

Zadatak 341 (Helena, gimnazija)

Tijelo mase 2 kg giba se uvis pod djelovanjem stalne sile, pri čemu do visine 1 m sila obavi rad 80 J. Koliko je ubrzanje tijela? (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 341

$$m = 2 \text{ kg}, \quad h = 1 \text{ m}, \quad W = 80 \text{ J}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad a = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Tijekom gibanja na tijelo djeluju dvije sile: sila teža G sa smjerom prema dolje i sila F sa smjerom prema gore. Rezultantna sila $m \cdot a$ (po drugom Newtonovom poučku) jednaka je razlici tih sila:

$$m \cdot a = F - G \Rightarrow m \cdot a = F - m \cdot g \Rightarrow m \cdot a = F - m \cdot g \cdot \frac{1}{m} \Rightarrow a = \frac{F}{m} - g.$$

Budući da sila F na putu h obavi rad W koji je jednak

$$W = F \cdot h,$$

dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} - g \\ W = F \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} - g \\ W = F \cdot h \cdot \frac{1}{h} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} - g \\ F = \frac{W}{h} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow a = \frac{W}{m \cdot h} - g =$$
$$= \frac{80 \text{ J}}{2 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m}} - 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 30.19 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Vježba 341

Tijelo mase 4 kg giba se uvis pod djelovanjem stalne sile, pri čemu do visine 1 m sila obavi rad 160 J. Koliko je ubrzanje tijela? (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $30.19 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Zadatak 342 (Tony, gimnazija)

Tijelo je s dna kosine gurnuto uz kosinu početnom brzinom 3 m/s. Giba se jednoliko usporeno i dosegne visinu 0.3 m gdje se trenutačno zaustavi, a zatim se giba prema dnu. Kolika će biti brzina tijela u trenutku kada stigne na dno kosine? (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 342

$$v_0 = 3 \text{ m/s}, \quad h = 0.3 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v_1 = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu

energiju

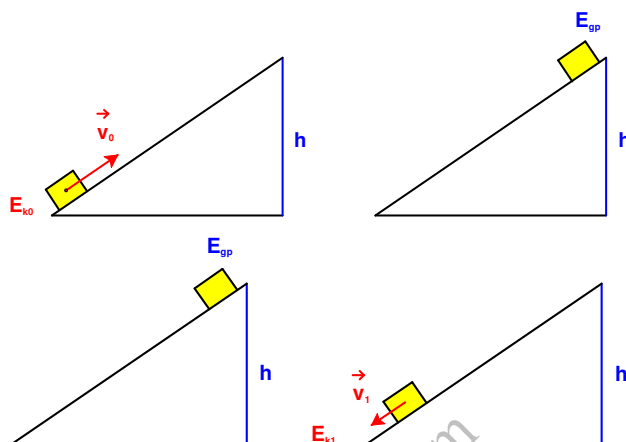
$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.



Budući da je tijelo prešlo jednaki put uz kosinu i niz nju, rad sile trenja u oba slučaja je jednak. Pri usponu uz kosinu rad sile trenja W_{tr} jednak je razlici kinetičke energije koju tijelo ima na početku kosine i gravitacijske potencijalne energije na vrhu kosine.

$$W_{tr} = E_{k0} - E_{gp}$$

Pri gibanju prema dnu kosine rad sile trenja W_{tr} jednak je razlici gravitacijske potencijalne energije koju tijelo ima na vrhu kosine i kinetičke energije koju tijelo ima na dnu kosine.

$$W_{tr} = E_{gp} - E_{k1}$$

Zato je:

$$\left. \begin{aligned} W_{tr} &= E_{k0} - E_{gp} \\ W_{tr} &= E_{gp} - E_{k1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_{k0} - E_{gp} = E_{gp} - E_{k1} \Rightarrow E_{k1} = E_{gp} - E_{k0} + E_{gp} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{k1} = 2 \cdot E_{gp} - E_{k0} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = 2 \cdot m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = 2 \cdot m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v_1^2 = 4 \cdot g \cdot h - v_0^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{4 \cdot g \cdot h - v_0^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{4 \cdot g \cdot h - v_0^2} = \sqrt{4 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 0.3 m - \left(3 \frac{m}{s}\right)^2} = 1.66 \frac{m}{s}.$$

Vježba 342

Tijelo je s dna kosine gurnuto uz kosinu početnom brzinom 300 cm/s. Giba se jednoliko usporeno i dosegne visinu 3 dm gdje se konačno zaustavi, a zatim se giba prema dnu. Kolika će biti brzina tijela u trenutku kada stigne na dno kosine? (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $1.66 \frac{m}{s}$.

Zadatak 343 (123, gimnazija)

Predmet izbačen vertikalno brzinom 20 m/s došao je do visine 18 m. Kolikom će brzinom pasti ako je gubitak energije zbog otpora zraka jednak pri usponu i padu? (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 343

$$v_0 = 20 \text{ m/s}, \quad h = 18 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v_1 = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Gubitak energije zbog otpora zraka jednak je pri usponu i padu.

