

### Zadatak 301 (Marko, gimnazija)

Teret mase 600 kg podignemo 10 m visoko pomoću motora koji utroši 0.02 kg nafte. Kolika je korisnost motora ako je specifična toplina izgaranja nafte  $4.6 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$ ? (ubrzanje sile teže  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 301

$$m_1 = 600 \text{ kg}, \quad h = 10 \text{ m}, \quad m_2 = 0.02 \text{ kg}, \quad q = 4.6 \cdot 10^7 \text{ J/kg}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad \eta = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase  $m$  ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je  $g$  akceleracija slobodnog pada, a  $h$  vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Toplina  $Q$  koja se oslobađa pri potpunom izgaranju goriva mase  $m$  izražava se umnoškom

$$Q = m \cdot q,$$

gdje je  $q$  specifična toplina izgaranja.

Omjer između energije koju iskorišćujemo od nekog stroja i ukupne energije koju ulažemo u stroj zovemo korisnost stroja  $\eta$ .

$$\eta = \frac{W_i}{W_u}, \quad \eta = \frac{Q_i}{Q_u}.$$

$$\begin{array}{l} W_1 - \text{rad koji obavi motor} \\ W_2 - \text{rad ekvivalentan toplini} \end{array} \left| \Rightarrow \eta = \frac{W_1}{W_2} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} W_1 = E_{gp} \\ W_2 = Q \end{array} \right] \Rightarrow \eta = \frac{E_{gp}}{Q} \Rightarrow \eta = \frac{m_1 \cdot g \cdot h}{m_2 \cdot q} =$$

$$= \frac{600 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ m}}{0.02 \text{ kg} \cdot 4.6 \cdot 10^7 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} = 0.0652 = \frac{6.52}{100} = 6.52\%.$$

### Vježba 301

Teret mase 1200 kg podignemo 10 m visoko pomoću motora koji utroši 0.04 kg nafte. Kolika je korisnost motora ako je specifična toplina izgaranja nafte  $4.6 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$ ? (ubrzanje sile teže  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 6.52%.

### Zadatak 302 (Anita, gimnazija)

Kolika je snaga konja koji vuče kola mase 1.1 t, 10 km daleko u jednom satu, ako je prosječan otpor gibanju (trenje i otpor zraka) jednak 0.025 težine kola? (ubrzanje sile teže  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 302

$$m = 1.1 \text{ t} = 1100 \text{ kg}, \quad s = 10 \text{ km} = 10000 \text{ m}, \quad t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}, \quad F_o = 0.025 \cdot G, \\ g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad P = ?$$

Tijelo obavlja rad  $W$  ako djeluje nekom silom  $F$  na putu  $s$  na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga  $P$  jednaka je omjeru rada  $W$  i vremena  $t$  za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Za trenutačnu snagu možemo pisati

$$P = F \cdot v$$

pri čemu je  $v$  trenutna brzina.

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

### Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Zato kažemo da je tijelo tromo.

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je  $v$  stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Konj koji vuče kola svladava silu trenja i silu otpora zraka pa njegova vučna sila po iznosu mora biti jednaka iznosu sili otpora.

#### 1. inačica

Rad sile otpora  $F_O$  na putu  $s$  je

$$W = F_O \cdot s$$

pa snaga  $P$  iznosi

$$\left. \begin{array}{l} P = \frac{W}{t} \\ W = F_O \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow P = \frac{F_O \cdot s}{t} \Rightarrow P = \frac{0.025 \cdot G \cdot s}{t} \Rightarrow P = \frac{0.025 \cdot m \cdot g \cdot s}{t} =$$

$$= \frac{0.025 \cdot 1100 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 749.38 \text{ W}.$$

#### 2. inačica

Budući da trenutnu snagu možemo izraziti pomoću formule

$$P = F \cdot v,$$

slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} P = F_O \cdot v \\ v = \frac{s}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow P = F_O \cdot \frac{s}{t} \Rightarrow P = 0.025 \cdot G \cdot \frac{s}{t} \Rightarrow P = 0.025 \cdot m \cdot g \cdot \frac{s}{t} =$$

$$= 0.025 \cdot 1100 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{10000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 749.38 \text{ W}.$$



### Vježba 302

Kolika je snaga konja koji vuče kola mase 550 kg, 20 km daleko u jednom satu, ako je prosječan otpor gibanju (trenje i otpor zraka) jednak 0.025 težine kola? (ubrzanje sile teže  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 749.38 W.

### Zadatak 303 (Iva, strukovna škola)

Komad željeza mase 10 kg slobodno pada. Kolika je njegova kinetička energija nakon 20 s padanja? (ubrzanje sile teže  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 303

$$m = 10 \text{ kg}, \quad t = 10 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad E_k = ?$$

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom  $v_0 = 0 \text{ m/s}$  i konstantnom akceleracijom  $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$ . Za slobodni pad vrijedi izraz

$$v = g \cdot t,$$

gdje je  $v$  brzina pada,  $t$  vrijeme pada.

