

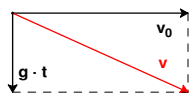
**Zadatak 061 (Katarina, maturantica)**

Kamen mase 2 kg bacimo horizontalno početnom brzinom 10 m/s. Koliku će kinetičku energiju imati kamen nakon 5 sekundi ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).

**Rješenje 061**

$$m = 2 \text{ kg}, \quad v_0 = 10 \text{ m/s}, \quad t = 5 \text{ s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad E_k = ?$$

Horizontalni hitac je gibanje što se sastoji od jednolikoga gibanja u horizontalnom smjeru brzinom  $v_0$  i slobodnog pada. Brzine nakon vremena  $t$  jesu  $v_0$  (horizontalna komponenta) i  $g \cdot t$  (okomita komponenta), a rezultantnu brzinu  $v$  možemo izračunati iz Pitagorina poučka jer su komponente međusobno okomite.



$$\left. \begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ v^2 &= v_0^2 + (g \cdot t)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_0^2 + (g \cdot t)^2) = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ kg} \cdot \left( \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s}\right)^2 \right) = 2600 \text{ J} = 2.6 \text{ kJ}.$$

**Vježba 061**

Kamen mase 4 kg bacimo horizontalno početnom brzinom 10 m/s. Koliku će kinetičku energiju imati kamen nakon 5 sekundi ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).

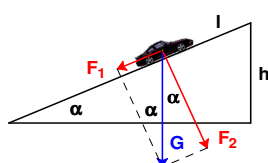
**Rezultat:** 5200 J = 5.2 kJ.

**Zadatak 062 (Katarina, maturantica)**

Automobil mase 1 t može se kočnicama zadržati sve do uspona od 24%. Na kojoj će se udaljenosti zaustaviti pomoću kočnica vozeći po horizontalnom putu brzinom 64.8 km/h? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rješenje 062**

$$m = 1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}, \quad n = 24\%, \quad v = 64.8 \text{ km/h} = [64.8 : 3.6] = 18 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \\ s = ?$$



Budući da je uspon 24%, znači da je na 100 m duljine visina 24 m. Sa slike vidi se:

$$n = 24\% \Rightarrow \left. \begin{aligned} l &= 100 \text{ m} \\ h &= 24 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{h}{l} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{24}{100} \Rightarrow \sin \alpha = 0.24.$$

Sila kočnica pomoću koje se automobil može zadržati sve do uspona od 24% iznosi:

$$\sin \alpha = \frac{F_1}{G} \Rightarrow F_1 = G \cdot \sin \alpha \Rightarrow F_1 = m \cdot g \cdot \sin \alpha.$$

Kinetička energija jednaka je obavljenom radu:

$$E_k = W \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = F_1 \cdot s \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot s \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot s \Rightarrow s = \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot \sin \alpha} = \\ = \frac{\left(18 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.24} = 68.81 \text{ m}.$$

**Vježba 062**

Automobil mase 2 t može se kočnicama zadržati sve do uspona od 24%. Na kojoj će se udaljenosti zaustaviti pomoću kočnica vozeći po horizontalnom putu brzinom 64.8 km/h? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 68.81 m.

**Zadatak 063 (Katarina, maturantica)**

Tijelo mase 3 kg kreće se brzinom 2 m/s i sudara s elastičnom oprugom. Za oprugu vrijedi  $F = 100 \frac{N}{m} \cdot x$ . Kolika je kinetička energija tijela u času kad je oprugu stisnulo za 0.1 m?

**Rješenje 063**

$$m = 3 \text{ kg}, \quad v = 2 \text{ m/s}, \quad F = 100 \frac{N}{m} \cdot x \Rightarrow k = 100 \frac{N}{m}, \quad x = 0.1 \text{ m}, \quad \Delta E_k = ?$$

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

Elastična opruga produžena za  $x$  ima elastičnu potencijalnu energiju

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2,$$

gdje je  $k$  konstanta opruge.

