

Zadatak 761 (Filip, gimnazija)

Tijelo A slobodno pada s visine 800 m. U istom trenutku započinje padati i drugo tijelo B s visine od 1000 m. Kojom početnom brzinom mora padati tijelo B da bi istodobno kada i tijelo A udarilo u površinu Zemlje? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

A. $7.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ B. $9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ C. $15.7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ D. $14.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ E. $2.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Rješenje 761

$$h_1 = 800 \text{ m}, \quad h_2 = 1000 \text{ m}, \quad g \approx 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v_0 = ?$$

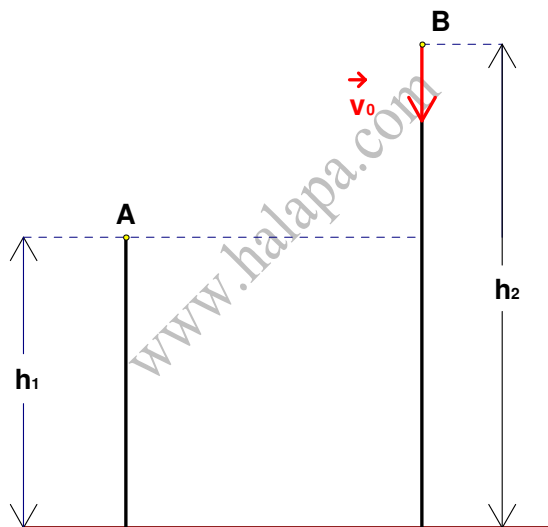
Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijede izrazi:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}},$$

gdje je h visina pada.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Hitac prema dolje je složeno gibanje od jednolikoga gibanja brzinom v_0 i slobodnog pada u istom smjeru, stoga je put (visina) h dan izrazom

$$h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$



Za vrijeme t tijelo A prijeđe put h_1 .

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g}}$$

Za vrijeme t tijelo B prijeđe put h_2 .

$$h_2 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Iz sustava jednadžba dobije se v_0 .

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ h_2 &= v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow h_2 = v_0 \cdot t + h_1 \Rightarrow v_0 \cdot t + h_1 = h_2 \Rightarrow v_0 \cdot t = h_2 - h_1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v_0 \cdot t = h_2 - h_1 \quad / \cdot \frac{1}{t} \Rightarrow v_0 = \frac{h_2 - h_1}{t} \Rightarrow \left[t = \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g}} \right] \Rightarrow v_0 = \frac{h_2 - h_1}{\sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g}}}$$

$$= \frac{1000 \text{ m} - 800 \text{ m}}{\sqrt{\frac{2 \cdot 800 \text{ m}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 15.66 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 15.7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 761

Tijelo A slobodno pada s visine 0.8 km. U istom trenutku započinje padati i drugo tijelo B s visine od 1 km. Kojom početnom brzinom mora padati tijelo B da bi istodobno kada i tijelo A udarilo u površinu Zemlje? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

A. $7.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ B. $9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ C. $15.7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ D. $14.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ E. $2.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Rezultat: C.

Zadatak 762 (Ivan, gimnazija)

Dva su automobila krenula iz istog mjesta jedan za drugim u vremenskom razmaku od 80 s, s jednakim ubrzanjem 0.5 m/s^2 . Računajući od početka gibanja prvog automobila, razmak između automobila iznositi će 5 km nakon:

A. 200 s B. 40 s C. 165 s D. 405 s E. 185 s

Rješenje 762

$$\Delta t = 80 \text{ s}, \quad a = 0.5 \text{ m/s}^2, \quad \Delta s = 5 \text{ km} = 5000 \text{ m}, \quad t = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

gdje je s put tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

1. inačica

Neka je t vrijeme računajući od početka gibanja **prvog** automobila. Vrijeme drugog automobila je $t - \Delta t$.

$$\begin{aligned} s_1 - s_2 = \Delta s &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t - \Delta t)^2 = \Delta s \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t - \Delta t)^2 = \Delta s \quad / \cdot \frac{2}{a} \Rightarrow \\ \Rightarrow t^2 - (t - \Delta t)^2 &= \frac{2 \cdot \Delta s}{a} \Rightarrow t^2 - (t - 80)^2 = \frac{2 \cdot 5000}{0.5} \Rightarrow \left[(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow t^2 - (t^2 - 160 \cdot t + 6400) &= 20000 \Rightarrow t^2 - t^2 + 160 \cdot t - 6400 = 20000 \Rightarrow \\ \Rightarrow t^2 - t^2 + 160 \cdot t - 6400 &= 20000 \Rightarrow 160 \cdot t - 6400 = 20000 \Rightarrow 160 \cdot t = 20000 + 6400 \Rightarrow \\ \Rightarrow 160 \cdot t &= 26400 \Rightarrow 160 \cdot t = 26400 \quad / : 160 \Rightarrow t = 165 \text{ s}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

