

Zadatak 281 (Luka, strukovna škola)

Kuglica mase 0.02 kg izbacuje se praćkom. Prilikom izbacivanja kuglice elastična vrpca praćke produži se za 0.25 m. Konstanta elastičnosti vrpce iznosi 100 N/m. Kolikom brzinom kuglica izleti iz praćke?

Rješenje 281

$$m = 0.02 \text{ kg}, \quad x = 0.25 \text{ m}, \quad k = 100 \text{ N/m}, \quad v = ?$$

Titranje je periodično gibanje oko ravnotežnog položaja. Periodično gibanje je gibanje koje se ponavlja nakon određenog vremenskog intervala (perioda). Najjednostavnije titranje je harmoničko titranje, tj. titranje koje uzrokuje harmonijska (elastična) sila. Ona je razmjerna pomaku iz ravnotežnog položaja:

$$F = -k \cdot x.$$

Pomaknemo li oprugu iz ravnotežnog položaja stiskanjem ili rastezanjem, ona titra oko tog položaja. Svaki pomak od ravnotežnog položaja nazivamo elongacijom, a najveći pomak od položaja ravnoteže nazivamo amplitudom. Elastična potencijalna energija opruge dana je formulom

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2,$$

gdje je x pomak od ravnotežnog položaja, k koeficijent elastičnosti opruge. Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Prema zakonu očuvanja energije kinetička energija kuglice pri izlijetanju iz praćke jednaka je elastičnoj potencijalnoj energiji praćke.

$$\begin{aligned} E_k &= E_{ep} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{k \cdot x^2}{m} \Rightarrow \\ \Rightarrow v^2 &= \frac{k \cdot x^2}{m} \quad \checkmark \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k \cdot x^2}{m}} \Rightarrow v = x \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = 0.25 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{100 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{0.02 \text{ kg}}} = 17.68 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$



Vježba 281

Kuglica mase 0.04 kg izbacuje se praćkom. Prilikom izbacivanja kuglice elastična vrpca praćke produži se za 0.25 m. Konstanta elastičnosti vrpce iznosi 200 N/m. Kolikom brzinom kuglica izleti iz praćke?

Rezultat: 17.68 m/s.

Zadatak 282 (Luka, strukovna škola)

Kugla mase 0.3 kg udari u mirujuću kuglu mase 0.5 kg brzinom 2 m/s i odbije se u suprotnome smjeru brzinom 0.5 m/s. Kolikom se brzinom nakon sudara giba kugla veće mase?

Rješenje 282

$m_1 = 0.3 \text{ kg}, \quad v_2 = 0 \text{ m/s}$ **kugla miruje**, $m_2 = 0.5 \text{ kg}, \quad v_1 = 2 \text{ m/s}, \quad v_1' = -0.5 \text{ m/s}$
suprotan smjer, $v_2' = ?$

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska

veličina.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \quad , \quad p = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

Zakon o sačuvanju količine gibanja

Zbroj količina gibanja dva tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja. To vrijedi i za više od dva tijela.

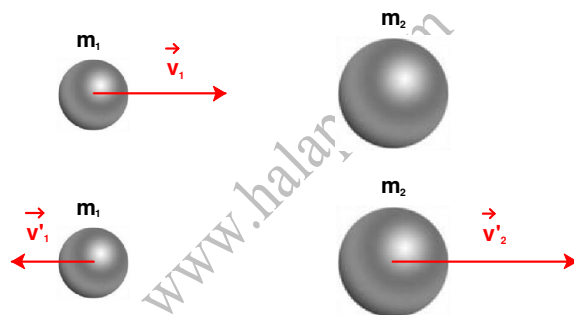
Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela masa m_1 i m_2 , kojima su početne brzine bile v_1 i v_2 , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja v_1' i v_2' , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

Zbroj količina gibanja obaju tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja.

Računamo brzinu v_2' kugle veće mase nakon sudara.

$$\begin{aligned} m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 &= m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' \Rightarrow m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot 0 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' \Rightarrow m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_2 \cdot v_2' = m_1 \cdot v_1 - m_1 \cdot v_1' \Rightarrow m_2 \cdot v_2' = m_1 \cdot (v_1 - v_1') \Rightarrow m_2 \cdot v_2' = m_1 \cdot (v_1 - v_1') \cdot \frac{1}{m_2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_2' = \frac{m_1 \cdot (v_1 - v_1')}{m_2} = \frac{0.3 \text{ kg} \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}} - \left(-0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \right)}{0.5 \text{ kg}} = \frac{0.3 \text{ kg} \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)}{0.5 \text{ kg}} = 1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$



Vježba 282

Kugla mase 0.6 kg udari u mirujuću kuglu mase 1 kg brzinom 2 m/s i odbije se u suprotnome smjeru brzinom 0.5 m/s. Kolikom se brzinom nakon sudara giba kugla veće mase?

Rezultat: 1.5 m/s.