Kinetička energija tijela u času kad je stisnulo elastičnu oprugu jednaka je razlici kinetičke energije prije dodira opruge i elastične potencijalne energije opruge:

$$\begin{aligned} \Delta E_k &= E_k - E_{ep} \Rightarrow \Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \Rightarrow \Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot (m \cdot v^2 - k \cdot x^2) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left( 3 \text{ kg} \cdot \left( 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - 100 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0.1 \text{ m})^2 \right) = 5.5 \text{ J}. \end{aligned}$$

**Vježba 063**

Tijelo mase 6 kg kreće se brzinom 2 m/s i sudara s elastičnom oprugom. Za oprugu vrijedi  $F = 100 \frac{N}{m} \cdot x$ . Kolika je kinetička energija tijela u času kad je oprugu stisnulo za 0.1 m?

**Rezultat:** 11.5 J.

**Zadatak 064 (Katarina, maturantica)**

Tijelo mase 30 g bacimo s mosta visokog 25 m vertikalno dolje brzinom 8 m/s. Tijelo stigne na površinu vode brzinom 18 m/s. Odredi rad koji je tijelo utrošilo svladavajući otpor zraka. ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).

**Rješenje 064**

$$m = 30 \text{ g} = 0.03 \text{ kg}, \quad h = 25 \text{ m}, \quad v_1 = 8 \text{ m/s}, \quad v_2 = 18 \text{ m/s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad W = ?$$

Tijelo je na vrhu mosta imalo energiju jednaku zbroju gravitacijske potencijalne energije i kinetičke energije:

$$E_{gp} + E_{k_1} = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2.$$

Na površini vode tijelo ima energiju u obliku kinetičke energije:

$$E_{k_2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2.$$

Rad koji je tijelo utrošilo svladavajući otpor zraka iznosi:

$$\begin{aligned} W = \Delta E \Rightarrow W &= E_{gp} + E_{k_1} - E_{k_2} \Rightarrow W = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow W = m \cdot \left( g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot v_2^2 \right) \Rightarrow W = m \cdot \left( g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot (v_1^2 - v_2^2) \right) \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow W = m \cdot \left( g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot (v_1 - v_2) \cdot (v_1 + v_2) \right) = 0.03 \text{ kg} \cdot \left( 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 25 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot \left( 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 18 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \cdot \left( 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 18 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \right) = 3.6 \text{ J}.$$

### Vježba 064

Tijelo mase 60 g bacimo s mosta visokog 25 m vertikalno dolje brzinom 8 m/s. Tijelo stigne na površinu vode brzinom 18 m/s. Odredi rad koji je tijelo utrošilo svladavajući otpor zraka. ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).

**Rezultat:** 7.2 J.

### Zadatak 065 (Katarina, maturantica)

Snop atoma energije  $9.8 \cdot 10^{-17} \text{ J}$  izlijeće iz izvora u horizontalnom smjeru. Za koliko će se atomi pod djelovanjem sile teže otkloniti od horizontale na udaljenosti 5 m od izvora? Neka su to atomi srebra atomske mase 108. ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 065

$E = 9.8 \cdot 10^{-17} \text{ J}$ ,  $s = 5 \text{ m}$ ,  $A = 108$ ,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ,  $m_p = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ,  
 $h = ?$

Brzinu  $v$  atoma odredimo iz njegove kinetičke energije:

$$\left. \begin{array}{l} E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ m = A \cdot m_p \end{array} \right\} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot E}{A \cdot m_p}.$$

Gibanje atoma promatramo kao horizontalni hitac. Tijekom vremena  $t$ :

$$t = \frac{s}{v}$$

atom se otkloni od horizontalnog smjera za  $h$ :

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left( \frac{s}{v} \right)^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{s^2}{v^2} \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{s^2}{\frac{2 \cdot E}{A \cdot m_p}} \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{A \cdot m_p \cdot s^2}{2 \cdot E} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{1}{4} \cdot g \cdot \frac{A \cdot m_p \cdot s^2}{E} = \frac{1}{4} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{108 \cdot 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (5 \text{ m})^2}{9.8 \cdot 10^{-17} \text{ J}} = 1.13 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 1.13 \cdot 10^{-5} \text{ cm}.$$

### Vježba 065

Snop atoma energije  $9.8 \cdot 10^{-17} \text{ J}$  izlijeće iz izvora u horizontalnom smjeru. Za koliko će se atomi pod djelovanjem sile teže otkloniti od horizontale na udaljenosti 10 m od izvora? Neka su to atomi srebra atomske mase 108. ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:**  $4.52 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 4.52 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$ .

