

Zadatak 201 (Kety, gimnazija)

Kutija mase 1 kg miruje na horizontalnome stolu. Antonija počne gurati kutiju stalnom horizontalnom silom od 10 N. Nakon što je prešla put 1.5 m, kutija je postigla brzinu 2 m/s. Koliko je energije Antonija utrošila na svladavanje trenja između kutije i stola?

Rješenje 201

$$m = 1 \text{ kg}, \quad F = 10 \text{ N}, \quad s = 1.5 \text{ m}, \quad v = 2 \text{ m/s}, \quad \Delta E = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Da bi se tijelu povećala kinetička energija, mora okolica na njemu obaviti rad. Ako se tijelu smanjuje kinetička energija, tijelo obavlja rad.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Budući da je Antonija gurala kutiju stalnom horizontalnom silom $F = 10 \text{ N}$ na putu $s = 1.5 \text{ m}$, obavila je rad:

$$W = F \cdot s = 10 \text{ N} \cdot 1.5 \text{ m} = 15 \text{ J}.$$

Kad tijelo obavlja rad mijenja mu se energija pa je obavljeni rad jednak povećanju kinetičke energije kutije.

$$\left. \begin{array}{l} W = E_k' \\ W = 15 \text{ J} \end{array} \right\} \Rightarrow E_k' = 15 \text{ J}.$$

Nakon što je kutija prešla put s postigla je brzinu $v = 2 \text{ m/s}$ i njezina kinetička energija iznosi:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ kg} \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = 2 \text{ J}.$$

Razlika između kinetičkih energija jednaka je energiji koju je Antonija utrošila na svladavanje trenja između kutije i stola.

$$\Delta E = E_k' - E_k = 15 \text{ J} - 2 \text{ J} = 13 \text{ J}.$$

Vježba 201

Kutija mase 2 kg miruje na horizontalnome stolu. Antonija počne gurati kutiju stalnom horizontalnom silom od 10 N. Nakon što je prešla put 1.5 m, kutija je postigla brzinu 2 m/s. Koliko je energije Antonija utrošila na svladavanje trenja između kutije i stola?

Rezultat: 11 J.

Zadatak 202 (Željko, tehnička škola)

Čovjek mase 80 kg penje se po stubama. Pritom mu se gravitacijska potencijalna energija poveća za 1200 J. Ako visina svake stuba iznosi 5 cm, koliki je broj stuba čovjek prešao? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 202

$$m = 80 \text{ kg}, \quad E_{gp} = 1200 \text{ J}, \quad d = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad n = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o

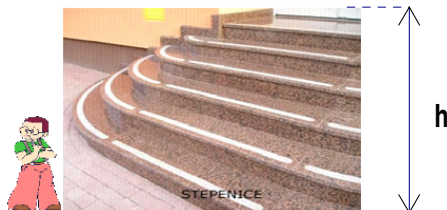
međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.



1. inačica

Visina h na koju se čovjek popeo po stubama iznosi:

$$h = n \cdot d,$$

gdje je n broj stuba, d visina jedne stube.

Računamo broj stuba.

$$\left. \begin{array}{l} h = n \cdot d \\ E_{gp} = m \cdot g \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow E_{gp} = m \cdot g \cdot n \cdot d \Rightarrow E_{gp} = m \cdot g \cdot n \cdot d \cdot \frac{1}{m \cdot g \cdot d} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \frac{E_{gp}}{m \cdot g \cdot d} = \frac{1200 \text{ J}}{80 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.05 \text{ m}} = 30.$$

2. inačica

Izračunamo povećanje gravitacijske potencijalne energije čovjeka kad se popne za jednu stubu.

$$E'_{gp} = m \cdot g \cdot d = 80 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.05 \text{ m} = 40 \text{ J}.$$

Broj stuba n koje je čovjek prešao jednak je omjeru ukupne gravitacijske potencijalne energije E_{gp} i gravitacijske potencijalne energije za jednu stubu E'_{gp} .

$$n = \frac{E_{gp}}{E'_{gp}} = \frac{1200 \text{ J}}{40 \text{ J}} = 30.$$

Vježba 202

Čovjek mase 80 kg penje se po stubama. Pritom mu se gravitacijska potencijalna energija poveća za 2400 J. Ako visina svake stube iznosi 10 cm, koliki je broj stuba čovjek prešao? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 30.

Zadatak 203 (Željko, tehnička škola)

Kamen mase 100 g izbacimo vertikalno uvis brzinom 10 m/s. Koju će visinu doseći kamen ako se na svladavanje sile otpora zraka utrošilo 1 J njegove energije? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 203

$$m = 100 \text{ g} = 0.1 \text{ kg}, \quad v = 10 \text{ m/s}, \quad \Delta E = 1 \text{ J}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Kamen, pri izbacivanju vertikalno uvis, ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Na maksimalnoj visini h njegova kinetička energija jednaka je nuli, a gravitacijska potencijalna energija iznosi

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h.$$

Zbog zakona očuvanja energije mora vrijediti:

$$E_k = E_{gp}.$$

Budući da se na svladavanje sile otpora zraka utrošilo ΔE energije kamena, slijedi:

$$E_k - \Delta E = E_{gp}.$$

Visina h koju kamen dosegne iznosi:

$$E_k - \Delta E = E_{gp} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \Delta E = m \cdot g \cdot h \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \Delta E = m \cdot g \cdot h \quad / \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g} - \frac{\Delta E}{m \cdot g} = \frac{\left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} - \frac{1 \text{ J}}{0.1 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 4.08 \text{ m}.$$

Vježba 203

Kamen mase 1 dag izbacimo vertikalno uvis brzinom 36 km/h. Koju će visinu doseći kamen ako se na svladavanje sile otpora zraka utrošilo 1 J njegove energije? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 4.08 m.

Zadatak 204 (Mirela, srednja škola)

Filip gura sanjke mase 5 kg po snijegu tako da ih na putu od 10 m ubrzava akceleracijom 1 m/s^2 . Trenje između sanjki i snijega zanemarujemo. Koliki je rad obavio Filip, ako je sanjke pokrenuo iz mirovanja?