Zadatak 283 (Sanja, strukovna škola)

Snaga kojom Sunce zrači iznosi $3.8 \cdot 10^{26}$ W. Za koliko će se vremena masa Sunca smanjiti za 1% uz pretpostavku da će snaga zračenja Sunca ostati čitavo vrijeme stalna. Masa Sunca iznosi $2 \cdot 10^{30}$ kg. (brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rješenje 283

$$P = 3.8 \cdot 10^{26} \text{ W stalna}, \quad p = 1\% = 0.01, \quad m = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad \Delta t = ?$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Masa tijela m i energija povezane su relacijom

$$E = m \cdot c^2$$

gdje je c brzina svjetlosti.

Neka je Δm postotni iznos za koji se umanjila masa m Sunca nakon vremena Δt .

$$p = \frac{\Delta m}{m} \Rightarrow p = \frac{\Delta m}{m} \cdot m \Rightarrow \Delta m = p \cdot m.$$

Tada vrijeme Δt za koje se smanji masa Sunca iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} P = \frac{W}{\Delta t}, \quad W = \Delta E \\ \Delta E = \Delta m \cdot c^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \\ \Delta E = \Delta m \cdot c^2 \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{\Delta m \cdot c^2}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{p \cdot m \cdot c^2}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = \frac{p \cdot m \cdot c^2}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta t}{P} \Rightarrow \Delta t = \frac{p \cdot m \cdot c^2}{P} = \frac{0.01 \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ kg} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{3.8 \cdot 10^{26} \text{ W}} = 4.74 \cdot 10^{18} \text{ s}.$$



Vježba 283

Snaga kojom Sunce zrači iznosi $3.8 \cdot 10^{26} \text{ W}$. Za koliko će se vremena masa Sunca smanjiti za 2% uz pretpostavku da će snaga zračenja Sunca ostati čitavo vrijeme stalna. Masa Sunca iznosi $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$. (brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rezultat: $9.47 \cdot 10^{18} \text{ J}$.

Zadatak 284 (Matija, srednja škola)

Predmet je bačen vertikalno prema dolje s visine 80 m početnom brzinom 20 m/s. Kolika mu je brzina na visini 30 m? (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 284

$$h = 80 \text{ m}, \quad v_0 = 20 \text{ m/s}, \quad h_1 = 30 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijede izrazi:

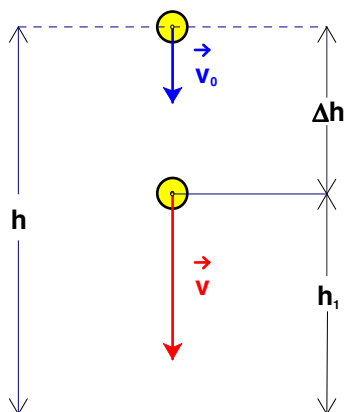
$$v = g \cdot t, \quad h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad v^2 = 2 \cdot g \cdot h,$$

gdje su v brzina pada, h visina pada, g ubrzanje sile teže.

Vertikalni hitac prema dolje je složeno gibanje koje se sastoji od jednolikoga pravocrtnog gibanja s početnom brzinom v_0 u vertikalnom pravcu prema dolje i slobodnog pada. Za vertikalni hitac prema dolje vrijede izrazi:

$$v = v_0 + g \cdot t, \quad h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h,$$

gdje su v brzina pada, h visina pada, g ubrzanje sile teže.



1. inačica

Označimo slovom h visinu sa koje je predmet bačen vertikalno prema dolje početnom brzinom v_0 . Slovom h_1 obilježiti ćemo visinu na kojoj se predmet nalazi kad postigne brzinu v . Tada je prewalkljeni put

$$\Delta h = h - h_1 = 80 \text{ m} - 30 \text{ m} = 50 \text{ m}.$$

Za gibanje bačenog predmeta vrijedi sustav jednađbi:

$$\left. \begin{aligned} v &= v_0 + g \cdot t \\ \Delta h &= v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_0 + g \cdot t &= v \\ v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 &= \Delta h \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} g \cdot t &= v - v_0 \\ v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 &= \Delta h \cdot 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} g \cdot t &= v - v_0 \quad / : g \\ 2 \cdot v_0 \cdot t + g \cdot t^2 &= 2 \cdot \Delta h \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} t &= \frac{v - v_0}{g} \\ 2 \cdot v_0 \cdot t + g \cdot t^2 &= 2 \cdot \Delta h \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot v_0 \cdot \frac{v - v_0}{g} + g \cdot \left(\frac{v - v_0}{g} \right)^2 = 2 \cdot \Delta h \Rightarrow \frac{2 \cdot v_0 \cdot v - 2 \cdot v_0^2}{g} + g \cdot \frac{v^2 - 2 \cdot v \cdot v_0 + v_0^2}{g^2} = 2 \cdot \Delta h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot v_0 \cdot v - 2 \cdot v_0^2}{g} + g \cdot \frac{v^2 - 2 \cdot v \cdot v_0 + v_0^2}{g^2} = 2 \cdot \Delta h \Rightarrow \frac{2 \cdot v_0 \cdot v - 2 \cdot v_0^2}{g} + \frac{v^2 - 2 \cdot v \cdot v_0 + v_0^2}{g} = 2 \cdot \Delta h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot v_0 \cdot v - 2 \cdot v_0^2 + v^2 - 2 \cdot v \cdot v_0 + v_0^2}{g} = 2 \cdot \Delta h \Rightarrow \frac{2 \cdot v_0 \cdot v - 2 \cdot v_0^2 + v^2 - 2 \cdot v \cdot v_0 + v_0^2}{g} = 2 \cdot \Delta h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v^2 - v_0^2}{g} = 2 \cdot \Delta h \Rightarrow \frac{v^2 - v_0^2}{g} = 2 \cdot \Delta h \cdot g \Rightarrow v^2 - v_0^2 = 2 \cdot \Delta h \cdot g \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta h \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta h} = \sqrt{\left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 + 2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 50 \text{ m}} = 37.16 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2. inačica

