

Zadatak 821 (Tuđmmana, veterinarska škola)

Pri polasku sa stanice tramvaj se giba jednoliko ubrzano akceleracijom 1 m/s^2 . Na kojem putu tramvaj postigne brzinu 10 m/s ?

Rješenje 821

$$a = 1 \text{ m/s}^2, \quad v = 10 \text{ m/s}, \quad s = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = a \cdot t,$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje su s i v put, odnosno brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

1. inačica

Najprije izračunamo vrijeme.

$$v = a \cdot t \Rightarrow a \cdot t = v \Rightarrow a \cdot t = v \cdot \frac{1}{a} \Rightarrow t = \frac{v}{a} = \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 10 \text{ s}.$$

Tramvaj postigne brzinu na putu s koji iznosi:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (10 \text{ s})^2 = 50 \text{ m}.$$

2. inačica

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow 2 \cdot a \cdot s = v^2 \Rightarrow 2 \cdot a \cdot s = v^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot a} \Rightarrow s = \frac{v^2}{2 \cdot a} = \frac{\left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 50 \text{ m}.$$

Vježba 821

Pri polasku sa stanice tramvaj se giba jednoliko ubrzano akceleracijom 2 m/s^2 . Na kojem putu tramvaj postigne brzinu 10 m/s ?

Rezultat: 25 m.

Zadatak 822 (Tuđmmana, veterinarska škola)

Gibajući se jednoliko ubrzano iz mirovanja, automobil prijeđe 90 m za 6 s . Kolikom se akceleracijom ubrzavao automobil?

Rješenje 822

$$s = 90 \text{ m}, \quad t = 6 \text{ s}, \quad a = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = s \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = s \cdot \frac{2}{t^2} \Rightarrow a = \frac{2 \cdot s}{t^2} = \frac{2 \cdot 90 \text{ m}}{(6 \text{ s})^2} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Vježba 822

Gibajući se jednoliko ubrzano iz mirovanja, automobil prijeđe 72 m za 6 s. Kolikom se akceleracijom ubrzavao automobil?

Rezultat: 4 m / s².

Zadatak 823 (Tuđmmana, veterinarska škola)

Skijaš iz mirovanja jednoliko ubrzava akceleracijom 6 m / s². Za koje vrijeme postigne brzinu 100 km / h?

Rješenje 823

$$a = 6 \text{ m / s}^2, \quad v = 100 \text{ km / h} = [100 : 3.6] = 27.78 \text{ m / s}, \quad t = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = a \cdot t,$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.



$$v = a \cdot t \Rightarrow a \cdot t = v \Rightarrow a \cdot t = v \cdot \frac{1}{a} \Rightarrow t = \frac{v}{a} = \frac{27.78 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 4.63 \text{ s.}$$

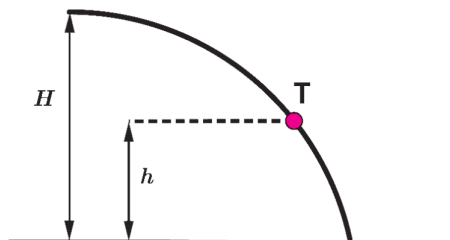
Vježba 823

Skijaš iz mirovanja jednoliko ubrzava akceleracijom 5 m / s². Za koje vrijeme postigne brzinu 100 km / h?

Rezultat: 5.56 s.

Zadatak 824 (Marta, maturantica)

Tijelo je izbačeno s visine H brzinom v₀ u horizontalnome smjeru. Na slici je prikazana staza tijela te točka T u kojoj se tijelo nalazi na visini h. Koji od navedenih izraza vrijedi za brzinu tijela v u točki T? Zanemarite otpor zraka.



$$\begin{aligned} A. v^2 &= v_0^2 + 2 \cdot g \cdot H & B. v^2 &= 2 \cdot g \cdot h \\ C. v^2 &= 2 \cdot g \cdot (H - h) & D. v^2 &= v_0^2 + 2 \cdot g \cdot (H - h) \end{aligned}$$

Rješenje 824

$$H, \quad v_0, \quad h, \quad v = ?$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v₀ = 0 m/s i konstantnom akceleracijom a = g = 9.81 m/s². Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h,$$

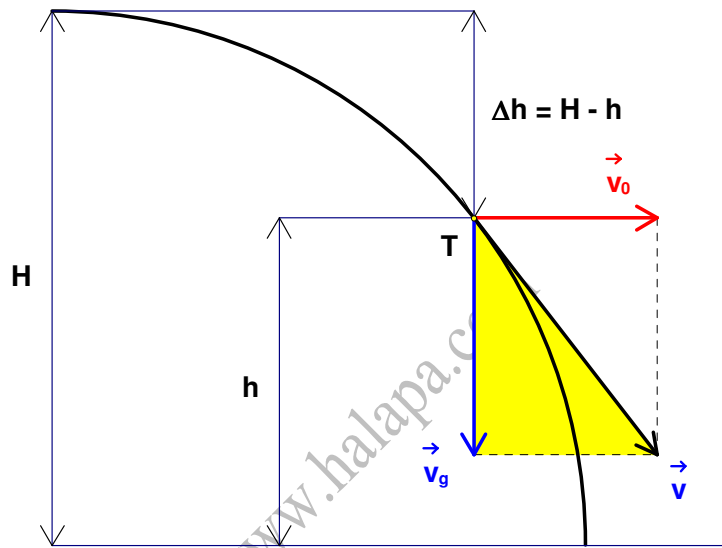
gdje je h visina pada.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici.

Horizontalni hitac je gibanje koje se sastoji od jednolikoga gibanja u horizontalnom smjeru brzinom v_0 i slobodnog pada. Brzine nakon vremena t jesu v_0 i $g \cdot t$, a rezultantnu brzinu možemo izračunati iz Pitagorina poučka jer su komponente međusobno okomite.

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h.$$

Brzina v_0 je brzina u horizontalnom (vodoravnom) smjeru. Ona se s vremenom ne povećava, niti smanjuje. Tijelo se složeno giba kad istodobno obavlja dva ili više gibanja. Pri takvom gibanju vrijedi načelo **neovisnosti gibanja** koje glasi: Kad tijelo istodobno obavlja dva gibanja, giba se tako da se u svakom trenutku nalazi u točki do koje bi stiglo kad bi obavilo samo jedno gibanje u određenom vremenskom razmaku, a neovisno o tom gibanju istodobno i drugo gibanje u istome vremenskom razmaku.



$$v^2 = v_0^2 + v_g^2 \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta h \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot (H - h).$$

Odgovor je pod D.

Vježba 824

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 825 (Vedran, gimnazija)

Na horizontalnoj pisti ispituju se raketni i mlazni motori. Startajući s mjesta, jedan se vozač raketnog motora giba konstantnim ubrzanjem dok ne potroši gorivo i prijeđe polovicu puta, a zatim se drugu polovicu puta giba jednoliko, dakle konstantnom brzinom. Drugi vozač ponovi eksperiment s mlaznim motorom tako da na cijelom putu vozi jednoliko ubrzano (konstantnim ubrzanjem). U oba ispitivanja isti je put prijeđen u jednakom vremenu. Koliki je omjer ubrzanja raketnog i mlaznog motora?

Rješenje 825

$$s, \quad t_r = t_m, \quad a_r : a_m = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}},$$

gdje je s put tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s},$$

gdje su s i v put, odnosno brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Raketni motor

Vozač raketnog motora giba se prvom polovicom puta $\frac{s}{2}$ ubrzanjem a_r za vrijeme t_1 .

