

Zadatak 041 (Mario, strojarska škola)

Pri normalnoj brzini 5 km/h čovjek mase 75 kg razvija snagu otprilike 60 W. Povećanjem brzine ta snaga naglo raste i pri brzini 7.2 km/h naraste do 200 W. Odredi za oba slučaja silu kojom se čovjek pokreće.

Rješenje 041

$$v_1 = 5 \text{ km/h} = [5 : 3.6] = 1.39 \text{ m/s}, \quad m = 75 \text{ kg}, \quad P_1 = 60 \text{ W}, \\ v_2 = 7.2 \text{ km/h} = [7.2 : 3.6] = 2 \text{ m/s}, \quad P_2 = 200 \text{ W}, \quad F_1 = ?, \quad F_2 = ?$$

Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Za snagu vrijedi i sljedeća formula:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow P = \frac{F \cdot s}{t} \Rightarrow P = F \cdot v.$$

Sila kojom se čovjek pokreće iznosi:

- $P_1 = F_1 \cdot v_1 \Rightarrow F_1 = \frac{P_1}{v_1} = \frac{60 \text{ W}}{1.39 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 43.2 \text{ N}.$
- $P_2 = F_2 \cdot v_2 \Rightarrow F_2 = \frac{P_2}{v_2} = \frac{200 \text{ W}}{2 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 100 \text{ N}.$

Vježba 041

Pri normalnoj brzini 5 km/h čovjek mase 75 kg razvija snagu otprilike 120 W. Povećanjem brzine ta snaga naglo raste i pri brzini 7.2 km/h naraste do 400 W. Odredi za oba slučaja silu kojom se čovjek pokreće.

Rezultat: $F_1 = 86.3 \text{ N}$, $F_2 = 200 \text{ N}.$

Zadatak 042 (Vedrana, gimnazija)

Koliku težinu može vući automobil motora 22.05 kW po horizontalnom putu pri brzini 54 km/h ako je koeficijent trenja 0.15?

Rješenje 042

$$P = 22.05 \text{ kW} = 22050 \text{ W}, \quad v = 54 \text{ km/h} = [54 : 3.6] = 15 \text{ m/s}, \quad \mu = 0.15, \quad G = ?$$

Budući da vučna sila automobila svladava trenje, slijedi:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow P = \frac{F_{tr} \cdot s}{t} \Rightarrow P = F_{tr} \cdot v \Rightarrow [F_{tr} = \mu \cdot G] \Rightarrow P = \mu \cdot G \cdot v \Rightarrow G = \frac{P}{\mu \cdot v} = \frac{22050 \text{ W}}{0.15 \cdot 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 9800 \text{ N}.$$

Vježba 042

Koliku težinu može vući automobil motora 22.05 kW po horizontalnom putu pri brzini 54 km/h ako je koeficijent trenja 0.30?

Rezultat: 4900 N.

Zadatak 043 (Katarina, gimnazija)

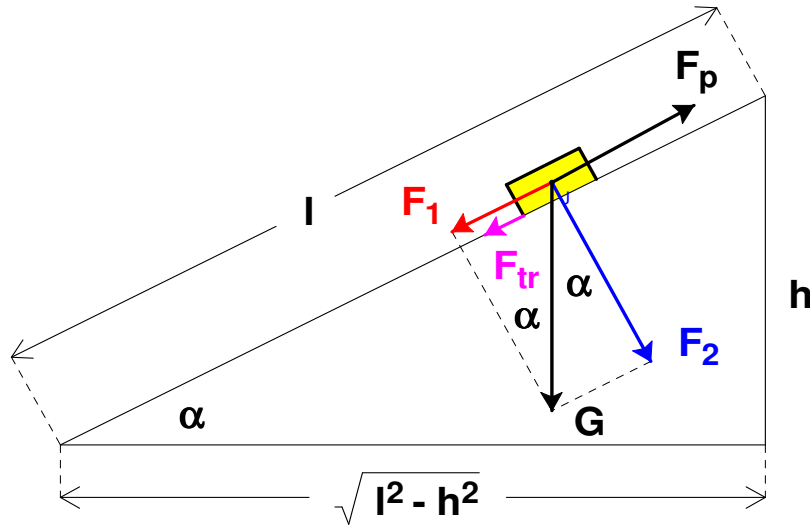
Vlak mase 10^6 kg uspinje se stalnom brzinom 30 km/h po strmini koja se na svaki kilometar diže za 10 m. Odredi snagu lokomotive ako je koeficijent trenja 0.002.