Neka je t vrijeme računajući od početka gibanja **drugog** automobila. Vrijeme prvog automobila je $t + \Delta t$.

$$\begin{aligned} s_1 - s_2 = \Delta s &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t + \Delta t)^2 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \Delta s \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t + \Delta t)^2 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad / \cdot \frac{2}{a} \Rightarrow \\ \Rightarrow (t + \Delta t)^2 - t^2 &= \frac{2 \cdot \Delta s}{a} \Rightarrow (t + 80)^2 - t^2 = \frac{2 \cdot 5000}{0.5} \Rightarrow \left[(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow t^2 + 160 \cdot t + 6400 - t^2 &= 20000 \Rightarrow t^2 + 160 \cdot t + 6400 - t^2 = 20000 \Rightarrow 160 \cdot t + 6400 = 20000 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 160 \cdot t = 20000 - 6400 \Rightarrow 160 \cdot t = 13600 \Rightarrow 160 \cdot t = 13600 / : 160 \Rightarrow t = 85 \text{ s.}$$

Računajući od početka gibanja prvog automobila vrijeme iznosi:

$$t + 80 = 85 + 80 = 165 \text{ s.}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 762

Dva su automobila krenula iz istog mjesta jedan za drugim u vremenskom razmaku od 1 min 20 s, s jednakim ubrzanjem 0.5 m/s^2 . Računajući od početka gibanja prvog automobila, razmak između automobila iznositi će 5 km nakon:

- A. 200 s B. 40 s C. 165 s D. 405 s E. 185 s

Rezultat: C.

Zadatak 763 (Davor, gimnazija)

Dvije postaje međusobno su udaljene 2 km. Vlak prelazi razmak između tih dviju postaja (na kojima stoji) za 140 s. Najveća brzina vlaka je 54 km/h . Stalne akceleracije na početku i kraju vožnje jednakog su iznosa ali suprotna predznaka. Odredite te akceleracije.

Rješenje 763

$$s = 2 \text{ km} = 2000 \text{ m}, \quad t = 140 \text{ s}, \quad v = 54 \text{ km/h} = [54 : 3.6] = 15 \text{ m/s}, \quad a_{1,2} = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = a \cdot t,$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Za jednoliko usporeno pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za put s:

$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Na početku i na kraju vožnje vlak ima stalnu akceleraciju jednakog iznosa. Za jednako će vrijeme prijeći početak i kraj vožnje.

$$t_1 = t_3, \quad s_1 = s_3.$$

Srednji dio puta s_2 vlak prijeđe stalnom brzinom v za vrijeme t_2 . Budući da je udaljenost između postaja s, vrijedi:

$$\begin{aligned} s_1 + s_2 + s_3 = s &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 + v \cdot t_2 + v \cdot t_3 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_3^2 = s \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 + v \cdot t_2 + v \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = s \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 + v \cdot t_2 + v \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = s \Rightarrow v \cdot t_2 + v \cdot t_1 = s \Rightarrow v \cdot (t_2 + t_1) = s \Rightarrow \\ &\Rightarrow v \cdot (t_2 + t_1) = s / \cdot \frac{1}{v} \Rightarrow t_2 + t_1 = \frac{s}{v}. \end{aligned}$$

Računamo t_1 .

$$\left. \begin{aligned} t_2 + t_1 &= \frac{s}{v} \\ t_1 + t_2 + t_3 &= t \end{aligned} \right\} \Rightarrow [t_1 = t_3] \Rightarrow \left. \begin{aligned} t_2 + t_1 &= \frac{s}{v} \\ t_1 + t_2 + t_1 &= t \end{aligned} \right\} \Rightarrow t_1 + \frac{s}{v} = t \Rightarrow t_1 = t - \frac{s}{v} =$$

$$= 140 \text{ s} - \frac{2000 \text{ m}}{15 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 6.67 \text{ s}.$$

Na početku vožnje vlak je ubrzavao akceleracijom a i za vrijeme t_1 postigao maksimalnu brzinu v .

$$v = a \cdot t_1 \Rightarrow a \cdot t_1 = v \Rightarrow a \cdot t_1 = v \cdot \frac{1}{t_1} \Rightarrow a = \frac{v}{t_1} = \frac{15 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6.67 \text{ s}} = 2.25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Akceleracije su:

$$a_{1,2} = \pm 2.25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Vježba 763

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 764 (Venio, gimnazija)

Napetost užeta kojim je čamac privezan za obalu rijeke je 200 N. Na čamac djeluje sila vjetra iznosa 120 N okomito na smjer rijeke te sila rijeke. Odredite silu rijeke ako je smjer užeta 30° u odnosu na obalu.