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{s}{2}}{a_r}} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{s}{2}}{a_r}} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{s}{a_r}}.$$

Na kraju prve polovice puta vozač je postigao brzinu v.

$$v = \sqrt{2 \cdot a_r \cdot \frac{s}{2}} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot a_r \cdot \frac{s}{2}} \Rightarrow v = \sqrt{a_r \cdot s}.$$

Drugu polovicu puta vozio je stalnom brzinom v za vrijeme t_2 .

$$t_2 = \frac{\frac{s}{2}}{v} \Rightarrow t_2 = \frac{s}{2 \cdot v} \Rightarrow t_2 = \frac{s}{2 \cdot \sqrt{a_r \cdot s}} \Rightarrow t_2 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{s^2}{a_r \cdot s}} \Rightarrow t_2 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{s^2}{a_r \cdot s}} \Rightarrow t_2 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{s}{a_r}}.$$

Ukupno vrijeme gibanja raketnog motora je

$$t_r = t_1 + t_2 \Rightarrow t_r = \sqrt{\frac{s}{a_r}} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{s}{a_r}} \Rightarrow t_r = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{\frac{s}{a_r}}.$$

Mlazni motor

Vozač mlaznog motora cijeli put s prevaći konstantnom akceleracijom a_m za vrijeme t_m .

$$t_m = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a_m}}.$$

Budući da je u oba ispitivanja vrijeme jednako, slijedi:

$$\begin{aligned} t_m = t_r &\Rightarrow \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a_m}} = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{\frac{s}{a_r}} \Rightarrow \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a_m}} = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{\frac{s}{a_r}} \quad / 2 \Rightarrow \frac{2 \cdot s}{a_m} = \frac{9}{4} \cdot \frac{s}{a_r} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{2 \cdot s}{a_m} = \frac{9}{4} \cdot \frac{s}{a_r} \quad / \cdot \frac{a_r}{2 \cdot s} \Rightarrow \frac{a_r}{a_m} = \frac{9}{8} \Rightarrow a_r : a_m = 9 : 8. \end{aligned}$$

Vježba 825

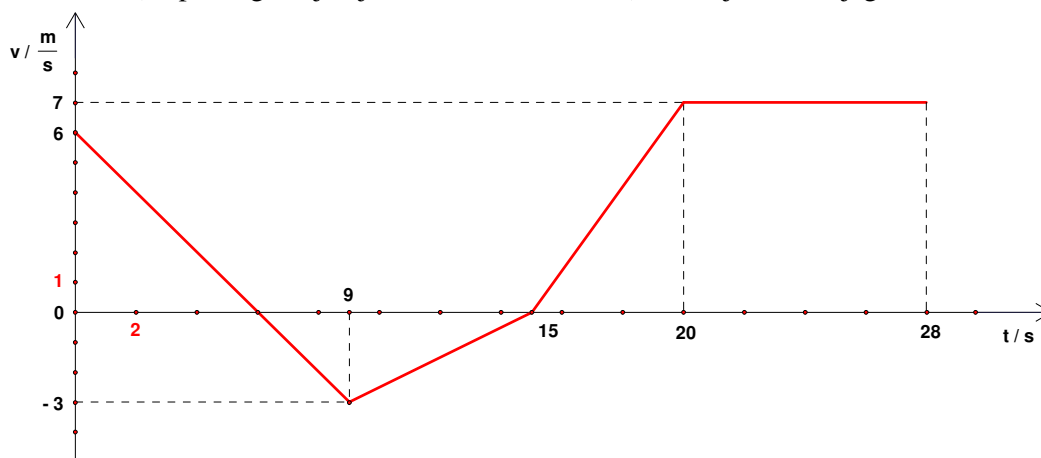
Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 826 (Fox, veleučilište)

Gibanje tijela po osi x koje je u trenutku $t = 0$ bilo u $x = 0$ prikazano je $v - t$ dijagramom.

- a) Opišite gibanje tijela. b) Nacrtajte $a - t$ dijagram.



Rješenje 826

$t = 0$, $x = 0$, gibanje, $a - t$ dijagram

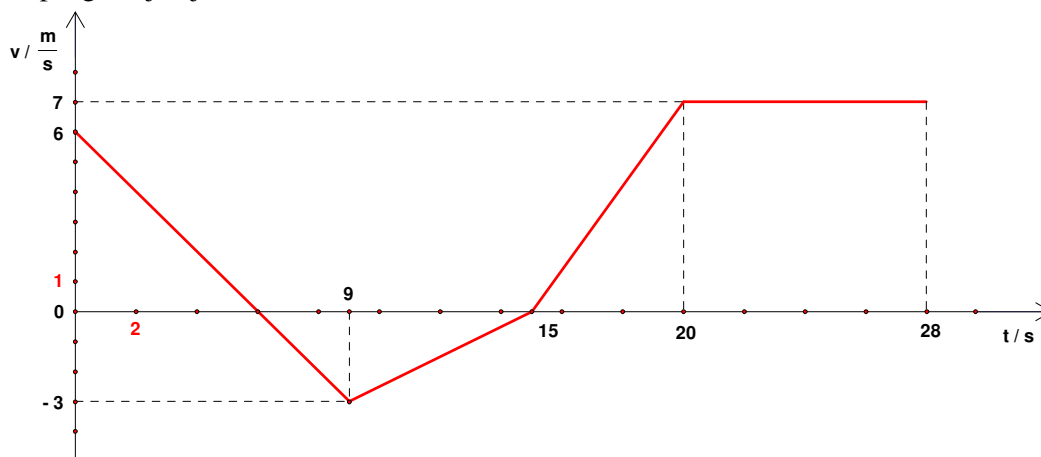
Jednoliko ubrzano (usporeno) gibanje po pravcu (jednoliko ubrzano (usporeno) pravocrtno gibanje) je gibanje tijela stalnom akceleracijom. Srednja akceleracija je količnik razlike brzina Δv u nekom vremenskom intervalu Δt i toga vremenskog intervala:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad \bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Trenutna akceleracija a je omjer promjene brzine Δv u neizmjerljivo malom vremenskom intervalu (trenutku) Δt i toga trenutka. Kada razmatramo slučajeve gibanja pri kojima se vrijednost akceleracije neće mijenjati, onda je:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

a) Opis gibanja tijela



Vremenski intervali	Opis gibanja
0 s – 6 s	Tijelo se giba jednoliko usporeno u pozitivnom smjeru osi x.
6 s – 9 s	Brzina tijela povećava se u suprotnom smjeru (u negativnom smjeru osi x).
9 s – 15 s	Brzina tijela smanjuje se do nule.
15 s – 20 s	Brzina tijela povećava se, ono se giba u pozitivnom smjeru osi x.
20 s – 28 s	Brzina tijela je stalna, ono se giba jednoliko po pravcu u pozitivnom smjeru osi x.

b)

Crtanje a – t dijagrama.

Vremenski interval
0 s – 9 s

Iz nagiba pravca vidi se da je akceleracija konstantna.

