

Zadatak 141 (Lidija, gimnazija)

Tijelo mase 2 g pusti se da slobodno pada sa početnom brzinom 3 m/s. Nađi kinetičku energiju tijela poslije 0.4 s. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 141

$$m = 2 \text{ g} = 0.002 \text{ kg}, \quad v_0 = 3 \text{ m/s}, \quad t = 0.4 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad E_k = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijedi izraz

$$v = g \cdot t,$$

gdje je v brzina pada, t vrijeme pada. Ako se tijelo baci početnom brzinom v_0 , izraz glasi:

$$v = v_0 + g \cdot t.$$

Kinetička energija tijela iznosi:

$$\left. \begin{aligned} v &= v_0 + g \cdot t \\ E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_0 + g \cdot t)^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 0.002 \text{ kg} \cdot \left(3 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.4 \text{ s} \right)^2 = 0.0479 \text{ J} = 47.9 \text{ mJ}.$$

Vježba 141

Tijelo mase 4 g pusti se da slobodno pada sa početnom brzinom 3 m/s. Nađi kinetičku energiju tijela poslije 0.4 s.

Rezultat: 0.0959 J.

Zadatak 142 (Melita, srednja škola)

Koliki je otpor daske, ako se tane mase 8 g i brzine 250 m/s zabije u dasku duboko 4 cm?

Rješenje 142

$$m = 8 \text{ g} = 0.008 \text{ kg}, \quad v = 250 \text{ m/s}, \quad d = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}, \quad F = ?$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Neka je F otpor daske. Budući da je kinetička energija taneta jednaka utrošenom radu koji obavi tane prilikom prodiranja u dasku na dubinu d , za otpor F daske vrijedi:

$$W = E_k \Rightarrow F \cdot d = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow F \cdot d = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \cdot \frac{1}{d} \Rightarrow F = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot d} =$$

$$= \frac{0.008 \text{ kg} \cdot \left(250 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2 \cdot 0.04 \text{ m}} = 6250 \text{ N} = 6.25 \text{ kN}.$$

Vježba 142

Koliki je otpor daske, ako se tane mase 16 g i brzine 250 m/s zabije u dasku duboko 8 cm?

Rezultat: 6.25 kN.

Zadatak 143 (Melita, srednja škola)

Dizalica treba podići jednolikom brzinom teret težine $4.5 \cdot 10^4$ N na visinu 20 m. Snaga dizalice je 10 kW. Za koje vrijeme će dizalica dići teret? Otpori se zanemaruju.

Rješenje 143

$$G = 4.5 \cdot 10^4 \text{ N}, \quad h = 20 \text{ m}, \quad P = 10 \text{ kW} = 10^4 \text{ W}, \quad t = ?$$

Težina tijela G jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži,

$$G = m \cdot g.$$

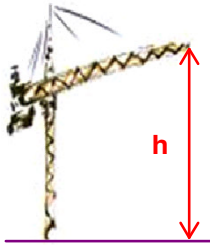
Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W = P \cdot t.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h \Rightarrow E_{gp} = G \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.



Budući da dizalica jednolikom brzinom podiže teret na visinu h , promjena gravitacijske potencijalne energije tijela jednaka je utrošenom radu koji obavi dizalica.

$$\Delta E_{gp} = W \Rightarrow E_{gp} - 0 = W \Rightarrow E_{gp} = W \Rightarrow m \cdot g \cdot h = P \cdot t \Rightarrow G \cdot h = P \cdot t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G \cdot h = P \cdot t \quad /: P \Rightarrow t = \frac{G \cdot h}{P} = \frac{4.5 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot 20 \text{ m}}{10^4 \text{ W}} = 90 \text{ s}.$$

Vježba 143

Dizalica treba podići jednolikom brzinom teret težine $4.5 \cdot 10^4$ N na visinu 40 m. Snaga dizalice je 20 kW. Za koje vrijeme će dizalica dići teret? Otpori se zanemaruju.

Rezultat: 90 s.

Zadatak 144 (Marko, gimnazija)

Tijelo iz mirovanja počinje kliziti niz kosinu ($\alpha = 5.7^\circ$) i prevalivši put od 100 m postigne brzinu 5 m/s. Koliki se dio njegove potencijalne energije utrošio na trenje i otpor zraka? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 144

$$\alpha = 5.7^\circ, \quad l = 100 \text{ m}, \quad v = 5 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \eta = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

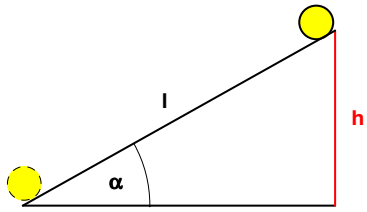
$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Sa slike vidi se da visina h kosine iznosi:



$$\sin \alpha = \frac{h}{l} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{h}{l \cdot l} \Rightarrow h = l \cdot \sin \alpha.$$

Na visini h kosine gravitacijska potencijalna energija tijela je

$$\left. \begin{aligned} h &= l \cdot \sin \alpha \\ E_{gp} &= m \cdot g \cdot h \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_{gp} = m \cdot g \cdot l \cdot \sin \alpha.$$

U podnožju kosine kinetička energija tijela je

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Razlika gravitacijske potencijalne energije tijela na visini h kosine i kinetičke energije u podnožju kosine je dio energije koji se utroši na trenje i otpor zraka. Računamo koliki se dio (u postotku) gravitacijske potencijalne energije tijela utrošio na trenje i otpor zraka.