### Zadatak 066 (Katarina, maturantica)

Jednostavno njihalo dugo 4 m ima na svojem kraju obješenu kuglu mase 5 kg. Koliki rad moramo utrošiti da bismo njihalo pomaknuli iz njegova vertikalnog položaja u horizontalni? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 066

$l = 4 \text{ m}$ ,  $m = 5 \text{ kg}$ ,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ,  $W = ?$

Budući da smo tijelo pomaknuli iz njegovog vertikalnog položaja u horizontalni, promijenila se njegova gravitacijska potencijalna energija. Promjena te energije jednaka je obavljenom radu:

$$W = \Delta E_{gp} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} W = m \cdot g \cdot h \\ h = l \end{array} \right\} \Rightarrow W = m \cdot g \cdot l = 5 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ m} = 196.2 \text{ J}.$$

### Vježba 066

Jednostavno njihalo dugo 4 m ima na svojem kraju obješenu kuglu mase 10 kg. Koliki rad moramo utrošiti da bismo njihalo pomaknuli iz njegova vertikalnog položaja u horizontalni? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 392.4 J.

### Zadatak 067 (Katarina, maturantica)

Jednostavno njihalo dugo 4 m ima na svojem kraju obješenu kuglu mase 5 kg. Kolika će biti kinetička energija kugle njihala u času kad prolazi najnižom točkom ako smo njihalo ispustili iz horizontalnog položaja? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 067

$$l = 4 \text{ m}, \quad m = 5 \text{ kg}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad E_k = ?$$

Kinetička energija kugle njihala u času kad prolazi najnižom točkom, ako smo njihalo ispustili iz horizontalnog položaja, iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} h = l, \quad v^2 = 2 \cdot g \cdot h \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot g \cdot l \Rightarrow E_k = m \cdot g \cdot l = 5 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ m} = 196.2 \text{ J}.$$

Zakon o očuvanju energije:  
gravitacijska potencijalna energija kugle u horizontalnom položaju  
njihala jednaka je kinetičkoj energiji kugle u najnižoj točki njihala.

### Vježba 067

Jednostavno njihalo dugo 4 m ima na svojem kraju obješenu kuglu mase 10 kg. Kolika će biti kinetička energija kugle njihala u času kad prolazi najnižom točkom ako smo njihalo ispustili iz horizontalnog položaja? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

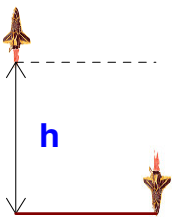
**Rezultat:** 392.4 J.

### Zadatak 068 (Katarina, maturantica)

Aluminijska raketa ispaljena vertikalno, dosegne najveću visinu 150 km, gdje ima temperaturu  $50^\circ\text{C}$ . Kad raketa padne na zemlju, njezina je brzina samo 600 m/s. Kolika je bila temperatura rakete u času kad je dodirnula zemlju ako je raketa zadržala samo polovinu topline nastale trenjem u zraku? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ , specifični toplinski kapacitet aluminijska  $c = 0.92 \cdot 10^3 \text{ J/(kgK)}$ )

### Rješenje 068

$$h = 150 \text{ km} = 1.5 \cdot 10^5 \text{ m}, \quad t_1 = 50^\circ\text{C}, \quad v = 600 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \\ c = 0.92 \cdot 10^3 \text{ J/(kgK)}, \quad t_2 = ?$$