Računamo kinetičku energiju komada željeza.

$$\left. \begin{array}{l} E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ v = g \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (g \cdot t)^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ kg} \cdot \left( 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20 \text{ s} \right)^2 =$$
$$= 192472.2 \text{ J} = 0.1924722 \cdot 10^6 \text{ J} \approx 0.2 \cdot 10^6 \text{ J} = 0.2 \text{ MJ}.$$

### Vježba 303

Komad željeza mase 40 kg slobodno pada. Kolika je njegova kinetička energija nakon 10 s padanja? (ubrzanje sile teže  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 0.2 MJ.

### Zadatak 304 (Iva, strukovna škola)

Površina klipa parnog stroja iznosi  $500 \text{ cm}^2$ , a tlak što ga vrši para na klip je 1.8 MPa. Koliki rad obavi para ako se klip pomakne za 80 cm?

#### Rješenje 304

$$S = 500 \text{ cm}^2 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2, \quad p = 1.8 \text{ MPa} = 1.8 \cdot 10^6 \text{ Pa}, \quad s = 80 \text{ cm} = 0.8 \text{ m}, \quad W = ?$$

Tijelo obavlja rad  $W$  ako djeluje nekom silom  $F$  na putu  $s$  na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Tlak je omjer sile što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu i te površine:

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \cdot S.$$

Obavljeni rad u parnom stroju iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F = p \cdot S \\ W = F \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow W = p \cdot S \cdot s = 1.8 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \cdot 0.8 \text{ m} =$$
$$= 72000 \text{ J} = 72 \text{ kJ}.$$

### Vježba 304

Površina klipa parnog stroja iznosi  $250 \text{ cm}^2$ , a tlak što ga vrši para na klip je 1.8 MPa. Koliki rad obavi para ako se klip pomakne za 160 cm?

**Rezultat:** 72 kJ.

### Zadatak 305 (Marija, strukovna škola)

Uteg mase 8 kg iz mirovanja se giba s vrha kosine visine 3 m. Za vrijeme klizanja utega niz kosinu u toplinu je pretvorena količina energije 229.7 J. Kolika je brzina utega u podnožju kosine? (ubrzanje sile teže  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 305

$$m = 8 \text{ kg}, \quad h = 3 \text{ m}, \quad E = 229.7 \text{ J}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase  $m$  ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je  $g$  akceleracija slobodnog pada, a  $h$  vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

**Zakon očuvanja energije:**

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Zbog zakona očuvanja energije kinetička energija  $E_k$  u podnožju kosine jednaka je razlici gravitacijske potencijalne energije  $E_{gp}$  na vrhu kosine i energije  $E$  pretvorene u toplinu.

$$\begin{aligned} E_k &= E_{gp} - E \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h - E \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h - E \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow \\ \Rightarrow v^2 &= 2 \cdot g \cdot h - \frac{2 \cdot E}{m} \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h - \frac{2 \cdot E}{m} \cdot \sqrt{\phantom{x}} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ m} - \frac{2 \cdot 229.7 \text{ J}}{8 \text{ kg}}} = 1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

### Vježba 305

Uteg mase 800 dag iz mirovanja se giba s vrha kosine visine 300 cm. Za vrijeme klizanja utega niz kosinu u toplinu je pretvorena količina energije 229.7 J. Kolika je brzina utega u podnožju kosine? (ubrzanje sile teže  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 1.2 m/s.

### Zadatak 306 (Ana, medicinska škola)

Tijelo mase  $m$  pada s visine  $h$ . Početna brzina tijela je nula. Tijelo udari o tlo brzinom  $v$ . Kolika se pritom mehanička energija pretvorila u druge oblike energije tijekom padanja?

$$A. m \cdot g \cdot h \quad B. \frac{m \cdot v^2}{2} \quad C. m \cdot g \cdot h + \frac{m \cdot v^2}{2} \quad D. m \cdot g \cdot h - \frac{m \cdot v^2}{2}$$

### Rješenje 306

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase  $m$  ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je  $g$  akceleracija slobodnog pada, a  $h$  vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

**Zakon očuvanja energije:**

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.

- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Tijelo mase  $m$  je na visini  $h$  imalo gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h.$$

Na površini zemlje, pri padu na tlo, tijelo ima energiju u obliku kinetičke energije

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

Mehanička energija koja se pretvorila u druge oblike energije tijekom padanja jednaka je razlici gravitacijske potencijalne i kinetičke energije.

$$\Delta E = E_{gp} - E_k \Rightarrow \Delta E = m \cdot g \cdot h - \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

Odgovor je pod D.