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{E_{gp} - E_k}{E_{gp}} \Rightarrow \eta = \frac{E_{gp}}{E_{gp}} - \frac{E_k}{E_{gp}} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{E_k}{E_{gp}} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{m \cdot g \cdot l \cdot \sin \alpha} \Rightarrow \\ \Rightarrow \eta &= 1 - \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot m \cdot g \cdot l \cdot \sin \alpha} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot l \cdot \sin \alpha} = 1 - \frac{\left(5 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 100 m \cdot \sin 5.7^\circ} = \\ &= 0.8717 = \frac{87.17}{100} = \frac{87.17}{100} = 87.17\%. \end{aligned}$$

Vježba 144

Tijelo iz mirovanja počinje kliziti niz kosinu ($\alpha = 5.7^\circ$) i prevalivši put od 400 m, postigne brzinu 10 m/s. Koliki se dio njegove potencijalne energije utrošio na trenje i otpor zraka? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 87.17%.

Zadatak 145 (Kiki, srednja škola)

Tijelo mase 1 kg leži na površini stola visokog 1 m. Zbog kratkotrajnog djelovanja sile, tijelo je dobilo početnu brzinu 2 m/s. Pošto je tijelo došlo do ruba stola, palo je na pod. Kolika se toplina razvila od trenutka kad se tijelo počelo gibati do trenutka neposredno nakon udara o pod? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 145

$$m = 1 \text{ kg}, \quad h = 1 \text{ m}, \quad v = 2 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad Q = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.

- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Toplina, koja se razvila od trenutka kad se tijelo počelo gibati do trenutka neposredno nakon udara o pod, jednaka je zbroju promjena kinetičke energije i gravitacijske potencijalne energije.

$$Q = \Delta E_k + \Delta E_{gp} \Rightarrow Q = \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot 0^2 \right) + (m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot 0) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h \Rightarrow Q = m \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot v^2 + g \cdot h \right) = 1 \text{ kg} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 + 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ m} \right) = 11.81 \text{ J}.$$

Vježba 145

Tijelo mase 2 kg leži na površini stola visokog 1 m. Zbog kratkotrajnog djelovanja sile, tijelo je dobilo početnu brzinu 2 m/s. Pošto je tijelo došlo do ruba stola, palo je na pod. Kolika se toplina razvila od trenutka kad se tijelo počelo gibati do trenutka neposredno nakon udara o pod? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 23.62 J.

Zadatak 146 (Kiki, srednja škola)

Tijelo mase 0.5 kg slobodno pada s visine 3 m iznad tla. Kolika mu je potencijalna energija na početku pada i pošto je prošao put 2 m? Kolika mu je tada kinetička energija i koliki je zbroj kinetičke i potencijalne energije? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 146

$$m = 0.5 \text{ kg}, \quad h = 3 \text{ m}, \quad s = 2 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad E_{gp} = ?, \quad E_k = ?, \quad E = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

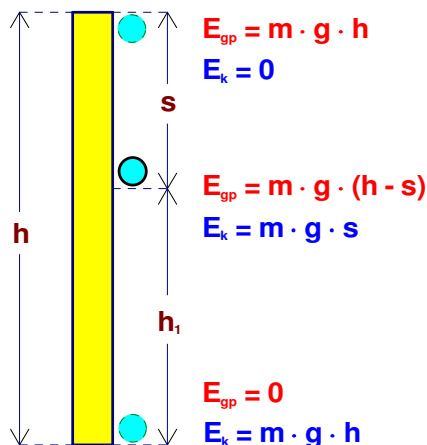
gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.



Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Mehanička energija tijela ili sustava tijela zbroj je kinetičke i potencijalne energije:

$$E = E_k + E_p.$$

Pri slobodnom padu mehanička energija je očuvana, tj. u svakoj točki putanje slobodnog pada zbroj gravitacijske

potencijalne i kinetičke energije je konstantan.

- Tijelo mase m u početku je na visini h i miruje pa je:
 - kinetička energija $E_k = 0$
 - gravitacijska potencijalna energija $E_{gp} = m \cdot g \cdot h$.