Raketa na najvećoj visini  $h$  ima gravitacijsku potencijalnu energiju:

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h.$$

Prilikom pada na zemlju ima energiju u obliku kinetička energije:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Budući da je raketa zadržala samo polovinu topline nastale trenjem u zraku, vrijedi:

$$\frac{1}{2} \cdot (E_{gp} - E_k) = Q \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \left( m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \right) = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left( g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot v^2 \right) = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \quad / \cdot \frac{1}{m \cdot c} \Rightarrow \frac{1}{2 \cdot c} \cdot \left( g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot v^2 \right) = t_2 - t_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{1}{2 \cdot c} \cdot \left( g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot v^2 \right) + t_1 =$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 0.92 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot K}} \cdot \left( 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 1.5 \cdot 10^5 m - \frac{1}{2} \cdot \left( 600 \frac{m}{s} \right)^2 \right) + 50 \text{ } ^\circ\text{C} = 752 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

### Vježba 068

Aluminijska raketa ispaljena vertikalno, dosegne najveću visinu 150 km, gdje ima temperaturu 100 °C. Kad raketa padne na zemlju, njezina je brzina samo 600 m/s. Kolika je bila temperatura rakete u času kad je dodirnula zemlju ako je raketa zadržala samo polovinu topline nastale trenjem u zraku? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ , specifični toplinski kapacitet aluminija  $c = 0.92 \cdot 10^3 \text{ J/(kgK)}$ )

**Rezultat:** 802 °C.

### Zadatak 069 (Katarina, maturantica)

Sila 20 N ubrzava predmet mase 1 kg duž puta 4 m po horizontalnoj površini bez trenja. Predmet je prije toga mirovao. Nakon prevaljena puta 4 m sila se promijeni, smanji se na 10 N i djeluje duž iduća 4 m. a) Kolika je konačna kinetička energija tijela? b) Kolika mu je konačna brzina?

#### Rješenje 069

$$F_1 = 20, \quad m = 1 \text{ kg}, \quad s_1 = 4 \text{ m}, \quad F_2 = 10 \text{ N}, \quad s_2 = 4 \text{ m}, \quad E_k = ?, \quad v = ?$$

a) Konačna kinetička energija tijela iznosi:

$$E_k = W_1 + W_2 \Rightarrow E_k = F_1 \cdot s_1 + F_2 \cdot s_2 = 20 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} + 10 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} = 120 \text{ J}.$$

b) Konačna brzina tijela je:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot E_k}{m} \quad \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 120 \text{ J}}{1 \text{ kg}}} = 15.49 \frac{m}{s}.$$

### Vježba 069

Sila 20 N ubrzava predmet mase 1 kg duž puta 2 m po horizontalnoj površini bez trenja. Predmet je prije toga mirovao. Nakon prevaljena puta 2 m sila se promijeni, smanji se na 10 N i djeluje duž iduća 8 m. a) Kolika je konačna kinetička energija tijela? b) Kolika mu je konačna brzina?

**Rezultat:** a)  $E_k = 120$  , b)  $v = 15.49 \frac{m}{s}$ .

### Zadatak 070 (Mario, strojarska škola)

Tramvaj mase 18 tona postigne 2 sekunde nakon početka gibanja brzinu 10.8 km/h. Odredi srednju vrijednost snage koju je morao razviti motor tramvaja za vrijeme gibanja?

#### Rješenje 070

$$m = 18 \text{ t} = 18000 \text{ kg}, \quad t = 2 \text{ s}, \quad v = 10.8 \text{ km/h} = [10.8 : 3.6] = 3 \text{ m/s}, \quad P = ?$$



Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Budući da je promjena energije tramvaja jednaka utrošenom radu, vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} W = E_k \\ P = \frac{W}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{E_k}{t} \Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{t} \Rightarrow P = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot t} = \frac{18000 \text{ kg} \cdot \left( 3 \frac{m}{s} \right)^2}{2 \cdot 2 \text{ s}} = 40500 \text{ W} = 40.5 \text{ kW}.$$

### Vježba 070

Tramvaj mase 36 tona postigne 2 sekunde nakon početka gibanja brzinu 10.8 km/h. Odredi srednju vrijednost snage koju je morao razviti motor tramvaja za vrijeme gibanja?