Rješenje 043

$$m = 10^6 \text{ kg}, \quad v = 30 \text{ km/h} = [30 : 3.6] = 8.33 \text{ m/s}, \quad l = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}, \quad h = 10 \text{ m}, \\ \mu = 0.002, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad P = ?$$

Iz slike vidi se da je:

$$F_p = F_1 + F_{tr}.$$



Sile F_1 , F_2 i F_{tr} iznose:

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{h}{l}, \quad \sin \alpha = \frac{F_1}{G} \\ \cos \alpha &= \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}, \quad \cos \alpha = \frac{F_2}{G} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{F_1}{G} &= \frac{h}{l} \\ \frac{F_2}{G} &= \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} F_1 &= G \cdot \frac{h}{l} \\ F_2 &= G \cdot \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} F_1 &= G \cdot \frac{h}{l} \\ F_{tr} &= \mu \cdot F_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} F_1 &= G \cdot \frac{h}{l} \\ F_{tr} &= \mu \cdot G \cdot \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_p = G \cdot \frac{h}{l} + \mu \cdot G \cdot \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} \Rightarrow F_p = G \cdot \left(\frac{h}{l} + \mu \cdot \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} \right) \Rightarrow$$



$$\Rightarrow F_p = m \cdot g \cdot \left(\frac{h}{l} + \mu \cdot \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} \right).$$

Snaga lokomotive iznosi:

$$P = F_p \cdot v \Rightarrow P = m \cdot g \cdot \left(\frac{h}{l} + \mu \cdot \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} \right) \cdot v =$$

$$= 10^6 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(\frac{10 \text{ m}}{1000 \text{ m}} + 0.002 \cdot \frac{\sqrt{(1000 \text{ m})^2 - (10 \text{ m})^2}}{1000 \text{ m}} \right) \cdot 8.33 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 980599.43 \text{ W} \approx 1000000 \text{ W} = 10^6 \text{ W}.$$

Vježba 043

Vlak mase 10^6 kg uspinje se stalnom brzinom 30 km/h po strmini koja se na svakih 100 m diže za 1 m. Odredi snagu lokomotive ako je koeficijent trenja 0.002.

Rezultat: 980599.43 W.

Zadatak 044 (Katarina, gimnazija)

Na tijelo mase 2 g djeluje sila od 10 N. Kolika je kinetička energija nakon puta od 1 m, ako je tijelo pokrenuto iz mirovanja i giba se bez trenja?

Rješenje 044

$$m = 2 \text{ g} = 0.002 \text{ kg}, \quad F = 10 \text{ N}, \quad s = 1 \text{ m}, \quad E_k = ?$$

1. inačica

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi:

$$W = F \cdot s.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Zato je:

$$\left. \begin{array}{l} E_k = W \\ W = F \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = F \cdot s = 10 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 10 \text{ J}.$$

2. inačica

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} F = m \cdot a \Rightarrow m = \frac{F}{a} \\ v^2 = 2 \cdot a \cdot s \end{array} \right] \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{a} \cdot 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow \\ \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{a} \cdot 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow E_k = F \cdot s = 10 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 10 \text{ J}.$$

Vježba 044

Na tijelo mase 4 g djeluje sila od 50 N. Kolika je kinetička energija nakon puta od 2 m, ako je tijelo pokrenuto iz mirovanja i giba se bez trenja?

Rezultat: 100 J.

Zadatak 045 (Anamarija, gimnazija)

Sila 2 N djelovala je na tijelo 4 sekunde i dala mu energiju 6.4 J. Kolika je masa tijela?

