

Zadatak 101 (Megy, gimnazija)

Kolika je snaga motora automobila, mase 800 kg, ako postigne brzinu 72 km/h za vrijeme 4 s? Trenje zanemarite.

Rješenje 101

$$m = 800 \text{ kg}, \quad v_1 = 0 \text{ m/s}, \quad v_2 = 72 \text{ km/h} = [72 : 3.6] = 20 \text{ m/s}, \quad t = 4 \text{ s}, \quad P = ?$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Rad koji obavi motor automobila za vrijeme t jednak je promjeni njegove kinetičke energije:

$$\left. \begin{array}{l} E_{k_1} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2, \quad E_{k_2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \\ W = E_{k_2} - E_{k_1} \end{array} \right\} \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2).$$

Snaga motora iznosi:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{t} \Rightarrow P = \frac{m}{2 \cdot t} \cdot (v_2^2 - v_1^2) = \frac{800 \text{ kg}}{2 \cdot 4 \text{ s}} \cdot \left(\left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - 0^2 \right) = 40000 \text{ W} = 40 \text{ kW}.$$

Vježba 101

Kolika je snaga motora automobila, mase 1600 kg, ako postigne brzinu 72 km/h za vrijeme 4 s? Trenje zanemarite.

Rezultat: 80 kW.

Zadatak 102 (Mario, gimnazija)

Dva automobila, jednake mase, istodobno počinju se gibati jednoliko ubrzano. Koliko je puta srednja snaga prvog automobila veća od srednje snage drugog, ako za isto vrijeme prvi automobil ima brzinu dva puta veću od drugog automobila? Trenje između kotača i ceste zanemarite.

Rješenje 102

$$m_1 = m_2 = m, \quad t_1 = t_2 = t, \quad v_1 = 2 \cdot v_2, \quad P_1 : P_2 = ?$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W = P \cdot t.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Svaki automobil za vrijeme t ima kinetičku energiju jednaku:

$$\left. \begin{array}{l} E_{k_1} = W_1, \quad W_1 = P_1 \cdot t \\ E_{k_2} = W_2, \quad W_2 = P_2 \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P_1 \cdot t = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \\ P_2 \cdot t = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \end{array} \right\}.$$

Gledamo omjer snaga:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{P_1 \cdot t}{P_2 \cdot t} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{v_1^2}{v_2^2} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{2 \cdot v_2}{v_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = 2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = 4 \Rightarrow P_1 = 4 \cdot P_2.$$

Vježba 102

Dva automobila, jednake mase, istodobno počinju se gibati jednoliko ubrzano. Koliko je puta srednja snaga prvog automobila veća od srednje snage drugog, ako za isto vrijeme prvi automobil ima brzinu tri puta veću od drugog automobila? Trenje između kotača i ceste zanemarite.

Rezultat: $P_1 = 9 \cdot P_2.$

Zadatak 103 (Goga, srednja škola)

Zrakoplov pri uzletu mora imati brzinu 81 km/h. Duljina piste je 100 m, a težina zrakoplova 10 kN. Koeficijent trenja pri uzletu je 0.2. Kolika je snaga motora? Gibanje zrakoplova pri uzletu je jednoliko ubrzano. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 103

$v = 81 \text{ km/h} = [81 : 3.6] = 22.5 \text{ m/s}, \quad s = 100 \text{ m}, \quad G = 10 \text{ kN} = 10000 \text{ N}, \quad \mu = 0.2,$
 $g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad P = ?$

Tražena snaga motora zrakoplova iznosi:

$$P = F \cdot v,$$

gdje je F vučna sila, v brzina.

