{ J}, \quad m = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = a \cdot t \Rightarrow a = \frac{v}{t},$$

gdje je  $v$  brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

**Drugi Newtonov poučak:** Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{v}{t} \\ F = m \cdot a \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = m \cdot \frac{v}{t} \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m \cdot \frac{v}{t} = F \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m \cdot \frac{v}{t} = F \cdot \frac{t}{m} \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} v = \frac{F \cdot t}{m} \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left( \frac{F \cdot t}{m} \right)^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{(F \cdot t)^2}{m^2} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{(F \cdot t)^2}{m^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{(F \cdot t)^2}{m} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{(F \cdot t)^2}{m} \cdot \frac{m}{E_k} \Rightarrow m = \frac{1}{2} \cdot \frac{(F \cdot t)^2}{E_k} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{(2 \text{ N} \cdot 4 \text{ s})^2}{6.4 \text{ J}} = 5 \text{ kg}.$$

Odgovor je pod B.

**Vježba 481**

Sila 4 N djelovala je na tijelo 2 sekunde i dala mu energiju 6.4 J. Kolika je masa tijela?

- A. 4 kg      B. 5 kg      C. 6 kg      D. 3 kg

**Rezultat:** B.

**Zadatak 482 (Blanka, srednja škola)**

Čovjek mase 80 kg penje se po stubama. Pritom mu se gravitacijska potencijalna energija poveća za 1200 J. Ako visina svake stuba iznosi 5 cm, koliki je broj stuba čovjek prešao? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

- A.  $n = 30$       B.  $n = 25$       C.  $n = 35$       D.  $n = 40$

**Rješenje 482**

$$m = 80 \text{ kg}, \quad E_{gp} = 1200 \text{ J}, \quad d = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad n = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o

međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase  $m$  ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je  $g$  akceleracija slobodnog pada, a  $h$  vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Neka je  $n$  broj stuba. Ako je visina svake stube  $d$ , ukupna visina  $h$  iznosi:

$$h = n \cdot d.$$

Tada je:

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h \Rightarrow E_{gp} = m \cdot g \cdot n \cdot d \Rightarrow m \cdot g \cdot n \cdot d = E_{gp} \Rightarrow m \cdot g \cdot n \cdot d = E_{gp} \cdot \frac{1}{m \cdot g \cdot d} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \frac{E_{gp}}{m \cdot g \cdot d} = \frac{1200 \text{ J}}{80 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.05 \text{ m}} = 30.$$

Odgovor je pod A.

### Vježba 482

Čovjek mase 160 kg penje se po stubama. Pritom mu se gravitacijska potencijalna energija poveća za 2400 J. Ako visina svake stube iznosi 5 cm, koliki je broj stuba čovjek prešao? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

A.  $n = 30$       B.  $n = 25$       C.  $n = 35$       D.  $n = 40$

**Rezultat:** A.

### Zadatak 483 (Marija, medicinska škola)

Kolika je brzina tijela mase 10 g, ako mu je kinetička energija 40 J?

### Rješenje 483

$$m = 10 \text{ g} = 0.01 \text{ kg}, \quad E_k = 40 \text{ J}, \quad v = ?$$

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = E_k \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = E_k \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot E_k}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot E_k}{m} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 40 \text{ J}}{0.01 \text{ kg}}} = 89.44 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Vježba 483

Kolika je brzina tijela mase 20 g, ako mu je kinetička energija 80 J?

**Rezultat:** 89.44 m/s.

### Zadatak 484 (Nynns, gimnazija)

Na tijelo mase 3 kg koje miruje počne djelovati stalna sila. Koliki je impuls sile nakon 5 sekundi ako se tijelo za to vrijeme pomaknulo za 25 m?

### Rješenje 484

$$m = 3 \text{ kg}, \quad t = 5 \text{ s}, \quad s = 25 \text{ m}, \quad F \cdot t = ?$$

Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile  $F$ , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase  $m$ .

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase  $m$  na koje je za vrijeme  $t$  djelovala sila  $F$  vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je  $v$  brzina na kraju vremenskog intervala  $t$  za koji je sila djelovala.  
Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \Rightarrow v = \frac{2 \cdot s}{t},$$

gdje su  $v$  i  $s$  brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

**Drugi Newtonov poučak:** Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila  $F$ .  
Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot s}{t^2},$$

gdje je  $s$  put tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{2 \cdot s}{t} \\ F \cdot t = m \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow F \cdot t = m \cdot \frac{2 \cdot s}{t} = 3 \text{ kg} \cdot \frac{2 \cdot 25 \text{ m}}{5 \text{ s}} = 30 \text{ Ns}.$$

2. inačica

Prema drugom Newtonovu poučku sila  $F$  je

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{2 \cdot s}{t^2} \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow F = m \cdot \frac{2 \cdot s}{t^2}$$

pa impuls sile iznosi:

$$F \cdot t = m \cdot \frac{2 \cdot s}{t^2} \cdot t \Rightarrow F \cdot t = m \cdot \frac{2 \cdot s}{t} \Rightarrow F \cdot t = m \cdot \frac{2 \cdot s}{t} = 3 \text{ kg} \cdot \frac{2 \cdot 25 \text{ m}}{5 \text{ s}} = 30 \text{ Ns}.$$

#### Vježba 484

Na tijelo mase 3 kg koje miruje počne djelovati stalna sila. Koliki je impuls sile nakon 10 sekundi ako se tijelo za to vrijeme pomaknulo za 50 m?