Ukupna mehanička energija iznosi:

$$E = E_k + E_{gp} \Rightarrow E = 0 + m \cdot g \cdot h \Rightarrow E = m \cdot g \cdot h.$$

- Tijelo mase m slobodno pada s visine h i prešlo je put s pa je:
 - gravitacijska potencijalna energija $E_{gp} = m \cdot g \cdot (h - s)$
 - budući da je brzina tijela, na osnovi jednadžbe za slobodni pad, dana izrazom

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot s$$

za kinetičku energiju vrijedi:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot g \cdot s \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot g \cdot s \Rightarrow E_k = m \cdot g \cdot s.$$

Ukupna mehanička energija iznosi:

$$E = E_k + E_{gp} \Rightarrow E = m \cdot g \cdot s + m \cdot g \cdot (h - s) \Rightarrow E = m \cdot g \cdot s + m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot s \Rightarrow E = m \cdot g \cdot s + m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot s \Rightarrow E = m \cdot g \cdot h.$$

- Tijelo mase m palo je s visine h na tlo pa je:
 - gravitacijska potencijalna energija $E_{gp} = m \cdot g \cdot 0 \Rightarrow E_{gp} = 0$
 - budući da je brzina tijela, na osnovi jednadžbe za slobodni pad, dana izrazom

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h$$

za kinetičku energiju vrijedi

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow E_k = m \cdot g \cdot h.$$

Ukupna mehanička energija iznosi:

$$E = E_k + E_{gp} \Rightarrow E = m \cdot g \cdot h + 0 \Rightarrow E = m \cdot g \cdot h.$$

Vidi se da je ukupna mehanička energija za vrijeme slobodnog pada očuvana. Dakle, tijekom slobodnog pada zbroj kinetičke energije i gravitacijske potencijalne energije ostaje stalan,

$$E = E_k + E_{gp} = \text{konst.}$$

Gravitacijska potencijalna energija tijela na početku pada (s visine h) iznosi:

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h = 0.5 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ m} = 14.715 \text{ J.}$$

Gravitacijska potencijalna energija tijela koje je počelo padati s visine h i pošto je prešlo put s iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} h_1 = h - s \\ E_{gp_1} = m \cdot g \cdot h_1 \end{array} \right\} \Rightarrow E_{gp_1} = m \cdot g \cdot (h - s) = 0.5 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (3 \text{ m} - 2 \text{ m}) = 4.905 \text{ J.}$$

Iz zakona održanja energije izlazi da je kinetička energija tijela, koje je počelo padati s visine h i pošto je prešlo put s , jednaka razlici gravitacijske potencijalne energije na visini h i gravitacijske potencijalne energije na visini $h_1 = h - s$:

$$\left. \begin{array}{l} E_{gp} = m \cdot g \cdot h \\ h_1 = h - s, E_{gp_1} = m \cdot g \cdot h_1 \\ E_k = E_{gp} - E_{gp_1} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} E_{gp} = m \cdot g \cdot h \\ E_{gp_1} = m \cdot g \cdot (h - s) \\ E_k = E_{gp} - E_{gp_1} \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot (h - s) \Rightarrow E_k = m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot h + m \cdot g \cdot s \Rightarrow E_k = m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot h + m \cdot g \cdot s \Rightarrow E_k = m \cdot g \cdot s$$

$$\Rightarrow E_k = m \cdot g \cdot s = 0.5 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \text{ m} = 9.81 \text{ J}.$$

Iz zakona održanja energije izlazi da zbroj kinetičke energije i gravitacijske potencijalne energije tijela, koje je počelo padati s visine h i pošto je prešlo put s , iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} E_{gp} = m \cdot g \cdot h \\ E_{gp_1} \\ E_k = E_{gp} - E_{gp_1} \end{array} \right\} \Rightarrow E_k + E_{gp_1} = E_{gp} - E_{gp_1} + E_{gp_1} \Rightarrow E_k + E_{gp_1} = E_{gp} - E_{gp_1} + E_{gp_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_k + E_{gp_1} = E_{gp} \Rightarrow E_k + E_{gp_1} = m \cdot g \cdot h = 0.5 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ m} = 14.715 \text{ J}.$$

Vježba 146

Tijelo mase 1 kg slobodno pada s visine 3 m iznad tla. Kolika mu je potencijalna energija na početku pada? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 29.43 J.

Zadatak 147 (Ivan, medicinska škola)

Tijelo je na stolu na visini 0.75 m iznad poda i ima gravitacijsku potencijalnu energiju 36 J. Kolika će biti njegova kinetička energija kada u slobodnom padu bude na visini 0.25 m iznad poda?

Rješenje 147

$$h_1 = 0.75 \text{ m}, \quad E_{gp_1} = 36 \text{ J}, \quad h_2 = 0.25 \text{ m}, \quad E_k = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

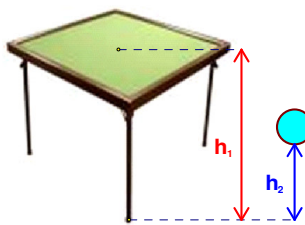
$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.



Iz formule za gravitacijsku potencijalnu energiju E_{gp_1} tijela na visini h_1 izračunamo njegovu masu m :

$$E_{gp_1} = m \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow E_{gp_1} = m \cdot g \cdot h_1 / \frac{1}{g \cdot h_1} \Rightarrow m = \frac{E_{gp_1}}{g \cdot h_1}.$$

Kada u slobodnom padu tijelo bude na visini h_2 iznad poda imat će gravitacijsku potencijalnu energiju E_{gp_2} :

$$\left. \begin{array}{l} E_{gp_2} = m \cdot g \cdot h_2 \\ m = \frac{E_{gp_1}}{g \cdot h_1} \end{array} \right\} \Rightarrow E_{gp_2} = \frac{E_{gp_1}}{g \cdot h_1} \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow E_{gp_2} = \frac{E_{gp_1}}{g \cdot h_1} \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow E_{gp_2} = E_{gp_1} \cdot \frac{h_2}{h_1}.$$