### Vježba 306

Tijelo mase  $m$  pada s visine  $h$ . Početna brzina tijela je nula. Tijelo udari o tlo brzinom  $v$ . Koja je relacija točna, ako nema gubitaka energije?

$$A. m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v^2}{2} \quad B. m \cdot g \cdot h < \frac{m \cdot v^2}{2} \quad C. m \cdot g \cdot h > \frac{m \cdot v^2}{2} \quad D. m \cdot g \cdot h = -\frac{m \cdot v^2}{2}$$

**Rezultat:** A.

### Zadatak 307 (Dino, srednja škola)

Tijelo mase  $m$  giba se konstantnom brzinom  $v_1$  i ima kinetičku energiju 90 J. Kolikom bi se brzinom  $v_2$  trebalo gibati tijelo da mu kinetička energija bude 810 J?

$$A. v_2 = 9 \cdot v_1 \quad B. v_2 = 3 \cdot v_1 \quad C. v_2 = \frac{v_1}{3} \quad D. v_2 = 90 \cdot v_1$$

### Rješenje 307

$$m, \quad v_1, \quad E_{k1} = 90 \text{ J}, \quad E_{k2} = 810 \text{ J}, \quad v_2 = ?$$

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

1. inačica

Kinetičke energije tijela mase  $m$  koje se giba brzinom  $v_1$ , a onda brzinom  $v_2$  iznose:

$$\left. \begin{array}{l} E_{k1} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \\ E_{k2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{E_{k2}}{E_{k1}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2} \Rightarrow \frac{E_{k2}}{E_{k1}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{E_{k2}}{E_{k1}} = \frac{v_2^2}{v_1^2} \Rightarrow \frac{E_{k2}}{E_{k1}} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^2 \Rightarrow \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^2 = \frac{E_{k2}}{E_{k1}} \Rightarrow \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^2 = \frac{E_{k2}}{E_{k1}} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{E_{k2}}{E_{k1}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{810 \text{ J}}{90 \text{ J}}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{810 \text{ J}}{90 \text{ J}}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{9} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 3 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 3 \quad / \cdot v_1 \Rightarrow v_2 = 3 \cdot v_1.$$

Odgovor je pod B.

2. inačica

Transformacijom formule

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

dobije se:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot E_k}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot E_k}{m} \cdot \sqrt{\phantom{x}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{m} \cdot E_k} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{m}} \cdot \sqrt{E_k} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{m}} \cdot \sqrt{E_k} \Rightarrow v \sim \sqrt{E_k}.$$

Uočimo da je za tijelo mase  $m$  njegova brzina razmjerna sa kvadratnim (drugim) korijenom kinetičke energije tijela. Ako se kinetička energija poveća 9 puta

$$\frac{E_{k2}}{E_{k1}} = \frac{810 \text{ J}}{90 \text{ J}} \Rightarrow \frac{E_{k2}}{E_{k1}} = 9,$$

pripadna brzina povećat će se

$$\sqrt{9} = 3$$

puta, tj.

$$\frac{v_2}{v_1} = 3 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 3 \cdot v_1 \Rightarrow v_2 = 3 \cdot v_1.$$

Odgovor je pod B.

### Vježba 307

Tijelo mase  $m$  giba se konstantnom brzinom  $v_1$  i ima kinetičku energiju 810 J. Kolikom bi se brzinom  $v_2$  trebalo gibati tijelo da mu kinetička energija bude 90 J?

A.  $v_2 = 9 \cdot v_1$       B.  $v_2 = 3 \cdot v_1$       C.  $v_2 = \frac{v_1}{3}$       D.  $v_2 = 90 \cdot v_1$

**Rezultat:** C.

### Zadatak 308 (Filip, srednja škola)

Generator izmjenične struje pokreće turbinu na vodu koja dobiva energiju tako da na nju pada svake sekunde  $2 \text{ m}^3$  vode sa visine 150 m. Koliko se kilovata dobiva na kraju prijenosnog voda ako 65% snage vode prijeđe u snagu električne struje, a svaki transformator na početku i na kraju prijenosnog voda ima stupanj djelovanja 98%, dok se u samom vodu izgubi 10% snage? (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ , ubrzanje sile teže  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 308

$t = 1 \text{ s}$ ,     $V = 2 \text{ m}^3$ ,     $h = 150 \text{ m}$ ,     $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,     $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ,  
 $\eta_1 = 65\% = 0.65$  – stupanj korisnog djelovanja generatora,  
 $\eta_2 = 98\% = 0.98$  – stupanj korisnog djelovanja transformatora na početku prijenosnog voda,  
 $\eta_3 = 98\% = 0.98$  – stupanj korisnog djelovanja transformatora na kraju prijenosnog voda,  
 $\eta_4 = 100\% - 10\% = 90\% = 0.90$  – stupanj korisnog djelovanja prijenosnog voda,     $P_k = ?$   
 Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera mase  $m$  tijela i njegova obujma  $V$ :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase  $m$  ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je  $g$  akceleracija slobodnog pada, a  $h$  vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}$$

Omjer između energije koju iskorišćujemo od nekog stroja i ukupne energije koju ulažemo u stroj zovemo korisnost stroja  $\eta$ .

$$\eta = \frac{W_k}{W_u} \quad , \quad \eta = \frac{P_k}{P_u}$$

Rad vodene turbine jednak je gravitacijskoj potencijalnoj energiji vode koja pada sa visine h.

$$\left. \begin{array}{l} W = E_{gp} \\ E_{gp} = m \cdot g \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow W = m \cdot g \cdot h$$

pa utrošena snaga  $P_u$  vodene turbine iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} P_u = \frac{W}{t} \\ W = m \cdot g \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow P_u = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} \Rightarrow [m = \rho \cdot V] \Rightarrow P_u = \frac{\rho \cdot V \cdot g \cdot h}{t}$$

Budući da je u prijenosu električne energije uporabljeno više uređaja (četiri), ukupni stupanj djelovanja  $\eta$  jednak je umnošku stupnjeva djelovanja svakog uređaja.