Gubitak energije W pri usponu jednak je razlici kinetičke energije na početku gibanja i gravitacijske potencijalne energije na visini h .

$$W = E_{k0} - E_{gp}.$$

Gubitak energije W pri padu jednak je razlici početne gravitacijske potencijalne energije i kinetičke energije pri padu na zemlju.

$$W = E_{gp} - E_{k1}.$$

Zato je:

$$\left. \begin{array}{l} W = E_{k0} - E_{gp} \\ W = E_{gp} - E_{k1} \end{array} \right\} \Rightarrow E_{k0} - E_{gp} = E_{gp} - E_{k1} \Rightarrow E_{k1} = E_{gp} - E_{k0} + E_{gp} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow E_{k1} = 2 \cdot E_{gp} - E_{k0} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = 2 \cdot m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = 2 \cdot m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v_1^2 = 4 \cdot g \cdot h - v_0^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{4 \cdot g \cdot h - v_0^2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{4 \cdot g \cdot h - v_0^2} = \sqrt{4 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 18 \text{ m} - \left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 17.50 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 343

Predmet izbačen vertikalno brzinom 72 km/h došao je do visine 18 m. Kolikom će brzinom pasti ako je gubitak energije zbog otpora zraka jednak pri usponu i padu? (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $17.50 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$

Zadatak 344 (123, gimnazija)

Iz helikoptera koji leti na visini 120 m brzinom 35 m/s izbačen je teret koji je pao u provaliju dubine 15 m. Odredi brzinu kojom je pao teret ako se 30% energije potrošilo u zraku. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 344

$$h = 120 \text{ m}, \quad v_0 = 35 \text{ m/s}, \quad d = 15 \text{ m}, \quad p = 30\% = 0.30, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v_1 = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

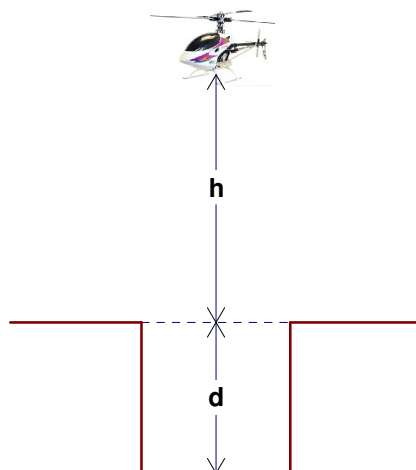
$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Helikopter leti na visini h brzinom v_0 pa je ukupna energija E izbačenog tereta, koji je pao u provaliju dubine d , jednaka zbroju njegove gravitacijske potencijalne energije i kinetičke energije.

$$E = E_{gp} + E_{k0} \Rightarrow E = m \cdot g \cdot (h + d) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2.$$

Pri padu na tlo teret ima kinetičku energiju E_{k1} koja je 70% tj. $(1 - p)$ početne energije (30% energije potroši se u zraku) pa njegova brzina v_1 iznosi:

$$\begin{aligned} E_{k1} &= (1 - p) \cdot E \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = (1 - p) \cdot \left(m \cdot g \cdot (h + d) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = (1 - p) \cdot m \cdot \left(g \cdot (h + d) + \frac{1}{2} \cdot v_0^2 \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = (1 - p) \cdot m \cdot \left(g \cdot (h + d) + \frac{1}{2} \cdot v_0^2 \right) \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v_1^2 = 2 \cdot (1 - p) \cdot \left(g \cdot (h + d) + \frac{1}{2} \cdot v_0^2 \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_1^2 = 2 \cdot (1 - p) \cdot \left(g \cdot (h + d) + \frac{1}{2} \cdot v_0^2 \right) \Rightarrow v_1 = \sqrt{2 \cdot (1 - p) \cdot \left(g \cdot (h + d) + \frac{1}{2} \cdot v_0^2 \right)} = \\ &= \sqrt{2 \cdot (1 - 0.30) \cdot \left(9.81 \frac{m}{s^2} \cdot (120 \text{ m} + 15 \text{ m}) + \frac{1}{2} \cdot \left(35 \frac{m}{s} \right)^2 \right)} = 52.07 \frac{m}{s}. \end{aligned}$$



Vježba 344

Iz helikoptera koji leti na visini 0.12 km brzinom 126 km/h izbačen je teret koji je pao u provaliju dubine 15 m. Odredi brzinu kojom je pao teret ako se 30% energije potrošilo u zraku. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 52.07 m/s.

Zadatak 345 (Edy, gimnazija)

Automobil mase 1000 kg poveća kinetičku energiju za 126 kJ povećanjem brzine za 6 m/s. Kolika je bila brzina vozila?

Rješenje 345

$$m = 1000 \text{ kg}, \quad \Delta E = 126 \text{ kJ} = 1.26 \cdot 10^5 \text{ J}, \quad \Delta v = 6 \text{ m/s}, \quad v = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Budući da se brzina automobila v povećala za Δv , a kinetička energija je pritom porasla za ΔE , vrijedi:

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v + \Delta v)^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v + \Delta v)^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \Delta E \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v + \Delta v)^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \Delta E \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow (v + \Delta v)^2 - v^2 = \frac{2 \cdot \Delta E}{m} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v^2 + 2 \cdot v \cdot \Delta v + (\Delta v)^2 - v^2 = \frac{2 \cdot \Delta E}{m} \Rightarrow v^2 + 2 \cdot v \cdot \Delta v + (\Delta v)^2 - v^2 = \frac{2 \cdot \Delta E}{m} \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot v \cdot \Delta v + (\Delta v)^2 = \frac{2 \cdot \Delta E}{m} \Rightarrow 2 \cdot v \cdot \Delta v = \frac{2 \cdot \Delta E}{m} - (\Delta v)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot v \cdot \Delta v = \frac{2 \cdot \Delta E}{m} - (\Delta v)^2 \quad / \cdot \frac{1}{2 \cdot \Delta v} \Rightarrow v = \frac{\Delta E}{m \cdot \Delta v} - \frac{\Delta v}{2} = \frac{1.26 \cdot 10^5 \text{ J}}{1000 \text{ kg} \cdot 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}} - \frac{6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vježba 345

Automobil mase 1 t poveća kinetičku energiju za 126 kJ povećanjem brzine za 21.6 km/h. Kolika je bila brzina vozila?

Rezultat: 18 m/s.

Zadatak 346 (Tina, gimnazija)

Kolika je prosječna snaga potrebna da bi nepomično tijelo mase 10 kg postiglo količinu gibanja 60 kg m/s za dvije sekunde?