Rješenje 045

$$F = 2 \text{ N}, \quad t = 4 \text{ s}, \quad W = E_k = 6.4 \text{ J}, \quad m = ?$$

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ F \cdot t = m \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ v = \frac{F \cdot t}{m} \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{F \cdot t}{m} \right)^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{(F \cdot t)^2}{m^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{(F \cdot t)^2}{m} \Rightarrow E_k = \frac{(F \cdot t)^2}{2 \cdot m} \cdot 2 \cdot m \Rightarrow 2 \cdot m \cdot E_k = (F \cdot t)^2 \Rightarrow m = \frac{(F \cdot t)^2}{2 \cdot E_k} = \\ = \frac{(2 \text{ N} \cdot 4 \text{ s})^2}{2 \cdot 6.4 \text{ J}} = 5 \text{ kg}.$$

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} W = F \cdot s \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s = \frac{W}{F} = \frac{6.4 \text{ J}}{2 \text{ N}} = 3.2 \text{ m} \\ a = \frac{2 \cdot s}{t^2} = \frac{2 \cdot 3.2 \text{ m}}{(4 \text{ s})^2} = 0.4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{array} \right\} \Rightarrow m = \frac{F}{a} = \frac{2 \text{ N}}{0.4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 5 \text{ kg}.$$

Vježba 045

Sila 4 N djelovala je na tijelo 4 sekunde i dala mu energiju 6.4 J. Kolika je masa tijela?

Rezultat: 20 kg.

Zadatak 046 (Anamarija, gimnazija)

Stalnom silom F podižemo uteg mase 4 kg do visine 1 m. Pritom utrošimo rad 80 J. Kolikim smo ubrzanjem podizali uteg?

Rješenje 046

$$m = 4 \text{ kg}, \quad s = 1 \text{ m}, \quad W = 80 \text{ J}, \quad a = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} W = F \cdot s \\ F = m \cdot a - m \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow F = \frac{W}{s} \left. \begin{array}{l} \\ m \cdot a = F + m \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow m \cdot a = \frac{W}{s} + m \cdot g \quad /:m \Rightarrow a = \frac{W}{m \cdot s} + g =$$

$$= \frac{80 \text{ J}}{4 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m}} + 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 29.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 30 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Vježba 046

Stalnom silom F podižemo uteg mase 4 kg do visine 1 m. Pritom utrošimo rad 120 J. Kolikim smo ubrzanjem podizali uteg?

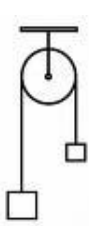
Rezultat: $39.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 40 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$

Zadatak 047 (Anamarija, gimnazija)

Uteg mase 10 kg podignemo nepomičnom kolotuirom na visinu 1.5 m. Odredi korisni i utrošeni rad ako je korisnost stroja 90%. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 047

$$m = 10 \text{ kg}, \quad h = 1.5 \text{ m}, \quad \eta = 90\% = 0.90, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad W_i = ?, \quad W_u = ?$$



$$\left. \begin{array}{l} W_i = E_{gp} \\ E_{gp} = m \cdot g \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow W_i = m \cdot g \cdot h = 10 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1.5 \text{ m} = 147.15 \text{ J}.$$

Omjer između energije koju iskorišćujemo od nekog stroja i ukupne energije koju ulažemo u stroj zovemo korisnost stroja η :

$$\eta = \frac{W_i}{W_u} \Rightarrow W_u = \frac{W_i}{\eta} = \frac{147.15 \text{ J}}{0.90} = 163.50 \text{ J}$$

Vježba 047

Uteg mase 10 kg podignemo nepomičnom kolotuirom na visinu 3 m. Odredi korisni i utrošeni rad ako je korisnost stroja 90%. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $W_i = 294.3 \text{ J}, \quad W_u = 327 \text{ J}.$

Zadatak 048 (Anamarija, gimnazija)

Kolika je korisnost hidroelektrane ako za 1 sekundu proteče 6 m^3 vode i ako je pad vode 20 m, a snaga elektrane 882 kW? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 048

$$t = 1 \text{ s}, \quad V = 6 \text{ m}^3 = 6000 \text{ dm}^3 \Rightarrow m = 6000 \text{ kg}, \quad h = 20 \text{ m}, \quad P_i = 882 \text{ kW} = 882000 \text{ W},$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \eta = ?$$