Rješenje 204

$$m = 5 \text{ kg}, \quad s = 10 \text{ m}, \quad a = 1 \text{ m/s}^2, \quad W = ?$$

Drugi Newtonov poučak:

Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$



Obavljeni rad iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot a \\ W = F \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow W = m \cdot a \cdot s = 5 \text{ kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ m} = 50 \text{ J}.$$

Vježba 204

Filip gura sanjke mase 10 kg po snijegu tako da ih na putu od 10 m ubrzava akceleracijom 1 m/s^2 . Trenje između sanjki i snijega zanemarujemo. Koliki je rad obavio Filip, ako je sanjke pokrenuo iz mirovanja?

Rezultat: 100 J.

Zadatak 205 (Mirela, srednja škola)

Djevojčica mase 45 kg počinje hodati po nepomičnoj dasci mase 150 kg. Brzina djevojčice s obzirom na dasku iznosi 1.5 m/s . Trenje između daske i ledene podloge je zanemarivo. Kolika je brzina daske prema ledu?

Rješenje 205

$$m_1 = 45 \text{ kg}, \quad m_2 = 150 \text{ kg}, \quad v_1 = 1.5 \text{ m/s}, \quad v_2 = ?$$

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska veličina.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}, \quad p = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

Zakon o sačuvanju količine gibanja

Zbroj količina gibanja dva tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja. To vrijedi i za više od dva tijela.

Za dva tijela mase m_1 i m_2 koja međusobno djeluju jedno na drugo vrijedi zakon akcije i reakcije

$$F_1 = -F_2,$$

gdje F_1 znači silu kojom tijelo mase m_2 djeluje na tijelo mase m_1 i ima hvatište u tijelu mase m_1 , a F_2 silu kojom tijelo mase m_1 djeluje na tijelo mase m_2 te ima hvatište u tijelu mase m_2 . Te su dvije sile jednake veličinom i suprotna su smjera. Iz toga zakona proizlazi drugi, tj. zakona održanja količine gibanja koji glasi

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0,$$

ako su početne brzine obaju tijela bile jednake nuli. Brzine v_1 i v_2 brzine su tijela masa m_1 odnosno m_2 nakon njihova međusobnog djelovanja.

Količina gibanja djevojčice mase m_1 , brzinom v_1 s obzirom na dasku, iznosi:

$$p_1 = m_1 \cdot v_1.$$

Količina gibanja daske mase m_2 (zajedno s djevojčicom mase m_1), brzinom v_2 s obzirom na led, iznosi:

$$p_2 = (m_1 + m_2) \cdot v_2.$$

Brzina daske prema ledu iznosi:

$$p_1 + p_2 = 0 \Rightarrow p_2 = -p_1 \Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot v_2 = -m_1 \cdot v_1 \Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot v_2 = -m_1 \cdot v_1 \quad /: (m_1 + m_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2 = -\frac{m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2} = -\frac{45 \text{ kg} \cdot 1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{45 \text{ kg} + 150 \text{ kg}} = -0.346 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 205

Djevojčica mase 45 kg počinje hodati po nepomičnoj dasci mase 150 kg. Brzina djevojčice s obzirom na dasku iznosi 3 m/s. Trenje između daske i ledene podloge je zanemarivo. Kolika je brzina daske prema ledu?

Rezultat: -0.692 m/s .

Zadatak 206 (Goga, gimnazija)

Skakač s mosta (bungee jumper) mase $m = 80 \text{ kg}$ privezan je o elastično uže duljine $l_0 = 25 \text{ m}$ u nerastegnutom stanju. Konstanta opiranja užeta je $k = 200 \text{ N/m}$. Skakač seпусти s mosta bez početne brzine. (Masu užeta zanemarite prema masi skakača i za akceleraciju sile teže uzmite približnu vrijednost $g = 10 \text{ m/s}^2$. Također zanemarite visinu skakača i silu otpora).

- Kolika je ukupna duljina l užeta od mosta do mjesta na kojem se skakač zaustavi?
- Nakon što se zaustavi on počinje titrati oko ravnotežnog položaja. Koliki je period titranja?
- Gdje se nalazi ravnotežni položaj skakača?

Rješenje 206

$$m = 80 \text{ kg}, \quad l_0 = 25 \text{ m}, \quad k = 200 \text{ N/m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad l = ?, \quad T = ?, \quad y = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Harmoničko titranje nastaje djelovanjem elastične sile $F = -k \cdot x$ ili neke druge sile proporcionalne elongaciji x . Tada je period titranja:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Ova formula upotrebljava se obično kod titranja mase m koje nastaje djelovanjem elastične sile

opruge; k je konstanta opruge (a znači silu potrebnu za jedinično produljenje opruge). Općenito, k je faktor proporcionalnosti između sile i elongacije.

Titranje je periodično gibanje oko ravnotežnog položaja. Periodično gibanje je gibanje koje se ponavlja nakon određenog vremenskog intervala (perioda). Najjednostavnije titranje je harmoničko titranje, tj. titranje koje uzrokuje harmonijska (elastična) sila. Ona je razmjerna pomaku iz ravnotežnog položaja:

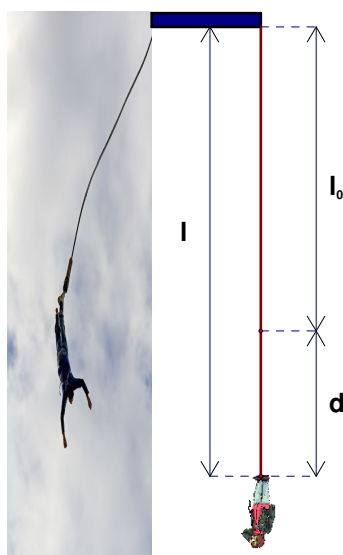
$$F = -k \cdot x.$$

Pomaknemo li oprugu iz ravnotežnog položaja stiskanjem ili rastezanjem, ona titra oko tog položaja. Svaki pomak od ravnotežnog položaja nazivamo elongacijom, a najveći pomak od položaja ravnoteže nazivamo amplitudom. Ukupna energija titranja dana je formulom

$$E = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2,$$

gdje je x amplituda.