Vučna sila F motora zrakoplova jednaka je zbroju sile trenja F_{tr} i sile F_z koja ubrzava zrakoplov:

$$F = F_{tr} + F_z.$$

Trenje je:

$$F_{tr} = \mu \cdot G.$$

Sila F_z koja ubrzava zrakoplov računa se po drugom Newtonovom poučku:

$$F_z = m \cdot a.$$

Budući da je gibanje zrakoplova jednoliko ubrzano, slijedi:



$$\left. \begin{array}{l} v^2 = 2 \cdot a \cdot s \\ G = m \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{v^2}{2 \cdot s} \\ m = \frac{G}{g} \end{array} \right\} \Rightarrow F_z = \frac{G}{g} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot s} \Rightarrow F_z = \frac{G \cdot v^2}{2 \cdot g \cdot s}.$$

Zato je vučna sila F jednaka:

$$F = F_{tr} + F_z \Rightarrow F = \mu \cdot G + \frac{G \cdot v^2}{2 \cdot g \cdot s} \Rightarrow F = G \cdot \left(\mu + \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot s} \right)$$

pa snaga iznosi

$$P = F \cdot v \Rightarrow P = G \cdot \left(\mu + \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot s} \right) \cdot v \Rightarrow P = G \cdot v \cdot \left(\mu + \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot s} \right) =$$

$$= 10000 \text{ N} \cdot 22.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \left(0.2 + \frac{\left(22.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 100 \text{ m}} \right) = 103056.1927 \text{ W} \approx 103.1 \text{ kW}.$$

Vježba 103

Zrakoplov pri uzletu mora imati brzinu 81 km/h. Duljina piste je 100 m, a težina zrakoplova 10 kN. Koeficijent trenja pri uzletu je 0.4. Kolika je snaga motora? Gibanje zrakoplova pri uzletu je jednoliko ubrzano. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 148.1 kW.

Zadatak 104 (Morski vuk Goran i ekipa, pomorska škola)

Brzina vozila mase 1200 kg povećava se od 30 km/h do 80 km/h na putu od 70 m. Prosječna zaustavna sila iznosi 5% težine. Kolika je potrebna snaga za to ubrzanje? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 104

$m = 1200 \text{ kg}$, $v_1 = 30 \text{ km/h} = [30 : 3.6] = 8.33 \text{ m/s}$, $v_2 = 80 \text{ km/h} = [80 : 3.6] = 22.22 \text{ m/s}$,
 $s = 70 \text{ m}$, $F_{tr} = 5\% \cdot G$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $P = ?$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Tražena snaga motora vozila iznosi:

$$P = \frac{W}{t},$$

gdje je W obavljeni rad, t proteklo vrijeme

Rad W je:

$$W = F \cdot s,$$

gdje je F vučna sila motora vozila, s prewalkeni put.

Vučna sila F motora vozila jednaka je zbroju sile trenja (zaustavne sile) F_{tr} i sile F_v koja ubrzava vozilo:

$$F = F_{tr} + F_v.$$

Trenje je:

$$F_{tr} = 5\% \cdot G \Rightarrow F_{tr} = 0.05 \cdot m \cdot g.$$

Sila F_v koja ubrzava vozilo računa se po drugom Newtonovom poučku:

$$F_v = m \cdot a.$$

Budući da je riječ o jednoliko ubrzanom gibanju s početnom brzinom v_1 i konačnom brzinom v_2 na putu s , akceleracija a glasi:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow 2 \cdot a \cdot s = v_2^2 - v_1^2 \quad / \cdot \frac{1}{2 \cdot s} \Rightarrow a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot s}.$$

Dakle, sila F_v koja ubrzava vozilo iznosi:

$$F_v = m \cdot \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot s}.$$

Gibanje je jednoliko ubrzano s početnom brzinom v_1 i konačnom brzinom v_2 pa za proteklo vrijeme t vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} v_2 = v_1 + a \cdot t \\ s = v_1 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{v_2 - v_1}{t} \\ s = v_1 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow s = v_1 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \frac{v_2 - v_1}{t} \cdot t^2 \Rightarrow s = v_1 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (v_2 - v_1) \cdot t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = v_1 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot v_2 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot v_1 \cdot t \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot v_1 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot v_2 \cdot t \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot t \cdot (v_1 + v_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot t \Rightarrow t = \frac{2 \cdot s}{v_1 + v_2}.$$