Omjer između energije koju iskorišćujemo od nekog stroja i ukupne energije koju ulažemo u stroj zovemo korisnost stroja η :

$$P_u = \frac{E_{gp}}{t} \Rightarrow P_u = \frac{m \cdot g \cdot h}{t}, \quad \eta = \frac{W_i}{W_u} \Rightarrow \eta = \frac{P_i \cdot t}{P_u \cdot t} \Rightarrow \eta = \frac{P_i}{P_u}.$$

$$\eta = \frac{P_i}{P_u} \Rightarrow \eta = \frac{P_i}{\frac{m \cdot g \cdot h}{t}} \Rightarrow \eta = \frac{P_i \cdot t}{m \cdot g \cdot h} = \frac{882000 \text{ W} \cdot 1 \text{ s}}{6000 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20 \text{ m}} = 0.75 = \frac{75}{100} = 75\%.$$

Vježba 048

Kolika je korisnost hidroelektrane ako za 1 sekundu proteče 6 m^3 vode i ako je pad vode 40 m, a snaga elektrane 882 kW? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $37\%.$

Zadatak 049 (Anamarija, gimnazija)

Na horizontalnoj podlozi gurnemo tijelo brzinom 3 m/s. Faktor trenja između tijela i podloge iznosi 0.4. Odredi put što ga tijelo prevali prije nego što se zaustavi.

Rješenje 049

$$v = 3 \text{ m/s}, \quad \mu = 0.4, \quad s = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2, \quad E_k = W = F_{tr} \cdot s \\ F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \mu \cdot m \cdot g \cdot s \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = 2 \cdot \mu \cdot g \cdot s \Rightarrow s = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g} =$$

$$= \frac{\left(3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 0.4 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1.15 \text{ m} \approx 1.2 \text{ m}.$$

Vježba 049

Na horizontalnoj podlozi gurnemo tijelo brzinom 4 m/s. Faktor trenja između tijela i podloge iznosi 0.4. Odredi put što ga tijelo prevali prije nego što se zaustavi.

Rezultat: 2.04 m.

Zadatak 050 (Anamarija, gimnazija)

Dizalicu pokreće motor snage 7.36 kW. Koliku masu ima tijelo koje podiže ta dizalica brzinom 6 m/min ako je korisnost dizalice 80%? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 050

$$P_u = 7.36 \text{ kW} = 7360 \text{ W}, \quad v = 6 \text{ m/min} = [6 : 60] = 0.1 \text{ m/s}, \quad \eta = 80\% = 0.80,$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad m = ?$$



Omjer između energije koju iskorišćujemo od nekog stroja i ukupne energije koju ulažemo u stroj zovemo korisnost stroja η :

$$\eta = \frac{P_i}{P_u}.$$

Masa tijela iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \eta = \frac{P_i}{P_u} \\ \text{za snagu vrijedi } P = F \cdot v \\ P_i = G \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P_i = \eta \cdot P_u \\ P_i = m \cdot g \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow m \cdot g \cdot v = \eta \cdot P_u \Rightarrow m = \frac{\eta \cdot P_u}{g \cdot v} = \frac{0.80 \cdot 7360 \text{ W}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 6002.04 \text{ kg} \approx 6 \text{ t}.$$

Vježba 050

Dizalicu pokreće motor snage 7.36 kW. Koliku masu ima tijelo koje podiže ta dizalica brzinom 12 m/min ako je korisnost dizalice 80%? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 3 t.

Zadatak 051 (Anamarija, gimnazija)

Kamion mase 3 t vozi brzinom 45 km/h. Kolika mora biti sila kočenja da se kamion zaustavi na 50 m udaljenosti?

Rješenje 051

$$m = 3 \text{ t} = 3000 \text{ kg}, \quad v = 45 \text{ km/h} = [45 : 3.6] = 12.5 \text{ m/s}, \quad s = 50 \text{ m}, \quad F = ?$$



Rad koji je obavljen pri kočenju jednak je promjeni kinetičke energije kamiona (kinetička energija utrošena je na kočenje kamiona):

$$\left. \begin{aligned} W &= F \cdot s \\ E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow W = E_k \Rightarrow F \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow F = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot s} = \frac{3000 \text{ kg} \cdot \left(12.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 50 \text{ m}} = 4687.5 \text{ N}.$$

Vježba 051

Kamion mase 6 t vozi brzinom 45 km/h. Kolika mora biti sila kočenja da se kamion zaustavi na 50 m udaljenosti?

Rezultat: 9375 N.