a)



Sa slike vidi se

$$l = l_0 + d,$$

gdje je l_0 duljina užeta u nerastegnutom stanju, d je produljenje užeta. Zbog zakona očuvanja energije gravitacijska potencijalna energija skakača u odnosu na most jednaka je potencijalnoj energiji užeta pri produljenju za d .

$$\frac{1}{2} \cdot k \cdot d^2 = m \cdot g \cdot l \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot k \cdot d^2 = m \cdot g \cdot (l_0 + d).$$

Uvrstimo li zadane vrijednosti (bez mjernih jedinica) dobije se produljenje d .

$$\frac{1}{2} \cdot k \cdot d^2 = m \cdot g \cdot l \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot d^2 = 80 \cdot 10 \cdot (25 + d) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 100 \cdot d^2 = 800 \cdot (25 + d) \Rightarrow 100 \cdot d^2 = 800 \cdot (25 + d) \quad /: 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d^2 = 8 \cdot (25 + d) \Rightarrow d^2 = 200 + 8 \cdot d \Rightarrow d^2 - 8 \cdot d - 200 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} d^2 - 8 \cdot d - 200 = 0 \\ a = 1, b = -8, c = -200 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 1, b = -8, c = -200 \\ d_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array} \right\} \Rightarrow d_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 1 \cdot (-200)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 800}}{2} \Rightarrow d_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{864}}{2} \Rightarrow d_{1,2} = \frac{8 \pm 29.4}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} d_1 = \frac{8 + 29.4}{2} \\ d_2 = \frac{8 - 29.4}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} d_1 = \frac{37.4}{2} \\ d_2 = -\frac{21.4}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} d_1 = 18.7 \\ d_2 = -10.7 \text{ nema smisla} \end{array} \right\} \Rightarrow d = 18.7 \text{ m.}$$

Ukupna duljina l iznosi:

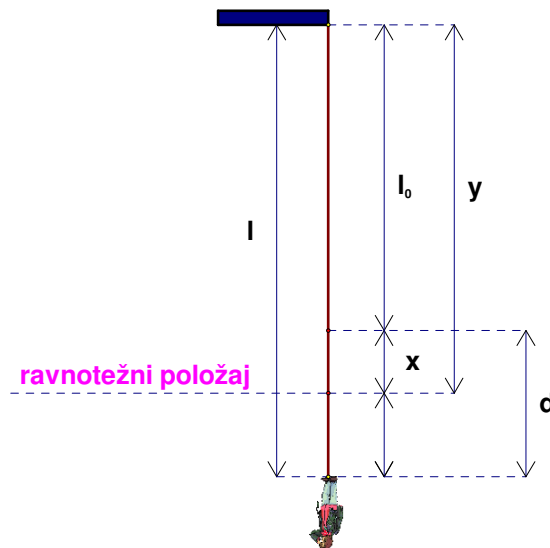
$$l = l_0 + d = 25 \text{ m} + 18.7 \text{ m} = 43.7 \text{ m.}$$

b)

Period titranja je:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{80 \text{ kg}}{200 \frac{\text{N}}{\text{m}}}} = 3.97 \text{ s.}$$

c)



Budući da je težina skakača elastična sila koja rasteže uže, slijedi:

$$k \cdot x = m \cdot g \Rightarrow k \cdot x = m \cdot g \quad /: k \Rightarrow x = \frac{m \cdot g}{k} = \frac{80 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{200 \frac{\text{N}}{\text{m}}} = 4 \text{ m.}$$

Ravnotežni položaj skakača je na

$$y = l_0 + x = 25 \text{ m} + 4 \text{ m} = 29 \text{ m}$$

ispod mosta s kojeg je skočio.

Vježba 206

Skakač s mosta (bungee jumper) mase $m = 80 \text{ kg}$ privezan je o elastično uže duljine, $l_0 = 250 \text{ dm}$ u nerastegnutom stanju. Konstanta opiranja užeta je $k = 0.2 \text{ kN/m}$. Skakač seпусти s mosta bez početne brzine. (Masu užeta zanemarite prema masi skakača i za akceleraciju sile teže uzmite približnu vrijednost $g = 10 \text{ m/s}^2$. Također zanemarite visinu skakača i silu otpora). Kolika je ukupna duljina l užeta od mosta do mjesta na kojem se skakač zaustavi?

Rezultat: 43.7 m.

Zadatak 207 (Ivan, gimnazija)

(Bungee jumper) Skakač s mosta mase 70 kg skače s mosta i nakratko se zaustavi 32 m od početne pozicije s koje je iskočio bez početne brzine pa zatim titra oko ravnotežnog položaja. Pretpostavimo da uže (koje ima svojstvo opruge) o koje je vezan skakač ima zanemarivu masu prema masi skakača, te da dimenzije skakača možemo zanemariti prema duljini užeta. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

a) Izračunajte konstantu opiranja užeta ako je ono u neopterećenom stanju dugo 25 m .

b) Koliko je daleko skakač od mosta (ravnotežni položaj) kada se konačno nakon titranja zaustavi?

Rješenje 207

$$m = 70 \text{ kg}, \quad l = 32 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad l_0 = 25 \text{ m}, \quad k = ?, \quad y = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Harmoničko titranje nastaje djelovanjem elastične sile $F = -k \cdot x$ ili neke druge sile proporcionalne elongaciji x . Tada je period titranja:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Ova formula upotrebljava se obično kod titranja mase m koje nastaje djelovanjem elastične sile opruge; k je konstanta opruge (a znači silu potrebnu za jedinično produljenje opruge). Općenito, k je faktor proporcionalnosti između sile i elongacije.