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = 6 \frac{m}{s}, t_1 = 0 s \\ v_2 = -3 \frac{m}{s}, t_2 = 9 s \end{array} \right\} \Rightarrow \left[a_1 = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \right] \Rightarrow a_1 = \frac{-3 \frac{m}{s} - 6 \frac{m}{s}}{9 s - 0 s} \Rightarrow a_1 = -1 \frac{m}{s}$$

Vremenski interval
9 s – 15 s

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = -3 \frac{m}{s}, t_1 = 9 s \\ v_2 = 0 \frac{m}{s}, t_2 = 15 s \end{array} \right\} \Rightarrow \left[a_2 = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \right] \Rightarrow a_2 = \frac{0 \frac{m}{s} - \left(-3 \frac{m}{s}\right)}{15 s - 9 s} \Rightarrow a_2 = 0.5 \frac{m}{s}$$

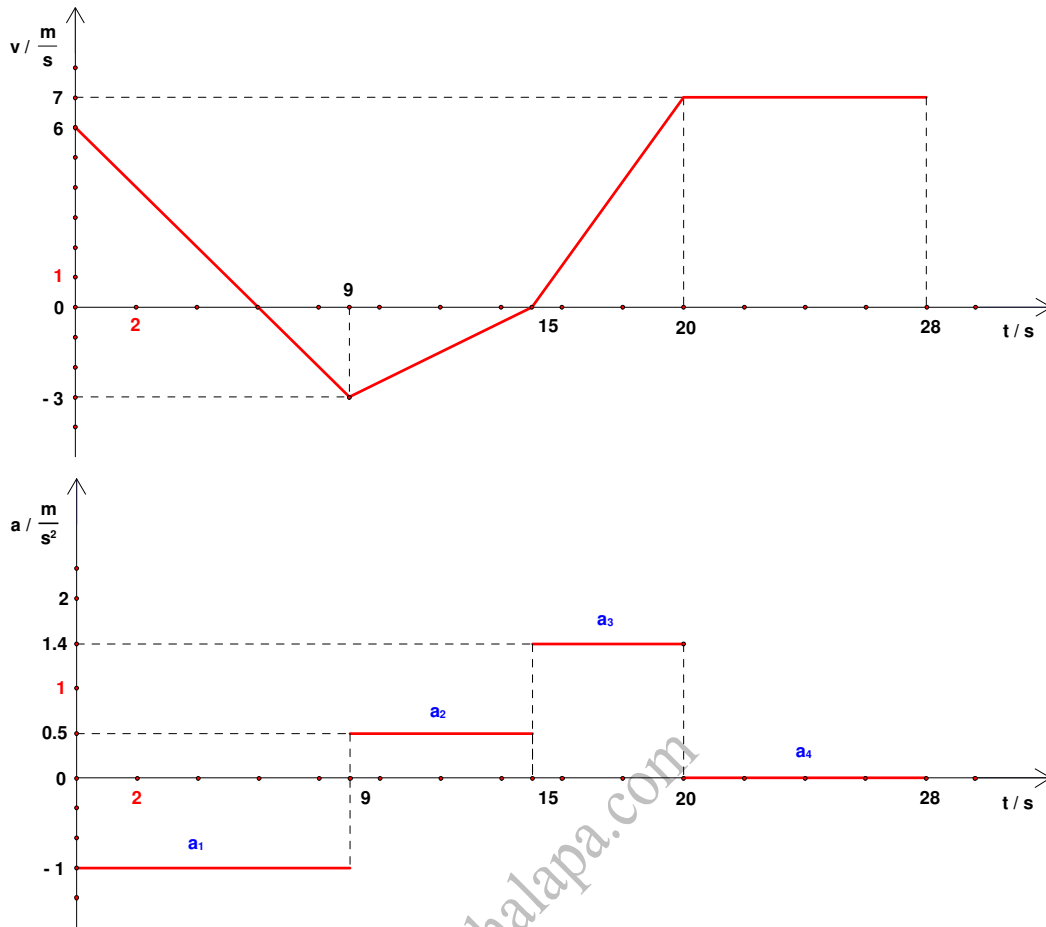
Vremenski interval
15 s – 20 s

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = 0 \frac{m}{s}, t_1 = 15 s \\ v_2 = 7 \frac{m}{s}, t_2 = 20 s \end{array} \right\} \Rightarrow \left[a_3 = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \right] \Rightarrow a_3 = \frac{7 \frac{m}{s} - 0 \frac{m}{s}}{20 s - 15 s} \Rightarrow a_3 = 1.4 \frac{m}{s}$$

Vremenski interval
20 s – 28 s

Kada je brzina stalna akceleracija je nula.

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = 7 \frac{m}{s}, t_1 = 20 s \\ v_2 = 7 \frac{m}{s}, t_2 = 28 s \end{array} \right\} \Rightarrow \left[a_4 = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \right] \Rightarrow a_4 = \frac{7 \frac{m}{s} - 7 \frac{m}{s}}{28 s - 20 s} \Rightarrow a_4 = 0 \frac{m}{s}$$



Vježba 826

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 827 (NBA, maturant)

Sa visine 10 m iznad površine Zemlje baci se tijelo pod kutom elevacije 45° početnom brzinom 20 m / s. Odredite vodoravnu i okomitu komponentu vektora brzine tijela kada se nađe na visini 2 m iznad površine Zemlje. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 827

$$H = 10 \text{ m}, \quad \alpha = 45^\circ, \quad v_0 = 20 \text{ m / s}, \quad h = 2 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad v_x = ?, \quad v_y = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.

- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Mehanička energija je zbroj potencijalne i kinetičke energije u mehaničkom sustavu, tj. energija koja ovisi o položaju i gibanju tijela zbog djelovanja sile.

U zatvorenome sustavu zbroj potencijalne i kinetičke energije je konstantan.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici.

Kosi hitac sastoji se od jednolikoga gibanja brzinom v_0 po pravcu koji s horizontalnim smjerom zatvara kut α (kut elevacije) i slobodnog pada.

Komponenta v_x brzine v_0 nakon vremena t (gibanje duž x osi je jednoliko pa je $v_x = \text{konst.}$)

$$v_x = v_0 \cdot \cos(\alpha).$$

Ukupna brzina nakon vremena t

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2.$$

Komponenta v_x

Vodoravna komponenta vektora brzine ne mijenja se tijekom gibanja jer u vodoravnom smjeru ne djeluju vanjske sile na tijelo (sile trenja zanemaruju se) pa je

$$v_x = v_0 \cdot \cos(\alpha) = 20 \frac{m}{s} \cdot \cos(45^\circ) = 14.14 \frac{m}{s}.$$

Komponenta v_y

Okomitu komponentu vektora brzine odredit ćemo pomoću zakona očuvanja ukupne mehaničke energije tijela.

Na visini H tijelo ima ukupnu mehaničku energiju E_0 .

$$E_0 = m \cdot g \cdot H + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2.$$

Na visini h tijelo ima ukupnu mehaničku energiju E_1 .

$$E_1 = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \left[v^2 = v_x^2 + v_y^2 \right] \Rightarrow E_1 = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_x^2 + v_y^2).$$

Iz zakona očuvanja mehaničke energije slijedi:

$$\begin{aligned} E_1 = E_0 &\Rightarrow m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_x^2 + v_y^2) = m \cdot g \cdot H + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_x^2 + v_y^2) = m \cdot g \cdot H + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot g \cdot h + v_x^2 + v_y^2 = 2 \cdot g \cdot H + v_0^2 \Rightarrow v_y^2 = 2 \cdot g \cdot H + v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h - v_x^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_y^2 = 2 \cdot g \cdot (H - h) + v_0^2 - v_x^2 \Rightarrow \left[v_x = v_0 \cdot \cos(\alpha) \right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_y^2 = 2 \cdot g \cdot (H - h) + v_0^2 - (v_0 \cdot \cos(\alpha))^2 \Rightarrow v_y^2 = 2 \cdot g \cdot (H - h) + v_0^2 - v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha) \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_y^2 = 2 \cdot g \cdot (H - h) + v_0^2 \cdot (1 - \cos^2(\alpha)) \Rightarrow \left[\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1 \right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_y^2 = 2 \cdot g \cdot (H - h) + v_0^2 \cdot \sin^2(\alpha) \Rightarrow v_y^2 = 2 \cdot g \cdot (H - h) + v_0^2 \cdot \sin^2(\alpha) \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_y = \sqrt{2 \cdot g \cdot (H - h) + v_0^2 \cdot \sin^2(\alpha)} = \\ &= \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot (10 \text{ m} - 2 \text{ m}) + \left(20 \frac{m}{s}\right)^2 \cdot \sin^2(45^\circ)} = 18.89 \frac{m}{s}. \end{aligned}$$

Vježba 827

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 828 (Luka, gimnazija)

Kamen počinje slobodno padati s visine 30 m. Istodobno sa površine Zemlje bacimo drugi kamen vertikalno uvis početnom brzinom 15 m / s. Nakon koliko će se vremena oba kamena naći na jednakoj visini. Koliki je put prešao svaki od njih? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 828

$$h = 30 \text{ m}, \quad v_0 = 15 \text{ m / s}, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad t = ?, \quad s_1 = ?, \quad s_2 = ?$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijede izrazi:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je h visina pada.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici.