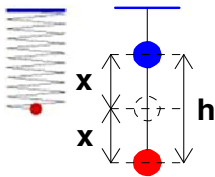
**Rezultat:** 81 kW.

**Zadatak 071 (Mario, strojarska škola)**

Elastična opruga konstante  $k = 40 \text{ N/m}$  visi vertikalno. Na njezinu kraju obješen je uteg mase  $0.8 \text{ kg}$  koji miruje. Utteg povučemo prema dolje  $0.15 \text{ m}$ . a) Do koje će se visine  $h$  utteg podići kad ga ispustimo? b) Kolika će biti njegova najveća brzina?

**Rješenje 071**

$$k = 40 \text{ N/m}, \quad m = 0.8 \text{ kg}, \quad x = 0.15 \text{ m}, \quad h = ?, \quad v = ?$$



a) Kad ispustimo utteg, podići će se do visine  $h$ :

$$h = 2 \cdot x = 2 \cdot 0.15 \text{ m} = 0.30 \text{ m}.$$

b) Iz zakona održanja energije izlazi:

$$E_k = E_{ep} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{k}{m} \cdot x^2 \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m} \cdot x^2} \Rightarrow v = x \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = 0.15 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{40 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{0.8 \text{ kg}}} = 1.06 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

**Vježba 071**

Elastična opruga konstante  $k = 40 \text{ N/m}$  visi vertikalno. Na njezinu kraju obješen je uteg mase  $0.8 \text{ kg}$  koji miruje. Utteg povučemo prema dolje  $0.25 \text{ m}$ . a) Do koje će se visine  $h$  utteg podići kad ga ispustimo? b) Kolika će biti njegova najveća brzina?

**Rezultat:** a)  $h = 0.50 \text{ m}$ , b)  $v = 1.77 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

**Zadatak 072 (Sany, medicinska škola)**

Da se u zidu probuši rupa potreban je rad  $10\,000 \text{ J}$ . Možemo li rupu izbušiti tanetom mase  $0.2 \text{ kg}$  koje udari o zid brzinom  $250 \text{ m/s}$ ?

**Rješenje 072**

$$W = 10\,000 \text{ J}, \quad m = 0.2 \text{ kg}, \quad v = 250 \text{ m/s}, \quad E_k = ?$$

Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

$$\left. \begin{array}{l} W = 10000 \text{ J} \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} W = 10000 \text{ J} \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot 0.2 \text{ kg} \cdot \left(250 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} W = 10000 \text{ J} \\ E_k = 6250 \text{ J} \end{array} \right\} \Rightarrow E_k < W \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{Tane ne može} \\ \text{probušiti zid.} \end{array} \right]$$

**Vježba 072**

Da se u zidu probuši rupa potreban je rad  $5000 \text{ J}$ . Možemo li rupu izbušiti tanetom mase  $0.2 \text{ kg}$  koje udari o zid brzinom  $250 \text{ m/s}$ ?

**Rezultat:** Možemo.

**Zadatak 073 (Sany, medicinska škola)**

Na horizontalnoj podlozi gurnemo tijelo brzinom  $3 \text{ m/s}$ . Faktor trenja između tijela i podloge iznosi  $0.4$ . Odredi put što ga tijelo prevali prije nego što se zaustavi. ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rješenje 073**

$$v = 3 \text{ m/s}, \quad \mu = 0.4, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad s = ?$$

Kinetička energija tijela troši se na svladavanje trenja na putu s:

$$E_k = W \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = F_{tr} \cdot s \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \mu \cdot m \cdot g \cdot s \cdot \frac{1}{\mu \cdot m \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g} = \frac{\left(3 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 0.4 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}} = 1.15 \text{ m} \approx 1.2 \text{ m}.$$

### Vježba 073

Na horizontalnoj podlozi gurnemo tijelo brzinom 4 m/s. Faktor trenja između tijela i podloge iznosi 0.4. Odredi put što ga tijelo prevali prije nego što se zaustavi. ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 2.04 m.