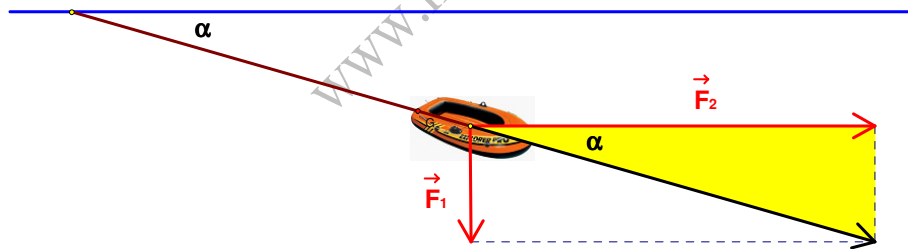
Rješenje 764

$$F = 200 \text{ N}, \quad F_1 = 120 \text{ N}, \quad \alpha = 30^\circ, \quad F_2 = ?$$

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Tangens šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine katete uz taj kut.



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_1}{F_2} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{F_1}{F_2} \cdot \frac{F_2}{\operatorname{tg} \alpha} \Rightarrow F_2 = \frac{F_1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{120 \text{ N}}{\operatorname{tg} 30^\circ} = \text{DEG} = 208 \text{ N}.$$

Vježba 764

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 765 (Venio, gimnazija)

Tijelo mase 500 g miruje na glatkoj vodoravnoj podlozi. U nekom trenutku na nj počinje djelovati stalna sila i tijelo tijekom treće i četvrte sekunde zajedno prijeđe put od 3 m. Kolika sila djeluje na tijelo?

Rješenje 765

$$m = 500 \text{ g} = 0.5 \text{ kg}, \quad \Delta s_{3,4} = 3 \text{ m}, \quad F = ?$$

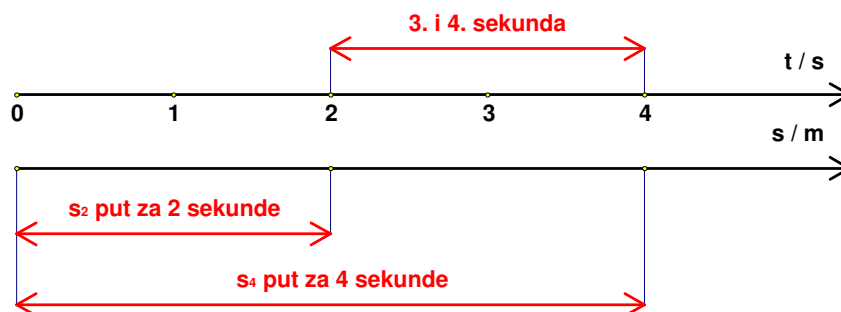
Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.



Da bismo izračunali put za vrijeme treće i četvrte sekunde zajedno moramo naći koliki je put tijelo prevalo za prve 4 i za prve 2 sekunde i te putove oduzeti:

$$\begin{aligned} s_4 - s_2 = \Delta s_{3,4} &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot 4^2 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2^2 = 3 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot 16 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot 4 = 3 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot 16 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot 4 = 3 \Rightarrow 8 \cdot a - 2 \cdot a = 3 \Rightarrow 6 \cdot a = 3 \Rightarrow 6 \cdot a = 3 \text{ ; } / : 6 \Rightarrow a = 0.5 \frac{m}{s^2}. \end{aligned}$$

Sila koja djeluje na tijelo iznosi:

$$F = m \cdot a = 0.5 \text{ kg} \cdot 0.5 \frac{m}{s^2} = 0.25 \text{ N}.$$

Vježba 765

Tijelo mase 500 g miruje na glatkoj vodoravnoj podlozi. U nekom trenutku na nj počinje djelovati stalna sila i tijelo tijekom četvrte i pete sekunde zajedno prijeđe put od 8 m. Kolika sila djeluje na tijelo?