Vertikalni hitac prema gore je složeno gibanje od jednolikoga gibanja brzinom v_0 i slobodnog pada u suprotnom smjeru, stoga je put (visina) h dan izrazom

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Neka je t vrijeme za koje će se oba kamena naći na jednakoj visini.

Kamen koji slobodno pada prevali put s_1 .

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Kamen koji smo bacili vertikalno prevali put s_2 .

$$s_2 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Budući da je $s_1 + s_2 = h$, slijedi:

$$\begin{aligned} s_1 + s_2 = h &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = h \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = h \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_0 \cdot t = h \Rightarrow v_0 \cdot t = h \cdot \frac{1}{v_0} \Rightarrow t = \frac{h}{v_0} = \frac{30 \text{ m}}{15 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2 \text{ s}. \end{aligned}$$

Poslije 2 s oba kamena naći će se na jednakoj visini, a njihovi prijeđeni putovi su:

- $s_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2 \text{ s})^2 = 19.62 \text{ m}$
- $s_2 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2 \text{ s})^2 = 10.38 \text{ m}.$

Ili

$$s_2 = h - s_1 = 30 \text{ m} - 19.62 \text{ m} = 10.38 \text{ m}.$$



Poopćenje zadatka

Kamen počinje slobodno padati s visine h . Istodobno sa površine Zemlje bacimo drugi kamen vertikalno uvis početnom brzinom v_0 . Nakon koliko će se vremena oba kamena naći na jednakoj visini. Koliki je put prešao svaki od njih? (ubrzanje slobodnog pada g)

$h, v_0, g, t = ?, s_1 = ?, s_2 = ?$

Neka je t vrijeme za koje će se oba kamena naći na jednakoj visini.

Kamen koji slobodno pada prevali put s_1 .

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Kamen koji smo bacili vertikalno prevali put s_2 .

$$s_2 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Budući da je $s_1 + s_2 = h$, slijedi:

$$\begin{aligned} s_1 + s_2 = h &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = h \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = h \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_0 \cdot t = h \Rightarrow v_0 \cdot t = h / \cdot \frac{1}{v_0} \Rightarrow t = \frac{h}{v_0}. \end{aligned}$$

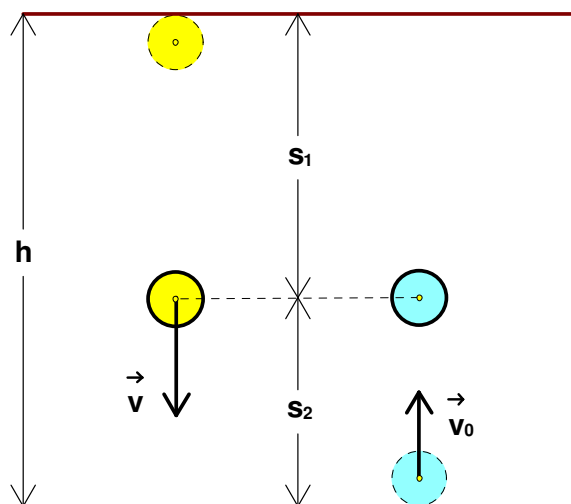
Poslije t vremena oba kamena naći će se na jednakoj visini, a njihovi prijeđeni putovi su:

- $s_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow \left[t = \frac{h}{v_0} \right] \Rightarrow s_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{h}{v_0} \right)^2 \Rightarrow s_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{h^2}{v_0^2} \Rightarrow s_1 = \frac{g \cdot h^2}{2 \cdot v_0^2}$

- $s_2 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow \left[t = \frac{h}{v_0} \right] \Rightarrow s_2 = v_0 \cdot \frac{h}{v_0} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{h}{v_0} \right)^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow s_2 = v_0 \cdot \frac{h}{v_0} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{h^2}{v_0^2} \Rightarrow s_2 = h - \frac{g \cdot h^2}{2 \cdot v_0^2}.$

Ili

$$s_2 = h - s_1 = h - \frac{g \cdot h^2}{2 \cdot v_0^2}.$$



Vježba 828

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 829 (Sanja, maturantica)

Na tijelo mase 40 kg koje leži na horizontalnoj podlozi djeluje usporedno s njom sila od 100 N. Tijelo se giba stalnom brzinom. Koliki je koeficijent trenja između tijela i podloge? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

- A. $\mu = 0.5$ B. $\mu = 0.15$ C. $\mu = 0.25$ D. $\mu = 0.21$

Rješenje 829

$$m = 40 \text{ kg}, \quad F = 100 \text{ N}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \mu = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g \Rightarrow m = \frac{G}{g},$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

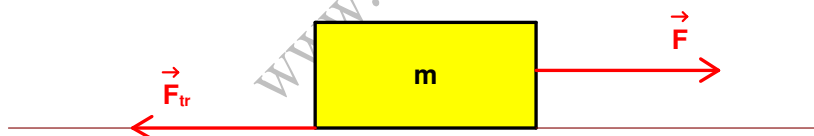
$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Zato kažemo da je tijelo tromo.



Rezultantna sila F_r jednaka je razlici vučne sile F i sile trenja F_{tr} . Tijelo se giba jednoliko po pravcu jer je brzina stalna. Po prvom Newtonovu poučku rezultantna sila na tijelo jednaka je nuli.

$$\left. \begin{array}{l} F_r = 0 \\ F_r = F - F_{tr} \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = F - F_{tr} \Rightarrow F_{tr} = F \Rightarrow \mu \cdot m \cdot g = F \Rightarrow \mu \cdot m \cdot g = F \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{F}{m \cdot g} = \frac{100 \text{ N}}{40 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.25.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 829

Na tijelo mase 80 kg koje leži na horizontalnoj podlozi djeluje usporedno s njom sila od 200 N. Tijelo se giba stalnom brzinom. Koliki je koeficijent trenja između tijela i podloge? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

- A. $\mu = 0.5$ B. $\mu = 0.15$ C. $\mu = 0.25$ D. $\mu = 0.21$

Rezultat: C.

Zadatak 830 (Sanja, maturantica)

Metak izleti vertikalno uvis iz puške s impulsom $5 \text{ N} \cdot \text{s}$. Nadite njegovu maksimalnu visinu i

vrijeme kada će ponovno pasti na Zemlju. Masa metka je 10 g. (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 830

$$p = 5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}, \quad m = 10 \text{ g} = 0.01 \text{ kg}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad H = ?, \quad t = ?$$

Pozor!

$$N \cdot s = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \text{s} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \text{s} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile F, a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase m.

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici.

Vertikalni hitac prema gore (uvis) sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada. Najviši domet h_m što ga tijelo može postići pri vertikalnom hicu uvis jest put u času kad je $v = 0$. Onda je

$$h_m = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}.$$

Let do najviše točke traje koliko i pad s te točke, tj. za slobodni pad tijelo treba isto toliko vremena koliko je trebalo da dostigne najvišu točku. Ukupno vrijeme gibanja je:

$$t = \frac{2 \cdot v_0}{g}.$$

Početna brzina metka je

$$p = m \cdot v_0 \Rightarrow v_0 = \frac{p}{m} = \frac{5 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.01 \text{ kg}} = 500 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Maksimalna visina penjanja metka iznosi:

$$H = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} = \frac{\left(500 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 12500 \text{ m} = 12.5 \text{ km}.$$

Metak će pasti na tlo poslije vremena

$$t = \frac{2 \cdot v_0}{g} = \frac{2 \cdot 500 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 100 \text{ s}.$$

Vježba 830

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 831 (Mate, srednja škola)

Čovjek mase 70 kg u čamcu mase 100 kg vuče užu privezano za stup na obali silom 50 N.