**Rezultat:** 30 Ns.

#### Zadatak 485 (Nynns, gimnazija)

Za koliko se promijeni brzina tijela mase 4 kg na koje djeluje impuls sile 4 Ns?

#### Rješenje 485

$$m = 4 \text{ kg}, \quad F \cdot \Delta t = 4 \text{ Ns}, \quad \Delta v = ?$$

Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile  $F$ , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase  $m$ .

Kad početna brzina nije nula, vrijedi

$$F \cdot \Delta t = \Delta(m \cdot v),$$

tj. promjena količine gibanja jednaka je impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao. Ako je masa stalna, možemo pisati

$$F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v,$$

gdje je  $\Delta v$  promjena brzine tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$ .

$$F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v \Rightarrow m \cdot \Delta v = F \cdot \Delta t \Rightarrow m \cdot \Delta v = F \cdot \Delta t \cdot \frac{1}{m} \Rightarrow \Delta v = \frac{F \cdot \Delta t}{m} = \frac{4 \text{ Ns}}{4 \text{ kg}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Vježba 485

Za koliko se promijeni brzina tijela mase 5 kg na koje djeluje impuls sile 5 Ns?

**Rezultat:** 1 m / s.

### Zadatak 486 (Nynns, gimnazija)

Skijaš mase 60 kg udari brzinom 8 m / s u snježni nanos. Zbog toga se zaustavi za 1.5 sekundi. Koliki je bio impuls sile i kolika srednja sila koja ga je zaustavila?

### Rješenje 486

$$m = 60 \text{ kg}, \quad \Delta v = 8 \text{ m / s}, \quad \Delta t = 1.5 \text{ s}, \quad F \cdot \Delta t = ?, \quad F = ?$$

Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile F, a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase m.

Kad početna brzina nije nula, vrijedi

$$F \cdot \Delta t = \Delta(m \cdot v),$$

tj. promjena količine gibanja jednaka je impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao. Ako je masa stalna, možemo pisati

$$F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v,$$

gdje je  $\Delta v$  promjena brzine tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$ .

Impuls sile iznosi:

$$F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v = 60 \text{ kg} \cdot 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 480 \text{ Ns}.$$

Srednja sila iznosi:

$$F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v \cdot \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow F = \frac{m \cdot \Delta v}{\Delta t} = \frac{60 \text{ kg} \cdot 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1.5 \text{ s}} = 320 \text{ N}.$$

### Vježba 486

Skijaš se boji lavine pa je ostao u hotelu!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 487 (Evelyn, medicinska škola)

Dizalica stalnom brzinom podiže teret mase 2 t na visinu 4 m. Koliki je uloženi rad dizalice ako je korisnost 40%? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 10 \text{ m / s}^2$ )

$$A. 20 \text{ kJ} \quad B. 32 \text{ kJ} \quad C. 80 \text{ kJ} \quad D. 200 \text{ kJ}$$

### Rješenje 487

$$m = 2 \text{ t} = 2000 \text{ kg}, \quad h = 4 \text{ m}, \quad \eta = 40\% = 0.40, \quad g = 10 \text{ m / s}^2. \quad W_u = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je  $g$  akceleracija slobodnog pada, a  $h$  vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Djelotvornost (korisnost)  $\eta$  stroja ili uređaja je količnik korisnog rada (iskorištene energije ili snage) i uloženog rada (dovedene ili uložene energije ili snage).

$$\eta = \frac{W_k}{W_u} \Rightarrow W_u = \frac{W_k}{\eta}.$$

Često se  $\eta$  iskazuje u postocima.

Na primjer,

$$\eta = 0.3 \Rightarrow \eta = 30\%.$$

$$\left. \begin{array}{l} W_k = E_{gp} \\ \eta = \frac{W_k}{W_u} \end{array} \right\} \Rightarrow \eta = \frac{E_{gp}}{W_u} \Rightarrow \eta = \frac{E_{gp}}{W_u} \cdot \frac{W_u}{\eta} \Rightarrow W_u = \frac{E_{gp}}{\eta} \Rightarrow W_u = \frac{m \cdot g \cdot h}{\eta} =$$

$$= \frac{2000 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ m}}{0.40} = 200000 \text{ J} = 200 \text{ kJ}.$$

Odgovor je pod D.

### Vježba 487

Dizalica stalnom brzinom podiže teret mase 1 t na visinu 8 m. Koliki je uloženi rad dizalice ako je korisnost 40%? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

- A. 20 kJ      B. 32 kJ      C. 80 kJ      D. 200 kJ

**Rezultat:** D.

### Zadatak 488 (Katon, gimnazija)

Lopta pada s tornja 5 s. Kolika je potencijalna energija lopte mase 150 g nakon četvrtine vremena? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 488

$$t = 5 \text{ s}, \quad m = 150 \text{ g} = 0.15 \text{ kg}, \quad t_1 = \frac{1}{4} \cdot t, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2. \quad E_{gp} = ?$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom  $v_0 = 0 \text{ m/s}$  i konstantnom akceleracijom  $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$ . Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je  $h$  visina pada.