Iz zakona održanja energije izlazi da je kinetička energija tijela, kada u slobodnom padu bude na visini h_2 iznad poda, jednaka razlici gravitacijske potencijalne energije E_{gp_1} na visini h_1 i gravitacijske

potencijalne energije E_{gp2} na visini h_2 :

$$E_k = E_{gp1} - E_{gp2} \Rightarrow E_k = E_{gp1} - E_{gp1} \cdot \frac{h_2}{h_1} \Rightarrow E_k = E_{gp1} \cdot \left(1 - \frac{h_2}{h_1}\right) = 36 \text{ J} \cdot \left(1 - \frac{0.25 \text{ m}}{0.75 \text{ m}}\right) = 24 \text{ J}.$$

(Za koliko se gravitacijska potencijalna energija tijela smanji pri slobodnom padu, za toliko se kinetička energija povećava.)

Vježba 147

Tijelo je na stolu na visini 0.75 m iznad poda i ima gravitacijsku potencijalnu energiju 72 J. Kolika će biti njegova kinetička energija kada u slobodnom padu bude na visini 0.25 m iznad poda?

Rezultat: 48 J.

Zadatak 148 (Ivan, medicinska škola)

Planinar mase 90 kg popne se na najviši himalajski vrh Mount Everest visine 8850 m.

a) Koliku je energiju utrošio svladavajući gravitacijsku silu?

b) Koliko čokoladica energetske vrijednosti 300 kcal po komadu mora pojesti da bi savladao taj uspon? (1 kcal = 4186 J, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 148

$$m = 90 \text{ kg}, \quad h = 8850 \text{ m}, \quad E = 300 \text{ kcal} = [300 \cdot 4186 \text{ J}] = 1255800 \text{ J}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \\ E_{gp} = ?, \quad n = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.



a) Energija, koju je planinar mase m utrošio svladavajući gravitacijsku silu da bi se popeo na najviši himalajski vrh Mount Everest visine h , iznosi:

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h = 90 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8850 \text{ m} = 7813665 \text{ J}.$$

b) Budući da jedna čokoladica ima energetska vrijednost E , broj čokoladica koje planinar mora pojesti da bi savladao taj uspon iznosi:

$$n = \frac{E_{gp}}{E} \Rightarrow n = \frac{m \cdot g \cdot h}{E} = \frac{90 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8850 \text{ m}}{1255800 \text{ J}} \approx 6 \text{ čokoladica}.$$

Vježba 148

Planinar mase 80 kg popne se na najviši himalajski vrh Mount Everest visine 8850 m.

Koliku je energiju utrošio svladavajući gravitacijsku silu? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 6945480 J.

Zadatak 149 (Matea, gimnazija)

Ako tijelo, mase 1 kg, krene iz mirovanja, za koliko će se povećati njegova kinetička energija tijekom prve sekunde gibanja? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 149

$$m = 1 \text{ kg}, \quad t = 1 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad E_k = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijedi izraz

$$v = g \cdot t,$$

gdje je v brzina pada, t vrijeme pada.

Budući da tijelo koje slobodno pada ima poslije vremena t brzinu

$$v = g \cdot t,$$

njegova kinetička energija iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} v = g \cdot t \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (g \cdot t)^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ kg} \cdot \left(9.80 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1 \text{ s} \right)^2 = 48.12 \text{ J}.$$

Vježba 149

Ako tijelo, mase 2 kg, krene iz mirovanja, za koliko će se povećati njegova kinetička energija tijekom prve sekunde gibanja? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 96.24 J.

Zadatak 150 (Matea, gimnazija)

Tijelo, mase 2 kg, giba se vertikalno u vis djelovanjem stalne sile, pri čemu do visine 1 m sila obavi rad 80 J. Kolika je akceleracija tijela? ($g = 9.80 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 150

$$m = 2 \text{ kg}, \quad h = 1 \text{ m}, \quad W = 80 \text{ J}, \quad g = 9.80 \text{ m/s}^2, \quad a = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Tijekom gibanja na tijelo djeluju dvije sile:

- sila teža G sa smjerom prema dolje
- sila F sa smjerom u vis.

Rezultantna sila F_r koja djeluje na tijelo jednaka je razlici sile F koja djeluje vertikalno u vis na tijelo i sile teže G koja djeluje vertikalno prema dolje:

$$F_r = F - G \Rightarrow F_r = F - m \cdot g.$$

Rezultantna sila F_r koja djeluje na tijelo određena je drugim Newtonovim poučkom pa za akceleraciju a vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} F_r = m \cdot a \\ F_r = F - m \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow m \cdot a = F - m \cdot g \Rightarrow m \cdot a = F - m \cdot g \cdot \frac{1}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{F - m \cdot g}{m} \Rightarrow a = \frac{F}{m} - \frac{m \cdot g}{m} \Rightarrow a = \frac{F}{m} - \frac{m \cdot g}{m} \Rightarrow a = \frac{F}{m} - g.$$

Budući da je sila F na putu h obavila rad

$$W = F \cdot h \Rightarrow F = \frac{W}{h},$$

akceleracija tijela iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} - g \\ F = \frac{W}{h} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow a = \frac{\frac{W}{h}}{m} - g \Rightarrow a = \frac{W}{m \cdot h} - g = \frac{80 \text{ J}}{2 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m}} - 9.80 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 30.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Vježba 150

Tijelo, mase 2 kg, giba se vertikalno u vis djelovanjem stalne sile, pri čemu do visine 2 m sila obavi rad 80 J. Kolika je akceleracija tijela? ($g = 9.80 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 10.2 m/s^2 .