Vučna sila F jednaka je:

$$F = F_{tr} + F_v \Rightarrow F = 0.05 \cdot m \cdot g + m \cdot \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot s} \Rightarrow F = m \cdot \left(0.05 \cdot g + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot s} \right).$$

Snaga potrebna za to ubrzanje iznosi:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow P = \frac{F \cdot s}{t} \Rightarrow P = \frac{(F_{tr} + F_v) \cdot s}{t} \Rightarrow P = \frac{m \cdot \left(0.05 \cdot g + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot s} \right) \cdot s}{\frac{2 \cdot s}{v_1 + v_2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = m \cdot \left(0.05 \cdot g + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot s} \right) \cdot \frac{v_1 + v_2}{2} =$$

$$= 1200 \text{ kg} \cdot \left(0.05 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + \frac{\left(22.22 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - \left(8.33 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2 \cdot 70 \text{ m}} \right) \cdot \frac{22.22 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 8.33 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} = 64549.03 \text{ W} \approx 64.55 \text{ kW}.$$

Vježba 104

Brzina vozila mase 2400 kg povećava se od 30 km/h do 80 km/h na putu od 70 m. Prosječna zaustavna sila iznosi 5% težine. Kolika je potrebna snaga za to ubrzanje? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 129.1 kW.

Zadatak 105 (Tea, medicinska škola)

Teret mase 10 kg diže se stalnom akceleracijom 0.19 m/s^2 . Koliki je rad obavljen u času kad teret stigne na visinu 1.5 m? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 105

$$m = 10 \text{ kg}, \quad a = 0.19 \text{ m/s}^2, \quad h = 1.5 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad W = ?$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

1. inačica

Vučna sila F koja teret mase m diže stalnom akceleracijom a jednaka je

$$F = m \cdot (g + a).$$

Rad obavljen u času kad teret stigne na visinu h iznosi:

$$W = F \cdot h \Rightarrow W = m \cdot (g + a) \cdot h = 10 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 0.19 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cdot 1.5 \text{ m} = 150 \text{ J}.$$

2. inačica

Vučna sila F_v jednaka je zbroju sile teže G i sile F koja tijelo mase m diže stalnom akceleracijom a :

$$F_v = G + F \Rightarrow F_v = m \cdot g + m \cdot a.$$

Rad obavljen u času kad teret stigne na visinu h iznosi:

$$W = F_v \cdot h \Rightarrow W = (m \cdot g + m \cdot a) \cdot h \Rightarrow W = m \cdot (g + a) \cdot h = 10 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 0.19 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cdot 1.5 \text{ m} = 150 \text{ J}.$$

Vježba 105

Teret mase 20 kg diže se stalnom akceleracijom 0.19 m/s^2 . Koliki je rad obavljen u času kad teret stigne na visinu 1.5 m? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 300 J.

Zadatak 106 (Tea, medicinska škola)

Na tijelo mase 5 kg koje miruje počinje djelovati stalna sila 0.4 N. Kolika je kinetička energija tijela nakon 4 s? Zanimarite trenje.

Rješenje 106

$$m = 5 \text{ kg}, \quad F = 0.4 \text{ N}, \quad t = 4 \text{ s}, \quad E_k = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Za jednoliko ubrzano gibanje duž puta s vrijede izrazi

$$v = a \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi (impuls sile i količina gibanja):

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala.

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} v = a \cdot t, \quad F = m \cdot a \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = m \cdot a \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (a \cdot t)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (a \cdot t)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{F}{m} \cdot t \right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{F^2}{m^2} \cdot t^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{F^2}{m} \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{(0.4 \text{ N})^2}{5 \text{ kg}} \cdot (4 \text{ s})^2 = 0.256 \text{ J}.$$

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} m \cdot v = F \cdot t \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v = \frac{F \cdot t}{m} \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{F \cdot t}{m} \right)^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{(F \cdot t)^2}{m^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{(F \cdot t)^2}{m} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(0.4 \text{ N} \cdot 4 \text{ s})^2}{5 \text{ kg}} = 0.256 \text{ J}.$$

Vježba 106

Na tijelo mase 10 kg koje miruje počinje djelovati stalna sila 0.4 N. Kolika je kinetička energija tijela nakon 4 s? Zanimarite trenje.