Na visini h predmet ima brzinu v_0 , a njegova ukupna mehanička energija jednaka je zbroju gravitacijske potencijalne i kinetičke energije.

$$E_1 = E_{gp1} + E_{k1} \Rightarrow E_1 = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2.$$

Na visini h_1 predmet ima brzinu v , a njegova ukupna mehanička energija jednaka je zbroju

gravitacijske potencijalne i kinetičke energije.

$$E_2 = E_{gp2} + E_{k2} \Rightarrow E_2 = m \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Iz zakona o očuvanju energije slijedi:

$$\begin{aligned} E_2 &= E_1 \Rightarrow m \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow m \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow 2 \cdot g \cdot h_1 + v^2 = 2 \cdot g \cdot h + v_0^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h + v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h - 2 \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot (h - h_1) \Rightarrow \\ &\Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta h \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta h \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta h} = \sqrt{\left(20 \frac{m}{s}\right)^2 + 2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 50 m} = 37.16 \frac{m}{s}. \end{aligned}$$

Vježba 284

Predmet je bačen vertikalno prema dolje s visine 80 m početnom brzinom 72 km/h. Kolika mu je brzina na visini 30 m? (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 37.16 m/s.

Zadatak 285 (Silvy, medicinska škola)

Kamen mase 1 kg bačen je s visine 60 m početnom brzinom 5 m/s prema dolje. U zemlju udari brzinom 34 m/s. Kolika se energija utroši zbog savladavanja otpora zraka? (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 285

$$m = 1 \text{ kg}, \quad h = 60 \text{ m}, \quad v_0 = 5 \text{ m/s}, \quad v = 34 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta E = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Kamen mase m bačen je s visine h početnom brzinom v_0 pa ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2$$

i gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h.$$

Pri padu na zemlju ima samo kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Dio energije ΔE utroši se zbog savladavanja otpora zraka. Iz zakona očuvanja energije slijedi:

$$\begin{aligned} \Delta E + E_{k2} &= E_{k1} + E_{gp} \Rightarrow \Delta E = E_{k1} + E_{gp} - E_{k2} \Rightarrow \Delta E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta E &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h - v^2) = \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ kg} \cdot \left(\left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 + 2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 60 \text{ m} - \left(34 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) = 23.1 \text{ J}. \end{aligned}$$

Vježba 285

Kamen mase 2 kg bačen je s visine 60 m početnom brzinom 5 m/s prema dolje. U zemlju udari brzinom 34 m/s. Kolika se energija utroši zbog savladavanja otpora zraka? (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 46.2 J.

Zadatak 286 (Silvy, medicinska škola)

Uteg mase 8 kg iz mirovanja se giba s vrha kosine visine 3 m. Za vrijeme klizanja utega niz kosinu u toplinu je pretvorena količina energije 229.7 J. Kolika je brzina utega u podnožju kosine? (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 286

$$m = 8 \text{ kg}, \quad h = 3 \text{ m}, \quad E = 229.7 \text{ J}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Uteg mase m , u mirovanju, na vrhu kosine, visine h , ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h.$$

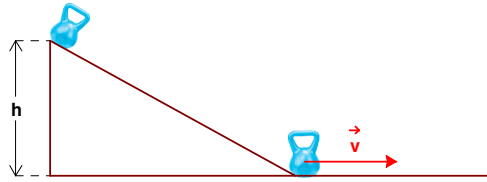
U podnožju kosine uteg se giba brzinom v pa mu kinetička energija iznosi

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Za vrijeme klizanja utega niz kosinu dio se energije pretvorio u toplinu Q . Zbog zakona očuvanja energije vrijedi:

$$\begin{aligned} Q + E_k &= E_{gp} \Rightarrow E_k = E_{gp} - Q \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h - Q \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= m \cdot g \cdot h - Q \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h - \frac{2 \cdot Q}{m} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h - \frac{2 \cdot Q}{m}} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h - \frac{2 \cdot Q}{m}} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ m} - \frac{2 \cdot 229.7 \text{ J}}{8 \text{ kg}}} = 1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Vježba 286

Uteg mase 16 kg iz mirovanja se giba s vrha kosine visine 3 m. Za vrijeme klizanja utega niz kosinu u toplinu je pretvorena količina energije 459.4 J. Kolika je brzina utega u podnožju kosine? (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 1.2 m/s.