Zadatak 052 (Anamarija, gimnazija)

Na 150 m visoku brežuljku postavljen je top iz kojega izleti u horizontalnom smjeru kugla mase 2 kg i padne na zemlju na udaljenosti 3000 m. Kolika je bila kinetička energija kugle u času kad je izletjela iz topa? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 052

$$y = 150 \text{ m}, \quad m = 2 \text{ kg}, \quad x = 3000 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad E_k = ?$$

Horizontalni hitac je gibanje što se sastoji od jednolikoga gibanja u horizontalnom smjeru brzinom v_0 i slobodnog pada. Pri horizontalnom hicu je

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{v^2}.$$

Kinetička energija kugle u času kad je izletjela iz topa iznosi:

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{v^2} \\ E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v^2 &= \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot y} \\ E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot y} \Rightarrow E_k = \frac{m \cdot g \cdot x^2}{4 \cdot y} =$$

$$= \frac{2 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (3000 \text{ m})^2}{4 \cdot 150 \text{ m}} = 294300 \text{ J} = 2.943 \cdot 10^5 \text{ J}.$$

Vježba 052

Na 150 m visoku brežuljku postavljen je top iz kojega izleti u horizontalnom smjeru kugla mase 4 kg i padne na zemlju na udaljenosti 3000 m. Kolika je bila kinetička energija kugle u času kad je izletjela iz topa? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

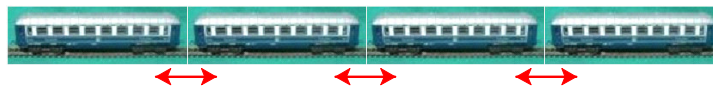
Rezultat: $588600 \text{ J} = 5.886 \cdot 10^5 \text{ J}.$

Zadatak 053 (Anamarija, gimnazija)

Svaka elastična opruga odbojnika na vagonu stisnut će se 1 cm zbog djelovanja sile 10^4 N . Kojom se brzinom kretao vagon ako su se opruge na odbojnicima pri udarcu vagona o stijenu stisnule 10 cm? Masa vagona je 20 tona.

Rješenje 053

$$x = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}, \quad F = 10^4 \text{ N}, \quad s = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad m = 20 \text{ t} = 2 \cdot 10^4 \text{ kg}, \quad v = ?$$



Konstanta opruge odbojnika na vagonu iznosi:

$$k = \frac{F}{x} = \frac{10^4 \text{ N}}{0.01 \text{ m}} = 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

Budući da se kinetička energija vagona utrošila za stiskanje obaju pera, slijedi:

$$E_k = 2 \cdot E_{ep} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot k \cdot s^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot k \cdot s^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = k \cdot s^2 \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot k \cdot s^2}{m} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot s^2}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^6 \frac{N}{m} \cdot (0.1 \text{ m})^2}{2 \cdot 10^4 \text{ kg}}} = 1 \frac{m}{s} = [1 \cdot 3.6] = 3.6 \frac{km}{h}$$

Vježba 053

Svaka elastična opruga odbojnika na vagonu stisnut će se 1 cm zbog djelovanja sile 10^4 N. Kojom se brzinom kretao vagon ako su se opruge na odbojnicima pri udarcu vagona o stijenu stisnule 10 cm? Masa vagona je 80 tona.

Rezultat: $0.5 \frac{m}{s} = 1.8 \frac{km}{h}$.

Zadatak 054 (Anamarija, gimnazija)

Tramvaj mase 10 tona razvije 5 sekundi pošto se počeo kretati brzinu 7.2 km/h. Kolika je snaga motora?

Rješenje 054

$$m = 10 \text{ t} = 10000 \text{ kg}, \quad t = 5 \text{ s}, \quad v = 7.2 \text{ km/h} = [7.2 : 3.6] = 2 \text{ m/s}, \quad P = ?$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}$$

Snaga motora iznosi:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow [W = E_k] \Rightarrow P = \frac{E_k}{t} \Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{t} \Rightarrow P = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot t} = \frac{10000 \text{ kg} \cdot \left(2 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 5 \text{ s}} = 4000 \text{ W} = 4 \text{ kW}$$

Vježba 054

Tramvaj mase 20 tona razvije 5 sekundi pošto se počeo kretati brzinu 7.2 km/h. Kolika je snaga motora?