Rezultat: 0.5 N.

Zadatak 766 (Lora, gimnazija)

Cisterna duga 4 m giba se stalnom akceleracijom 0.5 m/s^2 zdesna ulijevo. Kolika je viša razina tekućine na desnom u odnosu na lijevi kraj? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 766

$$l = 4 \text{ m}, \quad a = 0.5 \text{ m/s}^2, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta x = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

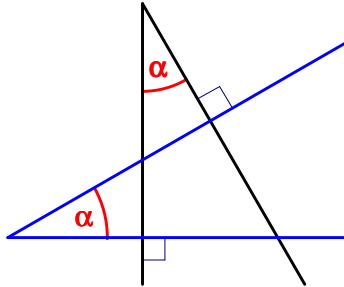
Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Osnovni zakoni mehanike vrijede s obzirom na koordinatni sustav koji miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Ti zakoni ne vrijede ako tijelo promatramo s obzirom na koordinatni sustav koji se giba jednoliko ubrzano ili usporeno. Tijelo na koje ne djeluje nikakva sila neće mirovati s obzirom na takav sustav. Tijelo mase m koje postavimo u takav sustav koji ima stalnu akceleraciju a , neće mirovati s obzirom na sustav, nego će imati akceleraciju $-a$. U sustavu će nam se činiti da na tijelo djeluje sila $-m \cdot a$. Takvu silu zovemo inercijskom silom.

Kutovi s međusobno okomitim kracima su sukladni.



Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Tangens šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine katete uz taj kut.

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \quad \text{i} \quad c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c .

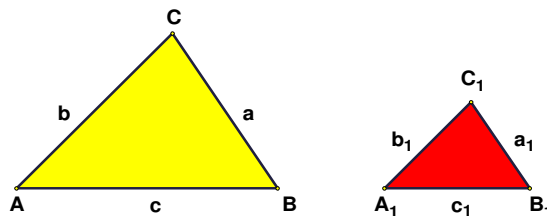
$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

Sličnost trokuta

Kažemo da su dva trokuta slična ako postoji pridruživanje vrhova jednog vrhovima drugog tako da su odgovarajući kutovi jednaki, a odgovarajuće stranice proporcionalne.

$$\alpha = \alpha_1, \quad \beta = \beta_1, \quad \gamma = \gamma_1, \quad \frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1} = k.$$

Omjer stranica sličnih trokuta k zovemo koeficijent sličnosti.



Prvi poučak sličnosti (K – K)

Dva su trokuta slična ako se podudaraju u dva kuta.

Drugi poučak sličnosti (S – K – S)

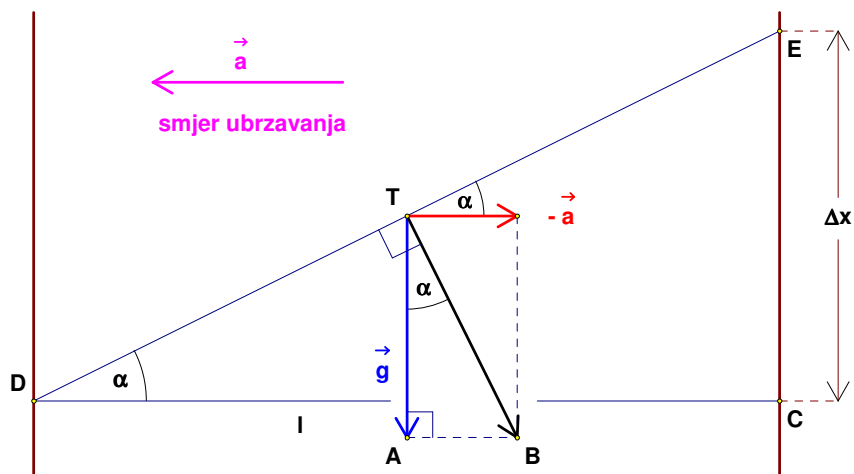
Dva su trokuta slična ako se podudaraju u jednom kutu, a stranice koje određuju taj kut su proporcionalne.

Treći poučak sličnosti (S – S – S)

Dva su trokuta slična ako su im sve odgovarajuće stranice proporcionalne.

Četvrti poučak sličnosti (S – S – K)

Dva su trokuta slična ako su im dvije stranice proporcionalne, a podudaraju se u kutu nasuprot većoj stranici.