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase  $m$  ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je  $g$  akceleracija slobodnog pada, a  $h$  vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Visina  $H$  tornja jednaka je

$$H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

a put  $h$  koji lopta prijeđe za vrijeme  $t_1$  iznosi:

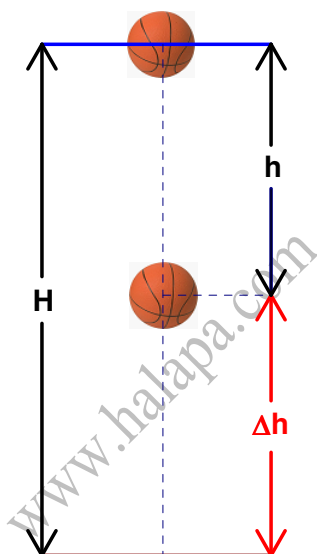
$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot t\right)^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{1}{16} \cdot t^2 \Rightarrow h = \frac{1}{32} \cdot g \cdot t^2.$$

Tada se lopta nalazi na visini

$$\Delta h = H - h$$

iznad Zemlje i ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$\begin{aligned} E_{gp} &= m \cdot g \cdot \Delta h \Rightarrow E_{gp} = m \cdot g \cdot (H - h) \Rightarrow E_{gp} = m \cdot g \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 - \frac{1}{32} \cdot g \cdot t^2\right) \Rightarrow \\ \Rightarrow E_{gp} &= m \cdot g \cdot \frac{16-1}{32} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow E_{gp} = \frac{15}{32} \cdot m \cdot g^2 \cdot t^2 \Rightarrow E_{gp} = \frac{15}{32} \cdot m \cdot (g \cdot t)^2 = \\ &= \frac{15}{32} \cdot 0.15 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s}\right)^2 = 169.17 \text{ J}. \end{aligned}$$



### Vježba 488

Lopta pada s tornja 5 s. Kolika je potencijalna energija lopte mase 15 dag nakon četvrtine vremena? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 169.17 J.

### Zadatak 489 (Lussy, medicinska škola)

Tijelo mase 10 kg pada s neke visine i pri udarcu o površinu Zemlje ima kinetičku energiju 4500 J. S koje je visine tijelo počelo padati, ako je na svladavanje sile otpora zraka utrošilo 3500 J svoje energije? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 489

$$m = 10 \text{ kg}, \quad E_k = 4500 \text{ J}, \quad \Delta E = 3500 \text{ J}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase  $m$  ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je  $g$  akceleracija slobodnog pada, a  $h$  vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

### Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.

- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Zbog očuvanja energije gravitacijska potencijalna energija  $E_{gp}$  koju tijelo ima na visini  $h$  jednaka je zbroju kinetičke energije  $E_k$  tijela pri udarcu o površinu Zemlje i energije  $\Delta E$  koju je utrošilo zbog otpora zraka.

$$E_{gp} = E_k + \Delta E \Rightarrow m \cdot g \cdot h = E_k + \Delta E \Rightarrow m \cdot g \cdot h = E_k + \Delta E \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{E_k + \Delta E}{m \cdot g} = \frac{4500 \text{ J} + 3500 \text{ J}}{10 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 81.55 \text{ m.}$$

### Vježba 489

Tijelo mase 10 kg pada s neke visine i pri udarcu o površinu Zemlje ima kinetičku energiju 5000 J. S koje je visine tijelo počelo padati, ako je na svladavanje sile otpora zraka utrošilo 3000 J svoje energije? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 81.55 m.

### Zadatak 490 (Ivan, obrtnička škola)

Kugla mase 0.2 kg giba se brzinom 4 m/s, a kugla mase 0.5 kg brzinom 2 m/s. Obje kugle gibaju se pravocrtno u istome smjeru te prva kugla naleti na drugu. Koliko iznosi ukupna količina gibanja tih dviju kugli nakon sudara?

A.  $0.2 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$       B.  $0.8 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$       C.  $1.0 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$       D.  $1.8 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$

### Rješenje 490

$$m_1 = 0.2 \text{ kg}, \quad v_1 = 4 \text{ m/s}, \quad m_2 = 0.5 \text{ kg}, \quad v_2 = 2 \text{ m/s}, \quad p = ?$$

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska veličina.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}, \quad p = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

### Zakon održanja količine gibanja

Zbroj količina gibanja dva tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja. To vrijedi i za više od dva tijela. Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela masa  $m_1$  i  $m_2$ , kojima su početne brzine bile  $v_1$  i  $v_2$ , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja  $v_1'$  i  $v_2'$ , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

Ukupna količina gibanja dviju kugli nakon sudara jednaka je ukupnoj količini gibanja prije sudara.

$$p = p_1 + p_2 \Rightarrow p = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0.2 \text{ kg} \cdot 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0.5 \text{ kg} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1.8 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Odgovor je pod D.