Rezultat: 8 kW.

Zadatak 055 (Anamarija, gimnazija)

Tijelo je palo s visine 240 m i zarilo se u pijesak 0.2 m duboko. Odredite srednju silu otpora pijeska, ako je tijelo mase 1 kg počelo padati brzinom 14 m/s. Otpor zraka zanemarite. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 055

$$h = 240 \text{ m}, \quad s = 0.2 \text{ m}, \quad m = 1 \text{ kg}, \quad v_0 = 14 \text{ m/s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

1. inačica

Zadatak rješavamo pomoću zakona gibanja.

Neka je h visina s koje je tijelo palo, a s put koji je prešlo u pijesku. Trenutna brzina v kojom je tijelo udarilo u pijesak i zarilo se u nj, iznosi:

$$\left. \begin{aligned} v^2 &= v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \\ v^2 &= 2 \cdot a \cdot s \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2 \cdot a \cdot s = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow 2 \cdot a \cdot s = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \quad / \cdot \frac{1}{2 \cdot s} \Rightarrow a = \frac{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h}{2 \cdot s}$$

Srednja sila otpora je:

$$F = m \cdot a \Rightarrow F = m \cdot \frac{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h}{2 \cdot s} = 1 \text{ kg} \cdot \frac{\left(14 \frac{m}{s}\right)^2 + 2 \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 240 \text{ m}}{2 \cdot 0.2 \text{ m}} = 12490 \text{ N}$$

2. inačica

Zadatak rješavamo pomoću zakona održanja energije.

Neka je h visina s koje je tijelo palo, a s put koji je prešlo u pijesku. Ukupna energija tijela (gravitacijska potencijalna na visini h i kinetička energija) jednaka je obavljenom radu pri gibanju tijela u pijesku:

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h \\ E &= W, \quad W = F \cdot s \end{aligned} \right\} \Rightarrow F \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h \quad /:s \Rightarrow F = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h}{s} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow F = \frac{m}{s} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot v_0^2 + g \cdot h \right) = \frac{1 \text{ kg}}{0.2 \text{ m}} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \left(14 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 + 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 240 \text{ m} \right) = 12490 \text{ N}.$$

Vježba 055

Tijelo je palo s visine 240 m i zarilo se u pijesak 0.2 m duboko. Odredite srednju silu otpora pijeska, ako je tijelo mase 2 kg počelo padati brzinom 14 m/s. Otpor zraka zanemarite. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 24980 N.

Zadatak 056 (Anamarija, gimnazija)

Čekićem mase 4 kg zabijamo čavao u drvenu podlogu. U času kad čekić udari o čavao, čekić ima brzinu 500 cm/s, a čavao pritom zađe u drvo 30 mm duboko. Kolikom srednjom silom udari čekić o čavao i koliko dugo traje djelovanje te sile?

Rješenje 056

$$m = 4 \text{ kg}, \quad v = 500 \text{ cm/s} = 5 \text{ m/s}, \quad s = 30 \text{ mm} = 0.03 \text{ m}, \quad F = ?, \quad t = ?$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu:

$$E_k = W \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{2} = F \cdot s \quad /:s \Rightarrow F = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot s} = \frac{4 \text{ kg} \cdot \left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2 \cdot 0.03 \text{ m}} = 1666.67 \text{ N}.$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F , vrijedi

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala.



$$F \cdot t = m \cdot v \quad /:F \Rightarrow t = \frac{m \cdot v}{F} = \frac{4 \text{ kg} \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1666.67 \text{ N}} = 0.012 \text{ s}.$$

Vježba 056

Čekićem mase 8 kg zabijamo čavao u drvenu podlogu. U času kad čekić udari o čavao, čekić ima brzinu 500 cm/s, a čavao pritom zađe u drvo 30 mm duboko. Kolikom srednjom silom udari čekić o čavao i koliko dugo traje djelovanje te sile?

Rezultat: 0.012 s.

Zadatak 057 (Anamarija, gimnazija)

Tijelo mase 0.5 kg smješteno je na horizontalnom stolu i pričvršćeno za elastičnu oprugu kojoj je $k = 50 \text{ N/m}$. Opruga titra, pri čemu se najviše rastegne odnosno stegne 0.1 m i vuče tijelo za sobom. Trenje po stolu možemo zanemariti. Kolika je najveća brzina tijela?