Zadatak 287 (Mario, srednja škola)

Kamen mase 200 g bacimo s mosta visokog 12 m. Kamen padne u vodu brzinom 10 m/s. Odredite silu otpora zraka. (ubrzanje sile teže $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 287

$$m = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}, \quad h = 12 \text{ m}, \quad v = 10 \text{ m/s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Kamen je na vrhu mosta imao gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h$$

Kada padne u vodu ima energiju u obliku kinetičke energije.

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Na zrak je prešla energija

$$\Delta E = E_{gp} - E_k$$

Rad W utrošen na savladavanje otpora zraka jednak je promjeni energije ΔE .

$$\begin{aligned}
W = \Delta E &\Rightarrow W = E_{gp} - E_k \Rightarrow F \cdot h = m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow F \cdot h = m \cdot \left(g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot v^2 \right) \Rightarrow \\
&\Rightarrow F \cdot h = m \cdot \left(g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot v^2 \right) \cdot \frac{1}{h} \Rightarrow F = \frac{m}{h} \cdot \left(g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot v^2 \right) = \\
&= \frac{0.2 \text{ kg}}{12 \text{ m}} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 12 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) = 1.17 \text{ N}.
\end{aligned}$$

Vježba 287

Kamen mase 400 g bacimo s mosta visokog 12 m. Kamen padne u vodu brzinom 10 m/s. Odredite silu otpora zraka. (ubrzanje sile teže $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 2.33 N.

Zadatak 288 (Dajana, građevinska škola)

Tijelo mase 10 kg slobodno pada. Na kraju puta od 5 m ima kinetičku energiju približno jednaku:

A. 10 J B. 50 J C. 100 J D. 500 J

(ubrzanje sile teže $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 288

$$m = 10 \text{ kg}, \quad h = 5 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad E_k = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima **kinetičku energiju**

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h,$$

gdje su h visina pada, g ubrzanje sile teže.

1. inačica

Kinetička energija tijela mase m , koje slobodno pada, na kraju puta (visine) h iznosi:

$$\left. \begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ v^2 &= 2 \cdot g \cdot h \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_k = m \cdot g \cdot h = 10 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ m} = 500 \text{ J}.$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

Zbog zakona o očuvanju energije kinetička energija tijela na kraju puta (visine) h jednaka je njegovoj gravitacijskoj potencijalnoj energiji na početku puta (visine) h.

$$\left. \begin{aligned} E_k &= E_{gp} \\ E_{gp} &= m \cdot g \cdot h \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_k = m \cdot g \cdot h = 10 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ m} = 500 \text{ J}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 288

Tijelo mase 1 kg slobodno pada. Na kraju puta od 5 m ima kinetičku energiju približno jednaku:

- A. 10 J B. 50 J C. 100 J D. 500 J

(ubrzanje sile teže $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: B.

Zadatak 289 (Mira, srednja škola)

Ana djeluje na tijelo stalnom silom od 20 N i pomakne ga za 3 m tijekom 10 s. Ivo djeluje na tijelo stalnom silom od 20 N i pomakne ga također za 3 m, ali tijekom jedne minute. Usporedite radove Ane i Ive.

- A. Ana obavi više rada i snažnija je.
 B. Ivo obavi više rada i snažniji je.
 C. Rad koji obave Ana i Ivo je jednak, Ana je snažnija.
 D. Rad koji obave Ana i Ivo je jednak, Ivo je snažniji.

Rješenje 289

$$F_1 = 20 \text{ N}, \quad s_1 = 3 \text{ m}, \quad t_1 = 10 \text{ s}, \quad F_2 = 20 \text{ N}, \quad s_2 = 3 \text{ m}, \quad t_2 = 1 \text{ min} = 60 \text{ s},$$

$$W_1 = ?, \quad P_1 = ?, \quad W_2 = ?, \quad P_2 = ?$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Rad koji obavi Ana djelujući stalnom silom F_1 na putu s_1 iznosi:

$$W_1 = F_1 \cdot s_1 = 20 \text{ N} \cdot 3 \text{ m} = 60 \text{ J}.$$

Njezina snaga je:

$$P_1 = \frac{W_1}{t_1} \Rightarrow P_1 = \frac{F_1 \cdot s_1}{t_1} = \frac{20 \text{ N} \cdot 3 \text{ m}}{10 \text{ s}} = 6 \text{ W}.$$

Rad koji obavi Ivo djelujući stalnom silom F_2 na putu s_2 iznosi:

$$W_2 = F_2 \cdot s_2 = 20 \text{ N} \cdot 3 \text{ m} = 60 \text{ J}.$$

Njegova snaga je:

$$P_2 = \frac{W_2}{t_2} \Rightarrow P_2 = \frac{F_2 \cdot s_2}{t_2} = \frac{20 \text{ N} \cdot 3 \text{ m}}{60 \text{ s}} = 1 \text{ W}.$$

Rad koji obave Ana i Ivo je jednak, ali je Ana snažnija. Odgovor je pod C.