Rješenje 346

$$m = 10 \text{ kg}, \quad p = 60 \text{ kg m/s}, \quad t = 2 \text{ s}, \quad p = ?$$

Tijelo mase m i količine gibanja p ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{p^2}{2 \cdot m}.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E_k.$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Računamo prosječnu snagu P .

$$\left. \begin{aligned} E_k &= \frac{p^2}{2 \cdot m} \\ W &= E_k \\ P &= \frac{W}{t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} W &= \frac{p^2}{2 \cdot m} \\ P &= \frac{W}{t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P = \frac{p^2}{2 \cdot m \cdot t} \Rightarrow P = \frac{p^2}{2 \cdot m \cdot t} \Rightarrow P = \frac{p^2}{2 \cdot m \cdot t} =$$

$$= \frac{\left(60 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 10 \text{ kg} \cdot 2 \text{ s}} = 90 \text{ W}.$$

Vježba 346

Kolika je prosječna snaga potrebna da bi nepomično tijelo mase 10 kg postiglo količinu gibanja 60 kg m/s za četiri sekunde?

Rezultat: 45 W.

Zadatak 347 (Mateo, srednja škola)

Tijelo mase 5 kg bačeno je s tla početnom brzinom 40 m/s vertikalno prema gore. Na svladavanje otpora zraka pri gibanju tijela do najviše točke utroši se 400 J. Do koje se maksimalne visine popne tijelo? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 347

$$m = 5 \text{ kg}, \quad v = 40 \text{ m/s}, \quad W = 400 \text{ J}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Gravitacijska potencijalna energija E_{gp} koju tijelo ima u najvišoj točki jednaka je razlici kinetičke energije E_k koju je imalo kada je bačeno s tla početnom brzinom v i energije utrošene na svladavanje otpora zraka pri gibanju.

$$E_{gp} = E_k - W \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - W \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - W \quad / \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g} - \frac{W}{m \cdot g} = \frac{\left(40 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} - \frac{400 \text{ J}}{5 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 73.39 \text{ m}$$

Vježba 347

Tijelo mase 10 kg bačeno je s tla početnom brzinom 40 m/s vertikalno prema gore. Na svladavanje otpora zraka pri gibanju tijela do najviše točke utroši se 800 J. Do koje se maksimalne visine popne tijelo? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 73.39 m.

Zadatak 348 (Matija, srednja škola)

Tijelo A mase m elastično se sudari s nepomičnim tijelom B mase $3 \cdot m$. Koja je od navedenih tvrdnji o iznosu količine gibanja nakon sudara točna?

- A. Iznos količine gibanja tijela A bit će jednak trostrukomu iznosu količine gibanja tijela B.
- B. Iznos količine gibanja tijela B bit će veći od trostrukoga iznosa količine gibanja tijela A.
- C. Iznosi količine gibanja obaju tijela promijenjeni su za jednake iznose.
- D. Iznosi količine gibanja obaju tijela bit će jednaki kao i prije sudara.

Rješenje 348

$$m, \quad 3 \cdot m$$

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska veličina.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}, \quad \vec{p} = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

Zakon održanja količine gibanja

Zbroj količina gibanja dva tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja. To vrijedi i za više od dva tijela.

Ako se količina gibanja tijela A nakon sudara poveća, tada se za isti iznos količina gibanja tijela B smanji. Ako se količina gibanja tijela A nakon sudara smanji, tada se za isti iznos količina gibanja tijela B poveća. Dakle, iznosi količine gibanja obaju tijela nakon sudara promijenjeni su za jednake iznose.

Odgovor je pod C.

Vježba 348

Tijelo A mase m elastično se sudari s nepomičnim tijelom B mase $2 \cdot m$. Koja je od navedenih tvrdnji o iznosu količine gibanja nakon sudara točna?

- A. Iznos količine gibanja tijela A bit će jednak trostrukomu iznosu količine gibanja tijela B.
- B. Iznos količine gibanja tijela B bit će veći od trostrukoga iznosa količine gibanja tijela A.
- C. Iznosi količine gibanja obaju tijela promijenjeni su za jednake iznose.
- D. Iznosi količine gibanja obaju tijela bit će jednaki kao i prije sudara.

Rezultat: C.

Zadatak 349 (Ivan, tehnička škola)

Kamen mase 2 kg bačen je sa visine 60 m početnom brzinom 5 m/s okomito prema dolje i udari u zemlju brzinom 34 m/s . Kolika se energija potroši na svladavanje otpora zraka? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 349

$$m = 2 \text{ kg}, \quad h = 60 \text{ m}, \quad v_0 = 5 \text{ m/s}, \quad v = 34 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad E = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.

- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Mehanička energija je zbroj potencijalne i kinetičke energije u mehaničkom sustavu, tj. energija koja ovisi o položaju i gibanju tijela zbog djelovanja sile.

U zatvorenome sustavu zbroj potencijalne i kinetičke energije je konstantan.

U trenutku bacanja sa visine h početnom brzinom v_0 kamen ima:

- gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h$$

- kinetičku energiju

$$E_{k1} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2.$$

U trenutku pada na zemlju kamen ima kinetičku energiju

$$E_{k2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Jedan dio ukupne početne energije kamena

$$E_{gp} + E_{k1}$$

potrošio se na svladavanje otpora zraka E pa u trenutku pada na zemlju kamen ima samo kinetičku energiju E_{k2} . Prema zakonu o očuvanju energije dobije se:

$$\begin{aligned} E_{gp} + E_{k1} &= E_{k2} + E \Rightarrow E_{k2} + E = E_{gp} + E_{k1} \Rightarrow E = E_{gp} + E_{k1} - E_{k2} \Rightarrow \\ \Rightarrow E &= m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow E = m \cdot \left(g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot v_0^2 - \frac{1}{2} \cdot v^2 \right) = \\ &= 2 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 60 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot \left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \left(34 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) = 46.2 \text{ J}. \end{aligned}$$

Vježba 349

Kamen mase 1 kg bačen je sa visine 60 m početnom brzinom 5 m / s okomito prema dolje i udari u zemlju brzinom 34 m / s. Kolika se energija potroši na svladavanje otpora zraka? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 23.1 J.