Rješenje 057

$$m = 0.5 \text{ kg}, \quad k = 50 \text{ N/m}, \quad x = 0.1 \text{ m}, \quad v = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

Elastična opruga produžena za x ima elastičnu potencijalnu energiju

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2,$$

gdje je k konstanta opruge. Iz zakona o održanju energije slijedi:

$$\begin{aligned} E_k = E_{ep} &\Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{k \cdot x^2}{m} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k \cdot x^2}{m}} \Rightarrow v = x \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = \\ &= 0.1 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{50 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{0.5 \text{ kg}}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vježba 057

Tijelo mase 0.5 kg smješteno je na horizontalnom stolu i pričvršćeno za elastičnu oprugu kojoj je $k = 50 \text{ N/m}$. Opruga titra, pri čemu se najviše rastegne odnosno stegne 0.3 m i vuče tijelo za sobom. Trenje po stolu možemo zanemariti. Kolika je najveća brzina tijela?

Rezultat: 3 m/s.

Zadatak 058 (Katarina, maturantica)

Tijelo mase 19.6 kg palo je s neke visine. Padanje je trajalo 0.5 sekundi. Koliku je kinetičku energiju imalo tijelo kad je stiglo do najniže točke? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 058

$$m = 19.6 \text{ kg}, \quad t = 0.5 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad E_k = ?$$

Budući da je riječ o slobodnom padu, slijedi:

$$\left. \begin{aligned} v &= g \cdot t \\ E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (g \cdot t)^2 = \frac{1}{2} \cdot 19.6 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.5 \text{ s} \right)^2 = 236 \text{ J}.$$

Vježba 058

Tijelo mase 39.2 kg palo je s neke visine. Padanje je trajalo 0.5 sekundi. Koliku je kinetičku energiju imalo tijelo kad je stiglo do najniže točke? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 472 J.

Zadatak 059 (Katarina, maturantica)

Tijelo mase 40 g bačeno je vertikalno uvis brzinom 60 m/s. Kolika mu je kinetička energija nakon 6 sekundi gibanja?

Rješenje 059

$$m = 40 \text{ g} = 0.04 \text{ kg}, \quad v_0 = 60 \text{ m/s}, \quad t = 6 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad E_k = ?$$

Vertikalni hitac sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada. Zato mu je brzina v u času kad je prošlo vrijeme t dana ovim izrazom:

$$v = v_0 - g \cdot t.$$

Kinetička energija iznosi:

$$\left. \begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ v &= v_0 - g \cdot t \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_0 - g \cdot t)^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.04 \text{ kg} \cdot \left(60 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6 \text{ s} \right)^2 = 0.026 \text{ J}.$$

Vježba 059

Tijelo mase 100 g bačeno je vertikalno uvis brzinom 60 m/s. Kolika mu je kinetička energija nakon 6 sekundi gibanja?

Rezultat: 0.065 J.

Zadatak 060 (Katarina, maturantica)

Mehanički malj mase 500 kg udari o stup koji se pritom zabije u zemlju do dubine 1 cm. Odredi silu kojom se zemlja tomu opire ako pretpostavimo da je sila za vrijeme udarca stalna i ako je brzina malja prije udarca bila 10 m/s. Masu stupa zanemarimo.

Rješenje 060

$$m = 500 \text{ kg}, \quad s = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}, \quad v = 10 \text{ m/s}, \quad F = ?$$

Kinetička energija malja jednaka je obavljenom radu:



$$E_k = W \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = F \cdot s \Rightarrow F = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot s} = \frac{500 \text{ kg} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 0.01 \text{ m}} =$$
$$= 2500000 \text{ N} = 2.5 \cdot 10^6 \text{ N}.$$

Vježba 060

Mehanički malj mase 200 kg udari o stup koji se pritom zabije u zemlju do dubine 1 cm. Odredi silu kojom se zemlja tomu opire ako pretpostavimo da je sila za vrijeme udarca stalna i ako je brzina malja prije udarca bila 10 m/s. Masu stupa zanemarimo.

Rezultat: 10^6 N .