- Izračunajte rad koji čovjek obavi za 6 s.
 - Koliku će brzinu postići čovjek i čamac?
 - Koliki će put prijeći?
- Otpor vode zanemarujemo.

Rješenje 831

$$m_1 = 70 \text{ kg}, \quad m_2 = 100 \text{ kg}, \quad F = 50 \text{ N}, \quad t = 6 \text{ s}, \quad W = ?, \quad v = ?, \quad s = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m}.$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = a \cdot t,$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje bez početne brzine vrijedi formula za put s:

$$s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t,$$

gdje je v konačna brzina.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s.$$

gdje su s i v put, odnosno brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Budući da sila F pokreće oba tijela (čovjeka i čamac), to je masa sustava

$$m = m_1 + m_2.$$

a)

$$\begin{aligned} W = F \cdot s &\Rightarrow W = F \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow W = F \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{m} \cdot t^2 \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot \frac{F^2 \cdot t^2}{m} \Rightarrow \\ &\Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot \frac{(F \cdot t)^2}{m} \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot \frac{(F \cdot t)^2}{m_1 + m_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(50 \text{ N} \cdot 6 \text{ s})^2}{70 \text{ kg} + 100 \text{ kg}} = 264.71 \text{ J}. \end{aligned}$$

b)

$$v = a \cdot t \Rightarrow v = \frac{F}{m} \cdot t \Rightarrow v = \frac{F}{m_1 + m_2} \cdot t = \frac{50 \text{ N}}{70 \text{ kg} + 100 \text{ kg}} \cdot 6 \text{ s} = 1.76 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

c)

$$s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 1.76 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 6 \text{ s} = 5.28 \text{ m}.$$

Ili

$$W = F \cdot s \Rightarrow s = \frac{W}{F} = \frac{264.71 \text{ J}}{50 \text{ N}} = 5.29 \text{ m.}$$

Ili

$$\begin{aligned} v^2 &= 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow v^2 = 2 \cdot \frac{F}{m} \cdot s \Rightarrow 2 \cdot \frac{F}{m} \cdot s = v^2 \Rightarrow 2 \cdot \frac{F}{m} \cdot s = v^2 \quad / \cdot \frac{m}{2 \cdot F} \Rightarrow s = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot F} \Rightarrow \\ &\Rightarrow s = \frac{(m_1 + m_2) \cdot v^2}{2 \cdot F} = \frac{(70 \text{ kg} + 100 \text{ kg}) \cdot \left(1.76 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 50 \text{ N}} = 5.27 \text{ m.} \end{aligned}$$

Ili

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{m} \cdot t^2 \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{m_1 + m_2} \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{50 \text{ N}}{70 \text{ kg} + 100 \text{ kg}} \cdot (6 \text{ s})^2 = 5.29 \text{ m.}$$

Vježba 831

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 832 (Mate, srednja škola)

Igračka top izbacuje strjelice brzinom 10 m / s. Pod kojim kutom treba izbaciti strjelicu da ona pogodi točku 4 m udaljenu od podnožja topa i na visini 1.77 m? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 832

$$v_0 = 10 \text{ m / s}, \quad x = 4 \text{ m}, \quad y = 1.77 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad \alpha = ?$$

$$\frac{1}{\cos^2(\alpha)} = 1 + \text{tg}^2(\alpha).$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Kosi hitac sastoji se od jednolikoga gibanja brzinom v_0 po pravcu koji s horizontalnim smjerom zatvara kut α (kut elevacije) i slobodnog pada. Jednadžba staze kod kosog hica glasi:

$$y = x \cdot \text{tg}(\alpha) - \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)},$$

gdje je y visina, x udaljenost, α kut elevacije, v_0 početna brzina.

Zbog jednostavnosti računanja možemo izostaviti mjerne jedinice.

$$\begin{aligned} y &= x \cdot \text{tg}(\alpha) - \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} \Rightarrow y = x \cdot \text{tg}(\alpha) - \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2} \cdot \frac{1}{\cos^2(\alpha)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow 1.77 = 4 \cdot \text{tg}(\alpha) - \frac{9.81 \cdot 4^2}{2 \cdot 10^2} \cdot (1 + \text{tg}^2(\alpha)) \Rightarrow 1.77 = 4 \cdot \text{tg}(\alpha) - \frac{9.81 \cdot 16}{2 \cdot 100} \cdot (1 + \text{tg}^2(\alpha)) \Rightarrow \\ &\Rightarrow 1.77 = 4 \cdot \text{tg}(\alpha) - \frac{157}{200} \cdot (1 + \text{tg}^2(\alpha)) \Rightarrow 1.77 = 4 \cdot \text{tg}(\alpha) - \frac{157}{200} \cdot (1 + \text{tg}^2(\alpha)) \quad / \cdot 200 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 354 = 800 \cdot \text{tg}(\alpha) - 157 \cdot (1 + \text{tg}^2(\alpha)) \Rightarrow 354 - 800 \cdot \text{tg}(\alpha) + 157 \cdot (1 + \text{tg}^2(\alpha)) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 354 - 800 \cdot \text{tg}(\alpha) + 157 + 157 \cdot \text{tg}^2(\alpha) = 0 \Rightarrow 157 \cdot \text{tg}^2(\alpha) - 800 \cdot \text{tg}(\alpha) + 511 = 0 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{zamjena} \\ \text{tg}(\alpha) = t \end{array} \right] \Rightarrow 157 \cdot t^2 - 800 \cdot t + 511 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 157 \cdot t^2 - 800 \cdot t + 511 = 0 \\ a = 157, b = -800, c = 511 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 157, b = -800, c = 511 \\ t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_{1,2} = \frac{-(-800) \pm \sqrt{(-800)^2 - 4 \cdot 157 \cdot 511}}{2 \cdot 157} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_{1,2} = \frac{800 \pm \sqrt{640000 - 320908}}{314} \Rightarrow t_{1,2} = \frac{800 \pm \sqrt{319092}}{314} \Rightarrow t_{1,2} = \frac{800 \pm 564.88}{314} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1 = \frac{800 + 564.88}{314} \\ t_2 = \frac{800 - 564.88}{314} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1 = 4.35 \\ t_2 = 0.75 \end{array} \right\}.$$

Postoje dva rješenja.

Računamo tražene kutove.

- $\left. \begin{array}{l} \text{tg}(\alpha) = t \\ t = 4.35 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{tg}(\alpha) = 4.35 \Rightarrow \alpha = \text{tg}^{-1}(4.35) \Rightarrow \alpha_1 = 77.1^\circ.$
- $\left. \begin{array}{l} \text{tg}(\alpha) = t \\ t = 0.75 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{tg}(\alpha) = 0.75 \Rightarrow \alpha = \text{tg}^{-1}(0.75) \Rightarrow \alpha_2 = 36.9^\circ.$

Postoje dvije staze koje uz zadanu početnu brzinu prolaze kroz zadanu točku (x, y).

Vježba 832

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 833 (Kiro, gimnazija)

U jednom trenutku brzina rakete je 850 m/s. Ako se raketa giba jednoliko ubrzano i u sljedeće dvije sekunde prevali put od 1800 m, kolika joj je akceleracija?