Zadatak 350 (Alfie321, gimnazija)

Brzina vozila smanji se sa 70 km / h na 30 km / h na putu od 26 m. Koliki je faktor trenja? Masa vozila je 1.2 t. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 350

$$v_1 = 70 \text{ km / h} = [70 : 3.6] = 19.44 \text{ m / s}, \quad v_2 = 30 \text{ km / h} = [30 : 3.6] = 8.33 \text{ m / s},$$

$$s = 26 \text{ m}, \quad m = 1.2 \text{ t} = 1200 \text{ kg}, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad \mu = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

Budući da se brzina vozila smanjuje zbog djelovanja sile trenja, njezin rad na putu s jednak je promjeni kinetičke energije.

$$\begin{aligned} W_{tr} = \Delta E_k &\Rightarrow F_{tr} \cdot s = E_{k1} - E_{k2} \Rightarrow \mu \cdot m \cdot g \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \mu \cdot m \cdot g \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \quad /: m \Rightarrow \mu \cdot g \cdot s = \frac{1}{2} \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot v_2^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \mu \cdot g \cdot s = \frac{1}{2} \cdot (v_1^2 - v_2^2) \Rightarrow \mu \cdot g \cdot s = \frac{1}{2} \cdot (v_1^2 - v_2^2) \quad /: \frac{1}{g \cdot s} \Rightarrow \mu = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g \cdot s} = \\ &= \frac{\left(19.44 \frac{m}{s}\right)^2 - \left(8.33 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 26 m} = 0.6. \end{aligned}$$

Vježba 350

Brzina vozila smanji se sa 140 km/h na 60 km/h na putu od 104 m. Koliki je faktor trenja? Masa vozila je 1.5 t. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 0.6.

Zadatak 351 (ABC, gimnazija)

Kugla mase 6 kg visi na dugačkoj niti zanemarivo male mase i miruje. Pušćano zrno mase 20 g zabije se brzinom 400 m/s u kuglu i oni se gibaju zajedno. Do koje će se visine kugla i zrno podići? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 351

$$m_1 = 6 \text{ kg}, \quad v_1 = 0 \text{ m/s}, \quad m_2 = 20 \text{ g} = 0.02 \text{ kg}, \quad v_2 = 400 \text{ m/s}, \quad v_1' = v_2' = v, \\ g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Mehanička energija je zbroj potencijalne i kinetičke energije u mehaničkom sustavu, tj. energija koja ovisi o položaju i gibanju tijela zbog djelovanja sile.

U zatvorenom sustavu zbroj potencijalne i kinetičke energije je konstantan.

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska veličina.

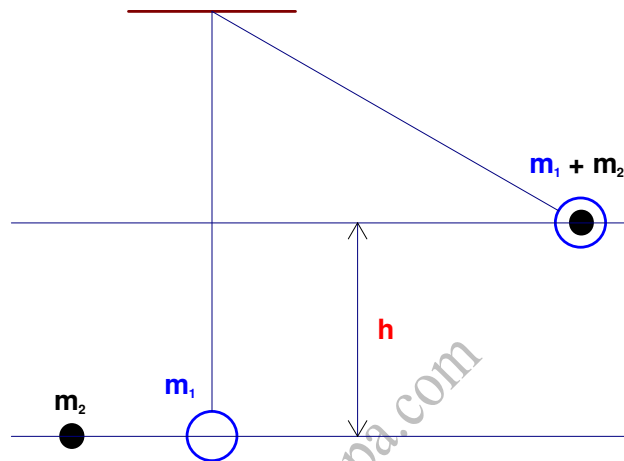
$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \quad , \quad p = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

Zakon održanja količine gibanja

Zbroj količina gibanja dva tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja. To vrijedi i za više od dva tijela.

Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela masa m_1 i m_2 , kojima su početne brzine bile v_1 i v_2 , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja v_1' i v_2' , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$



Primjenom zakona očuvanja količine gibanja dobije se brzina v kojom se zajedno gibaju kugla i zrno.

$$\begin{aligned} m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 &= m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' \Rightarrow m_1 \cdot 0 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v + m_2 \cdot v \Rightarrow \\ \Rightarrow m_2 \cdot v_2 &= (m_1 + m_2) \cdot v \Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot v = m_2 \cdot v_2 \Rightarrow \\ \Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot v &= m_2 \cdot v_2 \quad / \cdot \frac{1}{m_1 + m_2} \Rightarrow v = \frac{m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} \end{aligned}$$

Zbog zakona očuvanja energije sa slike vidi se da je gravitacijska potencijalna energija E_{gp} tog sustava (kugla + zrno) jednaka njegovoj kinetičkoj energiji E_k .

$$\begin{aligned} E_{gp} &= E_k \Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot v^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot g \cdot h &= \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot v^2 \quad / \cdot \frac{1}{(m_1 + m_2) \cdot g} \Rightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left[v = \frac{m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} \right] &\Rightarrow h = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} \right)^2 = \frac{1}{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}} \cdot \left(\frac{0.02 \text{ kg} \cdot 400 \frac{m}{s}}{6 \text{ kg} + 0.02 \text{ kg}} \right)^2 = 0.09 \text{ m} = 9 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Vježba 351

Kugla mase 600 dag visi na dugačkoj niti zanemarivo male mase i miruje. Puščano zrno mase 2 dag zabije se brzinom 400 m / s u kuglu i oni se gibaju zajedno. Do koje će se visine kugla i zrno podići? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 9 cm.