### Vježba 490

Kugla mase 0.2 kg giba se brzinom 4 m/s, a kugla mase 0.1 kg brzinom 2 m/s. Obje kugle gibaju se pravocrtno u istome smjeru te prva kugla naleti na drugu. Koliko iznosi ukupna količina gibanja tih dviju kugli nakon sudara?

A.  $0.2 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$       B.  $0.8 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$       C.  $1.0 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$       D.  $1.8 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$

**Rezultat:** C.

### Zadatak 491 (Petra, medicinska škola)

Tijelo mase 3 kg guramo jednoliko duž kosine koja je dugačka 4 m, a visoka 2 m. Trenje zanemarujemo. Koliki se rad izvrši nad tijelom, ako ga se gura od dna do vrha kosine? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 491

$$m = 3 \text{ kg}, \quad l = 4 \text{ m}, \quad h = 2 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad W = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase  $m$  ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je  $g$  akceleracija slobodnog pada, a  $h$  vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

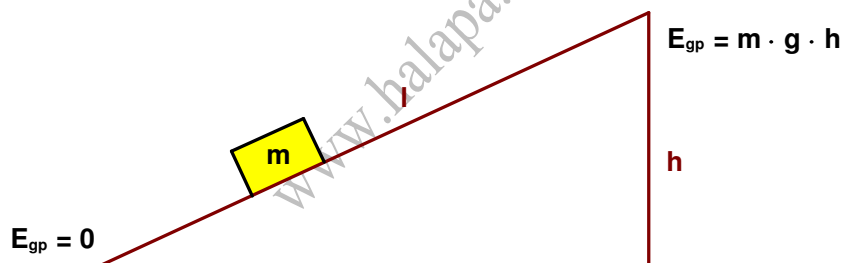
$$W = \Delta E.$$

Utrošeni rad jednak je promjeni gravitacijske potencijalne energije. Na dnu kosine gravitacijska potencijalna energija tijela jednaka je nuli, a na visini  $h$  iznosi

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h.$$

$$W = \Delta E_{gp} \Rightarrow W = m \cdot g \cdot h - 0 \Rightarrow W = m \cdot g \cdot h = 3 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \text{ m} = 60 \text{ J}.$$

Tijelo mase 3 kg guramo jednoliko duž kosine koja je dugačka 4 m, a visoka 2 m. Trenje zanemarujemo. Koliki se rad izvrši nad tijelom, ako ga se gura od dna do vrha kosine? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



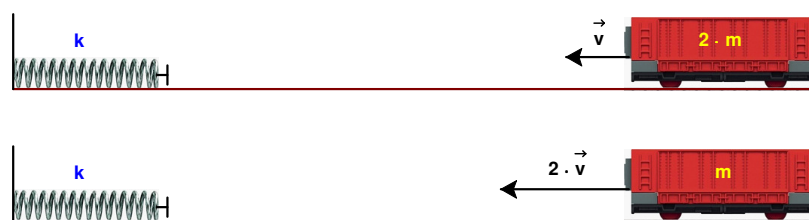
#### Vježba 491

Tijelo mase 2 kg guramo jednoliko duž kosine koja je dugačka 4 m, a visoka 3 m. Trenje zanemarujemo. Koliki se rad izvrši nad tijelom, ako ga se gura od dna do vrha kosine? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 60 J.

### Zadatak 492 (MaturantNN, medicinska škola)

Slika prikazuje dva vagona koji se gibaju prema oprugama jednakih konstanti elastičnosti  $k$ .



Pri sudaru s oprugom vagon mase  $2 \cdot m$  sabije oprugu za  $x_1$ , a vagon mase  $m$  sabije oprugu za  $x_2$ . Koji odnos vrijedi za  $x_1$  i  $x_2$ ?



A.  $x_2 = \frac{x_1}{2}$       B.  $x_2 = x_1$       C.  $x_2 = \sqrt{2} \cdot x_1$       D.  $x_2 = 2 \cdot x_1$

**Rješenje 492**

$v_1 = v, \quad m_1 = 2 \cdot m, \quad v_2 = 2 \cdot v, \quad m_2 = m, \quad k, \quad x_1, \quad x_2$

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Elastična opruga produžena za  $s$  ima elastičnu potencijalnu energiju

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot s^2,$$

gdje je  $k$  konstanta opruge.

**Zakon očuvanja energije:**

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Kinetička energija vagona utrošila se za stiskanje opruge.

$$\left. \begin{array}{l} E_{ep1} = E_{k1} \\ E_{ep2} = E_{k2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_1^2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 \\ \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_2^2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot v^2 \\ \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_2^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (2 \cdot v)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot v^2 \\ \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_2^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 4 \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} \cdot k \cdot x_2^2}{\frac{1}{2} \cdot k \cdot x_1^2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot 4 \cdot v^2}{\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot v^2} \Rightarrow$$