Titranje je periodično gibanje oko ravnotežnog položaja. Periodično gibanje je gibanje koje se ponavlja nakon određenog vremenskog intervala (perioda). Najjednostavnije titranje je harmoničko titranje, tj. titranje koje uzrokuje harmonijska (elastična) sila. Ona je razmjerna pomaku iz ravnotežnog položaja:

$$F = -k \cdot x.$$

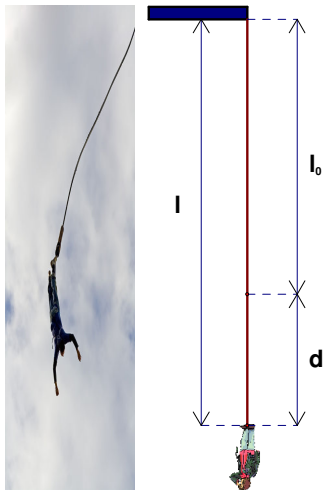
Pomaknemo li oprugu iz ravnotežnog položaja stiskanjem ili rastezanjem, ona titra oko tog položaja. Svaki pomak od ravnotežnog položaja nazivamo elongacijom, a najveći pomak od položaja ravnoteže nazivamo amplitudom. Ukupna energija titranja dana je formulom

$$E = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2,$$

gdje je x amplituda.

a)

Sa slike vidi se



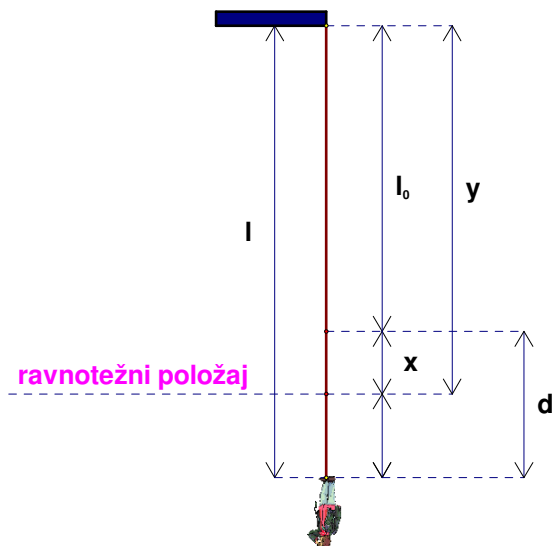
$$l = l_0 + d \Rightarrow d = l - l_0 = 32 \text{ m} - 25 \text{ m} = 7 \text{ m},$$

gdje je l_0 duljina užeta u nerastegnutom stanju, d je produljenje užeta. Zbog zakona očuvanja energije gravitacijska potencijalna energija skakača u odnosu na most jednaka je potencijalnoj energiji užeta pri produljenju za d .

$$\frac{1}{2} \cdot k \cdot d^2 = m \cdot g \cdot l \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot k \cdot d^2 = m \cdot g \cdot l \cdot \frac{2}{d^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot l}{d^2} = \frac{2 \cdot 70 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 32 \text{ m}}{(7 \text{ m})^2} = 914 \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

b)



Budući da je težina skakača elastična sila koja rasteže uže, slijedi:

$$k \cdot x = m \cdot g \Rightarrow k \cdot x = m \cdot g \quad /: k \Rightarrow x = \frac{m \cdot g}{k} = \frac{70 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{914 \frac{\text{N}}{\text{m}}} = 0.77 \text{ m}.$$

Ravnotežni položaj skakača je na

$$y = l_0 + x = 25 \text{ m} + 0.77 \text{ m} = 25.77 \text{ m}$$

ispod mosta s kojeg je skočio.

Vježba 207

(Bungee jumper) Skakač s mosta mase 70 kg skače s mosta i nakratko se zaustavi 320 dm od početne pozicije s koje je iskočio bez početne brzine pa zatim titra oko ravnotežnog položaja. Pretpostavimo da uže (koje ima svojstvo opruge) o koje je vezan skakač ima zanemarivu masu prema masi skakača, te da dimenzije skakača možemo zanemariti prema duljini užeta. Izračunajte konstantu opiranja užeta ako je ono u neopterećenom stanju dugo 250 dm. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 914 N/m.

Zadatak 208 (Ivan, gimnazija)

Dva čamca nalaze se na jezeru. Masa prvog čamca je 205 kg, a drugog 450 kg. Između njih nalazi se razapeto uže. Čovjek iz prvog čamca vuče uže silom 200 N. Nađi brzinu prvog čamca u odnosu na obalu i u odnosu na drugi čamac nakon 2 s od početka vučenja. Pretpostavi da su čamci u početku mirovali.

Rješenje 208

$$m_1 = 205 \text{ kg}, \quad m_2 = 450 \text{ kg}, \quad F = 200 \text{ N}, \quad t = 2 \text{ s}, \quad v_1 = ?, \quad v_2 = ? \quad v_r = ?$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile F , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase m .

Impuls vučne sile kojom čovjek djeluje na oba čamca je

$$I = F \cdot t.$$

Pod djelovanjem ovog impulsa sile:

- prvi čamac dobit će brzinu v_1

$$F \cdot t = m_1 \cdot v_1 \Rightarrow F \cdot t = m_1 \cdot v_1 \quad /: m_1 \Rightarrow v_1 = \frac{F \cdot t}{m_1} = \frac{200 \text{ N} \cdot 2 \text{ s}}{205 \text{ kg}} = 1.95 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- drugi čamac dobit će brzinu v_2

$$F \cdot t = m_2 \cdot v_2 \Rightarrow F \cdot t = m_2 \cdot v_2 \quad /: m_2 \Rightarrow v_2 = \frac{F \cdot t}{m_2} = \frac{200 \text{ N} \cdot 2 \text{ s}}{450 \text{ kg}} = 0.89 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Budući da se čamci gibaju jedan drugome u susret, relativna brzina prvog čamca u odnosu na drugi (odnosno drugog čamca u odnosu na prvi) je

$$v_r = v_1 + v_2 = 1.95 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0.89 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2.84 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



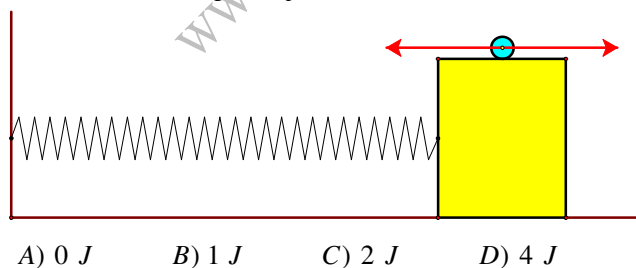
Vježba 208

Dva čamca nalaze se na jezeru. Masa prvog čamca je 205 kg, a drugog 450 kg. Između njih nalazi se razapeto užje. Čovjek iz prvog čamca vuče užje silom 200 N. Nađi brzinu drugog čamca u odnosu na obalu i u odnosu na prvi čamac, nakon 2 s od početka vučenja. Pretpostavi da su čamci u početku mirovali.