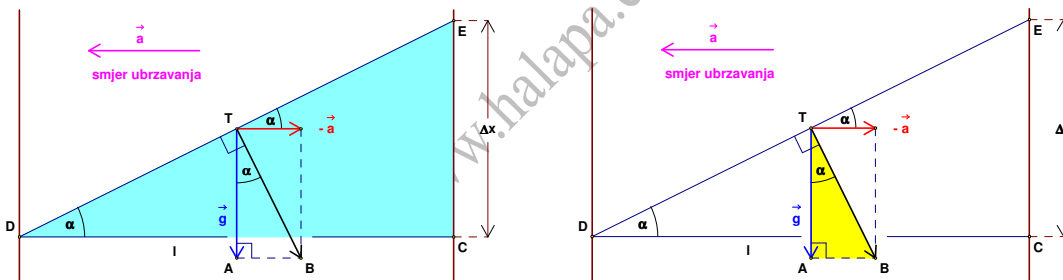


Sa slike vidi se:

$$|TA| = g, |AB| = a, |CE| = \Delta x, |DC| = l, \angle EDC = \angle BTA = \alpha$$

Rezultantna sila težine $m \cdot g$ i inercijske sile $-m \cdot a$ nastale ubrzanjem a , uvijek je **okomita** na površinu tekućine, tj. površina tekućine postavlja se **okomito** na rezultantnu akceleraciju od g i a .

1. inačica



Uočimo pravokutne trokute ΔEDC i ΔBTA i uporabimo funkciju tangens.

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{|CE|}{|DC|} \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{|AB|}{|TA|} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\Delta x}{l} \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{a}{g} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\Delta x}{l} = \frac{a}{g} \Rightarrow \frac{\Delta x}{l} = \frac{a}{g} \quad / \cdot l \Rightarrow \Delta x = \frac{a}{g} \cdot l =$$

$$= \frac{0.5 \frac{m}{s^2}}{9.81 \frac{m}{s^2}} \cdot 4 m = 0.204 m = 20.4 \text{ cm.}$$

2. inačica

Primijetimo da su pravokutni trokutu ΔEDC i ΔBTA međusobno slični (Prvi poučak sličnosti, podudaraju se u dva kuta: kutu α i pravom kutu) pa vrijedi razmjer:

$$\frac{|CE|}{|DC|} = \frac{|AB|}{|TA|} \Rightarrow \frac{\Delta x}{l} = \frac{a}{g} \Rightarrow \frac{\Delta x}{l} = \frac{a}{g} \quad / \cdot l \Rightarrow \Delta x = \frac{a}{g} \cdot l = \frac{0.5 \frac{m}{s^2}}{9.81 \frac{m}{s^2}} \cdot 4 m = 0.204 m = 20.4 \text{ cm.}$$

Vježba 766

Cisterna duga 8 m giba se stalnom akceleracijom 0.4 m/s^2 zdesna ulijevo. Kolika je viša razina tekućine na desnom u odnosu na lijevi kraj? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 32.6 cm.

Zadatak 767 (Anica, srednja škola)

Njihalo unutar vagona koji se giba brzinom 5 m/s otkloni se zbog ubrzanja vagona za 10° . Koliki je put vagon prešao za 4 sekunde? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 767

$$v_0 = 5 \text{ m/s}, \quad \alpha = 10^\circ, \quad t = 4 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad s = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Osnovni zakoni mehanike vrijede s obzirom na koordinatni sustav koji miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Ti zakoni ne vrijede ako tijelo promatramo s obzirom na koordinatni sustav koji se giba jednoliko ubrzano ili usporeno. Tijelo na koje ne djeluje nikakva sila neće mirovati s obzirom na takav sustav. Tijelo mase m koje postavimo u takav sustav koji ima stalnu akceleraciju a , neće mirovati s obzirom na sustav, nego će imati akceleraciju $-a$. U sustavu će nam se činiti da na tijelo djeluje sila $-m \cdot a$. Takvu silu zovemo inercijskom silom.

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Tangens šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine katete uz taj kut.