Rezultat: 0.128 J.

Zadatak 107 (Ivan, srednjoškolac)

Kolika je snaga potrebna da dizalica podigne teret mase 120 kg na visinu 5 m za vrijeme 1 minute? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 107

$$m = 120 \text{ kg}, \quad h = 5 \text{ m}, \quad t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad P = ?$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula. Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Potrebna snaga iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} P = \frac{W}{t} \\ W = E_{gp} \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{E_{gp}}{t} \Rightarrow P = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} = \frac{120 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ m}}{60 \text{ s}} = 98.1 \text{ W}.$$

Vježba 107

Kolika je snaga potrebna da dizalica podigne teret mase 240 kg na visinu 5 m za vrijeme 2 minute? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 98.1 W.

Zadatak 108 (Ivan, srednjoškolac)

Automobil mase 2500 kg savladao je uspon s visinskom razlikom 100 m za 5 minuta. Odredite prosječnu snagu koju je automobil razvijao savladavajući silu težu. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 108

$$m = 2500 \text{ kg}, \quad h = 100 \text{ m}, \quad t = 5 \text{ min} = 300 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad P = ?$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula. Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Prosječna snaga iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} P = \frac{W}{t} \\ W = E_{gp} \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{E_{gp}}{t} \Rightarrow P = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} = \frac{2500 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 100 \text{ m}}{300 \text{ s}} = 8175 \text{ W} \approx 8.18 \text{ kW}.$$

Vježba 108

Automobil mase 2500 kg savladao je uspon s visinskom razlikom 200 m za 10 minuta. Odredite prosječnu snagu koju je automobil razvijao savladavajući silu težu. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 8.18 kW.

Zadatak 109 (Melita, gimnazija)

Tijelo mase 1 kg bačeno je vertikalno uvis brzinom 10 m/s. Kolika mu je promjena gravitacijske potencijalne energije nakon što se gibalo jednu sekundu? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 106

$$m = 1 \text{ kg}, \quad v_0 = 10 \text{ m/s}, \quad t = 1 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta E_{gp} = ?$$

U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Vertikalni hitac sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada. Zato mu je put h (visina h) u času kad je prošlo vrijeme t dan ovim izrazom:

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Budući da je gravitacijska potencijalna energija na površini zemlje, prema dogovoru, jednaka nuli, slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta E_{gp} = m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot 0 \\ h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \Delta E_{gp} = m \cdot g \cdot h \\ h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta E_{gp} = m \cdot g \cdot \left(v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \right) =$$

$$= 1 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (1 \text{ s})^2 \right) = 49.98 \text{ J} \approx 50 \text{ J}.$$

Vježba 109

Tijelo mase 2 kg bačeno je vertikalno uvis brzinom 10 m/s. Kolika mu je promjena gravitacijske potencijalne energije nakon što se gibalo jednu sekundu? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 100 J.

Zadatak 110 (Ante, tehnička škola)

Koliki je obavljen mehanički rad ako se teret mase 5 kilograma digne na visinu 2 metra za 0.5 sekundi? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 110

$$m = 5 \text{ kg}, \quad h = 2 \text{ m}, \quad t = 0.5 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad W = ?$$

Za jednoliko ubrzano gibanje duž puta s vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2,$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

1. inačica

Vučna sila F koja teret mase m diže stalnom akceleracijom a jednaka je

$$F = m \cdot (g + a).$$

Rad obavljen u času kad teret stigne na visinu h iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot (g + a) \\ W = F \cdot h \\ h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} W = m \cdot (g + a) \cdot h \\ a = \frac{2 \cdot h}{t^2} \end{array} \right\} \Rightarrow W = m \cdot \left(g + \frac{2 \cdot h}{t^2} \right) \cdot h = 5 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + \frac{2 \cdot 2 \text{ m}}{(0.5 \text{ s})^2} \right) \cdot 2 \text{ m} = 258.1 \text{ J}.$$