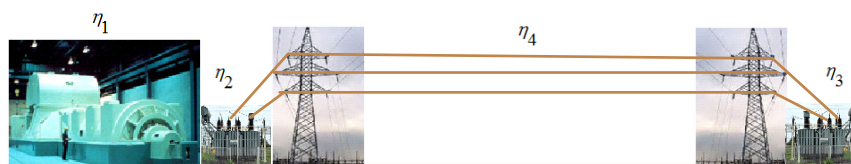
$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4$$

Korisna snaga  $P_k$  na kraju prijenosnog voda iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \eta = \frac{P_k}{P_u} \\ \eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{P_k}{P_u} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \Rightarrow \frac{P_k}{P_u} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot P_u \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_k = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot P_u \Rightarrow \left[ P_u = \frac{\rho \cdot V \cdot g \cdot h}{t} \right] \Rightarrow P_k = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \frac{\rho \cdot V \cdot g \cdot h}{t} =$$

$$= 0.65 \cdot 0.98 \cdot 0.98 \cdot 0.90 \cdot \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 2 \text{ m}^3 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 150 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 1.653 \cdot 10^6 \text{ W} = 1653 \cdot 10^3 \text{ W} = 1653 \text{ kW}$$



### Vježba 308

Generator izmjenične struje pokreće turbinu na vodu koja dobiva energiju tako da na nju pada svake dvije sekunde  $4 \text{ m}^3$  vode sa visine  $150 \text{ m}$ . Koliko se kilovata dobiva na kraju prijenosnog voda ako  $65\%$  snage vode prijeđe u snagu električne struje, a svaki transformator na početku i na kraju prijenosnog voda ima stupanj djelovanja  $98\%$ , dok se u samom vodu izgubi  $10\%$  snage? (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ , ubrzanje sile teže  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 1653 kW.

### Zadatak 309 (Ana, gimnazija)

Loptica od tvrde gume pri svakom odbijanju sačuva  $50\%$  energije. Kolikom brzinom v treba baciti lopticu da se nakon 3 odbijanja vrati do iste visine od  $2 \text{ m}$ ? (ubrzanje sile teže  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 309

$$p = 50\% = 0.5, \quad n = 3, \quad h = 2 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase  $m$  ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je  $g$  akceleracija slobodnog pada, a  $h$  vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Budući da lopticu, mase  $m$ , bacamo sa visine  $h$  prema dolje brzinom  $v$ , njezina početna energija  $E_0$  jednaka je zbroju kinetičke energije  $E_k$  i gravitacijske potencijalne energije  $E_{gp}$ .

$$E_0 = E_k + E_{gp} \Rightarrow E_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h.$$

Nakon slijeda odbijanja energija loptice iznositi će:

- nakon prvog odbijanja

$$E_1 = p \cdot E_0$$

- nakon drugog odbijanja

$$E_2 = p \cdot E_1 \Rightarrow E_2 = p \cdot (p \cdot E_0) \Rightarrow E_2 = p^2 \cdot E_0.$$

- nakon trećeg odbijanja

$$E_3 = p \cdot E_2 \Rightarrow E_3 = p \cdot (p^2 \cdot E_0) \Rightarrow E_3 = p^3 \cdot E_0.$$

Uočimo da bi poslije  $n$  - tog odbijanja energija loptice iznosila

$$E_n = p^n \cdot E_0.$$

Da bi se loptica nakon 3 odbijanja ponovno uzdigla do visine  $h$  njezina energija  $E_3$  mora biti jednaka gravitacijskoj potencijalnoj energiji.

$$E_3 = E_{gp} \Rightarrow p^3 \cdot E_0 = E_{gp} \Rightarrow p^3 \cdot E_0 = E_{gp} \cdot \frac{1}{p^3} \Rightarrow E_0 = \frac{E_{gp}}{p^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot g \cdot h}{p^3} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot g \cdot h}{p^3} \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 + 2 \cdot g \cdot h = \frac{2 \cdot g \cdot h}{p^3} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot g \cdot h}{p^3} - 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h \cdot \left( \frac{1}{p^3} - 1 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h \cdot \left( \frac{1}{p^3} - 1 \right) \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h \cdot \left( \frac{1}{p^3} - 1 \right)} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \text{ m} \cdot \left( \frac{1}{0.5^3} - 1 \right)} = 16.57 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Vježba 309

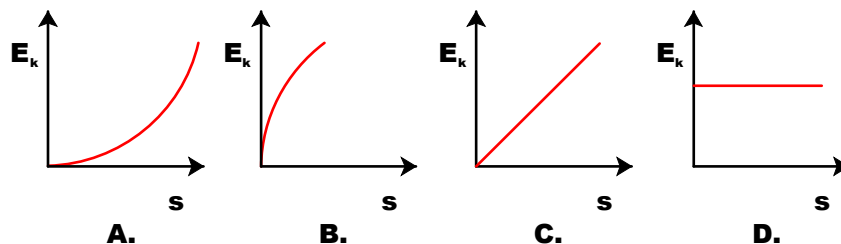
Loptica od tvrde gume pri svakom odbijanju sačuva 60% energije. Kolikom brzinom  $v$  treba baciti lopticu da se nakon 3 odbijanja vrati do iste visine od 2 m? (ubrzanje sile teže  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 11.93 m/s.