Zadatak 151 (Katarina, gimnazija)

Kroz vodopad, visine 10 m, proteče svake sekunde 15 m^3 vode. Kolika je njegova snaga? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 151

$$h = 10 \text{ m}, \quad t = 1 \text{ s}, \quad V = 15 \text{ m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad P = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

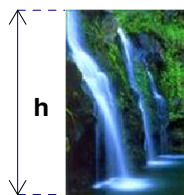
Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.



$$P = \frac{W}{t}.$$

Rad vodopada jednak je promjeni njegove gravitacijske potencijalne energije.

$$W = \Delta E_{gp} \Rightarrow W = m \cdot g \cdot h - 0 \Rightarrow W = m \cdot g \cdot h.$$

Budući da za vrijeme t vodopadom proteče količina vode mase m , snaga vodopada iznosi:

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned} W &= m \cdot g \cdot h \\ P &= \frac{W}{t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} \Rightarrow [m = \rho \cdot V] \Rightarrow P = \frac{\rho \cdot V \cdot g \cdot h}{t} = \\
 & = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 15 \text{ m}^3 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 1471500 \text{ W} \approx 1.47 \cdot 10^6 \text{ W} = 1.47 \text{ MW}.
 \end{aligned}$$

Vježba 151

Kroz vodopad, visine 10 m, proteče svake dvije sekunde 30 m^3 vode. Kolika je njegova snaga? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 1.47 MW.

Zadatak 152 (Goran, gimnazija)

Na tijelo mase 2 kg djeluje sila F zbog koje se tijelo giba po putu s . Sila F se mijenja te je prikazana F, s – grafikonom na sljedećoj slici. Odredi pomoću grafikona koliki je rad izvršila sila pošto je tijelo prešlo put: a) 2 m, b) 5 m, c) 8 m.

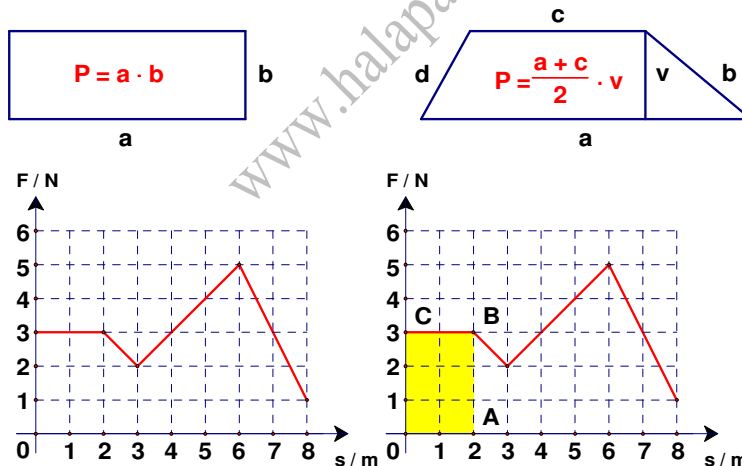
Rješenje 152

$m = 2 \text{ kg}$, $s_1 = 2 \text{ m}$, $s_2 = 5 \text{ m}$, $s_3 = 8 \text{ m}$, $W_1 = ?$, $W_2 = ?$, $W_3 = ?$
Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

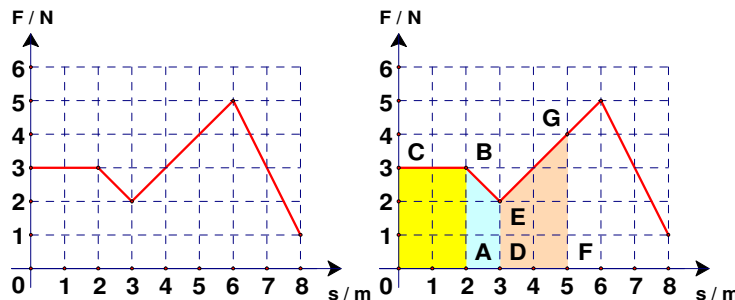
Na F, s – grafikonu rad se prikazuje veličinom površine koju zatvara dio krivulje koji odgovara pripadnom putu.