2. inačica

Vučna sila F_v jednaka je zbroju sile teže G i sile F koja tijelo mase m diže stalnom akceleracijom a :

$$F_v = G + F \Rightarrow F_v = m \cdot g + m \cdot a.$$

Rad obavljen u času kad teret stigne na visinu h iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F_v = m \cdot g + m \cdot a \\ W = F_v \cdot h \\ h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} W = (m \cdot g + m \cdot a) \cdot h \\ a = \frac{2 \cdot h}{t^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} W = m \cdot (g + a) \cdot h \\ a = \frac{2 \cdot h}{t^2} \end{array} \right\} \Rightarrow W = m \cdot \left(g + \frac{2 \cdot h}{t^2} \right) \cdot h =$$

$$= 5 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + \frac{2 \cdot 2 \text{ m}}{(0.5 \text{ s})^2} \right) \cdot 2 \text{ m} = 258.1 \text{ J}.$$

Vježba 110

Koliki je obavljen mehanički rad ako se teret mase 10 kilograma digne na visinu 2 metra za 0.5 sekundi? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 516.2 J.

Zadatak 111 (Ela, maturantica)

Automobil mase 1200 kg giba se uz brijeg uspona (nagiba) 10% brzinom 10 m/s. Kolika je snaga za to potrebna. Zanimajte gubitke zbog trenja. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 111

$$m = 1200 \text{ kg}, \quad p = 10\% = 0.1, \quad v = 10 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad P = ?$$

Prvi Newtonov poučak:

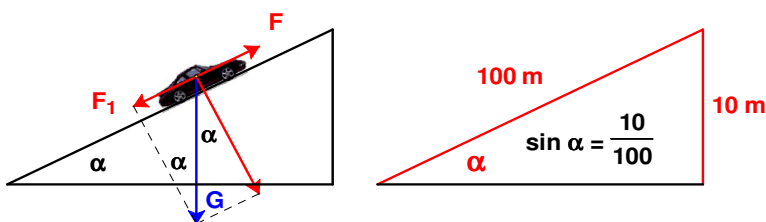
Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nula, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Zato kažemo da je tijelo tromo.

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Prosječna snaga može se računati i pomoću formule:

$$P = F \cdot v.$$



Sa slika vidi se:

$$\sin \alpha = \frac{F_1}{G} \Rightarrow F_1 = G \cdot \sin \alpha \Rightarrow F_1 = m \cdot g \cdot \sin \alpha, \quad \sin \alpha = \frac{10}{100}.$$

Nagib brijega 10% znači da se na 100 m duljine puta visina poveća 10 m. Budući da se automobil giba uz brijeg stalnom brzinom v (giba se jednoliko), vučna sila F po iznosu jednaka je sili F_1 (prvi Newtonov poučak):

$$F = F_1 \Rightarrow F = m \cdot g \cdot \sin \alpha.$$

Potrebna snaga iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot g \cdot \sin \alpha \\ P = F \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow P = m \cdot g \cdot v \cdot \sin \alpha = 1200 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{10}{100} = 11772 \text{ W} \approx 12 \text{ kW}.$$

Vježba 111

Automobil mase 2400 kg giba se uz brijeg uspona 10% brzinom 10 m/s. Kolika je snaga za to potrebna. Zanimajte gubitke zbog trenja. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 23544 W \approx 24 kW.

Zadatak 112 (Mario, gimnazija)

Kamen mase 0.5 kg ispušten je s visine 10 m. Prilikom udara u zemlju kamen je imao brzinu 12 m/s. Koliki rad je utrošen na svladavanje trenja u zraku? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 112

$$m = 0.5 \text{ kg}, \quad h = 10 \text{ m}, \quad v = 12 \text{ m/s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad W = ?$$

U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h.$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Kamen je na visini h imao gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h.$$

Prilikom udara u zemlju kamen ima energiju u obliku kinetičke energije

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Rad utrošen na svladavanje trenja u zraku iznosi:

$$\begin{aligned} W = E_{gp} - E_k &\Rightarrow W = m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow W = m \cdot \left(g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot v^2 \right) = \\ &= 0.5 \text{ kg} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot \left(12 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) = 14 \text{ J}. \end{aligned}$$

Vježba 112

Kamen mase 1 kg ispušten je s visine 10 m. Prilikom udara u zemlju kamen je imao brzinu 12 m/s. Koliki rad je utrošen na svladavanje trenja u zraku? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 28 J.