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za put s :

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

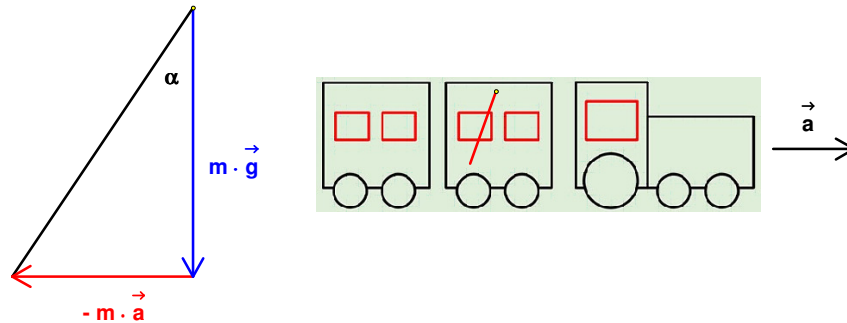
Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za konačnu brzinu v :

$$v = v_0 + a \cdot t.$$

Za jednoliko ubrzano (usporeno) pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za put s :

$$s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t,$$

gdje je v_0 početna brzina, v konačna brzina.



Zbog djelovanja težine $m \cdot g$ i inercijske sile $- m \cdot a$ njihalo se otklanja u smjeru njihove rezultante. Iz pravokutnog trokuta dobije se:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{m \cdot a}{m \cdot g} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{m \cdot a}{m \cdot g} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{g} \Rightarrow \frac{a}{g} = \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow \frac{a}{g} = \operatorname{tg} \alpha / \cdot g \Rightarrow a = g \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

1. inačica

Put s za vrijeme t iznosi:

$$\begin{aligned} s &= v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot t^2 = \\ &= 5 \frac{m}{s} \cdot 4 s + \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \operatorname{tg} 10^\circ \cdot (4 s)^2 = 33.8 m. \end{aligned}$$

2. inačica

Određimo brzinu v na kraju vremena t .

$$v = v_0 + a \cdot t \Rightarrow v = v_0 + g \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot t = 5 \frac{m}{s} + 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \operatorname{tg} 10^\circ \cdot 4 s = 11.92 \frac{m}{s}.$$

Put s iznosi:

$$s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t = \frac{5 \frac{m}{s} + 11.92 \frac{m}{s}}{2} \cdot 4 s = 33.8 m.$$

Vježba 767

Njihalo unutar vagona koji se giba brzinom 8 m/s otkloni se zbog ubrzanja vagona za 15° . Koliki je put vagon prešao za 4 sekunde? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 53 m.

Zadatak 768 (Franky, tehnička škola)

Tijelo je izbačeno početnom brzinom v_0 s visine 275 m u horizontalnom smjeru. Tijelo udara o tlo brzinom koja je pet puta veća od početne. Koliki su domet i početna brzina kojim je tijelo izbačeno? (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 768

$$h = 275 \text{ m}, \quad v = 5 \cdot v_0, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad v_0 = ?, \quad D = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici.

Horizontalni hitac je gibanje koje se sastoji od jednolikoga gibanja u horizontalnom smjeru brzinom v_0 i slobodnog pada. Brzine nakon vremena t jesu v_0 i $g \cdot t$, a rezultatnu brzinu možemo izračunati iz Pitagorina poučka jer su komponente međusobno okomite.

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h.$$

Brzina v_0 je brzina u horizontalnom (vodoravnom) smjeru. Ona se s vremenom ne povećava, niti smanjuje.

Domet hica D računa se po formuli

$$D = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}},$$

gdje je g ubrzanje slobodnog pada, h visina s koje je tijelo izbačeno u horizontalnom smjeru brzinom v_0 .

$$\begin{aligned} v^2 &= v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow (5 \cdot v_0)^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow 25 \cdot v_0^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow \\ &\Rightarrow 25 \cdot v_0^2 - v_0^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow 24 \cdot v_0^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow 24 \cdot v_0^2 = 2 \cdot g \cdot h \quad / : 24 \Rightarrow v_0^2 = \frac{2 \cdot g \cdot h}{24} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_0^2 = \frac{2 \cdot g \cdot h}{24} \Rightarrow v_0^2 = \frac{g \cdot h}{12} \Rightarrow v_0^2 = \frac{g \cdot h}{12} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{g \cdot h}{12}} = \sqrt{\frac{10 \frac{m}{s^2} \cdot 275 m}{12}} = 15.14 \frac{m}{s}. \end{aligned}$$

Dometa tijela je

$$D = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = 15.14 \frac{m}{s} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 275 m}{10 \frac{m}{s^2}}} = 112.28 m.$$

Vježba 768

Tijelo je izbačeno početnom brzinom v_0 s visine 275 m u horizontalnom smjeru. Tijelo udari o tlo brzinom koja je šest puta veća od početne. Koliki su dometa i početna brzina kojim je tijelo izbačeno? (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 93 m, 12.54 m/s.