Rezultat: $v_1 = 1.95 \text{ m/s}$, $v_2 = 0.89 \text{ m/s}$, $v_r = 2.84 \text{ m/s}$.

Zadatak 209 (Petra, gimnazija)

Uteg pričvršćen za oprugu leži na horizontalnoj (vodoravnoj) podlozi i harmonijski titra u horizontalnoj (vodoravnoj) ravnini (pogledaj crtež). Trenje je zanemarivo. Ukupna energija utega pri maksimalnom otklonu od ravnotežnog položaja iznosi 2 J. Koliko iznosi ukupna energija utega u trenutku kada on prolazi kroz ravnotežni položaj?



Rješenje 209

$$E_{ep} = 2 \text{ J}, \quad E_k = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Titranje je gibanje kod kojega tijelo prolazi, gibajući se u dva suprotna smjera, stalno isti dio krivulje (najčešće kružnice) ili pravca. Položaj ravnoteže je položaj u kojem tijelo miruje. Kad tijelo titra, u tom je položaju najmanja potencijalna, a najveća kinetička energija. Zbroj tih dviju energija (zanemarišvi gubitke) je stalan i jednak najvećoj potencijalnoj ili najvećoj kinetičkoj energiji. Elastična potencijalna energija je maksimalna kada je tijelo najdalje od ravnotežnog položaja

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot y_0^2,$$

gdje je y_0 amplituda, maksimalna udaljenost od ravnotežnog položaja.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

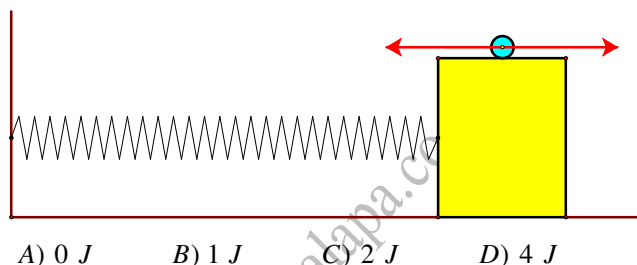
Uteg ima najveću elastičnu potencijalnu energiju u krajnjim točkama kada je maksimalno udaljen od ravnotežnog položaja. Tada je kinetička energija nula jer mu je brzina $v = 0$ m/s.

Uteg ima najveću kinetičku energiju kad proljeće kroz ravnotežni položaj jer je brzina maksimalna. Elastična potencijalna energija ima vrijednost nula jer je u tom trenutku pomak iz položaja ravnoteže jednak nuli. Prema zakonu o očuvanju energije ukupna energija u trenutku proleta kroz ravnotežni položaj jednaka je ukupnoj energiji u krajnjim položajima utega. Dakle, pri titranju utega energija je stalna, samo se neprekidno pretvara iz jednog oblika u drugi. Ukupna energija utega kada on prolazi kroz ravnotežni položaj je 2 J.

Odgovor je pod C.

Vježba 209

Uteg pričvršćen za oprugu leži na horizontalnoj (vodoravnoj) podlozi i harmonijski titra u horizontalnoj (vodoravnoj) ravlini (pogledaj crtež). Trenje je zanemarivo. Ukupna energija utega kada on prolazi kroz ravnotežni položaj iznosi 2 J. Koliko iznosi ukupna energija utega pri maksimalnom otklonu od ravnotežnog položaja?



Rezultat: C.

Zadatak 210 (Lucija, srednja škola)

Najviši slap na svijetu, slap Viktorija na rijeci Zambezi, visok je 122 m. Ako bi se sva potencijalna energija vode na vrhu slapa pri padu pretvorila u toplinsku energiju, koliko bi porasla temperatura vode na dnu slapa? ($g = 9.81$ m/s², specifični toplinski kapacitet vode $c = 4.19 \cdot 10^3$ J/(kg · K))

Rješenje 210

$$h = 122 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad \Delta t = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela. Toplinu Q smatramo pozitivnom veličinom ako je dovodimo sustavu (zagrijavamo ga), a negativnom ako je odvodimo od sustava (hladimo ga).



Toplina koju je primila voda jednaka je promjeni gravitacijske potencijalne energije vode. Gravitacijska potencijalna energija vode na vrhu slapa je

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

a pri dnu jednaka je nuli. Uz pretpostavku da sva gravitacijska potencijalna energija prelazi u toplinsku energiju vode slijedi:

$$Q = E_{gp} \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta t = m \cdot g \cdot h \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta t = m \cdot g \cdot h / \frac{1}{m \cdot c} \Rightarrow \Delta t = \frac{g \cdot h}{c} =$$

$$= \frac{9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 122 \text{ m}}{4.19 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot K}} = 0.285 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Vježba 210

Najviši slap na svijetu, slap Viktorija na rijeci Zambezi, visok je 122 m. Ako bi se sva potencijalna energija vode na vrhu slapa pri padu pretvorila u kinetičku energiju, kolika bi bila brzina vode na dnu slapa? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 48.92 m/s.

Zadatak 211 (Alen, tehnička škola)

Dizalica snage 10 kW diže teret težine 8 kN.

- Koliko je vremena potrebno dizalici da podigne teret na visinu 10 m?
- Kojom brzinom dizalica diže teret?