Rješenje 833

$$v_0 = 850 \text{ m/s}, \quad t = 14 \text{ s}, \quad s = 1800 \text{ m}, \quad a = ?$$

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za put s:

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = s \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = s - v_0 \cdot t \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = s - v_0 \cdot t \cdot \frac{2}{t^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{2 \cdot s}{t^2} - \frac{2 \cdot v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{2}{t} \cdot \left(\frac{s}{t} - v_0 \right) = \frac{2}{2s} \cdot \left(\frac{1800 \text{ m}}{2s} - 850 \frac{\text{m}}{s} \right) = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Vježba 833

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 834 (Tomislav, tehnička škola)

Jednoliko se ubrzavajući vlak prolazi pokraj promatrača koji ustanovi da je vagon duljine 24 m prošao kraj njega za 2.6 s, a sljedeći vagon jednake duljine za 2.2 s. Koliko je ubrzanje vlaka?

A. $0.4 \frac{m}{s^2}$ B. $0.7 \frac{m}{s^2}$ C. $0.9 \frac{m}{s^2}$ D. $0.2 \frac{m}{s^2}$

Rješenje 834

$$l = 24 \text{ m}, \quad t_1 = 2.6 \text{ s}, \quad t_2 = 2.2 \text{ s}, \quad a = ?$$

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za konačnu brzinu v :

$$v = v_0 + a \cdot t.$$

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za put s :

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Pokraj promatrača prvi vagon, duljine l , nailazi brzinom v_1 i prošao je za vrijeme t_1 :

$$l = v_1 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 \Rightarrow l = v_1 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 \quad / \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot l = 2 \cdot v_1 \cdot t_1 + a \cdot t_1^2.$$

Drugi vagon, jednake duljine l , nailazi brzinom v_2 i prošao je za vrijeme t_2 .

$$\left. \begin{array}{l} v_2 = v_1 + a \cdot t_1 \\ l = v_2 \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow l = (v_1 + a \cdot t_1) \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2 \Rightarrow l = v_1 \cdot t_2 + a \cdot t_1 \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l = v_1 \cdot t_2 + a \cdot t_1 \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2 \quad / \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot l = 2 \cdot v_1 \cdot t_2 + 2 \cdot a \cdot t_1 \cdot t_2 + a \cdot t_2^2.$$

Iz sustava nađemo a .

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot l = 2 \cdot v_1 \cdot t_1 + a \cdot t_1^2 \\ 2 \cdot l = 2 \cdot v_1 \cdot t_2 + 2 \cdot a \cdot t_1 \cdot t_2 + a \cdot t_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \cdot l = 2 \cdot v_1 \cdot t_1 + a \cdot t_1^2 \quad / \cdot (-t_2) \\ 2 \cdot l = 2 \cdot v_1 \cdot t_2 + 2 \cdot a \cdot t_1 \cdot t_2 + a \cdot t_2^2 \quad / \cdot t_1 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} -2 \cdot l \cdot t_2 = -2 \cdot v_1 \cdot t_1 \cdot t_2 - a \cdot t_1^2 \cdot t_2 \\ 2 \cdot l \cdot t_1 = 2 \cdot v_1 \cdot t_1 \cdot t_2 + 2 \cdot a \cdot t_1^2 \cdot t_2 + a \cdot t_1 \cdot t_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{zbrojimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2 \cdot l \cdot t_2 + 2 \cdot l \cdot t_1 = a \cdot t_1^2 \cdot t_2 + a \cdot t_1 \cdot t_2^2 \Rightarrow 2 \cdot l \cdot (t_1 - t_2) = a \cdot t_1 \cdot t_2 \cdot (t_1 + t_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \cdot t_1 \cdot t_2 \cdot (t_1 + t_2) = 2 \cdot l \cdot (t_1 - t_2) \Rightarrow a \cdot t_1 \cdot t_2 \cdot (t_1 + t_2) = 2 \cdot l \cdot (t_1 - t_2) \quad / \cdot \frac{1}{t_1 \cdot t_2 \cdot (t_1 + t_2)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{2 \cdot l \cdot (t_1 - t_2)}{t_1 \cdot t_2 \cdot (t_1 + t_2)} = \frac{2 \cdot 24 \text{ m} \cdot (2.6 \text{ s} - 2.2 \text{ s})}{2.6 \text{ s} \cdot 2.2 \text{ s} \cdot (2.6 \text{ s} + 2.2 \text{ s})} = 0.7 \frac{m}{s^2}.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 834

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 835 (Tomislav, tehnička škola)

Jednoliko se ubrzavajući vlak prolazi pokraj promatrača koji ustanovi da je vagon duljine 24 m prošao kraj njega za 2.6 s, a sljedeći vagon jednake duljine za 2.2 s. Kolika je brzina u trenutku nailaska prvog vagona?

$$A. 8.32 \frac{m}{s} \quad B. 21.3 \frac{m}{s} \quad C. 14.56 \frac{m}{s} \quad D. 12.9 \frac{m}{s}$$

Rješenje 835

$$l = 24 \text{ m}, \quad t_1 = 2.6 \text{ s}, \quad t_2 = 2.2 \text{ s}, \quad v_1 = ?$$

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za konačnu brzinu v :

$$v = v_0 + a \cdot t.$$

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za put s :

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Pokraj promatrača prvi vagon, duljine l , nailazi brzinom v_1 i prošao je za vrijeme t_1 :

$$l = v_1 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 \Rightarrow l = v_1 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 \quad / \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot l = 2 \cdot v_1 \cdot t_1 + a \cdot t_1^2.$$

Drugi vagon, jednake duljine l , nailazi brzinom v_2 i prošao je za vrijeme t_2 .

$$\left. \begin{array}{l} v_2 = v_1 + a \cdot t_1 \\ l = v_2 \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow l = (v_1 + a \cdot t_1) \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2 \Rightarrow l = v_1 \cdot t_2 + a \cdot t_1 \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l = v_1 \cdot t_2 + a \cdot t_1 \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2 \quad / \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot l = 2 \cdot v_1 \cdot t_2 + 2 \cdot a \cdot t_1 \cdot t_2 + a \cdot t_2^2.$$

Iz sustava nađemo v_1 .