Zadatak 113 (Mario, gimnazija)

Tijelo mase 1 kg palo je s neke visine u vremenu 5 s. Kolika je njegova kinetička energija pri udaru u tlo? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 113

$$m = 1 \text{ kg}, \quad t = 5 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad E_k = ?$$

Pri slobodnom padu, jednom od važnih primjera jednoliko ubrzanog gibanja, akceleraciju sile teže bilježimo sa g pa za brzinu v i visinu h vrijedi:

$$v = g \cdot t, \quad h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

U zatvorenom (izoliranom) sustavu tijela zbroj energija je konstantan.

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} v = g \cdot t \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (g \cdot t)^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s} \right)^2 = 1202.95 \text{ J}.$$

2. inačica

Tijelo na visini h ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h.$$

Zbog zakona o očuvanju energije, pri udaru tijela u tlo kinetička energija bit će jednaka gravitacijskoj potencijalnoj energiji na visini h . Zato je:

$$\left. \begin{array}{l} h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ E_{gp} = m \cdot g \cdot h, \quad E_k = E_{gp} \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = m \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot g^2 \cdot t^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (g \cdot t)^2 = \\ = \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s} \right)^2 = 1202.95 \text{ J}.$$

Vježba 113

Tijelo mase 2 kg palo je s neke visine u vremenu 5 s. Kolika je njegova kinetička energija pri udaru u tlo? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 2405.90 J.

Zadatak 114 (Mario, gimnazija)

Tijelo u početku miruje. Zbog djelovanja sile od 30 N, kroz 4 s, dobije kinetičku energiju od 720 J. Kolika je tada njegova brzina?

Rješenje 114

$$F = 30 \text{ N}, \quad t = 4 \text{ s}, \quad E_k = 720 \text{ J}, \quad v = ?$$

Za jednoliko ubrzano gibanje duž puta s vrijedi izraz

$$v = a \cdot t,$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi (impuls sile i količina gibanja):

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} v = a \cdot t, F = m \cdot a \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{v}{t}, F = m \cdot a \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = m \cdot \frac{v}{t} / \cdot \frac{t}{v} \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m = \frac{F \cdot t}{v} \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{F \cdot t}{v} \cdot v^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot F \cdot t \cdot v / \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot E_k = F \cdot t \cdot v \Rightarrow v = \frac{2 \cdot E_k}{F \cdot t} = \frac{2 \cdot 720 \text{ J}}{30 \text{ N} \cdot 4 \text{ s}} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} F \cdot t = m \cdot v \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m = \frac{F \cdot t}{v} \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{F \cdot t}{v} \cdot v^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot F \cdot t \cdot v / \cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot E_k = F \cdot t \cdot v \Rightarrow v = \frac{2 \cdot E_k}{F \cdot t} = \frac{2 \cdot 720 \text{ J}}{30 \text{ N} \cdot 4 \text{ s}} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 114

Tijelo u početku miruje. Zbog djelovanja sile od 60 N, kroz 4 s, dobije kinetičku energiju od 1440 J. Kolika je tada njegova brzina?

Rezultat: 12 m/s.