Rješenje 211

$$P = 10 \text{ kW} = 10^4 \text{ W}, \quad G = 8 \text{ kN} = 8 \cdot 10^3 \text{ N}, \quad h = 10 \text{ m}, \quad t = ?, \quad v = ?$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow P = F \cdot v.$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t},$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo stalnom, konstantnom brzinom v za vrijeme t .

a)

Rad W koji obavi dizalica na svladavanju sile teže G , kada podiže teret na visinu h , jednak je

$$W = G \cdot h.$$

Vrijeme potrebno dizalici da podigne teret na visinu h iznosi:

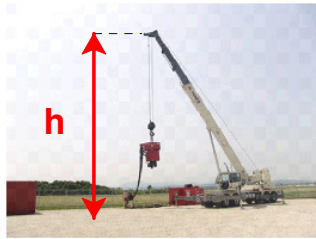
$$\left. \begin{array}{l} W = G \cdot h \\ P = \frac{W}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow P = \frac{G \cdot h}{t} \Rightarrow P = \frac{G \cdot h}{t} \cdot \frac{t}{P} \Rightarrow t = \frac{G \cdot h}{P} =$$

$$= \frac{8 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 10 \text{ m}}{10^4 \text{ W}} = 8 \text{ s.}$$

b)

Budući da dizalica podiže teret uvis stalnom brzinom, vrijedi:

$$v = \frac{h}{t} = \frac{10 \text{ m}}{8 \text{ s}} = 1.25 \frac{\text{m}}{\text{s}} = [1.25 \cdot 3.6] = 4.5 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$



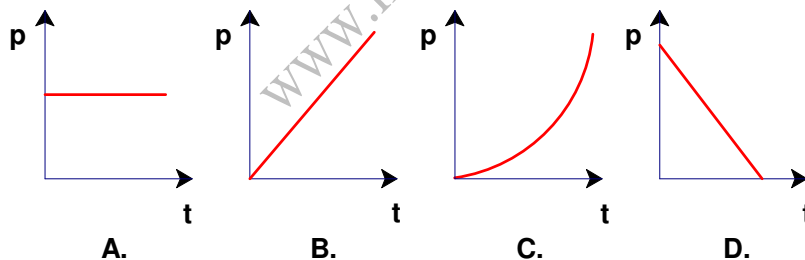
Vježba 211

Dizalica snage 10 kW diže teret težine 16 kN. Koliko je vremena potrebno dizalici da podigne teret na visinu 5 m?

Rezultat: 8 s.

Zadatak 212 (Brankica, srednja škola)

Stalna rezultantna sila počne djelovati na kutiju te se ona zbog toga giba pravocrtno. Koji od sljedećih grafova ispravno prikazuje ovisnost količine gibanja kutije o vremenu dok sila djeluje?



Rješenje 212

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile F , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase m .

Uočimo da je

$$\left. \begin{array}{l} F \cdot t = m \cdot v \\ p = m \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow p = F \cdot t.$$

Grafički prikaz količine gibanja p kao funkcije vremena t bit će pravac. Kako se iz izraza za količinu gibanja

$$p = F \cdot t$$

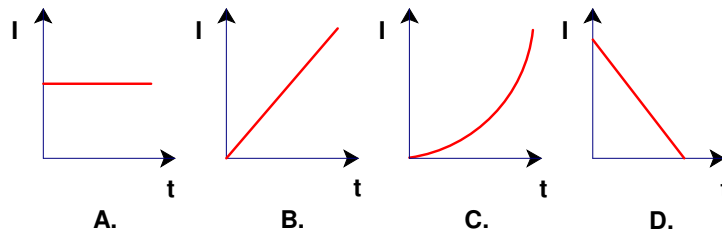
vidi, količina gibanja je linearna funkcija vremena t . To znači da će grafički prikaz količine gibanja p

kao funkcije vremena t biti pravac kroz ishodište koordinatnog sustava (p, t – dijagrama) s nagibom prema osi vremena, a nagib je ovisan o sili F .

Odgovor je pod B.

Vježba 212

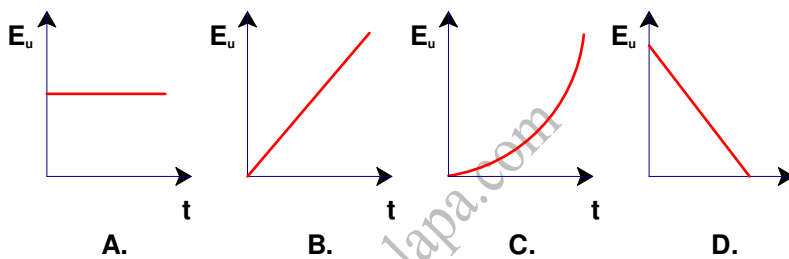
Stalna rezultantna sila počne djelovati na kutiju te se ona zbog toga giba pravocrtno. Koji od sljedećih grafova ispravno prikazuje ovisnost impulsa sile o vremenu dok sila djeluje?



Rezultat: B.

Zadatak 213 (Hanna, gimnazija)

Jabuka slobodno pada sa stabla. Otpor zraka je zanemariv. Koji od predloženih grafova točno prikazuje ovisnost ukupne mehaničke energije jabuke o vremenu?



Rješenje 213

Potencijalnu i kinetičku energiju zovemo jednim imenom mehanička energija. U izoliranom sustavu zbroj energija je konstantan. Grafički prikaz ukupne mehaničke energije kao funkcije vremena bit će pravac paralelan s osi t jer je ukupna mehanička energija za svako vremensko razdoblje t stalna, konstantna.

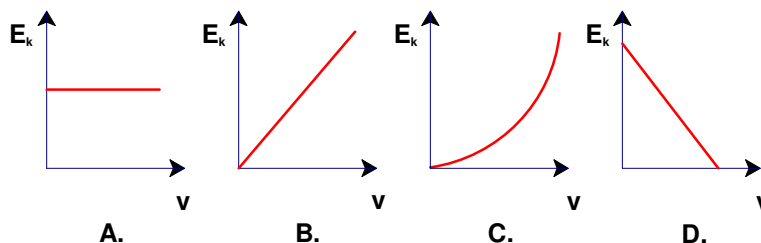
Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Odgovor je pod A.