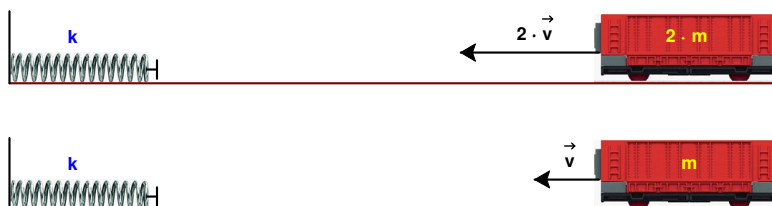
$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{2} \cdot k \cdot x_2^2}{\frac{1}{2} \cdot k \cdot x_1^2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot 4 \cdot v^2}{\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot v^2} \Rightarrow \frac{x_2^2}{x_1^2} = 2 \Rightarrow \left( \frac{x_2}{x_1} \right)^2 = 2 \Rightarrow \left( \frac{x_2}{x_1} \right) = \sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \sqrt{2} \cdot x_1 \Rightarrow x_2 = \sqrt{2} \cdot x_1.$$

Odgovor je pod C.

**Vježba 492**

Slika prikazuje dva vagona koji se gibaju prema oprugama jednakih konstanti elastičnosti  $k$ .



Pri sudaru s oprugom vagon mase  $2 \cdot m$  sabije oprugu za  $x_1$ , a vagon mase  $m$  sabije oprugu za  $x_2$ . Koji odnos vrijedi za  $x_1$  i  $x_2$ ?

A.  $x_1 = 2 \cdot x_2$       B.  $x_1 = \sqrt{2} \cdot x_2$       C.  $x_1 = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot x_2$       D.  $x_1 = 4 \cdot x_2$

**Rezultat:** C.

### Zadatak 493 (Stjepan, tehnička škola)

Lopta padne okomito na tlo brzinom 2 m/s. Prilikom udara o tlo pola kinetičke energije lopte pretvori se u druge oblike energije. Na koju će visinu odskočiti lopta? Zanemarite sile kojima zrak djeluje na loptu. (ubrzanje slobodnog pada  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 493

$$v = 2 \text{ m/s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase  $m$  ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je  $g$  akceleracija slobodnog pada, a  $h$  vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Pola kinetičke energije pretvori se u gravitacijsku potencijalnu energiju koju lopta ima kada odskoči na visinu  $h$ .

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot E_k &= E_{gp} \Rightarrow E_{gp} = \frac{1}{2} \cdot E_k \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{4} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{4} \cdot m \cdot v^2 \quad / \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow h = \frac{v^2}{4 \cdot g} = \frac{\left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{4 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.1 \text{ m}. \end{aligned}$$

#### Vježba 493

Lopta padne okomito na tlo brzinom 4 m/s. Prilikom udara o tlo pola kinetičke energije lopte pretvori se u druge oblike energije. Na koju će visinu odskočiti lopta? Zanemarite sile kojima zrak djeluje na loptu. (ubrzanje slobodnog pada  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 0.4 m.

### Zadatak 494 (Stjepan, tehnička škola)

Carnotov stroj radi s pomoću dvaju toplinskih spremnika, jednog temperature 327 °C, a drugog temperature 27 °C. Koliki rad obavi na svakih 10 kJ preuzete topline?

#### Rješenje 494

$$t_1 = 327 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = (273 + 327) \text{ K} = 600 \text{ K}, \quad t_2 = 27 \text{ °C} \Rightarrow T_2 = 273 + t_2 = (273 + 27) \text{ K} = 300 \text{ K}, \quad Q = 10 \text{ kJ} = 10^4 \text{ J}, \quad W = ?$$

Korisnost  $\eta$  stroja ili uređaja je količnik korisnog rada (iskorištene energije ili snage) i uloženog rada (dovedene ili uložene energije ili snage).

$$\eta = \frac{W_i}{W_u}.$$

Djelotvornost  $\eta$  nekoga toplinskog stroja govori o tome koliki je dio topline dobivene od toplijeg spremnika prešao u mehanički rad  $W$ , tj.

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

gdje su  $T_1$  i  $T_2$  temperature toplijeg odnosno hladnijeg spremnika. Djelotvornost ne ovisi o vrsti radnog tijela, već samo o razlici temperatura toplijeg i hladnijeg spremnika.

Odredimo korisnost stroja  $\eta$ . Rad koji stroj obavi iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \eta = \frac{W}{Q} \\ \eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{W}{Q} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{W}{Q} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \cdot Q \Rightarrow W = Q \cdot \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right) =$$

$$= 10^4 \text{ J} \cdot \left( 1 - \frac{300 \text{ K}}{600 \text{ K}} \right) = 5000 \text{ J} = 5 \text{ kJ}.$$

### Vježba 494

Carnotov stroj radi s pomoću dvaju toplinskih spremnika, jednog temperature 327 °C, a drugog temperature 27 °C. Koliki rad obavi na svakih 20 kJ preuzete topline?

**Rezultat:** 10 kJ.

### Zadatak 495 (Branko, srednja škola)

Vagon mase 20 t giba se jednoliko po vodoravnoj pruži brzinom 1 m / s te nalijeće na mirni vagon mase 30 t. Koliko se kinetičke energije pretvori u druge oblike energije ako se vagoni nakon sudara gibaju zajedno?