### Zadatak 310 (Josip, gimnazija)

A i B su dvije paralelne velike ploče nabijene suprotnim količinama naboja i nalaze se u vakuumu. Elektron se nalazi u blizini ploče A i počinje se iz stanja mirovanja gibati prema ploči B. Od predloženih grafičkih prikaza ovisnosti kinetičke energije elektrona  $E_k$  o prijednom putu  $s$  koji je ispravan?



### Rješenje 310

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje je  $v$  brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Neka je  $k$  realan broj. Funkcija  $f : R \rightarrow R$  dana pravilom  $f(x) = k \cdot x$  naziva se linearnom funkcijom. Graf linearne funkcije je pravac koji prolazi kroz ishodište koordinatnog sustava.

Neka je  $a$  realan broj. Funkcija  $f : R \rightarrow R$  dana pravilom  $f(x) = a \cdot x^2$  naziva se kvadratnom funkcijom. Njezin graf je krivulja koja se zove parabola. Ako je  $a > 0$  parabola će imati 'otvor prema gore'.

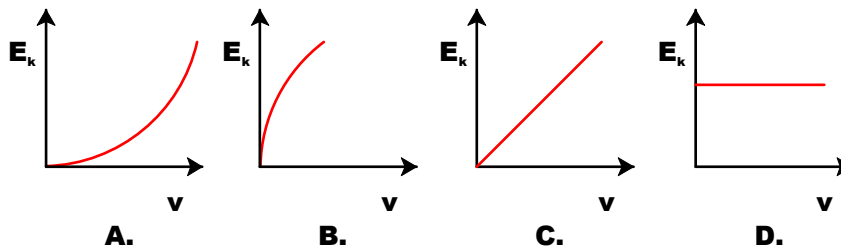
Iz sustava jednadžbi pretvorbom dobije se

$$\left. \begin{array}{l} v^2 = 2 \cdot a \cdot s \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow$$
$$\Rightarrow E_k = m \cdot a \cdot s \Rightarrow E_k = (m \cdot a) \cdot s \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} m \cdot a = \text{konst.} \\ m \cdot a = k \end{array} \right] \Rightarrow E_k = k \cdot s.$$

Masa elektrona je konstantna. Akceleracija elektrona je, također, konstantna jer je polje homogeno (električna sila je stalna) pa je kinetička energija  $E_k$  linearna funkcija koja ovisi o putu  $s$ . Graf je pravac kroz ishodište. Odgovor je pod C.

### Vježba 310

A i B su dvije paralelne velike ploče nabijene suprotnim količinama naboja i nalaze se u vakuumu. Elektron se nalazi u blizini ploče A i počinje se iz stanja mirovanja gibati prema ploči B. Od predloženih grafičkih prikaza ovisnosti kinetičke energije elektrona  $E_k$  o brzini  $v$  koji je ispravan?



**Rezultat:** A.

### Zadatak 311 (Željko, strukovna škola)

Kolika je količina gibanja 10 – tonskog vozila koje se giba brzinom 36 km/h. Kod koje će brzine 5 – tonsko vozilo imati jednaku količinu gibanja?

#### Rješenje 311

$$m_1 = 10 \text{ t} = 10^4 \text{ kg}, \quad v_1 = 36 \text{ km/h} = [36 : 3.6] = 10 \text{ m/s}, \quad m_2 = 5 \text{ t} = 5 \cdot 10^3 \text{ kg}, \quad p_1 = ?, \quad v_2 = ?$$

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska veličina.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}, \quad p = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

Računamo količinu gibanja  $p_1$  10 – tonskog vozila.

$$p_1 = m_1 \cdot v_1 = 10^4 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 10^5 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Budući da 5 – tonsko vozilo ima jednaku količinu gibanja, njegova brzina  $v_2$  iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} p_1 = m_1 \cdot v_1 \\ p_2 = m_2 \cdot v_2 \end{array} \right\} \Rightarrow [p_2 = p_1] \Rightarrow m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1 \Rightarrow m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1 \cdot \frac{1}{m_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{m_1 \cdot v_1}{m_2} = \frac{10^4 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \cdot 10^3 \text{ kg}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} = [20 \cdot 3.6] = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

### Vježba 311

Kolika je količina gibanja 10 – tonskog vozila koje se giba brzinom 72 km/h. Kod koje će brzine 5 – tonsko vozilo imati jednaku količinu gibanja?