Površina pravokutnika i trapeza



Rad W_1 na putu s_1 , gdje je $s_1 = |OA|$, odgovara površini pravokutnika $OABC$ izraženog u jedinicama za rad (džul, J):

$$|OA| = 2, |AB| = 3 \Rightarrow W_1 = P_{OABC} \Rightarrow W_1 = |OA| \cdot |AB| \Rightarrow W_1 = 2 \cdot 3 \Rightarrow W_1 = 6 \text{ J}.$$

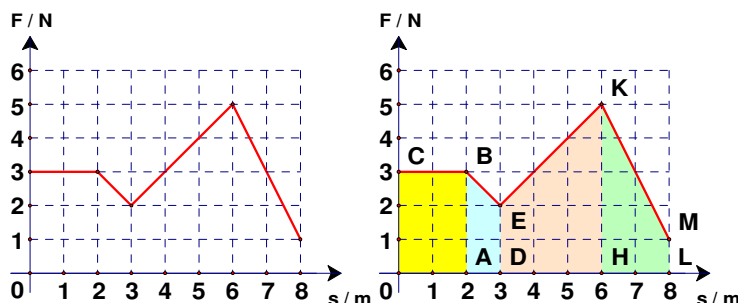


Rad W_2 na putu s_2 , gdje je $s_2 = |OF|$, odgovara zbroju površina pravokutnika $OABC$, trapeza $ADEB$ i trapeza $DFGE$ izraženog u jedinicama za rad (džul, J):

$$|OA| = 2, |AD| = 1, |DF| = 2, |AB| = 3, |DE| = 2, |FG| = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_2 = P_{OABC} + P_{ADEB} + P_{DFGE} \Rightarrow W_2 = |OA| \cdot |AB| + \frac{|AB| + |DE|}{2} \cdot |AD| + \frac{|FG| + |DE|}{2} \cdot |DF| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_2 = 2 \cdot 3 + \frac{3+2}{2} \cdot 1 + \frac{4+2}{2} \cdot 2 \Rightarrow W_2 = 6 + 2.5 + 6 \Rightarrow W_2 = 14.5 \text{ J.}$$



Rad W_3 na putu s_3 , gdje je $s_3 = |OL|$, odgovara zbroju površina pravokutnika $OABC$, trapeza $ADEB$, trapeza $DHKE$ i trapeza $HLMK$ izraženog u jedinicama za rad (džul, J):

$$|OA| = 2, |AD| = 1, |DH| = 3, |HL| = 2, |AB| = 3, |DE| = 2, |HK| = 5, |LM| = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_3 = P_{OABC} + P_{ADEB} + P_{DHKE} + P_{HLMK} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_3 = |OA| \cdot |AB| + \frac{|AB| + |DE|}{2} \cdot |AD| + \frac{|HK| + |DE|}{2} \cdot |DH| + \frac{|HK| + |LM|}{2} \cdot |HL| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_3 = 2 \cdot 3 + \frac{3+2}{2} \cdot 1 + \frac{5+2}{2} \cdot 3 + \frac{5+1}{2} \cdot 2 \Rightarrow W_3 = 6 + 2.5 + 10.5 + 6 \Rightarrow W_3 = 25 \text{ J.}$$

Vježba 152

Na tijelo mase 2 kg djeluje sila F zbog koje se tijelo giba po putu s . Sila F se mijenja te je prikazana F, s – grafikonom na gornjoj slici. Odredi pomoću grafikona koliki je rad izvršila sila pošto je tijelo prešlo put 1 m.

Rezultat: 3 J.

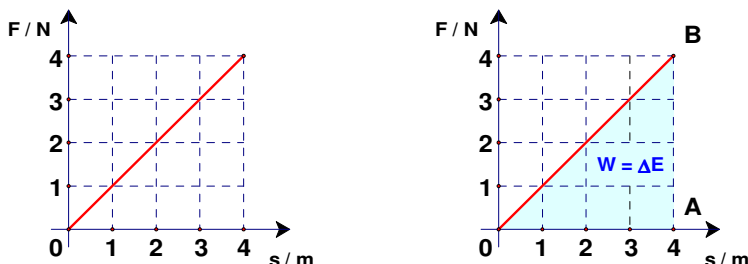
Zadatak 153 (Goran, gimnazija)

Tijelo mase 5.0 kg giba se duž puta djelovanjem sile koja se jednoliko povećava, svaka 2 m po 2 N. Odredi pomoću grafikona koliku je energiju izgubilo tijelo pošto je prešlo put 4 m, ako je sila na početku gibanja jednaka nuli.

Rješenje 153

$$m = 5.0 \text{ kg}, \quad \Delta s = 2 \text{ m}, \quad \Delta F = 2 \text{ N}, \quad s = 4 \text{ m}, \quad F_0 = 0 \text{ N}, \quad \Delta E = ?$$

Kad tijelo obavlja rad mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Na F, s – grafikonu rad se prikazuje veličinom površine koju zatvara dio krivulje koji odgovara pripadnom putu.



Rad W na putu s , gdje je $s = |OA|$, odgovara površini pravokutnog trokuta OAB izraženog u jedinicama za rad (džul, J):

$$\left. \begin{array}{l} |OA| = |AB| = 4 \\ W = P_{OAB}, P_{OAB} = \frac{|OA| \cdot |AB|}{2}, \Delta E = W \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta E = \frac{|OA| \cdot |AB|}{2} \Rightarrow \Delta E = \frac{4 \cdot 4}{2} \Rightarrow \Delta E = 8 \text{ J.}$$

Vježba 153

Tijelo mase 5.0 kg giba se duž puta djelovanjem sile koja se jednoliko povećava, svaka 4 m po 4 N. Odredi pomoću grafikona koliku je energiju izgubilo tijelo pošto je prešlo put 4 m, ako je sila na početku gibanja jednaka nuli.