Zadatak 769 (Iva, gimnazija)

Nama najbliža zvijezda (izvan Sunčeva sustava) naziva se Proxima Centauri i udaljena je oko $D = 4 \cdot 10^{16} \text{ m}$. Pretpostavi da tvoj svemirski brod kreće prema toj zvijezdi putujući upravno akceleracijom $a = g = 10 \text{ m/s}^2$ da bi se tijekom putovanja nadoknadio manjak gravitacijskog polja Zemlje i putnici osjećali udobno. Ako do polovice puta brod ubrzava tom akceleracijom, a ostatak putovanja decelerira s jednakim iznosom, koliko bi godina trajalo to putovanje?

A. 4.0 god. B. 8.0 god. C. 16.0 god. D. 64.0 god.

Rješenje 769

$$D = 4 \cdot 10^{16} \text{ m}, \quad a = g = 10 \text{ m/s}^2, \quad t = ?$$

$$1 \text{ god} = 365.25 \text{ dana}, \quad 1 \text{ dan} = 24 \text{ h}, \quad 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}.$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}},$$

gdje je s put tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Svemirski brod kreće iz mirovanja i na **prvoj polovici puta** giba se ubrzanjem a . Potrebno vrijeme iznosi:

$$\left. \begin{aligned} s &= \frac{1}{2} \cdot D \\ t_1 &= \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot D}{a}} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot D}{a}} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{D}{a}}.$$

Budući da **drugu polovicu puta** usporava deceleracijom s **jednakim iznosom a** , trebat će jednako toliko vremena dok se ne zaustavi. Zato bi putovanje trajalo:

$$t = 2 \cdot t_1 \Rightarrow t = 2 \cdot \sqrt{\frac{D}{a}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{16} \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 126491106.4 \text{ s} = \left[\begin{array}{l} \text{pretvaramo u sate} \\ 126491106.4 : 3600 \end{array} \right] =$$

$$= 35136.4 \text{ h} = \left[\begin{array}{l} \text{pretvaramo u dane} \\ 35136.4 : 24 \end{array} \right] = 1464.0 \text{ dana} = \left[\begin{array}{l} \text{pretvaramo u godine} \\ 1464.0 : 365.25 \end{array} \right] = 4.0 \text{ god.}$$

Odgovor je pod A.

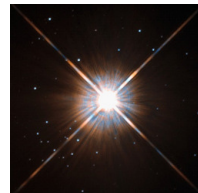
Matura!



Iva!



Nema mature!



Vježba 769

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 770 (Iva, gimnazija)

Nama najbliža zvijezda (izvan Sunčeva sustava) naziva se Proksima Centauri i udaljena je oko $D = 4 \cdot 10^{16} \text{ m}$. Pretpostavi da tvoj svemirski brod krene prema toj zvijezdi putujući upravo akceleracijom $a = g = 10 \text{ m/s}^2$ da bi se tijekom putovanja nadoknadio manjak gravitacijskog polja Zemlje i putnici osjećali udobno. Brzina broda na putovanju do zvijezde Proksima Centauri u nekom bi trenutku prekoračila brzinu svjetlosti. Nakon koliko bi godina se to dogodilo? Brzina svjetlosti iznosi $300\,000 \text{ km/s}$. (**Napomena:** Specijalna teorija relativnosti zabranjuje superluminalne (nadsvjetlosne) brzine. Zadatak je, dakle, zamišljen u skladu s Newtonovom mehanikom u okviru koje brzine nisu ograničene.)

A. 0.95 god. B. 24.2 god. C. 128.1 god. D. 5.7 god.

Rješenje 770

$$a = g = 10 \text{ m/s}^2, \quad v = 300000 \text{ km/s} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad t = ?$$

$$1 \text{ god} = 365.25 \text{ dana}, \quad 1 \text{ dan} = 24 \text{ h}, \quad 1 \text{ h} = 3600 \text{ s.}$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = a \cdot t \Rightarrow t = \frac{v}{a},$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Računamo vrijeme nakon kojeg će brod prekoračiti brzinu svjetlosti (ali imaj na umu napomenu!).

$$t = \frac{v}{a} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 30000000 \text{ s} = \left[\begin{array}{l} \text{pretvaramo u sate} \\ 30000000 : 3600 \end{array} \right] = 8333.33 \text{ h} = \left[\begin{array}{l} \text{pretvaramo u dane} \\ 8333.33 : 24 \end{array} \right] =$$

$$= 347.22 \text{ dana} = \left[\begin{array}{l} \text{pretvaramo u godine} \\ 347.22 : 365.25 \end{array} \right] = 0.95 \text{ god.}$$

Odgovor je pod A.