Vježba 289

Ana djeluje na tijelo stalnom silom od 30 N i pomakne ga za 2 m tijekom 10 s. Ivo djeluje na tijelo stalnom silom od 20 N i pomakne ga također za 3 m, ali tijekom jedne minute. Usporedite radove Ane i Ive.

- A. Ana obavi više rada i snažnija je.
- B. Ivo obavi više rada i snažniji je.
- C. Rad koji obave Ana i Ivo je jednak, Ana je snažnija.
- D. Rad koji obave Ana i Ivo je jednak, Ivo je snažniji.

Rezultat: C.

Zadatak 290 (Mira, srednja škola)

Tijelo mase 1 kg klizi niz kosinu. Na vrhu kosine visine 0.1 m brzina tijela jednaka je nuli, a u podnožju 1 m/s. ($g \approx 10 \text{ m/s}^2$). Rad sile trenja jednak je:

- A. 1 J B. 2 J C. 0.5 J D. 0.25 J

Rješenje 290

$$m = 1 \text{ kg}, \quad h = 0.1 \text{ m}, \quad v = 1 \text{ m/s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad W = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Da bi se tijelu povećala kinetička energija, mora okolica na njemu obaviti rad. Ako se tijelu smanjuje kinetička energija, tijelo obavlja rad.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Budući da na vrhu kosine, visine h , tijelo miruje, ima samo gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h.$$

U podnožju kosine tijelo ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Rad sile trenja jednak je razlici gravitacijske potencijalne i kinetičke energije tijela.

$$W = E_{gp} - E_k \Rightarrow W = m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow W = m \cdot \left(g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot v^2 \right) =$$

$$= 1 \text{ kg} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.1 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot \left(1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) = 0.5 \text{ J}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 290

Tijelo mase 2 kg klizi niz kosinu. Na vrhu kosine visine 0.1 m brzina tijela jednaka je nuli, a u podnožju 1 m/s. ($g \approx 10 \text{ m/s}^2$). Rad sile trenja jednak je:

- A. 1 J B. 2 J C. 0.5 J D. 0.25 J

Rezultat: A.

Zadatak 291 (Lucy, gimnazija)

Da bi se tijelo mase 10 kg ubrzalo od početne brzine 5 m/s do brzine 15 m/s za 4 sekunde, treba uložiti srednju snagu od:

- A. 25 W B. 250 W C. 500 W D. 750 W

Rješenje 291

$$m = 10 \text{ kg}, \quad v_1 = 5 \text{ m/s}, \quad v_2 = 15 \text{ m/s}, \quad t = 4 \text{ s}, \quad P = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Da bi se tijelu povećala kinetička energija, mora okolica na njemu obaviti rad. Ako se tijelu smanjuje kinetička energija, tijelo obavlja rad.

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Rad koji je obavljen pri povećanju brzine tijelu jednak je promijeni njegove kinetičke energije.

$$W = E_{k2} - E_{k1} \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2).$$

Uložena snaga za ubrzanje tijela iznosi:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{t} \Rightarrow P = \frac{m \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{2 \cdot t} = \frac{10 \text{ kg} \cdot \left(\left(15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - \left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right)}{2 \cdot 4 \text{ s}} = 250 \text{ W}.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 291

Da bi se tijelo mase 20 kg ubrzalo od početne brzine 5 m/s do brzine 15 m/s za 8 sekundi, treba uložiti srednju snagu od:

- A. 25 W B. 250 W C. 500 W D. 750 W

Rezultat: B.

Zadatak 292 (Lucy, gimnazija)

Tijelo ispustimo s visine h pa ono udarivši o tlo izgubi 10% svoje energije i odskoči natrag u vis. Koju visinu će tijelo postići nakon trećeg odskoka?

Rješenje 292

$$h, \quad p = 10\% = 0.10 = 0.1, \quad h_3 = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o

međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Nakon prvog odskoka tijelo je izgubilo 10% svoje gravitacijske potencijalne energije pa se popelo na visinu h_1 za koju vrijedi:

$$\begin{aligned} E_{gp1} &= E_{gp} - 0.1 \cdot E_{gp} \Rightarrow E_{gp1} = 0.9 \cdot E_{gp} \Rightarrow m \cdot g \cdot h_1 = 0.9 \cdot m \cdot g \cdot h \Rightarrow \\ &\Rightarrow m \cdot g \cdot h_1 = 0.9 \cdot m \cdot g \cdot h \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow h_1 = 0.9 \cdot h. \end{aligned}$$

Nakon drugog odskoka tijelo je izgubilo 10% svoje gravitacijske potencijalne energije pa se popelo na visinu h_2 za koju vrijedi:

$$\begin{aligned} E_{gp2} &= E_{gp1} - 0.1 \cdot E_{gp1} \Rightarrow E_{gp2} = 0.9 \cdot E_{gp1} \Rightarrow m \cdot g \cdot h_2 = 0.9 \cdot m \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow m \cdot g \cdot h_2 = 0.9 \cdot m \cdot g \cdot h_1 \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow h_2 = 0.9 \cdot h_1 \Rightarrow h_2 = 0.9 \cdot 0.9 \cdot h \Rightarrow h_2 = 0.9^2 \cdot h. \end{aligned}$$