### Zadatak 074 (Sany, medicinska škola)

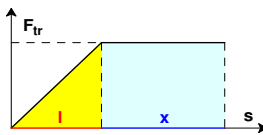
Saonice kliču po horizontalnom ledu brzinom 6 m/s i odjednom dojure na asfalt. Duljina salinaca je  $l = 2 \text{ m}$ , a faktor trenja salinaca na asfaltu 1. Koliki ukupni put prevale saonice dok se zaustavljaju? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 074

$v = 6 \text{ m/s}$ ,  $l = 2 \text{ m}$ ,  $\mu = 1$ ,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ,  $s = ?$   
Kada saonice dojure na asfalt brzinom  $v$  imaju kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Njome mogu obaviti rad koji je na priloženoj slici prikazan osjenčanom površinom: Sila trenja linearno raste dok saonice ne stignu na asfalt cijelom duljinom salinaca čija je duljina  $l$ :

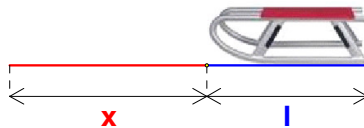


$$E_k = W \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot F_{tr} \cdot l + F_{tr} \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot m \cdot g \cdot l + \mu \cdot m \cdot g \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu \cdot m \cdot g \cdot x = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot m \cdot g \cdot l \quad / \cdot \frac{1}{\mu \cdot m \cdot g} \Rightarrow x = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g} - \frac{l}{2}.$$

Ukupni put koji saonice prevale za vrijeme dok se zaustavljaju iznosi:



$$s = l + x \Rightarrow s = l + \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g} - \frac{l}{2} \Rightarrow s = \frac{l}{2} + \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g} = \frac{2 \text{ m}}{2} + \frac{\left(6 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 1 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}} = 2.83 \text{ m}.$$

### Vježba 074

Saonice kliču po horizontalnom ledu brzinom 6 m/s i odjednom dojure na asfalt. Duljina salinaca je  $l = 4 \text{ m}$ , a faktor trenja salinaca na asfaltu 1. Koliki ukupni put prevale saonice dok se zaustavljaju? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 3.83 m.

### Zadatak 075 (Deny, kemijska škola)

S vrha strme ceste dugačke 100 m, visinske razlike 20 m, spuštaju se saonice mase 5 kg. Odredi trenje koje se javlja pri spuštanju niz brijeg ako su saonice pri dnu brijega imale brzinu 16 m/s. Početna brzina je nula. ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 075

$$s = 100 \text{ m}, \quad h = 20 \text{ m}, \quad m = 5 \text{ kg}, \quad v = 16 \text{ m/s}, \quad v_0 = 0 \text{ m/s}, \quad \mu = ?$$

Na vrhu strme ceste visine  $h$  saonice su imale gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h.$$

Na dnu brijega imaju energiju u obliku kinetičke energije

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Promjena energije saonice jednaka je utrošenom radu sile trenja na putu  $s$ :

$$\begin{aligned} W = E_{gp} - E_k &\Rightarrow F_{tr} \cdot s = m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow F_{tr} = \frac{m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{s} = \\ &= \frac{5 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ kg} \cdot \left(16 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{100 \text{ m}} = 3.41 \text{ N}. \end{aligned}$$

### Vježba 075

S vrha strme ceste dugačke 50 m, visinske razlike 20 m, spuštaju se saonice mase 5 kg. Odredi trenje koje se javlja pri spuštanju niz brijeg ako su saonice pri dnu brijega imale brzinu 16 m/s. Početna brzina je nula. ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 6.82 N.