Vježba 213

Jabuka slobodno pada sa stabla. Otpor zraka je zanemariv. Koji od predloženih grafova točno prikazuje ovisnost kinetičke energije jabuke o brzini?



Rezultat: C.

Zadatak 214 (Filip, gimnazija)

Klizačica je nakon zaleta prešla po vodoravnoj glatkoj površini leda put od 60 m. Kolika je bila kinetička energija klizačice kojom se nakon zaleta počela gibati po ledu, ako joj je masa 50 kg i faktor trenja 0.015? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$).

Rješenje 214

$$s = 60 \text{ m}, \quad m = 50 \text{ kg}, \quad \mu = 0.015, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad E_k = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Budući da je klizačica svoju kinetičku energiju E_k (energiju gibanja) utrošila na obavljanje rada W pri svladavanju sile trenja F_{tr} na putu s , vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} E_k = W \\ W = F_{tr} \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = F_{tr} \cdot s.$$

Sila trenja F_{tr} jednaka je umnošku trenja μ i težine klizačice mase m .

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

Kinetička energija koju klizačica mora imati u zaletu iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g \\ E_k = F_{tr} \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = \mu \cdot m \cdot g \cdot s = 0.015 \cdot 50 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 60 \text{ m} = 441.45 \text{ J}.$$



Vježba 214

Klizačica je nakon zaleta prešla po vodoravnoj glatkoj površini leda put od 60 m. Kolika je bila kinetička energija klizačice kojom se nakon zaleta počela gibati po ledu, ako joj je masa 100 kg i faktor trenja 0.015? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$).

Rezultat: 882.9 J.

Zadatak 215 (Božo, srednja škola)

Tijelo mase 2 kg ispušteno je s visine 40 m iznad tla. Neposredno prije udara o tlo tijelo ima brzinu 25 m/s. Koliko iznosi mehanička energija koja se pri padanju pretvorila u druge oblike energije? ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

Rješenje 215

$$m = 2 \text{ kg}, \quad h = 40 \text{ m}, \quad v = 25 \text{ m/s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad \Delta E = ?$$

Potencijalnu i kinetičku energiju zovemo jednim imenom mehanička energija. U izoliranom sustavu zbroj energija je konstantan.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Gravitacijska potencijalna energija E_{gp} koju tijelo ima na visini h jednaka je zbroju kinetičke energije E_k tijela neposredno prije udara o tlo i mehaničke energije ΔE koja se pri padanju pretvorila u druge oblike energije.

$$\begin{aligned} E_{gp} = E_k + \Delta E &\Rightarrow \Delta E = E_{gp} - E_k \Rightarrow \Delta E = m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \Delta E = m \cdot \left(g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot v^2 \right) = \\ &= 2 \text{ kg} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 40 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot \left(25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) = 175 \text{ J}. \end{aligned}$$

Vježba 215

Tijelo mase 4 kg ispušteno je s visine 40 m iznad tla. Neposredno prije udara o tlo tijelo ima brzinu 25 m/s. Koliko iznosi mehanička energija koja se pri padanju pretvorila u druge oblike energije? ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

Rezultat: 350 J.

Zadatak 216 (Božo, srednja škola)

Tijelo mase 4 kg giba se od vrha do dna kosine čija je duljina 12 m, a visina 6 m. Koliko iznosi rad koji je obavila sila teža pri tom gibanju? (NAPOMENA: za izračun nije neophodno uporabiti sve navedene podatke.) ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

Rješenje 216

$$m = 4 \text{ kg}, \quad l = 12 \text{ m}, \quad h = 6 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad W = ?$$

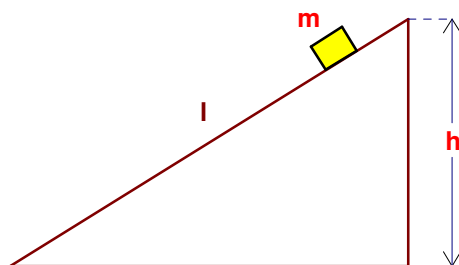
Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Rad koji je obavila sila teža pri gibanju tijela niz kosinu jednak je promjeni gravitacijske potencijalne energije koju je tijelo imalo na vrhu kosine i na dnu.

$$\left. \begin{array}{l} E_{gp} = m \cdot g \cdot h \\ W = E_{gp} \end{array} \right\} \Rightarrow W = m \cdot g \cdot h = 4 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6 \text{ m} = 240 \text{ J}.$$



Vježba 216

Tijelo mase 8 kg giba se od vrha do dna kosine čija je duljina 18 m, a visina 6 m. Koliko iznosi rad koji je obavila sila teža pri tom gibanju? (NAPOMENA: za izračun nije neophodno uporabiti sve navedene podatke.) ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

Rezultat: 480 J.

Zadatak 217 (Tonka, srednja škola)

Kvadar mase 2 kg giba se po glatkoj horizontalnoj podlozi brzinom 1 m/s. On nalijeće na horizontalno polegnutu oprugu konstante elastičnosti 800 N/m. Nakon udarca u oprugu kvadar se usporava sabijajući pritom oprugu. Kad se kvadar zaustavi, opruga će biti sabijena za ___ m.