Nakon trećeg odskoka tijelo je izgubilo 10% svoje gravitacijske potencijalne energije pa se popelo na visinu h_3 za koju vrijedi:

$$\begin{aligned} E_{gp3} &= E_{gp2} - 0.1 \cdot E_{gp2} \Rightarrow E_{gp3} = 0.9 \cdot E_{gp2} \Rightarrow m \cdot g \cdot h_3 = 0.9 \cdot m \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow m \cdot g \cdot h_3 = 0.9 \cdot m \cdot g \cdot h_2 \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow h_3 = 0.9 \cdot h_2 \Rightarrow h_3 = 0.9 \cdot 0.9^2 \cdot h \Rightarrow h_3 = 0.9^3 \cdot h. \end{aligned}$$

Vježba 292

Tijelo ispustimo s visine h pa ono udarivši o tlo izgubi 10% svoje energije i odskoči natrag u vis. Koju visinu će tijelo postići nakon drugog odskoka?

Rezultat: $0.81 \cdot h$.

Zadatak 293 (Josip, srednja škola)

Tijelo mase 200 g slobodno pada početnom brzinom 4 m/s. Odredi kinetičku energiju tijela poslije 0.6 s. (ubrzanje sile teže $g = 10 \text{ m/s}^2$)

A. 5 J B. 10 J C. 15 J D. 20 J

Rješenje 293

$$m = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}, \quad v_0 = 4 \text{ m/s}, \quad t = 0.6 \text{ s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad E_k = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = a \cdot t,$$

gdje je v brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za brzinu:

$$v = v_0 + a \cdot t.$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$v = g \cdot t,$$

gdje su v brzina pada, g ubrzanje sile teže. Ako tijelo slobodno pada početnom brzinom v_0 tada za

trenutnu brzinu v vrijedi:

$$v = v_0 + g \cdot t.$$

Kinetička energija tijela iznosi:

$$\left. \begin{aligned} v &= v_0 + g \cdot t \\ E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_0 + g \cdot t)^2 =$$
$$= \frac{1}{2} \cdot 0.2 \text{ kg} \cdot \left(4 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.6 \text{ s} \right)^2 = 10 \text{ J}.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 293

Tijelo mase 200 g slobodno pada početnom brzinom 6 m/s. Odredi kinetičku energiju tijela poslije 0.4 s. (ubrzanje sile teže $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A. 5 J B. 10 J C. 15 J D. 20 J

Rezultat: B.

Zadatak 294 (Josip, srednja škola)

Tijelo mase m jednoliko ubrzava iz stanja mirovanja i za vrijeme t prijeđe put s . Izračunajte obavljeni rad.

- A. $\frac{m \cdot s^2}{2 \cdot t^2}$ B. $\frac{m \cdot t^2}{2 \cdot s^2}$ C. $\frac{2 \cdot m \cdot s^2}{t^2}$ D. $\frac{2 \cdot m \cdot t^2}{2 \cdot s^2}$

Rješenje 294

m , t , s , $W = ?$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila F . Akceleracija a tijela je razmjerna sili i ima smjer sile. Konstanta proporcionalnosti između sile i akceleracije je masa tijela m .

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot s}{t^2}, \quad s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \Rightarrow v = \frac{2 \cdot s}{t},$$

gdje su s i v put, odnosno brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

1. inačica

Obavljeni rad W iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot a, \quad a = \frac{2 \cdot s}{t^2} \\ W = F \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = m \cdot \frac{2 \cdot s}{t^2} \\ W = F \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow W = m \cdot \frac{2 \cdot s}{t^2} \cdot s \Rightarrow W = \frac{2 \cdot m \cdot s^2}{t^2}.$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$\left. \begin{array}{l} W = E_k \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2, \quad v = \frac{2 \cdot s}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} W = E_k \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{2 \cdot s}{t} \right)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{2 \cdot s}{t} \right)^2 \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{4 \cdot s^2}{t^2} \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{4 \cdot s^2}{t^2} \Rightarrow W = \frac{2 \cdot m \cdot s^2}{t^2}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 294

Tijelo mase m jednoliko ubrzava iz stanja mirovanja i za vrijeme t prijeđe put s . Izračunajte kinetičku energiju.

A. $\frac{m \cdot s^2}{2 \cdot t^2}$ B. $\frac{m \cdot t^2}{2 \cdot s^2}$ C. $\frac{2 \cdot m \cdot s^2}{t^2}$ D. $\frac{2 \cdot m \cdot t^2}{2 \cdot s^2}$

Rezultat: C.

Zadatak 295 (Ivan, srednja škola)

Kada silom od 100 N vučemo teret na putu od 11.55 m obavimo rad 1 kJ. Pod kojim je kutom djelovala vučna sila?