Zadatak 352 (Maturant15, gimnazija)

Na horizontalnoj podlozi gurnemo tijelo brzinom 3 m / s. Faktor trenja između tijela i podloge iznosi 0.4. Odredi put što ga tijelo prevali prije nego što se zaustavi. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 352

$$v_0 = 3 \text{ m / s}, \quad \mu = 0.4, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad s = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

Budući da se brzina tijela smanjuje, zbog djelovanja sile trenja, dok se tijelo ne zaustavi, njezin rad na putu s jednak je promjeni kinetičke energije. Ovdje se kinetička energija utrošila na svladavanje trenja na putu s .

$$\begin{aligned} W_{tr} = E_k &\Rightarrow F_{tr} \cdot s = E_k \Rightarrow \mu \cdot m \cdot g \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \mu \cdot m \cdot g \cdot s &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \quad / \cdot \frac{1}{\mu \cdot m \cdot g} \Rightarrow s = \frac{v_0^2}{2 \cdot \mu \cdot g} = \frac{\left(3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 0.4 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1.15 \text{ m}. \end{aligned}$$

Vježba 352

Na horizontalnoj podlozi gurnemo tijelo brzinom 10.8 km / h. Faktor trenja između tijela i podloge iznosi 0.4. Odredi put što ga tijelo prevali prije nego što se zaustavi. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 1.15 m.

Zadatak 353 (Luka, maturant)

Tijelo se počne spuštati niz kosinu nagibnog kuta 30° s visine od 3 m. Zatim dolazi na horizontalnu podlogu i zaustavi se 5 m od podnožja kosine. Koliki je faktor trenja klizanja između tijela i podloge ako je jednak na cijelom putu?

Rješenje 353

$$\alpha = 30^\circ, \quad h = 3 \text{ m}, \quad s = 5 \text{ m}, \quad \mu = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema

dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

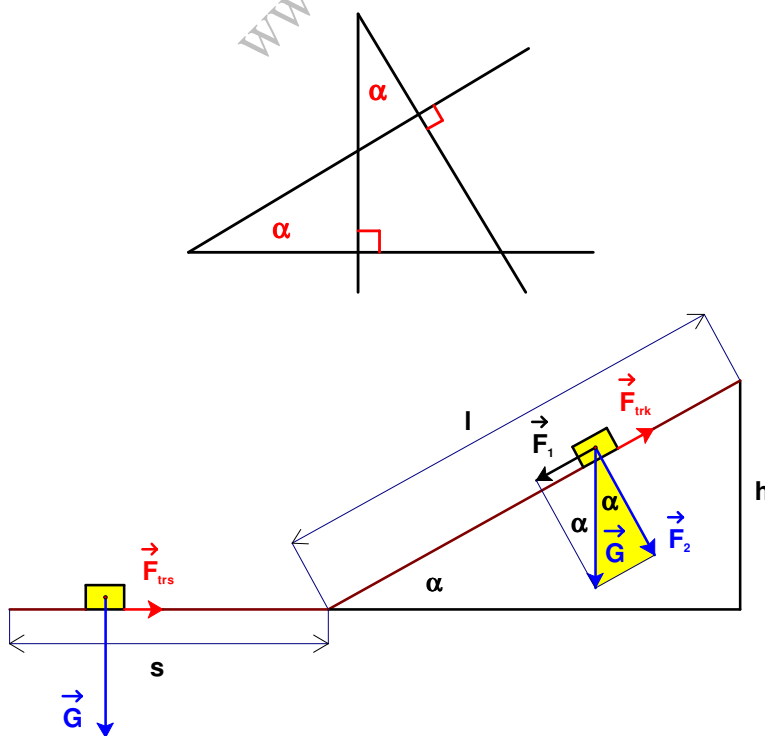
Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

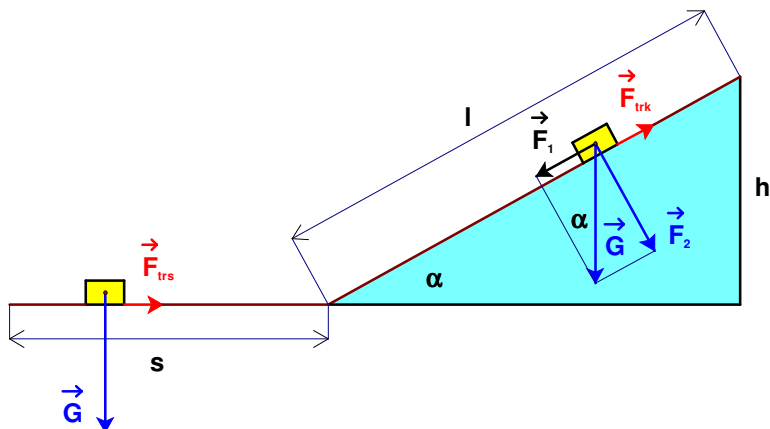
Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Kosinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete uz taj kut i duljine hipotenuze.

Sinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine hipotenuze.

Kutovi s okomitim kracima





Silu težu (težinu tijela) G rastavimo na dvije komponente:

- komponentu F_1 u smjeru kosine koja tijelo ubrzava niz kosinu
- komponentu F_2 okomitu na kosinu koja pritišće kosinu.