**Rezultat:**  $2 \cdot 10^5 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}, 144 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$

### Zadatak 312 (Dado, strukovna škola)

Tijelo mase 8 kg počinje se gibati ubrzanjem  $2 \text{ m/s}^2$ . Nakon koliko će vremena tijelo imati kinetičku energiju 2 kJ?

#### Rješenje 312

$$m = 8 \text{ kg}, \quad a = 2 \text{ m/s}^2, \quad E_k = 2 \text{ kJ} = 2000 \text{ J}, \quad t = ?$$

Za jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  vrijedi izraz

$$v = a \cdot t,$$

gdje je  $v$  brzina za tijelo pošto se pokrenula iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Računamo vrijeme  $t$ .

$$\left. \begin{array}{l} v = a \cdot t \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (a \cdot t)^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (a \cdot t)^2 \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a \cdot t)^2 = \frac{2 \cdot E_k}{m} \Rightarrow (a \cdot t)^2 = \frac{2 \cdot E_k}{m} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow a \cdot t = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} \Rightarrow a \cdot t = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} \cdot \frac{1}{a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{a} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} = \frac{1}{2 \frac{m}{s^2}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 2000 \text{ J}}{8 \text{ kg}}} = 11.18 \text{ s.}$$

### Vježba 312

Tijelo mase 16 kg počinje se gibati ubrzanjem  $2 \text{ m/s}^2$ . Nakon koliko će vremena tijelo imati kinetičku energiju 4 kJ?

**Rezultat:** 11.18 s.

### Zadatak 313 (Dado, strukovna škola)

Koliki je kut između smjera sile i puta, ako sila iznosa 200 N na putu 2 m obavi rad 100 J?

#### Rješenje 313

$$F = 200 \text{ N}, \quad s = 2 \text{ m}, \quad W = 100 \text{ J}, \quad \alpha = ?$$

Tijelo obavlja rad  $W$  ako djeluje nekom silom  $F$  na putu  $s$  na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi:

$$W = F \cdot s.$$

Ako na tijelo djeluje sila pod šiljastim (tupim) kutom u odnosu na pravac duž kojeg se giba tijelo, rad sile je pozitivan (negativan):

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha,$$

gdje je  $F$  sila,  $s$  prijedeni put,  $\alpha$  kut između smjera gibanja i smjera djelovanja sile.

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha \Rightarrow F \cdot s \cdot \cos \alpha = W \Rightarrow F \cdot s \cdot \cos \alpha = W / \frac{1}{F \cdot s} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{W}{F \cdot s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1} \left( \frac{W}{F \cdot s} \right) = \cos^{-1} \left( \frac{100 \text{ J}}{200 \text{ N} \cdot 2 \text{ m}} \right) = 75^\circ 31' 21''.$$

### Vježba 313

Koliki je kut između smjera sile i puta, ako sila iznosa 400 N na putu 2 m obavi rad 200 J?

**Rezultat:**  $75^\circ 31' 21''$ .

### Zadatak 314 (Robert, gimnazija)

Tijelo mase 2 kg slobodno pada s visine 20 m. Neposredno pri tlu ima brzinu 17 m/s. Odredite silu otpora zraka. (ubrzanje sile teže  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 314

$$m = 2 \text{ kg}, \quad s = h = 20 \text{ m}, \quad v = 17 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase  $m$  ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je  $g$  akceleracija slobodnog pada, a  $h$  vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Tijelo obavlja rad  $W$  ako djeluje nekom silom  $F$  na putu  $s$  na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi:

$$W = F \cdot s.$$

Tijelo mase  $m$  je na visini  $h$  imalo gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h.$$

Na površini zemlje, pri padu na tlo, tijelo ima energiju u obliku kinetičke energije

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

Rad  $W$  sile otpora zraka  $F$  jednak je razlici energija pa slijedi:

$$\left. \begin{aligned} W &= F \cdot s \\ W &= E_{gp} - E_k \end{aligned} \right\} \Rightarrow F \cdot s = E_{gp} - E_k \Rightarrow F \cdot s = E_{gp} - E_k \cdot \frac{1}{s} \Rightarrow F = \frac{E_{gp} - E_k}{s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = \frac{m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{s} \Rightarrow F = \frac{m \cdot \left( g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot v^2 \right)}{s} =$$

$$= \frac{2 \text{ kg} \cdot \left( 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot \left( 17 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right)}{20 \text{ m}} = 5.17 \text{ N}.$$

### Vježba 314

Tijelo mase 200 dag slobodno pada s visine 0.02 km. Neposredno pri tlu ima brzinu 17 m/s. Odredite silu otpora zraka. (ubrzanje sile teže  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 5.17 N.

### Zadatak 315 (Robert, gimnazija)

Dizalica diže teret mase 2 t stalnim ubrzanjem  $0.8 \text{ m/s}^2$ . Koliki je rad obavljen za 20 s? (ubrzanje sile teže  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 315

$$m = 2 \text{ t} = 2000 \text{ kg}, \quad a = 0.8 \text{ m/s}^2, \quad t = 20 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad W = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

**Drugi Newtonov poučak:** Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila  $F$ . Akceleracija  $a$  tijela je razmjerna sili i ima smjer sile. Konstanta proporcionalnosti između sile i akceleracije je masa tijela  $m$ .