Zadatak 115 (Ela, maturantica)

Predmet mase 3 kg spušta se iz mirovanja s vrha kosine visoke 4 m. Koliki je rad utrošen na trenje predmeta s kosinom ako brzina predmeta na podnožju kosine iznosi 5 m/s? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 115

$$m = 3 \text{ kg}, \quad h = 4 \text{ m}, \quad v = 5 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad W = ?$$

U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Predmet je na vrhu kosine imao gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h.$$

Na dnu kosine predmet ima energiju u obliku kinetičke energije

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Rad utrošen na trenje iznosi:

$$\begin{aligned} W = E_{gp} - E_k &\Rightarrow W = m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow W = m \cdot \left(g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot v^2 \right) = \\ &= 3 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot \left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) = 80.22 \text{ J}. \end{aligned}$$

Vježba 115

Predmet mase 6 kg spušta se iz mirovanja s vrha kosine visoke 4 m. Koliki je rad utrošen na trenje predmeta s kosinom ako brzina predmeta na podnožju kosine iznosi 5 m/s? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 160.44 J.

Zadatak 116 (Tanja, srednja škola)

Kamen mase 4 kg bačen je vertikalno dolje s visine od 120 m početnom brzinom 10 m/s. Kolika je energija potrebna za svladavanje otpora zraka, ako kamen udari u zemlju brzinom 20 m/s? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 116

$$m = 4 \text{ kg}, \quad h = 120 \text{ m}, \quad v_0 = 10 \text{ m/s}, \quad v = 20 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta E = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Budući da je kamen bačen vertikalno dolje s visine h početnom brzinom v_0 , imat će energiju

$$E = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2.$$

Kada kamen udari u zemlju brzinom v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Energija potrebna za svladavanje otpora zraka jednaka je razlici energija E i E_k :

$$\begin{aligned} \Delta E = E - E_k &\Rightarrow \Delta E = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \Delta E = m \cdot \left[g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot v_0^2 - \frac{1}{2} \cdot v^2 \right] = \\ &= 4 \text{ kg} \cdot \left[9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 120 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right] = 4108.8 \text{ J} \approx 4.109 \text{ kJ}. \end{aligned}$$

Vježba 116

Kamen mase 8 kg bačen je vertikalno dolje s visine od 120 m početnom brzinom 10 m/s. Kolika je energija potrebna za svladavanje otpora zraka, ako kamen udari u zemlju brzinom 20 m/s? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 8.218 kJ.

Zadatak 117 (Silvy, gimnazija)

Kuglica mase 10 g sa visine 1 m padne na metalnu ploču i odbije se, pri čemu dosegne visinu koja je za 10 cm manja od one sa koje je puštena. Kolika je energija izgubljena pri sudaru kuglice i ploče? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 117

$$m = 10 \text{ g} = 0.01 \text{ kg}, \quad h = 1 \text{ m}, \quad \Delta h = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta v = ?$$

U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Gubitak energije iznosi:

$$\Delta E_{gp} = m \cdot g \cdot \Delta h = 0.01 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.1 \text{ m} = 9.81 \cdot 10^{-3} \text{ J}.$$

Vježba 117

Kuglica mase 20 g sa visine 1 m padne na metalnu ploču i odbije se, pri čemu dosegne visinu koja je za 10 cm manja od one sa koje je puštena. Kolika je energija izgubljena pri sudaru kuglice i ploče? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $1.962 \cdot 10^{-2} \text{ J}.$

Zadatak 118 (Oggy, gimnazija)

Građevinska dizalica diže teret, mase 0.8 t, brzinom 10 cm/s. Kolika je korisna snaga motora dizalice? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 118

$$m = 0.8 \text{ t} = 800 \text{ kg}, \quad v = 10 \text{ cm/s} = 0.1 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad P = ?$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.



$$P = \frac{W}{t} = F \cdot v.$$

Budući da dizalica, jednoliko dižući teret mase m , mora savladati silu težu, slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot g \\ P = F \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow P = m \cdot g \cdot v = 800 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 784.8 \text{ W}.$$

Vježba 118

Građevinska dizalica diže teret, mase 1.6 t, brzinom 5 cm/s. Kolika je korisna snaga motora dizalice? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $784.8 \text{ W}.$

Zadatak 119 (Deny, gimnazija)

Izračunajte kinetičku energiju rotacije Zemlje uzevši u obzir masu Zemlje $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ i polumjer Zemlje $6.4 \cdot 10^6 \text{ m}$. (1 dan = 24 h)

Rješenje 119

$$m = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}, \quad r = 6.4 \cdot 10^6 \text{ m}, \quad t = 1 \text{ dan} = 24 \text{ h} = [24 \cdot 3600 \text{ s}] = 86400 \text{ s}, \quad E_k = ?$$

Kinetička je energija tijela koje rotira kutnom brzinom ω :

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2,$$

gdje je I moment tromosti (inercije) tijela.