Uočimo pravokutne trokute:

- pravokutan trokut čija je kateta F_1 i hipotenuza G (žuta boja)
- pravokutan trokut čija je kateta h i hipotenuza l (plava boja)

Pomoću pravokutnog trokuta (žuti trokut) čija je kateta F_2 , a hipotenuza G dobije se:

$$\cos \alpha = \frac{F_2}{G} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{F_2}{G} \cdot l \cdot G \Rightarrow F_2 = G \cdot \cos \alpha \Rightarrow F_2 = m \cdot g \cdot \cos \alpha.$$

Pomoću pravokutnog trokuta (plavi trokut) čija je kateta h , a hipotenuza l dobije se:

$$\sin \alpha = \frac{h}{l} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{h}{l \cdot \sin \alpha} \Rightarrow l = \frac{h}{\sin \alpha}.$$

Potencijalna energija tijela E_{gp} na vrhu kosine, visine h , jednaka je zbroju radova sile trenja F_{trk} na kosini, duljine l i sile trenja F_{trs} na horizontalnom putu, duljine s .

$$\begin{aligned} E_{gp} &= W_{trk} + W_{trs} \Rightarrow m \cdot g \cdot h = F_{trk} \cdot l + F_{trs} \cdot s \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \mu \cdot F_2 \cdot l + \mu \cdot G \cdot s \Rightarrow \\ &\Rightarrow m \cdot g \cdot h = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot l + \mu \cdot m \cdot g \cdot s \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot l + \mu \cdot m \cdot g \cdot s \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow \\ &\Rightarrow h = \mu \cdot \cos \alpha \cdot l + \mu \cdot s \Rightarrow h = \mu \cdot (l \cdot \cos \alpha + s) \Rightarrow \mu \cdot (l \cdot \cos \alpha + s) = h \Rightarrow \\ &\Rightarrow \mu \cdot (l \cdot \cos \alpha + s) = h \cdot \frac{1}{l \cdot \cos \alpha + s} \Rightarrow \mu = \frac{h}{l \cdot \cos \alpha + s} \Rightarrow \left[l = \frac{h}{\sin \alpha} \right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow \mu = \frac{h}{\frac{h}{\sin \alpha} \cdot \cos \alpha + s} \Rightarrow \left[\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right] \Rightarrow \mu = \frac{h}{h \cdot \operatorname{ctg} \alpha + s} = \frac{3 \text{ m}}{3 \text{ m} \cdot \operatorname{ctg} 30^\circ + 5 \text{ m}} = 0.29. \end{aligned}$$

Vježba 353

Tijelo se počne spuštati niz kosinu nagibnog kuta 30° s visine od 30 dm. Zatim dolazi na horizontalnu podlogu i zaustavi se 50 dm od podnožja kosine. Koliki je faktor trenja klizanja između tijela i podloge ako je jednak na cijelom putu?

Rezultat: 0.29.

Zadatak 354 (Luka, maturant)

Tijelo mase 5 kg miruje na kosini duljine 5 m i visine 3 m. Kolika je sila statičkog trenja? Za akceleraciju sile teže uzmite približnu vrijednost $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Rješenje 354

$$m = 5 \text{ kg}, \quad l = 5 \text{ m}, \quad h = 3 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F_{tr} = ?$$

Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Zato kažemo da je tijelo tromo.

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja.

Ako su a i b brojevi, kažemo da je kvocijent $a : b$, $b \neq 0$ omjer brojeva a i b .

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \quad \text{i} \quad c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

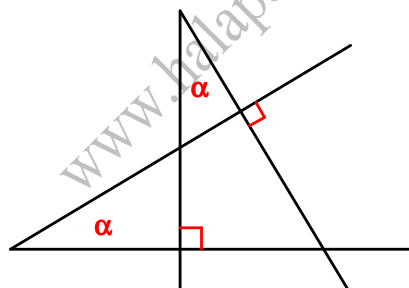
$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c .

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

Omjer dužina je omjer njihovih duljina izraženih u istoj mjernoj jedinici. Kažemo da su dužine proporcionalne ili razmjerne, ako su razmjerne njihove duljine.

Kutovi s okomitim kracima

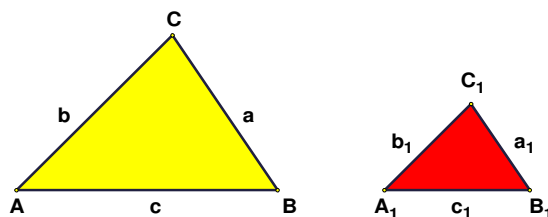


Sličnost trokuta

Kažemo da su dva trokuta slična ako postoji pridruživanje vrhova jednog vrhovima drugog tako da su odgovarajući kutovi jednaki, a odgovarajuće stranice proporcionalne.

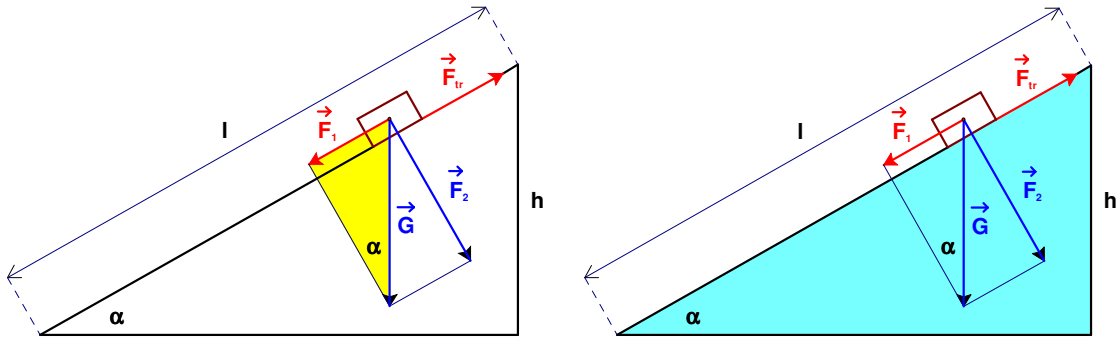
$$\alpha = \alpha_1, \quad \beta = \beta_1, \quad \gamma = \gamma_1, \quad \frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1} = k.$$

Omjer stranica sličnih trokuta k zovemo koeficijent sličnosti.