Rezultat: 8 J.

Zadatak 154 (Anita, gimnazija)

Sila 20 N ubrzava predmet mase 1.0 kg duž puta 4.0 m po horizontalnoj površini bez trenja. Predmet je prije toga mirovao. Nakon prevođenja puta 4.0 m sila se promijeni, smanji se na 10 N i djeluje duž iduća 4 m.

- Kolika je konačna kinetička energija tijela?
- Kolika mu je konačna brzina?

Rješenje 154

$$F_1 = 20 \text{ N}, \quad m = 1.0 \text{ kg}, \quad s_1 = 4.0 \text{ m}, \quad F_2 = 10 \text{ N}, \quad s_2 = 4 \text{ m}, \quad E_k = ?, \quad v = ?$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2.$$

- Na putu s_1 sila F_1 obavila je rad

$$W_1 = F_1 \cdot s_1,$$

- na putu s_2 sila F_2 obavila je rad

$$W_2 = F_2 \cdot s_2.$$

Kad tijelo obavlja rad mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Konačna kinetička energija predmeta jednaka je zbroju utrošenih radova:

$$\left. \begin{array}{l} W_1 = F_1 \cdot s_1 \\ W_2 = F_2 \cdot s_2 \\ E_k = W_1 + W_2 \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = F_1 \cdot s_1 + F_2 \cdot s_2 = 20 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} + 10 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} = 120 \text{ J.}$$

- Konačna brzina predmeta iznosi:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot E_k}{m} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 120 \text{ J}}{1.0 \text{ kg}}} = 15.49 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 154

Sila 40 N ubrzava predmet mase 1.0 kg duž puta 2 m po horizontalnoj površini bez trenja. Predmet je prije toga mirovao. Nakon prevođenja puta 2 m sila se promijeni, smanji se na 10 N i djeluje duž iduća 4 m. Kolika je konačna kinetička energija tijela?

Rezultat: 120 J.

Zadatak 155 (Boris, gimnazija)

Tramvaj mase 10 tona razvije 5 sekundi pošto se počeo kretati brzinu 7.2 km/h. Kolika je snaga motora?

Rješenje 155

$$m = 10 \text{ t} = 10000 \text{ kg}, \quad t = 5 \text{ s}, \quad v = 7.2 \text{ km/h} = [7.2 : 3.6] = 2 \text{ m/s}, \quad P = ?$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W = P \cdot t.$$


Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Budući da se tramvaj mase m giba brzinom v , njegova kinetička energija je

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Promjena kinetičke energije tramvaja jednaka je utrošenom radu pa snaga motora iznosi:


$$\left. \begin{array}{l} E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ W = E_k \\ P = \frac{W}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ P = \frac{W}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{t} \Rightarrow P = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot t} =$$
$$= \frac{10000 \text{ kg} \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 5 \text{ s}} = 4000 \text{ W} = 4 \text{ kW}.$$

Vježba 155

Tramvaj mase 20 tona razvije 10 sekundi pošto se počeo kretati brzinu 7.2 km/h. Kolika je snaga motora?

Rezultat: 4 kW.

Zadatak 156 (Boris, gimnazija)

Tijelo mase 40 g bačeno je vertikalno u vis brzinom 60 m/s. Kolika mu je kinetička energija:

- na početku gibanja,
- nakon 6 sekundi gibanja? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 156

$$m = 40 \text{ g} = 0.04 \text{ kg}, \quad v_0 = 60 \text{ m/s}, \quad t = 6 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad E_k = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Vertikalni hitac u vis sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada. Zato mu je brzina v u času kad je prošlo vrijeme t dana ovim izrazom:

$$v = v_0 - g \cdot t.$$

a) Na početku gibanja kinetička energija tijela je

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.04 \text{ kg} \cdot \left(60 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 72 \text{ J}.$$

b) Tijelo mase m bačeno vertikalno u vis brzinom v_0 nakon vremena t ima kinetičku energiju

$$\left. \begin{array}{l} v = v_0 - g \cdot t \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_0 - g \cdot t)^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.04 \text{ kg} \cdot \left(60 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6 \text{ s} \right)^2 = 0.026 \text{ J}.$$

Vježba 156

Tijelo mase 80 g bačeno je vertikalno u vis brzinom 60 m/s. Kolika mu je kinetička energija nakon 6 sekundi gibanja? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 0.052 J.

Zadatak 157 (Nena, gimnazija)

Pri brzom hodu čovjek je u jednoj minuti učinio 180 koraka. Kolika je snaga čovjeka koju je razvio pri hodu ako za svaki korak utroši rad 30 J?