### Zadatak 076 (Kata, gimnazija)

Dječak puca iz pračke i pritom toliko nategne gumenu vrpca da je produži 10 cm. Kolikom je brzinom poletio kamen mase 20 g? Da se gumena vrpca produži 1 cm treba sila 9.8 N. Otpor zraka zanemarimo.

### Rješenje 076

$$s = 10 \text{ cm} = 0.10 \text{ m}, \quad m = 20 \text{ g} = 0.02 \text{ kg}, \quad x = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}, \quad F = 9.8 \text{ N}, \quad v = ?$$

Odredimo konstantu gumene vrpce pračke:



$$F = k \cdot x \Rightarrow k = \frac{F}{x}.$$

Iz zakona održanja energije (elastična potencijalna energija gumene vrpce jednaka je kinetičkoj energiji kamena) slijedi:

$$\begin{aligned} E_{ep} = E_k &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot k \cdot s^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{k}{m} \cdot s^2 \Rightarrow v^2 = \frac{F}{m} \cdot s^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow v^2 &= \frac{F}{m \cdot x} \cdot s^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{m \cdot x} \cdot s^2} \Rightarrow v = s \cdot \sqrt{\frac{F}{m \cdot x}} = 0.10 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{9.8 \text{ N}}{0.02 \text{ kg} \cdot 0.01 \text{ m}}} = 22.14 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

### Vježba 076

Dječak puca iz pračke i pritom toliko nategne gumenu vrpca da je produži 20 cm. Kolikom je brzinom poletio kamen mase 20 g? Da se gumena vrpca produži 1 cm treba sila 9.8 N. Otpor zraka zanemarimo.

**Rezultat:** 44.27 m/s.

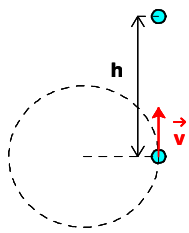
### Zadatak 077 (Duda, gimnazija)

Kamen privezan o nit dugu 80 cm vrtimo u vertikalnoj ravnini tako da učini 3 okreta u sekundi. Na koju će visinu odletjeti kamen ako nit pukne upravo u trenutku kad je brzina kamena usmjerena vertikalno gore? Otpor zraka zanemarimo. ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )



### Rješenje 077

$$r = 80 \text{ cm} = 0.80 \text{ m}, \quad v = 3 \text{ Hz}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$



Kinetička energija kamena u trenutku pucanja niti bit će jednaka gravitacijskoj potencijalnoj energiji kamena na maksimalnoj visini  $h$  (zakon o očuvanju energije):

$$E_k = E_{gp} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \quad \left| \cdot \frac{1}{m \cdot g} \right| \Rightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{linearna, obodna brzina} \\ v = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot v \end{array} \right] \Rightarrow h = \frac{(2 \cdot r \cdot \pi \cdot v)^2}{2 \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{4 \cdot (r \cdot \pi \cdot v)^2}{2 \cdot g} \Rightarrow h = \frac{2 \cdot (r \cdot \pi \cdot v)^2}{g} = \frac{2 \cdot \left(0.80 \text{ m} \cdot \pi \cdot 3 \frac{1}{s}\right)^2}{9.81 \frac{m}{s^2}} = 11.6 \text{ m}.$$

### Vježba 077

Kamen privezan o nit dugu 160 cm vrtimo u vertikalnoj ravnini tako da učini 3 okreta u sekundi. Na koju će visinu odletjeti kamen ako nit pukne upravo u trenutku kad je brzina kamena usmjerena vertikalno gore? Otpor zraka zanemarimo. ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 46.4 m.