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

gdje je  $s$  put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

Tijelo obavlja rad  $W$  ako djeluje nekom silom  $F$  na putu  $s$  na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Budući da dizalica diže teret mase m stalnim ubrzanjem a, ukupna sila kojom podiže teret iznosi:

$$F = m \cdot g + m \cdot a \Rightarrow F = m \cdot (g + a).$$

Obavljeni rad W za vrijeme t jednak je:

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot (g + a) \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ W = F \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow W = m \cdot (g + a) \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 =$$

$$= 2000 \text{ kg} \cdot \left( 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot 0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (20 \text{ s})^2 = 3.40 \cdot 10^6 \text{ J}.$$

### Vježba 315

Dizalica diže teret mase 4 t stalnim ubrzanjem  $0.8 \text{ m/s}^2$ . Koliki je rad obavljen za 20 s? (ubrzanje sile teže  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:**  $6.79 \cdot 10^6 \text{ J}$ .

### Zadatak 316 (Ana, gimnazija)

Protok zraka kroz uređaj za klimatizaciju je  $5 \text{ m}^3/\text{s}$ . Brzina protjecanja zraka kroz uređaj iznosi  $2 \text{ m/s}$ . Kolika je snaga ventilatora u uređaju? (gustoća zraka  $\rho = 1.22521 \text{ kg/m}^3$ )

### Rješenje 316

$$Q = 5 \text{ m}^3/\text{s}, \quad v = 2 \text{ m/s}, \quad \rho = 1.22521 \text{ kg/m}^3, \quad P = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera mase m tijela i njegova obujma V:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Protok Q je količina tekućine (obujam V) koji se popuni u jedinici vremena.

$$Q = \frac{V}{t} \Rightarrow V = Q \cdot t.$$

Računamo snagu ventilatora.

$$\left. \begin{array}{l} P = \frac{W}{t} \\ W = E_k \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{E_k}{t} \Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{t} \Rightarrow P = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot t} \Rightarrow [m = \rho \cdot V] \Rightarrow P = \frac{\rho \cdot V \cdot v^2}{2 \cdot t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [V = Q \cdot t] \Rightarrow P = \frac{\rho \cdot Q \cdot t \cdot v^2}{2 \cdot t} \Rightarrow P = \frac{\rho \cdot Q \cdot t \cdot v^2}{2 \cdot t} \Rightarrow P = \frac{\rho \cdot Q \cdot v^2}{2} =$$

$$= \frac{1.22521 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 5 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2} = 12.25 \text{ W}.$$



### Vježba 316

Protok zraka kroz uređaj za klimatizaciju je  $20 \text{ m}^3/\text{s}$ . Brzina protjecanja zraka kroz uređaj iznosi  $1 \text{ m/s}$ . Kolika je snaga ventilatora u uređaju? (gustoća zraka  $\rho = 1.22521 \text{ kg/m}^3$ )

**Rezultat:** 12.25 W.

### Zadatak 317 (Dino, gimnazija)

Rijekom Savom protječe prosječno  $400 \text{ m}^3$  vode u sekundi brzinom  $0.8 \text{ m/s}$ . Kolika je snaga vodenog toka? (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

### Rješenje 317

$$V = 400 \text{ m}^3, \quad t = 1 \text{ s}, \quad v = 0.8 \text{ m/s}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad P = ?$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera mase  $m$  tijela i njegova obujma  $V$ :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga  $P$  jednaka je omjeru rada  $W$  i vremena  $t$  za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Računamo snagu vodenog toka.

$$\left. \begin{array}{l} P = \frac{W}{t} \\ W = E_k \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ m = \rho \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P = \frac{W}{t} \\ W = E_k \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P = \frac{W}{t} \\ W = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot v^2}{t} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 400 \text{ m}^3 \cdot \left(0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{1 \text{ s}} = 128000 \text{ W} = 128 \text{ kW}.$$



### Vježba 317

Rijekom Savom protječe prosječno  $800 \text{ m}^3$  vode u dvije sekunde brzinom  $2.88 \text{ km/h}$ . Kolika je snaga vodenog toka? (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

**Rezultat:** 128 kW.

### Zadatak 318 (Predator, tehnička škola)

Predmet izbačen vertikalno brzinom  $20 \text{ m/s}$  došao je do visine  $18 \text{ m}$ . Kolikom će brzinom pasti ako je gubitak energije zbog otpora zraka jednak pri usponu i padu? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 318

$v_1 = 20 \text{ m/s}$ ,  $h = 18 \text{ m}$ ,  $W$  – gubitak energije pri usponu i padu,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ,  
 $v_2 = ?$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase  $m$  ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je  $g$  akceleracija slobodnog pada, a  $h$  vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

#### Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Kinetička energija  $E_{k1}$  predmeta pri izbacivanju vertikalno uvis jednaka je zbroju njegove gravitacijske potencijalne energije  $E_{gp}$  na visini  $h$  i energije otpora zraka  $W$ .