Prvi poučak sličnosti (K – K)

Dva su trokuta slična ako se podudaraju u dva kuta.



Silu težu (težinu tijela) G rastavimo na dvije komponente:

- komponentu F_1 u smjeru kosine koja tijelo ubrzava niz kosinu
- komponentu F_2 okomitu na kosinu koja pritišće kosinu.

Uočimo pravokutne trokute:

- pravokutan trokut čija je kateta F_1 i hipotenuza G (žuta boja)
- pravokutan trokut čija je kateta h i hipotenuza l (plava boja)

Trokuti su slični jer imaju jednake kutove. Zato vrijedi razmjer:

$$F_1 : G = h : l \Rightarrow F_1 \cdot l = G \cdot h \Rightarrow F_1 \cdot l = G \cdot h \quad / : l \Rightarrow F_1 = G \cdot \frac{h}{l} \Rightarrow F_1 = m \cdot g \cdot \frac{h}{l}$$

Budući da tijelo miruje na kosini, sila F_1 koja tijelo ubrzava niz kosinu mora biti po iznosu jednaka sili trenja F_{tr} , ali suprotnog smjera.

$$\left. \begin{array}{l} F_{tr} = F_1 \\ F_1 = m \cdot g \cdot \frac{h}{l} \end{array} \right\} \Rightarrow F_{tr} = m \cdot g \cdot \frac{h}{l} = 5 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{3 \text{ m}}{5 \text{ m}} = 30 \text{ N}.$$

Vježba 354

Tijelo mase 5 kg miruje na kosini duljine 10 m i visine 6 m. Kolika je sila statičkog trenja? Za akceleraciju sile teže uzmite približnu vrijednost $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Rezultat: 30 N.

Zadatak 355 (Marin, maturant)

Kamen težak 10 N nalazi se na visini 4 m. Kamen je ispušten iz stanja mirovanja pa udari o ravno pješčano tlo i ukopa se na dubinu 5 cm. Kolika je srednja sila otpora pijeska, ako zanemarimo silu otpora zraka i silu uzgona?

Rješenje 355

$$G = 10 \text{ N}, \quad h = 4 \text{ m}, \quad s = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m} - \text{put što ga je kamen prešao u pijesku}, \quad F = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h \Rightarrow E_{gp} = G \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema

dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0$ m/s i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81$ m/s². Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h,$$

gdje je h visina pada.

1. inačica

Zadatak rješavamo pomoću zakona održanja energije. Gravitacijska potencijalna energija kamena na visini h jednaka je radu sile otpora pijeska kada kamen u njemu prevali put s .

$$\begin{aligned} E_{gp} = W &\Rightarrow G \cdot h = F \cdot s \Rightarrow F \cdot s = G \cdot h \Rightarrow F \cdot s = G \cdot h / \cdot \frac{1}{s} \Rightarrow F = \frac{G \cdot h}{s} \\ &= \frac{10 \text{ N} \cdot 4 \text{ m}}{0.05 \text{ m}} = 800 \text{ N}. \end{aligned}$$

2. inačica

Zadatak rješavamo pomoću zakona gibanja i održanja energije.

Budući da kamen slobodno pada sa visine h , njegova kinetička energija pri udaru u zemlju iznositi će

$$\left. \begin{aligned} v^2 &= 2 \cdot g \cdot h \\ E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow E_k = m \cdot g \cdot h \Rightarrow E_k = G \cdot h.$$

Zbog zakona očuvanju energije kinetička energija koju kamen ima pri padu na pijesak jednaka je radu sile otpora pijeska kada kamen u njemu prevali put s .

$$\begin{aligned} E_k = W &\Rightarrow G \cdot h = F \cdot s \Rightarrow F \cdot s = G \cdot h \Rightarrow F \cdot s = G \cdot h / \cdot \frac{1}{s} \Rightarrow F = \frac{G \cdot h}{s} \\ &= \frac{10 \text{ N} \cdot 4 \text{ m}}{0.05 \text{ m}} = 800 \text{ N}. \end{aligned}$$

Vježba 355

Kamen težak 20 N nalazi se na visini 2 m. Kamen je ispušten iz stanja mirovanja pa udari o ravno pješčano tlo i ukopa se na dubinu 5 cm. Kolika je srednja sila otpora pijeska, ako zanemarimo silu otpora zraka i silu uzgona?

Rezultat: 800 N.

Zadatak 356 (Domagoj, srednja škola)

Tijelo je izbačeno s tla vertikalno uvis brzinom 5 m / s. Do koje će visine iznad tla stići tijelo prije nego što počne padati natrag prema tlu? Zanemarite sile kojima zrak djeluje na tijelo. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81$ m / s²)

Rješenje 356

$$v = 5 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h,$$

gdje je v brzina pada, h visina pada.

1. inačica

Zbog zakona očuvanja kinetička energija koju tijelo ima pri izbacivanju uvis brzinom v jednaka je gravitacijskoj potencijalnoj energiji na visini h .

$$\begin{aligned} E_{gp} = E_k &\Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 / \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g} = \\ &= \frac{\left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1.27 \text{ m}. \end{aligned}$$

2. inačica

Možemo napraviti inverziju zadatka pa se zapitati s koje visine h tijelo treba slobodno padati da bi pri padu na zemlju imalo brzinu v .

$$\begin{aligned} v^2 = 2 \cdot g \cdot h &\Rightarrow 2 \cdot g \cdot h = v^2 \Rightarrow 2 \cdot g \cdot h = v^2 / \cdot \frac{1}{2 \cdot g} \Rightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g} = \\ &= \frac{\left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1.27 \text{ m}. \end{aligned}$$

Vježba 356

Tijelo je izbačeno s tla vertikalno uvis brzinom 10 m/s . Do koje će visine iznad tla stići tijelo prije nego što počne padati natrag prema tlu? Zanemarite sile kojima zrak djeluje na tijelo. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 5.10 m.