#### Rješenje 495

$$m_1 = 20 \text{ t} = 20000 \text{ kg}, \quad v_1 = 1 \text{ m / s}, \quad m_2 = 30 \text{ t} = 30000 \text{ kg}, \quad v_2 = 0 \text{ m / s}, \quad \Delta E_k = ?$$

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska veličina.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}, \quad p = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

#### Zakon održanja količine gibanja

Zbroj količina gibanja dva tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja. To vrijedi i za više od dva tijela.

Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela masa  $m_1$  i  $m_2$ , kojima su početne brzine bile  $v_1$  i  $v_2$ , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja  $v_1'$  i  $v_2'$ , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'.$$

Savršeno neelastičan sudar

Dva tijela masa  $m_1$  i  $m_2$  i brzina  $v_1$  i  $v_2$  centralno se sudare pa se nakon sudara gibaju zajedno brzinom  $v$ .

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v.$$

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

#### Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Najprije odredimo brzinu  $v$  kojom se vagoni zajedno gibaju nakon sudara.

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v \Rightarrow \left[ v_2 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \Rightarrow m_1 \cdot v_1 = (m_1 + m_2) \cdot v \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot v = m_1 \cdot v_1 \Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot v = m_1 \cdot v_1 \cdot \frac{1}{m_1 + m_2} \Rightarrow v = \frac{m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{20000 \text{ kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{20000 \text{ kg} + 30000 \text{ kg}} = 0.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Kinetička energija prije sudara je:

- za prvi vagon  $E_{k1} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 20000 \text{ kg} \cdot \left(1 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 10000 \text{ J}$
- za drugi vagon  $E_{k2} = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 = \left[v_2 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right] = 0 \text{ J}$ .

Kinetička energija nakon sudara vagona iznosi:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot (20000 \text{ kg} + 30000 \text{ kg}) \cdot \left(0.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 4000 \text{ J}$$

Tada je

$$\Delta E_k = E_{k1} - E_k = 10000 \text{ J} - 4000 \text{ J} = 6000 \text{ J}$$



### Vježba 495

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 496 (Mihael, gimnazija)

Loptica mase 150 g ispuštena je s visine od 125 cm. Nakon što udari u tlo, loptica se odbije te dosegne visinu od 96 cm. Koliki je impuls dobila od tla? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 496

$$m = 150 \text{ g} = 0.15 \text{ kg}, \quad h_1 = 125 \text{ cm} = 1.25 \text{ m}, \quad h_2 = 96 \text{ cm} = 0.96 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \\ I = ?$$

Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile F.

Težina tijela G jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži,

$$G = m \cdot g.$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom  $v_0 = 0 \text{ m/s}$  i konstantnom akceleracijom  $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$ . Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}},$$

gdje je h visina pada.

Na lopticu djeluje sila teža G, a vrijeme djelovanja jednako je vremenu padanja sa visine  $h_1$  i vremenu penjanja na visinu  $h_2$ .

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I = G \cdot t_1 + G \cdot t_2 \Rightarrow I = G \cdot (t_1 + t_2) \Rightarrow I = m \cdot g \cdot \left( \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g}} + \sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g}} \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow I = m \cdot g \cdot \left( \sqrt{\frac{2}{g}} \cdot \sqrt{h_1} + \sqrt{\frac{2}{g}} \cdot \sqrt{h_2} \right) \Rightarrow I = m \cdot g \cdot \sqrt{\frac{2}{g}} \cdot (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = m \cdot \sqrt{g \cdot \frac{2}{g} \cdot (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2})} \Rightarrow I = m \cdot \sqrt{g \cdot \frac{2}{g} \cdot (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2})} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = m \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}) = 0.15 \text{ kg} \cdot \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot (\sqrt{1.25 \text{ m}} + \sqrt{0.96 \text{ m}}) = 1.4 \text{ N} \cdot \text{s}.$$

Malo o mjernim jedinicama!

$$\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{s}}{\text{s}} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{s} = \left[ \text{N} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = \text{N} \cdot \text{s}.$$

### Vježba 496

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 497 (Tihomir, tehnička škola)

Tijelo mase 0.2 kg slobodno pada sa visine 1 m. Kolika je njegova promjena količine gibanja? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 497

$$m = 0.2 \text{ kg}, \quad h = 1 \text{ m}, \quad v_0 = 0 \text{ m/s} \text{ početna brzina}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta p = ?$$

Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile F, a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja tijela mase m. Kad početna brzina nije nula, vrijedi

$$F \cdot \Delta t = \Delta(m \cdot v),$$

tj. promjena količine gibanja jednaka je impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao. Ako je masa stalna, možemo pisati

$$F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v,$$

gdje je  $\Delta v$  promjena brzine tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$ .

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala.

Težina tijela G jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži,

$$G = m \cdot g.$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom  $v_0 = 0 \text{ m/s}$  i konstantnom akceleracijom  $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$ . Za slobodni pad vrijede izrazi:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}, \quad v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h},$$

gdje je h visina pada, t vrijeme pada, v brzina u času kad je tijelo prešlo put h.