$$E_{k1} = E_{gp} + W.$$

Gravitacijska potencijalna energija  $E_{gp}$  predmeta na visini  $h$  jednaka je zbroju njegove kinetičke energije  $E_{k2}$  koju ima pri padu brzinom  $v_2$  na tlo i energije otpora zraka  $W$ .

$$E_{gp} = E_{k2} + W.$$

Iz sustava jednadžbi dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} E_{k1} = E_{gp} + W \\ E_{gp} = E_{k2} + W \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} E_{k1} - E_{gp} = W \\ E_{gp} - E_{k2} = W \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow E_{k1} - E_{gp} = E_{gp} - E_{k2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{k2} = E_{gp} - E_{k1} + E_{gp} \Rightarrow E_{k2} = 2 \cdot E_{gp} - E_{k1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 = 2 \cdot m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 = 2 \cdot m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 4 \cdot g \cdot h - v_1^2 \Rightarrow v_2^2 = 4 \cdot g \cdot h - v_1^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v_2 = \sqrt{4 \cdot g \cdot h - v_1^2} =$$

$$= \sqrt{4 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 18 \text{ m} - \left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 17.50 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Vježba 318

Predmet izbačen vertikalno brzinom 200 dm/s došao je do visine 0.018 km. Kolikom će brzinom pasti ako je gubitak energije zbog otpora zraka jednak pri usponu i padu? (ubrzanje alobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 17.50 m/s.

### Zadatak 319 (Alma, gimnazija)

Raketa mase 50 kg giba se horizontalno brzinom 600 m/s i u jednom trenutku od nje se odvoji dio mase 30 kg te nastavi gibati brzinom 900 m/s u istom smjeru. Kolika je brzina gibanja ostatka rakete?

#### Rješenje 319

$$m = 50 \text{ kg}, \quad v = 600 \text{ m/s}, \quad m_1 = 30 \text{ kg}, \quad v_1 = 900 \text{ m/s}, \\ m_2 = m - m_1 = 50 \text{ kg} - 30 \text{ kg} = 20 \text{ kg}, \quad v_2 = ?$$

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska veličina.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}, \quad p = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

#### Zakon održanja količine gibanja

Zbroj količina gibanja dva tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja. To vrijedi i za više od dva tijela.

Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela masa  $m_1$  i  $m_2$ , kojima su početne brzine bile  $v_1$  i  $v_2$ , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja  $v_1'$  i  $v_2'$ , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

Zbog zakona održanja količine gibanja količina gibanja rakete prije raspada jednaka je zbroju količina gibanja njezinih dijelova nakon raspada rakete.



$$m \cdot v = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 \Rightarrow m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m \cdot v \Rightarrow m_2 \cdot v_2 = m \cdot v - m_1 \cdot v_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 \cdot v_2 = m \cdot v - m_1 \cdot v_1 \cdot \frac{1}{m_2} \Rightarrow v_2 = \frac{m \cdot v - m_1 \cdot v_1}{m_2} = \frac{50 \text{ kg} \cdot 600 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 30 \text{ kg} \cdot 900 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{20 \text{ kg}} = 150 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Predznak plus (+) znači da se i drugi dio rakete nastavio gibati u istom smjeru.

### Vježba 319

Raketa mase 50 kg giba se horizontalno brzinom 600 m/s i u jednom trenutku od nje se odvoji dio mase 20 kg te nastavi gibati brzinom 150 m/s u istom smjeru. Kolika je brzina gibanja ostatka rakete?

**Rezultat:** 900 m/s.

### Zadatak 320 (Grga, srednja škola)

Za koliko treba povećati snagu lokomotive da bi mogla kompoziciji vagona mase 400 t povećati brzinu sa 36 km/h na 72 km/h za 2 min?

#### Rješenje 320

$$m = 400 \text{ t} = 4 \cdot 10^5 \text{ kg}, \quad v_1 = 36 \text{ km/h} = [36 : 3.6] = 10 \text{ m/s}, \\ v_2 = 72 \text{ km/h} = [72 : 3.6] = 20 \text{ m/s}, \quad \Delta t = 2 \text{ min} = 120 \text{ s}, \quad \Delta P = ?$$

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju



$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E_k.$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Računamo povećanje snage.

$$\left. \begin{array}{l} W = \Delta E_k \\ \Delta P = \frac{W}{\Delta t} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta P = \frac{\Delta E_k}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = \frac{E_{k2} - E_{k1}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta P = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = \frac{m \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{2 \cdot \Delta t} =$$

$$= \frac{4 \cdot 10^5 \text{ kg} \cdot \left( \left( 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - \left( 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right)}{2 \cdot 120 \text{ s}} = 500000 \text{ W} = 0.5 \text{ MW}.$$

### Vježba 320

Za koliko treba povećati snagu lokomotive da bi mogla kompoziciji vagona mase 800 t povećati brzinu sa 36 km/h na 72 km/h za 4 min? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 0.5 MJ.