Zadatak 357 (Vlatka, srednja škola)

Dva tijela različitih masa i različitih brzina imaju jednake kinetičke energije. Ako je omjer brzina $v_1 : v_2 = 3$, koliki je omjer masa?

Rješenje 357

$$E_{k1} = E_{k2}, \quad v_1 : v_2 = 3, \quad m_2 = m_1 = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

$$\left. \begin{array}{l} v_1 : v_2 = 3 \\ E_{k1} = E_{k2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{v_1}{v_2} = 3 \\ \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{v_1}{v_2} = 3 \quad / \cdot v_2 \\ \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 \quad / \cdot 2 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_1 = 3 \cdot v_2 \\ m_1 \cdot v_1^2 = m_2 \cdot v_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow m_1 \cdot (3 \cdot v_2)^2 = m_2 \cdot v_2^2 \Rightarrow m_1 \cdot 9 \cdot v_2^2 = m_2 \cdot v_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 \cdot v_2^2 = 9 \cdot m_1 \cdot v_2^2 \Rightarrow m_2 \cdot v_2^2 = 9 \cdot m_1 \cdot v_2^2 \quad / \cdot \frac{1}{m_1 \cdot v_2^2} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 : m_1 = 9.$$

Vježba 357

Dva tijela različitih masa i različitih brzina imaju jednake kinetičke energije. Ako je omjer brzina $v_1 : v_2 = 5$, koliki je omjer masa?

Rezultat: $m_2 : m_1 = 25.$

Zadatak 358 (Helena, medicinska škola)

Višak električne energije mogao bi se uskladištiti tako da se voda crpi iz rijeke u spremnik (akumulacijsko jezero) iznad rijeke. Kolika je uskladištena energija, ako se na taj način uskladišti $8.2 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ vode na visinsku razliku 250 m? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

A. $2 \cdot 10^{13} \text{ J}$ B. $2 \cdot 10^{12} \text{ J}$ C. $3.1 \cdot 10^{11} \text{ J}$ D. 825 MJ

Rješenje 358

$$V = 8.2 \cdot 10^6 \text{ m}^3, \quad h = 250 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad E_{gp} = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase m tijela i njegova obujma V :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

$$\left. \begin{array}{l} m = \rho \cdot V \\ E_{gp} = m \cdot g \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow E_{gp} = \rho \cdot V \cdot g \cdot h = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 8.2 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 250 \text{ m} = 2 \cdot 10^{13} \text{ J}.$$

Odgovor je pod A.



Vježba 358

Višak električne energije mogao bi se uskladištiti tako da se voda crpi iz rijeke u spremnik (akumulacijsko jezero) iznad rijeke. Kolika je uskladištena energije, ako se na taj način uskladišti $8.2 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ vode na visinsku razliku 25 m? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

- A. $2 \cdot 10^{13} \text{ J}$ B. $2 \cdot 10^{12} \text{ J}$ C. $3.1 \cdot 10^{11} \text{ J}$ D. 825 MJ

Rezultat: B.

Zadatak 359 (Marta, srednja škola)

Kolika je srednja snaga potrebna čovjeku mase 70 kg da svlada silu težu penjući se na vrh zgrade visoke 25 m u vremenu od 3 minute? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

- A. 9.8 W B. 95.4 W C. 1 kW D. 198 W

Rješenje 359

$$m = 70 \text{ kg}, \quad h = 25 \text{ m}, \quad t = 3 \text{ min} = [3 \cdot 60] = 180 \text{ s}, \quad P = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

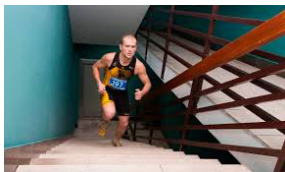
Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Računamo srednju snagu P .

$$\left. \begin{array}{l} W = E_{gp} \\ P = \frac{W}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{E_{gp}}{t} \Rightarrow P = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} = \frac{70 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 25 \text{ m}}{180 \text{ s}} = 95.38 \text{ W} \approx 95.4 \text{ W}.$$

Odgovor je pod B.



Vježba 359

Kolika je srednja snaga potrebna čovjeku mase 140 kg da svlada silu težu penjući se na vrh zgrade visoke 25 m u vremenu od 6 minuta? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

- A. 9.8 W B. 95.4 W C. 1 kW D. 198 W

Rezultat: B.

Zadatak 360 (Sofy, medicinska škola)

Tijelo mase 10 kg koje slobodno pada na kraju puta od 5 m ima kinetičku energiju:

- A. 1000 J B. 10 J C. 500 J D. 100 J

(ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 360

$$m = 10 \text{ kg}, \quad h = 5 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad E_k = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Mehanička energija tijela ili sustava tijela zbroj je kinetičke i potencijalne energije:

$$E = E_k + E_{gp}.$$

U zatvorenom sustavu ukupna mehanička energija je sačuvana

$$E_k + E_{gp} = \text{konst.}$$

Kada je tijelo slobodno palo, na kraju puta sva se njegova gravitacijska potencijalna energija pretvorila u kinetičku energiju (zakon očuvanja energije).

$$\left. \begin{array}{l} E_k = E_{gp} \\ E_{gp} = m \cdot g \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = m \cdot g \cdot h = 10 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ m} = 500 \text{ J}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 360

Tijelo mase 10 kg koje slobodno pada na kraju puta od 10 m ima kinetičku energiju:

- A. 1000 J B. 10 J C. 500 J D. 100 J

(ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: A.