A. 25^0 B. 30^0 C. 35^0 D. 40^0

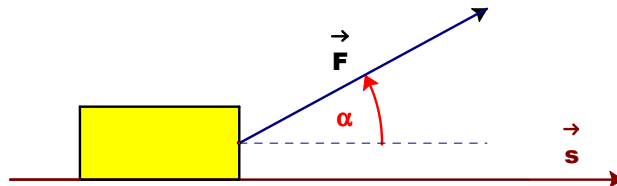
Rješenje 295

$$F = 100 \text{ N}, \quad s = 11.55 \text{ m}, \quad W = 1 \text{ kJ} = 1000 \text{ J}, \quad \alpha = ?$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Rad W stalne sile F na putu s je

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha,$$

gdje je α kut između smjera sile i smjera puta.



Vučna sila djelovala je pod kutom:

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha \Rightarrow W = F \cdot s \cdot \cos \alpha / \frac{1}{F \cdot s} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{W}{F \cdot s} \Rightarrow \alpha = \cos^{-1} \left(\frac{W}{F \cdot s} \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \alpha = \cos^{-1} \left(\frac{1000 \text{ J}}{100 \text{ N} \cdot 11.55 \text{ m}} \right) \Rightarrow \alpha = \cos^{-1} \left(\frac{1000 \text{ J}}{100 \text{ N} \cdot 11.55 \text{ m}} \right) \Rightarrow \alpha = \cos^{-1} \left(\frac{1000}{1155} \right) \Rightarrow \alpha \approx 30^0.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 295

Kada silom od 200 N vučemo teret na putu od 11.55 m obavimo rad 2 kJ. Pod kojim je kutom djelovala vučna sila?

- A. 25° B. 30° C. 35° D. 40°

Rezultat: B.

Zadatak 296 (Emmy, gimnazija)

Automobil, mase 800 kg, jednoliko usporava i zaustavi se na putu od 7 metara za 2 sekunde. Kolika se energija pretvorila u toplinu? (Trenjem pri kočenju sva se kinetička energija automobila pretvorila u toplinu.)

Rješenje 296

$$m = 800 \text{ kg}, \quad s = 7 \text{ m}, \quad t = 2 \text{ s}, \quad E_k = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t,$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t . Za jednoliko usporeno gibanje vrijedi isti izraz.

Računamo kinetičku energiju automobila.

$$\left. \begin{array}{l} s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \cdot \frac{2}{t} \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v = \frac{2 \cdot s}{t} \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow$$
$$\Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{2 \cdot s}{t} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 800 \text{ kg} \cdot \left(\frac{2 \cdot 7 \text{ m}}{2 \text{ s}} \right)^2 = 19600 \text{ J}.$$

Vježba 296

Automobil, mase 800 kg, jednoliko usporava i zaustavi se na putu od 14 metara za 4 sekunde. Kolika se energija pretvorila u toplinu? (Trenjem pri kočenju sva se kinetička energija automobila pretvorila u toplinu.)

Rezultat: 19600 J.

Zadatak 297 (Emmy, gimnazija)

Kroz presjek rijeke protječe svake sekunde 8000 litara vode prosječnom brzinom 2 m/s. Kolika je snaga struje vode na tom mjestu?

Rješenje 297

$$t = 1 \text{ s}, \quad m = 8000 \text{ l} = [\text{za vodu vrijedi } 1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ kg}] = 8000 \text{ kg}, \quad v = 2 \text{ m/s},$$
$$P = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}$$

Snaga struje vode iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} P = \frac{W}{t} \\ W = E_k \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{E_k}{t} \Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{t} \Rightarrow P = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot t} = \frac{8000 \text{ kg} \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 1 \text{ s}} =$$

$$= 16000 \text{ W} = 16 \cdot 10^3 \text{ W} = 16 \text{ kW}.$$

Vježba 297

Kroz presjek rijeke protječe svake dvije sekunde 16000 litara vode prosječnom brzinom 2 m/s. Kolika je snaga struje vode na tom mjestu?

Rezultat: 16 kW.

Zadatak 298 (Emmy, gimnazija)

Kojom početnom brzinom v_0 treba baciti prema dolje loptu sa visine h da bi odskočila na visinu $2 \cdot h$? Gubitke mehaničke energije zanemarite. (g je ubrzanje sile teže)

Rješenje 298

$$h, \quad 2 \cdot h, \quad g, \quad v_0 = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Kada loptu bacimo početnom brzinom v_0 , sa visine h , prema dolje njezina ukupna energija pri padu na tlo jednaka je zbroju gravitacijske potencijalne i kinetičke energije.

$$E = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2.$$

Budući da lopta odskoči na visinu $2 \cdot h$, imat će gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot 2 \cdot h \Rightarrow E_{gp} = 2 \cdot m \cdot g \cdot h.$$

Zbog zakona o očuvanju energije ukupna energija lopte pri padu na tlo jednaka je gravitacijskoj potencijalnoj energiji na visini $2 \cdot h$.

$$E = E_{gp} \Rightarrow m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = 2 \cdot m \cdot g \cdot h \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = 2 \cdot m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = m \cdot g \cdot h \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = m \cdot g \cdot h \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v_0^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0^2 = 2 \cdot g \cdot h \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}.$$

Vježba 298

Kojom početnom brzinom v_0 treba baciti prema dolje loptu sa visine h da bi odskočila na visinu $4 \cdot h$? (Gubitke mehaničke energije zanemarite.)

