

Zadatak 461 (Franka, gimnazija)

Žičara vuče skijaša mase 75 kg na brdo visoko 300 m. Koliko je približno energije izgubljeno na svladavanje trenja ako je snaga žičare 1.2 kW, a vrijeme potrebno da skijaš dođe na vrh brda 4 minute? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 461

$$m = 75 \text{ kg}, \quad h = 300 \text{ m}, \quad P = 1.2 \text{ kW} = 1200 \text{ W}, \quad t = 4 \text{ min} = [4 \cdot 60] = 240 \text{ s}, \\ g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta E = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W = P \cdot t.$$



Rad koji se utroši pri dizanju skijaša, mase m , na vrh brda, visine h , jednak je promjeni gravitacijske potencijalne energije. Dakle,

$$\left. \begin{array}{l} W_1 = E_{gp} \\ E_{gp} = m \cdot g \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow W_1 = m \cdot g \cdot h.$$

Rad koji obavi žičara snage P za vrijeme t iznosi:

$$W_2 = P \cdot t.$$

Približno je izgubljeno energije

$$\left. \begin{array}{l} \Delta E = \Delta W \\ \Delta W = W_2 - W_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta E = W_2 - W_1 \Rightarrow \Delta E = P \cdot t - m \cdot g \cdot h = \\ = 1200 \text{ W} \cdot 240 \text{ s} - 75 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 300 \text{ m} = 67275 \text{ J}.$$

Vježba 461

Žičara vuče skijaša mase 75 kg na brdo visoko 0.3 km. Koliko je približno energije izgubljeno na svladavanje trenja ako je snaga žičare 1.2 kW, a vrijeme potrebno da skijaš dođe na vrh brda 4 minute? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 67275 J.

Zadatak 462 (Ante, srednja škola)

Projektil mase 50 g leti brzinom 500 m/s i probije zid debljine 5 cm te se nastavi gibati dalje brzinom 200 m/s. Kolika je sila otpora zida? Pretpostavite da je sila otpora zida stalna.

Rješenje 462

$$m = 50 \text{ g} = 0.05 \text{ kg}, \quad v_1 = 500 \text{ m/s}, \quad d = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}, \quad v_2 = 200 \text{ m/s}, \quad F = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

Rad sile otpora zida jednak je promjeni kinetičke energije projektila.

$$\left. \begin{aligned} W &= F \cdot d \\ \Delta E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow [W = \Delta E_k] \Rightarrow F \cdot d = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F \cdot d = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow F \cdot d = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2) / \cdot \frac{1}{d} \Rightarrow F = \frac{m}{2 \cdot d} \cdot (v_2^2 - v_1^2) =$$

$$= \frac{0.05 \text{ kg}}{2 \cdot 0.05 \text{ m}} \cdot \left(\left(200 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - \left(500 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) = -105000 \text{ N} = -105 \text{ kN}.$$

Vježba 462

Projektil mase 5 dag leti brzinom 0.5 km / s i probije zid debljine 50 mm te se nastavi gibati dalje brzinom 0.2 km / s. Kolika je sila otpora zida? Pretpostavite da je sila otpora zida stalna.

Rezultat: - 105 k N.

Zadatak 463 (Vjekoslav, gimnazija)

Skijaš se spušta niz padinu, krenuvši s mjesta s 200 m višom nadmorskom visinom od one na dnu padine. Njegova konačna brzina je 20 m / s. Koliko je postotaka njegove energije izgubljeno na trenje i otpor zraka? (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m} / \text{s}^2$)

Rješenje 463

$$\Delta h = 200 \text{ m}, \quad v = 20 \text{ m} / \text{s}, \quad g = 10 \text{ m} / \text{s}^2, \quad p = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9 \% = \frac{9}{100}, \quad 81 \% = \frac{81}{100}, \quad 4.5 \% = \frac{4.5}{100}, \quad 547 \% = \frac{547}{100}, \quad p \% = \frac{p}{100}.$$

Kako u postotku izraziti smanjenje broja a za broj b?