1. inačica

Tijelo je slobodno padalo sa visine h pa je njegova konačna brzina jednaka

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}.$$

Promjena količine gibanja iznosi:

$$\Delta p = m \cdot v - m \cdot v_0 \Rightarrow \left[ v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \Rightarrow \Delta p = m \cdot v - m \cdot 0 \Rightarrow \Delta p = m \cdot v \Rightarrow \Delta p = m \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} =$$

$$= 0.2 \text{ kg} \cdot \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ m}} = 0.89 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2. inačica

Promjena količine gibanja jednaka je promjeni impulsa sile. Na tijelo djeluje sila teža  $G$ , a vrijeme njezina djelovanja jednaka je vremenu padanja.

$$\Delta p = \Delta I \Rightarrow \Delta p = F \cdot t \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} F = G = m \cdot g \\ t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \end{array} \right] \Rightarrow \Delta p = m \cdot g \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \Rightarrow \Delta p = m \cdot \sqrt{g^2 \cdot \frac{2 \cdot h}{g}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta p = m \cdot \sqrt{g \cdot 2 \cdot h} \Rightarrow \Delta p = m \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 0.2 \text{ kg} \cdot \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ m}} = 0.89 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

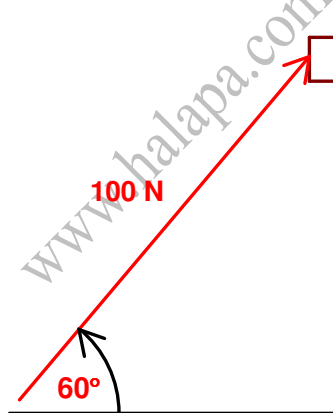
### Vježba 497

Tijelo mase 0.5 kg slobodno pada sa visine 1 m. Kolika je njegova promjena količine gibanja? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:**  $2.21 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

### Zadatak 498 (Ivan, tehnička škola)

Ako se tijelo gura uz vertikalni zid silom od 100 N pod kutom od  $60^\circ$  u odnosu na tlo, prijeđe put od 1.5 m. Koliki je rad te sile?



### Rješenje 498

$$F = 100 \text{ N}, \quad \alpha = 60^\circ, \quad s = 1.5 \text{ m}, \quad W = ?$$

**Trokut** je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od  $90^\circ$ ). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Za šiljaste kutove  $\alpha$  i  $\beta$  pravokutnog trokuta vrijedi:

$$\alpha + \beta = 90^\circ.$$

**Sinus** šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine hipotenuze.

**Kosinus** šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete uz taj kut i duljine hipotenuze.

Tijelo obavlja rad  $W$  ako djeluje nekom silom  $F$  na putu  $s$  na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

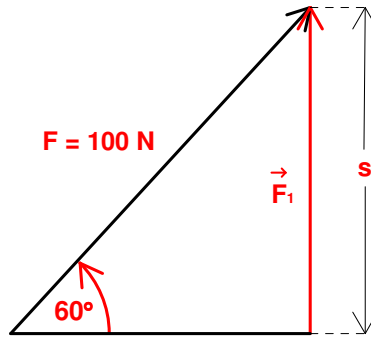
$$W = F \cdot s.$$

Ako na tijelo djeluje sila pod šiljastim (tupim) kutom u odnosu na pravac duž kojeg se giba tijelo, rad sile je pozitivan (negativan):

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha,$$

gdje je  $F$  sila,  $s$  prijeđeni put,  $\alpha$  kut između smjera gibanja i smjera djelovanja sile.

1. inačica



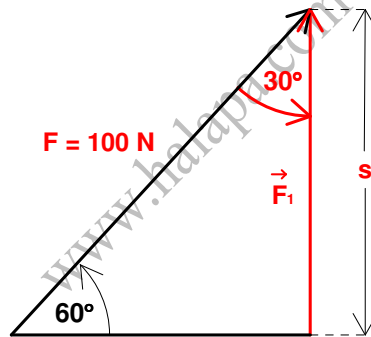
Iz pravokutnog trokuta nađemo pomoću funkcije sinus komponentu  $F_1$  zadane sile  $F$  koja djeluje u smjeru puta  $s$ .

$$\sin 60^\circ = \frac{F_1}{F} \Rightarrow \frac{F_1}{F} = \sin 60^\circ \Rightarrow \frac{F_1}{F} = \sin 60^\circ \cdot F \Rightarrow F_1 = F \cdot \sin 60^\circ.$$

Rad sile iznosi:

$$W = F_1 \cdot s \Rightarrow W = F \cdot \sin 60^\circ \cdot s = 100 \text{ N} \cdot \sin 60^\circ \cdot 1.5 \text{ m} = 129.9 \text{ J}.$$

2. inačica



Iz pravokutnog trokuta nađemo pomoću funkcije kosinus komponentu  $F_1$  zadane sile  $F$  koja djeluje u smjeru puta  $s$ .