### Zadatak 078 (Duda, gimnazija)

Koliko topline treba dovesti toplinskom stroju, čija je korisnost 0.20, da bi se njime digao teret mase 400 kg na visinu 12 m? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 078

$$\eta = 0.20, \quad m = 400 \text{ kg}, \quad h = 12 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad Q = ?$$

Stroj mora obaviti rad koji je jednak promjeni gravitacijske potencijalne energije

$$W_i = \Delta E_{gp} = m \cdot g \cdot h$$

pa je potrebna količina topline ekvivalentna uloženom radu

$$\left. \begin{array}{l} Q = W_u \\ \eta = \frac{W_i}{W_u} \end{array} \right\} \Rightarrow \eta = \frac{W_i}{Q} \Rightarrow Q = \frac{W_i}{\eta} \Rightarrow Q = \frac{m \cdot g \cdot h}{\eta} = \frac{400 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 12 \text{ m}}{0.20} = 235440 \text{ J} \approx 0.24 \text{ MJ}.$$

### Vježba 078

Koliko topline treba dovesti toplinskom stroju, čija je korisnost 0.20, da bi se njime digao teret mase 800 kg na visinu 12 m? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 470880 J  $\approx$  0.47 MJ.

### Zadatak 079 (Goga, kemijska škola)

Tijelo mase 5 kg giba se brzinom 4 m/s i udari u mirno tijelo jednake mase. Sudar je centralan i neelastičan. Koliki se dio energije pretvori u unutarnju energiju obaju tijela?

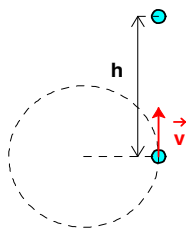
### Rješenje 079

$$m_1 = 5 \text{ kg}, \quad v_1 = 4 \text{ m/s}, \quad v_2 = 0 \text{ m/s}, \quad m_2 = 5 \text{ kg}, \quad \Delta U = ?$$

Brzinu obaju tijela nakon sudara dobivamo iz zakona o održanju količine gibanja:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v \Rightarrow v = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} = \frac{5 \text{ kg} \cdot 4 \frac{m}{s} + 5 \text{ kg} \cdot 0 \frac{m}{s}}{5 \text{ kg} + 5 \text{ kg}} = 2 \frac{m}{s}.$$

Zbroj kinetičkih energija obaju tijela bio je:



- prije sudara

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ kg} \cdot \left(4 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ kg} \cdot \left(0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 40 \text{ J}.$$

- nakon sudara  $E_k' = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot (5 \text{ kg} + 5 \text{ kg}) \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 20 \text{ J}.$

Razlika kinetičkih energija jednaka je promjeni unutarnje energije obaju tijela:

$$\Delta U = E_k - E_k' = 40 \text{ J} - 20 \text{ J} = 20 \text{ J}.$$

### Vježba 079

Tijelo mase 3 kg giba se brzinom 4 m/s i udara u mirno tijelo jednake mase. Sudar je centralan i neelastičan. Koliki se dio energije pretvori u unutarnju energiju obaju tijela?

**Rezultat:** 12 J.

### Zadatak 080 (Kristijan, elektrotehnička škola)

Za koliko treba povećati snagu lokomotive da se kompoziciji vlaka, mase 400 t, poveća brzina od 36 km/h na 72 km/h za 2 minute?

### Rješenje 080

$$m = 400 \text{ t} = 4 \cdot 10^5 \text{ kg}, \quad v_1 = 36 \text{ km/h} = [36 : 3.6] = 10 \text{ m/s}, \quad v_2 = 72 \text{ km/h} = [72 : 3.6] = 20 \text{ m/s}, \quad \Delta t = 2 \text{ min} = 120 \text{ s}, \quad \Delta P = ?$$

Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}$$

Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$\begin{aligned} \Delta P &= \frac{\Delta E_k}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = \frac{m \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{2 \cdot \Delta t} \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta P &= \frac{m \cdot (v_2 - v_1) \cdot (v_2 + v_1)}{2 \cdot \Delta t} = \frac{4 \cdot 10^5 \text{ kg} \cdot \left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cdot \left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{2 \cdot 120 \text{ s}} = 5 \cdot 10^5 \text{ W} = 0.5 \text{ MW}. \end{aligned}$$

### Vježba 080

Za koliko treba povećati snagu lokomotive da se kompoziciji vlaka, mase 800 t, poveća brzina od 36 km/h na 72 km/h za 2 minute?

**Rezultat:** 1 MW.