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot l = 2 \cdot v_1 \cdot t_1 + a \cdot t_1^2 \\ 2 \cdot l = 2 \cdot v_1 \cdot t_2 + 2 \cdot a \cdot t_1 \cdot t_2 + a \cdot t_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \cdot v_1 \cdot t_1 + a \cdot t_1^2 = 2 \cdot l \\ 2 \cdot l = 2 \cdot v_1 \cdot t_2 + 2 \cdot a \cdot t_1 \cdot t_2 + a \cdot t_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} a \cdot t_1^2 = 2 \cdot l - 2 \cdot v_1 \cdot t_1 \\ 2 \cdot l = 2 \cdot v_1 \cdot t_2 + 2 \cdot a \cdot t_1 \cdot t_2 + a \cdot t_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a \cdot t_1^2 = 2 \cdot l - 2 \cdot v_1 \cdot t_1 \quad / \cdot \frac{1}{t_1^2} \\ 2 \cdot l = 2 \cdot v_1 \cdot t_2 + 2 \cdot a \cdot t_1 \cdot t_2 + a \cdot t_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{2 \cdot l - 2 \cdot v_1 \cdot t_1}{t_1^2} \\ 2 \cdot l = 2 \cdot v_1 \cdot t_2 + 2 \cdot a \cdot t_1 \cdot t_2 + a \cdot t_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot l = 2 \cdot v_1 \cdot t_2 + 2 \cdot \frac{2 \cdot l - 2 \cdot v_1 \cdot t_1}{t_1^2} \cdot t_1 \cdot t_2 + \frac{2 \cdot l - 2 \cdot v_1 \cdot t_1}{t_1^2} \cdot t_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot l = 2 \cdot v_1 \cdot t_2 + \frac{4 \cdot l - 4 \cdot v_1 \cdot t_1}{t_1^2} \cdot t_1 \cdot t_2 + \frac{2 \cdot l \cdot t_2^2 - 2 \cdot v_1 \cdot t_1 \cdot t_2^2}{t_1^2} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow 2 \cdot l = 2 \cdot v_1 \cdot t_2 + \frac{4 \cdot l - 4 \cdot v_1 \cdot t_1}{t_1} \cdot t_2 + \frac{2 \cdot l \cdot t_2^2 - 2 \cdot v_1 \cdot t_1 \cdot t_2^2}{t_1^2} \Rightarrow \\
&\Rightarrow 2 \cdot l = 2 \cdot v_1 \cdot t_2 + \frac{4 \cdot l \cdot t_2 - 4 \cdot v_1 \cdot t_1 \cdot t_2}{t_1} + \frac{2 \cdot l \cdot t_2^2 - 2 \cdot v_1 \cdot t_1 \cdot t_2^2}{t_1^2} \Rightarrow \\
&\Rightarrow 2 \cdot l = 2 \cdot v_1 \cdot t_2 + \frac{4 \cdot l \cdot t_2 - 4 \cdot v_1 \cdot t_1 \cdot t_2}{t_1} + \frac{2 \cdot l \cdot t_2^2 - 2 \cdot v_1 \cdot t_1 \cdot t_2^2}{t_1^2} \cdot t_1^2 \Rightarrow \\
&\Rightarrow 2 \cdot l \cdot t_1^2 = 2 \cdot v_1 \cdot t_1^2 \cdot t_2 + t_1 \cdot (4 \cdot l \cdot t_2 - 4 \cdot v_1 \cdot t_1 \cdot t_2) + 2 \cdot l \cdot t_2^2 - 2 \cdot v_1 \cdot t_1 \cdot t_2^2 \Rightarrow \\
&\Rightarrow 2 \cdot l \cdot t_1^2 = 2 \cdot v_1 \cdot t_1^2 \cdot t_2 + 4 \cdot l \cdot t_1 \cdot t_2 - 4 \cdot v_1 \cdot t_1^2 \cdot t_2 + 2 \cdot l \cdot t_2^2 - 2 \cdot v_1 \cdot t_1 \cdot t_2^2 \Rightarrow \\
&\quad \Rightarrow 2 \cdot l \cdot t_1^2 = 4 \cdot l \cdot t_1 \cdot t_2 - 2 \cdot v_1 \cdot t_1^2 \cdot t_2 + 2 \cdot l \cdot t_2^2 - 2 \cdot v_1 \cdot t_1 \cdot t_2^2 \Rightarrow \\
&\quad \Rightarrow 2 \cdot v_1 \cdot t_1^2 \cdot t_2 + 2 \cdot v_1 \cdot t_1 \cdot t_2^2 = 4 \cdot l \cdot t_1 \cdot t_2 + 2 \cdot l \cdot t_2^2 - 2 \cdot l \cdot t_1^2 \quad / : 2 \Rightarrow \\
&\Rightarrow v_1 \cdot t_1^2 \cdot t_2 + v_1 \cdot t_1 \cdot t_2^2 = 2 \cdot l \cdot t_1 \cdot t_2 + l \cdot t_2^2 - l \cdot t_1^2 \Rightarrow v_1 \cdot t_1 \cdot t_2 \cdot (t_1 + t_2) = l \cdot (t_2^2 - t_1^2 + 2 \cdot t_1 \cdot t_2) \Rightarrow \\
&\quad \Rightarrow v_1 \cdot t_1 \cdot t_2 \cdot (t_1 + t_2) = l \cdot (t_2^2 - t_1^2 + 2 \cdot t_1 \cdot t_2) \cdot \frac{1}{t_1 \cdot t_2 \cdot (t_1 + t_2)} \Rightarrow \\
&\Rightarrow v_1 = \frac{l \cdot (t_2^2 - t_1^2 + 2 \cdot t_1 \cdot t_2)}{t_1 \cdot t_2 \cdot (t_1 + t_2)} = \frac{24 \text{ m} \cdot \left((2.2 \text{ s})^2 - (2.6 \text{ s})^2 + 2 \cdot 2.6 \text{ s} \cdot 2.2 \text{ s} \right)}{2.6 \text{ s} \cdot 2.2 \text{ s} \cdot (2.6 \text{ s} + 2.2 \text{ s})} = 8.32 \frac{\text{m}}{\text{s}}
\end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

Vježba 835

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 836 (Slavek, gimnazija)

Drveni blok mase 5 kg giba se djelovanjem sile od 40 N jednoliko ubrzano po horizontalnoj podlozi s faktorom trenja μ . Ako se na blok stavi dodatni teret od još 5 kg, ubrzanje se smanji tri puta. Odredite faktor μ . (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

A. $\mu = 0.204$ B. $\mu = 0.126$ C. $\mu = 0.236$ D. $\mu = 0.175$

Rješenje 836

$$m_1 = m_2 = m = 5 \text{ kg}, \quad F = 40 \text{ N}, \quad a_1 = a, \quad a_2 = a/3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \mu = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Ako se tijelo nalazi na vodoravnoj podlozi, tada trenje iznosi

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, m masa tijela, g akceleracija slobodnog pada (ubrzanje sile teže). Rezultantna sila koja ubrzava drveni blok jednaka je razlici ukupne sile F i sile trenja F_{tr} .

$$m_1 \cdot a_1 = F - F_{tr} \Rightarrow m_1 \cdot a_1 = F - \mu \cdot m_1 \cdot g \Rightarrow m \cdot a = F - \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow \\ \Rightarrow m \cdot a + \mu \cdot m \cdot g = F.$$

Ako se na blok stavi dodatni teret mase m_2 ubrzanje se smanji i iznosi a_2 . Tada vrijedi:

$$(m_1 + m_2) \cdot a_2 = F - F_{tr} \Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot a_2 = F - \mu \cdot (m_1 + m_2) \cdot g \Rightarrow \\ \Rightarrow (m + m) \cdot \frac{1}{3} \cdot a = F - \mu \cdot (m + m) \cdot g \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot m \cdot a = F - 2 \cdot \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot m \cdot a = F - 2 \cdot \mu \cdot m \cdot g \quad / \cdot 3 \Rightarrow 2 \cdot m \cdot a = 3 \cdot F - 6 \cdot \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow \\ \Rightarrow 2 \cdot m \cdot a + 6 \cdot \mu \cdot m \cdot g = 3 \cdot F.$$

Iz sustava dobije se μ .

$$\left. \begin{array}{l} m \cdot a + \mu \cdot m \cdot g = F \\ 2 \cdot m \cdot a + 6 \cdot \mu \cdot m \cdot g = 3 \cdot F \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m \cdot a + \mu \cdot m \cdot g = F \quad / \cdot (-2) \\ 2 \cdot m \cdot a + 6 \cdot \mu \cdot m \cdot g = 3 \cdot F \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -2 \cdot m \cdot a - 2 \cdot \mu \cdot m \cdot g = -2 \cdot F \\ 2 \cdot m \cdot a + 6 \cdot \mu \cdot m \cdot g = 3 \cdot F \end{array} \right\} \Rightarrow 4 \cdot \mu \cdot m \cdot g = F \Rightarrow 4 \cdot \mu \cdot m \cdot g = F \quad / \cdot \frac{1}{4 \cdot m \cdot g} \Rightarrow \\ \Rightarrow \mu = \frac{F}{4 \cdot m \cdot g} = \frac{40 \text{ N}}{4 \cdot 5 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.204.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 836

Drveni blok mase 10 kg giba se djelovanjem sile od 80 N jednoliko ubrzano po horizontalnoj podlozi s faktorom trenja μ . Ako se na blok stavi dodatni teret od još 10 kg, ubrzanje se smanji tri puta. Odredite faktor μ . (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

$$A. \mu = 0.204 \quad B. \mu = 0.126 \quad C. \mu = 0.236 \quad D. \mu = 0.175$$

Rezultat: A.