Rezultat: $v_0 = \sqrt{6 \cdot g \cdot h}.$

Zadatak 299 (Ante, srednja škola)

Dječak na klizaljkama stoji na ledu iza sanjki. Odgurne sanjke davši im brzinu $v_1 = 10$ m/s, a on se pritom giba u suprotnom smjeru. Koliki rad obavi dječak ako je masa sanjki $m_1 = 15$ kg, a masa dječaka $m_2 = 45$ kg?

Rješenje 299

$$v_1 = 10 \text{ m/s}, \quad m_1 = 15 \text{ kg}, \quad m_2 = 45 \text{ kg}, \quad W = ?$$

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska veličina.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}, \quad p = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

Zakon održanja količine gibanja

Zbroj količina gibanja dva tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja. To vrijedi i za više od dva tijela.

Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela masa m_1 i m_2 , kojima su početne brzine bile v_1 i v_2 , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja v_1' i v_2' , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'.$$

Zbroj količina gibanja obaju tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Računamo brzinu dječaka v_2 . Budući da su brzine sanjki v_1 i dječaka v_2 suprotnog smjera, zakon očuvanja količine gibanja za sustav koji čine sanjke sa dječakom glasi:

$$\begin{aligned} m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot (-v_2) &= 0 \Rightarrow m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2 = 0 \Rightarrow -m_2 \cdot v_2 = -m_1 \cdot v_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow -m_2 \cdot v_2 &= -m_1 \cdot v_1 \quad / \cdot \left(-\frac{1}{m_2} \right) \Rightarrow v_2 = \frac{m_1 \cdot v_1}{m_2}. \end{aligned}$$

Rad W koji je dječak utrošio jednak je zbroju kinetičke energije sanjki koje se gibaju brzinom v_1 i kinetičke energije dječaka čija je brzina v_2 .

$$\begin{aligned} W = E_{k1} + E_{k2} &\Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \left(\frac{m_1 \cdot v_1}{m_2} \right)^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow W &= \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \frac{m_1^2 \cdot v_1^2}{m_2^2} \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \frac{m_1^2 \cdot v_1^2}{m_2^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow W &= \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{m_1^2 \cdot v_1^2}{m_2} \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 \cdot \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) = \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 15 \text{ kg} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{15 \text{ kg}}{45 \text{ kg}}\right) = 1000 \text{ J} = 1 \cdot 10^3 \text{ J} = 1 \text{ kJ}.$$



Vježba 299

Dječak na klizaljkama stoji na ledu iza sanjki. Odgurne sanjke davši im brzinu $v_1 = 36 \text{ km/h}$, a on se pritom giba u suprotnom smjeru. Koliki rad obavi dječak ako je masa sanjki $m_1 = 15 \text{ kg}$, a masa dječaka $m_2 = 45 \text{ kg}$?

Rezultat: 1 kJ.

Zadatak 300 (MaturantX, srednja škola)

Da se automobil ubrza iz stanja mirovanja do brzine 10 m/s treba uložiti rad W_0 . Zanemarite li silu trenja i otpor zraka, koliko je rada potrebno uložiti da se automobil ubrza od brzine 10 m/s do brzine 30 m/s ?

A. $8 \cdot W_0$ B. $4 \cdot W_0$ C. $3 \cdot W_0$ D. $2 \cdot W_0$

Rješenje 300

$$v_0 = 0 \text{ m/s}, \quad v_1 = 10 \text{ m/s}, \quad W_0, \quad v_2 = 30 \text{ m/s}, \quad W = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W \hat{=} \Delta E_k.$$

Kada se automobil ubrza iz stanja mirovanja do brzine v_1 , uloženi rad W_0 iznosi:

$$W_0 = \Delta E_{k01} \Rightarrow W_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2.$$

Kada se automobil ubrza od brzine v_1 do brzine v_2 , uloženi rad W iznosi:

$$W = \Delta E_{k12} \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2.$$

Iz omjera W i W_0 dobije se W .

$$\begin{aligned} \frac{W}{W_0} &= \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2} \Rightarrow \frac{W}{W_0} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_1^2 - v_0^2)} \Rightarrow \frac{W}{W_0} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_1^2 - v_0^2)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{W}{W_0} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{v_1^2 - v_0^2} \Rightarrow \frac{W}{W_0} = \frac{\left(30 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{\left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} \Rightarrow \frac{W}{W_0} = 8 \Rightarrow \frac{W}{W_0} = 8 \cdot W_0 \Rightarrow W = 8 \cdot W_0. \end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

Vježba 300

Da se automobil ubrza iz stanja mirovanja do brzine 10 m/s treba uložiti rad W_0 . Zanimarite li silu trenja i otpor zraka, koliko je rada potrebno uložiti da se automobil ubrza od brzine 10 m/s do brzine 20 m/s?

A. $8 \cdot W_0$

B. $4 \cdot W_0$

C. $3 \cdot W_0$

D. $2 \cdot W_0$

Rezultat: C.

www.halapa.com