Rješenje 157

$$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad n = 180 \text{ koraka}, \quad W_1 = 30 \text{ J}, \quad P = ?$$

Kad tijelo obavlja rad mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Budući da za jedan korak čovjek utroši rad W_1 , za n koraka utrošit će

$$W = n \cdot W_1.$$

Snaga čovjeka iznosi:



$$\left. \begin{array}{l} W = n \cdot W_1 \\ P = \frac{W}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{n \cdot W_1}{t} = \frac{180 \cdot 30 \text{ J}}{60 \text{ s}} = 90 \text{ W}.$$

Vježba 157

Pri brzom hodu čovjek je u jednoj minuti učinio 360 koraka. Kolika je snaga čovjeka koju je razvio pri hodu ako za svaki korak utroši rad 30 J?

Rezultat: 180 W.

Zadatak 158 (Marko, gimnazija)

Dizalica je podigla tijelo mase 4.5 tone na visinu 8 m. Snaga dizalice je 8.832 kW. Za koje vrijeme dizalica digne teret? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 158

$$m = 4.5 \text{ t} = 4500 \text{ kg}, \quad h = 8 \text{ m}, \quad P = 8.832 \text{ kW} = 8832 \text{ W}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad t = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Rad W koji dizalica utroši podižući tijelo mase m na visinu h jednak je promjeni gravitacijske potencijalne energije E_{gp} :



$$\left. \begin{array}{l} W = E_{gp} \\ E_{gp} = m \cdot g \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow W = m \cdot g \cdot h.$$

Vrijeme za koje dizalica digne teret iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} W = m \cdot g \cdot h \\ P = \frac{W}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} \Rightarrow P = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} \cdot \frac{t}{P} \Rightarrow t = \frac{m \cdot g \cdot h}{P} =$$

$$= \frac{4500 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8 \text{ m}}{8832 \text{ W}} = 39.986 \text{ s} \approx 40 \text{ s}.$$

Vježba 158

Dizalica je podigla tijelo mase 9 tona na visinu 8 m. Snaga dizalice je 17.664 kW. Za koje vrijeme dizalica digne teret? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 40 s.

Zadatak 159 (Melita, srednja škola)

Pri normalnoj brzini 5 km/h čovjek mase 75 kg razvija snagu otprilike 60 W. Povećanjem brzine ta snaga naglo raste i pri brzini 7.2 km/h naraste do 200 W. Odredi za oba slučaja silu kojom se čovjek pokreće.

Rješenje 159

$$v_1 = 5 \text{ km/h} = [5 : 3.6] = 1.39 \text{ m/s}, \quad m = 75 \text{ kg}, \quad P_1 = 60 \text{ W}, \quad v_2 = 7.2 \text{ km/h} =$$

$$= [7.2 : 3.6] = 2 \text{ m/s}, \quad P_2 = 200 \text{ W}, \quad F_1 = ?, \quad F_2 = ?$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow P = \frac{F \cdot s}{t} \Rightarrow P = F \cdot \frac{s}{t} \Rightarrow P = F \cdot v.$$

Sila kojom se čovjek u oba slučaja pokreće iznosi:

- za prvi slučaj: $P_1 = F_1 \cdot v_1 \Rightarrow P_1 = F_1 \cdot v_1 \cdot \frac{1}{v_1} \Rightarrow F_1 = \frac{P_1}{v_1} = \frac{60 \text{ W}}{1.39 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 43.17 \text{ N}.$
- za drugi slučaj: $P_2 = F_2 \cdot v_2 \Rightarrow P_2 = F_2 \cdot v_2 \cdot \frac{1}{v_2} \Rightarrow F_2 = \frac{P_2}{v_2} = \frac{200 \text{ W}}{2 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 100 \text{ N}.$

Vježba 159

Pri normalnoj brzini 10 km/h čovjek mase 75 kg razvija snagu otprilike 120 W. Povećanjem brzine ta snaga naglo raste i pri brzini 14.4 km/h naraste do 400 W. Odredi za oba slučaja silu kojom se čovjek pokreće.

Rezultat: $F_1 = 43.17 \text{ N}$, $F_2 = 100 \text{ N}.$

Zadatak 160 (Boris, gimnazija)

Koliku težinu može vući automobil motora 22.05 kW po horizontalnom putu pri brzini 54 km/h ako je koeficijent trenja 0.15?

Rješenje 160

$$P = 22.05 \text{ kW} = 22050 \text{ W}, \quad v = 54 \text{ km/h} = [54 : 3.6] = 15 \text{ m/s}, \quad \mu = 0.15, \quad G = ?$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow P = \frac{F \cdot s}{t} \Rightarrow P = F \cdot \frac{s}{t} \Rightarrow P = F \cdot v.$$

Kad tijelo obavlja rad mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G.$$



Budući da vučna sila automobila svladava trenje, težina G koju automobil snage motora P može vući pri brzini v iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F_{tr} = \mu \cdot G \\ P = F_{tr} \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow P = \mu \cdot G \cdot v \Rightarrow P = \mu \cdot G \cdot v \cdot \frac{1}{\mu \cdot v} \Rightarrow G = \frac{P}{\mu \cdot v} = \frac{22050 \text{ W}}{0.15 \cdot 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 9800 \text{ N}.$$

Vježba 160

Koliku težinu može vući automobil motora 44.10 kW po horizontalnom putu pri brzini 108 km/h ako je koeficijent trenja 0.15?

Rezultat: 9800 N.