Kinetička energija krutog tijela koje rotira jednaka je polovici produkta momenta tromosti (s obzirom na os rotacije) i kvadrata kutne brzine.

Moment tromosti (inercije) pune kugle mase m , polumjera r i jednake gustoće iznosi:

$$I = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2.$$

Kutna brzina ω iznosi:

$$\omega = \frac{\varphi}{t},$$

gdje je φ kut za koji se tijelo zakrene oko osi.

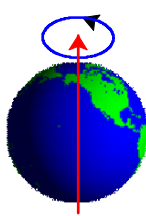
Ako kut φ izrazimo u radijanima i vrijeme t u sekundama, tada je jedinica za kutnu brzinu ω jednaka rad/s. Osim jedinice rad/s upotrebljava se i jedinica okret/s. Sveza između ta dva načina izračunavanja kutne brzine je sljedeća:

$$1 \frac{\text{okret}}{s} = 1 \frac{\text{okret}}{s} \cdot 2 \cdot \pi \frac{\text{rad}}{\text{okret}} = 2 \cdot \pi \frac{\text{rad}}{s} = 6.28 \frac{\text{rad}}{s}.$$

Prvo izračunamo kutnu brzinu planeta Zemlje. Budući da je vrijeme okreta Zemlje oko osi 1 dan, njezina je kutna brzina

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2 \cdot \pi \text{ rad}}{86400 \text{ s}} = 7.272 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{s}.$$

Kinetička energija rotacije Zemlje iznosi:



$$\left. \begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 \\ I &= \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2 \cdot \omega^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{5} \cdot m \cdot r^2 \cdot \omega^2 =$$

$$= \frac{1}{5} \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ kg} \cdot (6.4 \cdot 10^6 \text{ m})^2 \cdot \left(7.272 \cdot 10^{-5} \frac{1}{s}\right)^2 = 2.598 \cdot 10^{29} \text{ J}.$$

Vježba 119

Izračunajte kinetičku energiju rotacije Zemlje uzevši u obzir masu Zemlje $6 \cdot 10^{21}$ t i polumjer Zemlje $6.4 \cdot 10^3$ km. (1 dan = 24 h)

Rezultat: $2.598 \cdot 10^{29} \text{ J}.$

Zadatak 120 (Nina, gimnazija)

Automobil na horizontalnoj cesti razvija brzinu v i zatim nastavlja vožnju s isključenim motorom. Nakon nekog vremena brzina mu se smanji na $v/2$. Izračunajte rad sile otpora za to vrijeme.

Rješenje 120

$$v_1 = v, \quad v_2 = v/2, \quad W_{tr} = ?$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Budući da je rad sile trenja W_{tr} za vrijeme t jednak je promjeni kinetičke energije automobila, slijedi:

$$\left. \begin{aligned} E_{k_1} &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2, \quad E_{k_2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \\ W_{tr} &= E_{k_2} - E_{k_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow W_{tr} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \Rightarrow W_{tr} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_{tr} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\left(\frac{v}{2}\right)^2 - v^2 \right) \Rightarrow W_{tr} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{v^2}{4} - v^2 \right) \Rightarrow W_{tr} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(-\frac{3 \cdot v^2}{4} \right) \Rightarrow W_{tr} = -\frac{3 \cdot m \cdot v^2}{8}.$$

Vježba 120

Automobil na horizontalnoj cesti razvija brzinu v i zatim nastavlja vožnju s isključenim motorom. Nakon nekog vremena brzina mu se smanji na $v/3$. Izračunajte rad sile otpora za to vrijeme.

Rezultat: $W_{tr} = -\frac{4 \cdot m \cdot v^2}{9}.$