$$p = \frac{a-b}{a} \cdot 100 \%.$$

$$\begin{aligned}
p &= \frac{E_{gp} - E_k}{E_{gp}} \cdot 100\% \Rightarrow p = \frac{m \cdot g \cdot \Delta h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{m \cdot g \cdot \Delta h} \cdot 100\% \Rightarrow p = \frac{m \cdot \left(g \cdot \Delta h - \frac{1}{2} \cdot v^2 \right)}{m \cdot g \cdot \Delta h} \cdot 100\% \Rightarrow \\
&\Rightarrow p = \frac{m \cdot \left(g \cdot \Delta h - \frac{1}{2} \cdot v^2 \right)}{m \cdot g \cdot \Delta h} \cdot 100\% \Rightarrow p = \frac{g \cdot \Delta h - \frac{1}{2} \cdot v^2}{g \cdot \Delta h} \cdot 100\% \Rightarrow \\
&\Rightarrow p = \left(\frac{g \cdot \Delta h - \frac{1}{2} \cdot v^2}{g \cdot \Delta h} \right) \cdot 100\% \Rightarrow p = \left(\frac{g \cdot \Delta h}{g \cdot \Delta h} - \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot \Delta h} \right) \cdot 100\% \Rightarrow p = \left(1 - \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot \Delta h} \right) \cdot 100\% \Rightarrow \\
&\Rightarrow p = \left(1 - \frac{\left(20 \frac{m}{s} \right)^2}{2 \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 200 m} \right) \cdot 100\% \Rightarrow p = 90\%.
\end{aligned}$$

Vježba 463

Skijaš se spušta niz padinu, krenuvši s mjesta s 0.2 km višom nadmorskom visinom od one na dnu padine. Njegova konačna brzina je 20 m / s. Koliko je postotaka njegove energije izgubljeno na trenje i otpor zraka? (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 90%.

Zadatak 464 (Miro, srednja škola)

Tijelo iz mirovanja počinje kliziti niz kosinu ($\alpha = 5.7^\circ$) i preivalivši put od 100 m postigne brzinu 5 m / s. Koliki se dio njegove potencijalne energije utrošio na trenje i otpor zraka? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

- A. 87.2% B. 10.4% C. 33% D. 85% E. 99%

Rješenje 464

$$\alpha = 5.7^\circ, \quad l = 100 \text{ m}, \quad v = 5 \text{ m / s}, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad p = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 547\% = \frac{547}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

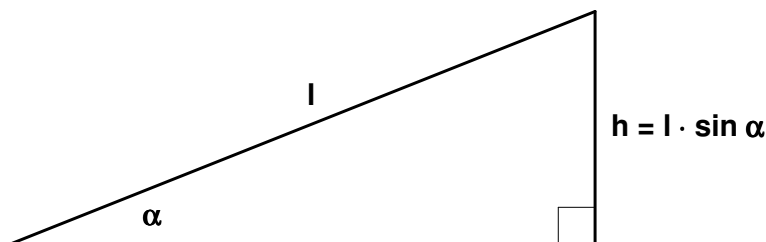
Kako u postotku izraziti smanjenje broja a za broj b ?

$$p = \frac{a-b}{a} \cdot 100\%.$$

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Sinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine hipotenuze.



Pomoću funkcije sinusa odredimo visinu kosine.

$$\sin \alpha = \frac{h}{l} \Rightarrow \frac{h}{l} = \sin \alpha \Rightarrow \frac{h}{l} = \sin \alpha \cdot l \Rightarrow h = l \cdot \sin \alpha.$$

Dalje slijedi:

$$\begin{aligned} p &= \frac{E_{gp} - E_k}{E_{gp}} \cdot 100\% \Rightarrow p = \left(\frac{E_{gp}}{E_{gp}} - \frac{E_k}{E_{gp}} \right) \cdot 100\% \Rightarrow p = \left(\frac{E_{gp}}{E_{gp}} - \frac{E_k}{E_{gp}} \right) \cdot 100\% \Rightarrow \\ \Rightarrow p &= \left(1 - \frac{E_k}{E_{gp}} \right) \cdot 100\% \Rightarrow p = \left(1 - \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{m \cdot g \cdot h} \right) \cdot 100\% \Rightarrow p = \left(1 - \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{m \cdot g \cdot h} \right) \cdot 100\% \Rightarrow \\ \Rightarrow p &= \left(1 - \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot h} \right) \cdot 100\% \Rightarrow [h = l \cdot \sin \alpha] \Rightarrow p = \left(1 - \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot l \cdot \sin \alpha} \right) \cdot 100\% \Rightarrow \\ \Rightarrow p &= \left(1 - \frac{\left(\frac{5 \frac{m}{s}}{2} \right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 100 m \cdot \sin 5.7^\circ} \right) \cdot 100\% \Rightarrow p = 87.2\%. \end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

Vježba 464

Tijelo iz mirovanja počinje kliziti niz kosinu ($\alpha = 5.7^\circ$) i preživši put od 0.1 km postigne brzinu 18 km / h. Koliki se dio njegove potencijalne energije utrošio na trenje i otpor zraka? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

- A. 87.2% B. 10.4% C. 33% D. 85% E. 99%

Rezultat: A.