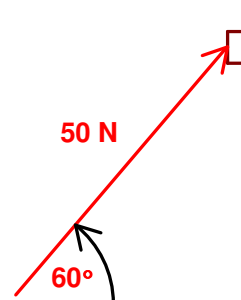
$$\cos 30^\circ = \frac{F_1}{F} \Rightarrow \frac{F_1}{F} = \cos 30^\circ \Rightarrow \frac{F_1}{F} = \cos 30^\circ \cdot F \Rightarrow F_1 = F \cdot \cos 30^\circ.$$

Rad sile iznosi:

$$W = F_1 \cdot s \Rightarrow W = F \cdot \cos 30^\circ \cdot s = 100 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ \cdot 1.5 \text{ m} = 129.9 \text{ J}.$$

### Vježba 498

Ako se tijelo gura uz vertikalni zid silom od 50 N pod kutom od  $60^\circ$  u odnosu na tlo, prijeđe put od 3 m. Koliki je rad te sile?



**Rezultat:** 129.9 J.

**Zadatak 499 (XY, medicinska škola)**

Lopta mase 0.4 kg slobodno pada s visine 8 m. Odredite kinetičku energiju lopte:

- a) u početnom trenutku
- b) na visini 3 m
- c) pri udaru o tlo.

Otpor zraka zanemarujemo. (ubrzanje slobodnog pada  $g = 10 \text{ m / s}^2$ )

**Rješenje 499**

$$m = 0.4 \text{ kg}, \quad h = 8 \text{ m}, \quad h_1 = 3 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m / s}^2, \quad E_k = ?, \quad E_{k1} = ?, \quad E_{k2} = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase  $m$  ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je  $g$  akceleracija slobodnog pada, a  $h$  vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

**Zakon očuvanja energije:**

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

a)

U početnom trenutku, na visini  $h$ , lopta ima maksimalnu gravitacijsku potencijalnu energiju.

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h = 0.4 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8 \text{ m} = 32 \text{ J}.$$

Kinetička energija je nula.

$$E_k = 0 \text{ J}.$$

b)

Na visini  $h_1$  lopta ima i gravitacijsku potencijalnu energiju  $E_{gp1}$  i kinetičku energiju  $E_{k1}$ . Zbog zakona očuvanja energije vrijedi:

$$\begin{aligned} E_{gp1} + E_{k1} &= E_{gp} \Rightarrow E_{k1} = E_{gp} - E_{gp1} \Rightarrow E = E_{gp} - m \cdot g \cdot h_1 = \\ &= 32 \text{ J} - 0.4 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ m} = 20 \text{ J}. \end{aligned}$$

c)

Pri udaru o tlo gravitacijska potencijalna energija  $E_{gp2}$  jednaka je nuli, a kinetička energija  $E_{k2}$  je maksimalna.

$$E_{gp2} + E_{k2} = E_{gp} \Rightarrow E_{k2} = E_{gp} - E_{gp2} = 32 \text{ J} - 0 \text{ J} = 32 \text{ J}.$$

**Vježba 499**

Lopta mase 0.6 kg slobodno pada s visine 4 m. Odredite kinetičku energiju lopte:

- a) u početnom trenutku
- b) na visini 2 m
- c) pri udaru o tlo.

Otpor zraka zanemarujemo. (ubrzanje slobodnog pada  $g = 10 \text{ m / s}^2$ )

**Rezultat:** 24 J, 12 J, 24 J.



### Zadatak 500 (Kruno, gimnazija)

Koliku masa zraka u jednoj sekundi mora elisa helikoptera gurati prema tlu brzinom 40 m / s da bi helikopter mase 800 kg lebdio na mjestu? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.8 \text{ m / s}^2$ )

### Rješenje 500

$$\Delta v = 40 \text{ m / s}, \quad m_1 \text{ masa zraka}, \quad m_2 = 800 \text{ kg}, \quad g = 9.8 \text{ m / s}^2, \quad \frac{m_1}{\Delta t} = ?$$

Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile F, a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja tijela mase m. Kad početna brzina nije nula, vrijedi

$$F \cdot \Delta t = \Delta(m \cdot v),$$

tj. promjena količine gibanja jednaka je impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao. Ako je masa stalna, možemo pisati

$$F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v,$$

gdje je  $\Delta v$  promjena brzine tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$ .

Težina tijela G jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži,

$$G = m \cdot g.$$

Sila F kojom elisa helikoptera gura zrak prema tlu jednaka je po iznosu sili teži G.

$$F \cdot \Delta t = m_1 \cdot \Delta v \Rightarrow m_1 \cdot \Delta v = F \cdot \Delta t \Rightarrow m_1 \cdot \Delta v = F \cdot \Delta t \cdot \frac{1}{\Delta v \cdot \Delta t} \Rightarrow \frac{m_1}{\Delta t} = \frac{F}{\Delta v} \Rightarrow [F = G = m_2 \cdot g] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{\Delta t} = \frac{m_2 \cdot g}{\Delta v} \Rightarrow \frac{m_1}{\Delta t} = \frac{800 \text{ kg} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{40 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \Rightarrow \frac{m_1}{\Delta t} = 196 \frac{\text{kg}}{\text{s}}.$$



### Vježba 500

Koliku masa zraka u jednoj sekundi mora elisa helikoptera gurati prema tlu brzinom 40 m / s da bi helikopter mase 900 kg lebdio na mjestu? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.8 \text{ m / s}^2$ )

**Rezultat:** 220.5 kg / s.