Rješenje 217

$$m = 2 \text{ kg}, \quad v = 1 \text{ m/s}, \quad k = 800 \text{ N/m}, \quad s = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. Potencijalna energija je oblik energije koji postoji u nekom sustavu zbog odnosa između njegovih dijelova, a ima svojstvo (potencijal) da može djelovati na taj odnos. U mehanici razlikujemo gravitacijsku potencijalnu i elastičnu potencijalnu energiju. Elastična potencijalna energija je energija koju ima elastično tijelo kada ga se elastično deformira. Ako se elastično tijelo stegne ili rastegne i pri tome mu se promijeni duljina za s onda ono ima elastičnu potencijalnu energiju iznosa

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot s^2,$$

gdje je k koeficijent elastičnosti tijela.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Budući da se kvadar giba po glatkoj horizontalnoj podlozi brzinom v , ima kinetičku energiju E_k . Nakon udarca u oprugu, ona se sabije i ima elastičnu potencijalnu energiju E_{ep} . Kinetička energija kvadra pretvorila se u elastičnu potencijalnu energiju opruge. Zbog zakona o očuvanju energije vrijedi:

$$E_{ep} = E_k \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot k \cdot s^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot k \cdot s^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \cdot \frac{2}{k} \Rightarrow s^2 = \frac{m \cdot v^2}{k} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s^2 = \frac{m \cdot v^2}{k} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{m \cdot v^2}{k}} \Rightarrow s = v \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 1 \frac{m}{s} \cdot \sqrt{\frac{2 \frac{kg}{m}}{800 \frac{N}{m}}} = 0.05 \text{ m.}$$

Vježba 217

Kvadar mase 4 kg giba se po glatkoj horizontalnoj podlozi brzinom 1 m/s. On nalijeće na horizontalno polegnutu oprugu konstante elastičnosti 1600 N/m. Nakon udarca u oprugu kvadar se usporava sabijajući pritom oprugu. Kad se kvadar zaustavi, opruga će biti sabijena za ___ m.

Rezultat: 0.05 m.

Zadatak 218 (Tonka, srednja škola)

Tijelo mase 3 kg se ispusti s visine 40 m iznad tla. Otpor zraka zanemarujemo. Kinetička energija tijela neposredno prije pada na tlo iznosi ___. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 218

$$m = 3 \text{ kg}, \quad h = 40 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad E_k = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kinetička energija je energija koju tijelo dobije gibanjem. Ona zavisi o masi tijela i brzini kojom se tijelo giba. Što je veća brzina i masa, to je veća kinetička energija tijela tj. masa tijela i brzina kojom se tijelo giba su proporcionalne veličine kinetičkoj energiji. Kinetička energija je podvrsta mehaničke energije. Mehanička energija se dijeli na kinetičku i potencijalnu energiju.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Zbog zakona očuvanja energije gravitacijska potencijalna energija koju tijelo ima na visini h bit će jednaka kinetičkoj energiji tijela neposredno prije pada na tlo.

$$\left. \begin{array}{l} E_k = E_{gp} \\ E_{gp} = m \cdot g \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = m \cdot g \cdot h = 3 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 40 \text{ m} = 1200 \text{ J.}$$

Vježba 218

Tijelo mase 6 kg se ispusti s visine 20 m iznad tla. Otpor zraka zanemarujemo. Kinetička energija tijela neposredno prije pada na tlo iznosi ___. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 1200 J.

Zadatak 219 (Tonka, srednja škola)

Motor automobila pri brzini 72 km/h proizvodi vučnu silu od 1800 N. Kolika je trenutna snaga motora?

Rješenje 219

$$v = 72 \text{ km/h} = [72 : 3.6] = 20 \text{ m/s}, \quad F = 1800 \text{ N}, \quad P = ?$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow P = \frac{F \cdot s}{t} \Rightarrow P = F \cdot \frac{s}{t} \Rightarrow P = F \cdot v.$$

Dakle, snaga je jednaka umnošku sile i brzine koju neko tijelo postigne pod djelovanjem te sile. Trenutna snaga motora iznosi:

$$P = F \cdot v = 1800 \text{ N} \cdot 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 36000 \text{ W} = 3.6 \cdot 10^4 \text{ W} = 36 \text{ kW}.$$

Vježba 219

Motor automobila pri brzini 72 km/h proizvodi vučnu silu od 3600 N. Kolika je trenutna snaga motora?

Rezultat: 72 kW.

Zadatak 220 (Nina, medicinska škola)

Iva je elastičnu oprugu rastegla za 10 cm. Ako Ana želi oprugu rastegnuti za 20 cm, morat će obaviti rad koji je od Ivinog rada veći:

- A. dva puta.
- B. tri puta.
- C. četiri puta.
- D. osam puta.

Rješenje 220

$$s_1 = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad s_2 = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}, \quad W_1 = ?, \quad W_2 = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. Potencijalna energija je oblik energije koji postoji u nekom sustavu zbog odnosa između njegovih dijelova, a ima svojstvo (potencijal) da može djelovati na taj odnos.

Elastična potencijalna energija je energija koju ima elastično tijelo kada ga se elastično deformira. Ako se elastično tijelo stegne ili rastegne i pri tome mu se promijeni duljina za s onda ono ima elastičnu potencijalnu energiju iznosa

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot s^2,$$

gdje je k koeficijent elastičnosti tijela.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

1. inačica

Računamo omjer radova koje su obavile Ana i Iva.

$$\begin{aligned} \frac{W_2}{W_1} &= \frac{\frac{1}{2} \cdot k \cdot s_2^2}{\frac{1}{2} \cdot k \cdot s_1^2} \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot k \cdot s_2^2}{\frac{1}{2} \cdot k \cdot s_1^2} \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \frac{s_2^2}{s_1^2} \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \left(\frac{s_2}{s_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \left(\frac{0.2 \text{ m}}{0.1 \text{ m}}\right)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = 4. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

Uočimo da je elastična potencijalna energija razmjerna s kvadratom udaljenosti tijela od ravnotežnog položaja (elongacijom s).

$$E_{ep} \sim s^2.$$

Iva rastegne oprugu 10 cm, a Ana želi rastegnuti za 20 cm što je dva puta više. Znači da će Anin rad biti četiri puta veći.

Vježba 220

Iva je elastičnu oprugu rastegla za 10 cm. Ako Ana želi oprugu rastegnuti za 30 cm, morat će obaviti rad koji je od Ivinog rada veći:

- A. tri puta.
- B. šest puta.
- C. devet puta.
- D. dva puta.

Rezultat: C.

www.halapa.com