Zadatak 837 (Slavek, gimnazija)

Drveni blok mase m giba se djelovanjem sile F jednoliko ubrzano po horizontalnoj podlozi s faktorom trenja μ . Ako se na blok stavi dodatni teret jednake mase m , za koliko bi se morala povećati sila da ubrzanje nakon stavljanja dodatne mase ostane jednako kao prije stavljanjem te mase? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

$$A. 1.5 \cdot F \quad B. 2 \cdot F \quad C. 2.5 \cdot F \quad D. 3 \cdot F$$

Rješenje 837

$$m_1 = m_2 = m, \quad F, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F_1 = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Ako se tijelo nalazi na vodoravnoj podlozi, tada trenje iznosi

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, m masa tijela, g akceleracija slobodnog pada (ubrzanje sile teže). Rezultantna sila koja ubrzava drveni blok jednaka je razlici ukupne sile F i sile trenja F_{tr} .

$$\begin{aligned} m_1 \cdot a = F - F_{tr} &\Rightarrow m_1 \cdot a = F - \mu \cdot m_1 \cdot g \Rightarrow m \cdot a = F - \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow F - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow \\ &\Rightarrow F = m \cdot a + \mu \cdot m \cdot g. \end{aligned}$$

Ako se na blok stavi dodatni teret mase m_2 ubrzanje mora ostati jednako pa za novu silu F_1 vrijedi:

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2) \cdot a = F_1 - F_{tr} &\Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot a = F_1 - \mu \cdot (m_1 + m_2) \cdot g \Rightarrow \\ \Rightarrow (m + m) \cdot a = F_1 - \mu \cdot (m + m) \cdot g &\Rightarrow 2 \cdot m \cdot a = F_1 - 2 \cdot \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow \\ \Rightarrow F_1 - 2 \cdot \mu \cdot m \cdot g = 2 \cdot m \cdot a &\Rightarrow F_1 = 2 \cdot m \cdot a + 2 \cdot \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow F_1 = 2 \cdot (m \cdot a + \mu \cdot m \cdot g) \Rightarrow \\ \Rightarrow [F = m \cdot a + \mu \cdot m \cdot g] &\Rightarrow F_1 = 2 \cdot F. \end{aligned}$$

Odgovor je pod B.

Vježba 837

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 838 (Ford, gimnazija)

Dva automobila vozeći jedan drugom ususret brzinama 90 km/h i 108 km/h, na međusobnoj udaljenosti 110 m počinju istodobno kočiti s usporenjima 7 m/s² i 8 m/s². Na kojoj međusobnoj udaljenosti će se zaustaviti?

Rješenje 838

$$\begin{aligned} v_1 = 90 \text{ km/h} &= [90 : 3.6] = 25 \text{ m/s}, & v_2 = 108 \text{ km/h} &= [108 : 3.6] = 30 \text{ m/s}, \\ d = 110 \text{ m}, & a_1 = 7 \text{ m/s}^2, & a_2 = 8 \text{ m/s}^2, & s = ? \end{aligned}$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow s = \frac{v^2}{2 \cdot a}$$

gdje su s i v put, odnosno brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t . **Formula vrijedi i za jednoliko usporeno gibanje.**

Primijetimo kada tijelo jednoliko usporava do zaustavljanja prijeći će jednaki put kao da se iz mirovanja jednoliko ubrzavalo do jednake brzine (početne brzine).

$$\left. \begin{array}{l} s_1 = \frac{v_1^2}{2 \cdot a_1} \\ s_2 = \frac{v_2^2}{2 \cdot a_2} \end{array} \right\} \Rightarrow [s = d - (s_1 + s_2)] \Rightarrow s = d - \left(\frac{v_1^2}{2 \cdot a_1} + \frac{v_2^2}{2 \cdot a_2} \right) \Rightarrow s = d - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{v_1^2}{a_1} + \frac{v_2^2}{a_2} \right) =$$

$$= 110 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\left(25 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + \frac{\left(30 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \right) = 9.11 \text{ m}.$$

Vježba 838

Dva automobila vozeći jedan drugom ususret brzinama 90 km/h i 108 km/h, na međusobnoj udaljenosti 220 m počinju istodobno kočiti s usporenjima 7 m/s² i 8 m/s². Na kojoj međusobnoj udaljenosti će se zaustaviti?

Rezultat: 119.11 m.

Zadatak 839 (Ford, gimnazija)

Dva učenika masa 63 kg i 52 kg vozeći se na tandem – biciklu mase 18 kg postignu određenu brzinu u vremenu 8 s. Za koliko će vremena jednaku brzinu postići **prvi** učenik sam? Potisne sile vozača jednake su u oba slučaja.

Rješenje 839

$$m_1 = 63 \text{ kg}, \quad m_2 = 52 \text{ kg}, \quad m = 18 \text{ kg}, \quad t_1 = 8 \text{ s}, \quad F_1 = F_2 = F, \quad t = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m}$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = a \cdot t,$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Kada oba učenika voze tandem – bicikl ukupna masa sustava je

$$m_1 + m_2 + m.$$

Kada prvi učenik sam vozi bicikla masa sustava je

$$m_1 + m.$$



Učenici zajedno postignu brzinu v u vremenu t_1 .

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{F_1 + F_2}{m_1 + m_2 + m} \\ v = a \cdot t_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{2 \cdot F}{m_1 + m_2 + m} \\ v = a \cdot t_1 \end{array} \right\} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot F}{m_1 + m_2 + m} \cdot t_1.$$

Prvi učenik jednaku brzinu v postigne u vremenu t .

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{F_1}{m_1 + m} \\ v = a \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m_1 + m} \\ v = a \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow v = \frac{F}{m_1 + m} \cdot t.$$

Dalje imamo:

$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{F}{m_1 + m} \cdot t \\ v = \frac{2 \cdot F}{m_1 + m_2 + m} \cdot t_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{F}{m_1 + m} \cdot t = \frac{2 \cdot F}{m_1 + m_2 + m} \cdot t_1 \Rightarrow \frac{F}{m_1 + m} \cdot t = \frac{2 \cdot F}{m_1 + m_2 + m} \cdot t_1 \cdot \frac{m_1 + m}{F} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{2 \cdot (m_1 + m) \cdot t_1}{m_1 + m_2 + m} = \frac{2 \cdot (63 \text{ kg} + 18 \text{ kg}) \cdot 8 \text{ s}}{63 \text{ kg} + 52 \text{ kg} + 18 \text{ kg}} = 9.74 \text{ s}.$$

Vježba 839

Dva učenika masa 63 kg i 52 kg vozeći se na tandem – biciklu mase 18 kg postignu određenu brzinu u vremenu 8 s. Za koliko će vremena jednaku brzinu postići **drugi** učenik sam? Potisne sile vozača jednake su u oba slučaja.

Rezultat: 8.42 s.

Zadatak 840 (Mirna, gimnazija)

Predmet je bačen vertikalno prema dolje s visine 80 m početnom brzinom 20 m / s. Kolika mu je brzina na visini 30 m? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$)

Rješenje 840

$$H = 80 \text{ m}, \quad v_0 = 20 \text{ m} / \text{s}, \quad h = 30 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2, \quad v = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Hitac prema dolje je složeno gibanje od jednolikoga gibanja brzinom v_0 i slobodnog pada u istom smjeru, stoga je brzina v dana izrazom

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h.$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot (H - h) \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot (H - h) \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot (H - h)} =$$

$$= \sqrt{\left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (80 \text{ m} - 30 \text{ m})} = 37.16 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 840

Predmet je bačen vertikalno prema dolje s visine 100 m početnom brzinom 20 m / s. Kolika mu je brzina na visini 50 m? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$)

Rezultat: 37.16 m / s.