Vježba 770

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 771 (Willy, maturant)

Koliki je vremenski interval ekspozicije pri slikanju sitne kuglice što je padala ispred centimetarske skale ako je kuglica puštena kod znaka 0 na skali, a na fotografiji se slika kuglice za vrijeme ekspozicije razvukla od 20.00 cm do 26.45 cm? (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A. 0.8 s B. 0.3 s C. 0.1 s D. 0.03 s

Rješenje 771

$$h_1 = 20.00 \text{ cm} = 0.20 \text{ m}, \quad h_2 = 26.45 \text{ cm} = 0.2645 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad \Delta t = ?$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijede izrazi:

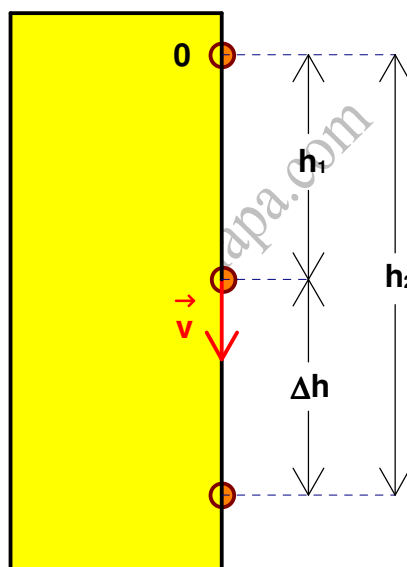
$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}, \quad v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h},$$

gdje je h visina pada.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici.

Hitac prema dolje je složeno gibanje od jednolikoga gibanja brzinom v_0 i slobodnog pada u istom smjeru, stoga je put (visina) h dan izrazom

$$h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$



1. inačica

Znamo li vremena t_1 i t_2 za koje je kuglica prešla put h_1 i h_2 vremenski interval ekspozicije iznositi će:

$$\Delta t = t_2 - t_1 \Rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g}} - \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.2645 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} - \sqrt{\frac{2 \cdot 0.20 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 0.03 \text{ s}.$$

Odgovor je pod D.

2. inačica

Na kraju puta h_1 kuglica postigne brzinu

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}$$

pa za preostali dio puta Δh vrijedi formula:

$$\Delta h = v \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \Delta h = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2.$$

Dalje slijedi:

$$\begin{aligned}
& \left. \begin{aligned} \Delta h &= h_2 - h_1 \\ \Delta h &= \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow h_2 - h_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \\
& \Rightarrow \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 = h_2 - h_1 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 + \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} \cdot \Delta t + h_1 - h_2 = 0 \Rightarrow \\
& \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 + \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} \cdot \Delta t + h_1 - h_2 = 0 \quad / \cdot 2 \Rightarrow g \cdot (\Delta t)^2 + 2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} \cdot \Delta t + 2 \cdot (h_1 - h_2) = 0 \Rightarrow \\
& \Rightarrow 10 \cdot (\Delta t)^2 + 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0.2} \cdot \Delta t + 2 \cdot (0.2 - 0.2645) = 0 \Rightarrow 10 \cdot (\Delta t)^2 + 4 \cdot \Delta t - 0.129 = 0 \Rightarrow \\
& \Rightarrow \left. \begin{aligned} 10 \cdot (\Delta t)^2 + 4 \cdot \Delta t - 0.129 = 0 \\ a = 10, b = 4, c = -0.129 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} a = 10, b = 4, c = -0.129 \\ \Delta t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \Delta t = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 10 \cdot (-0.129)}}{2 \cdot 10} \Rightarrow \Delta t = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 5.16}}{20} \Rightarrow \Delta t = \frac{-4 \pm \sqrt{21.16}}{20} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \Delta t = \frac{-4 \pm 4.6}{20} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \Delta t = \frac{-4 - 4.6}{20} \\ \Delta t = \frac{-4 + 4.6}{20} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \Delta t = \frac{-8.6}{20} \\ \Delta t = \frac{0.6}{20} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \Delta t = -0.43 \text{ s } \text{ nema smisla} \\ \Delta t = 0.03 \text{ s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta t = 0.03 \text{ s.}
\end{aligned}$$

Odgovor je pod D.

Vježba 771

Koliki je vremenski interval ekspozicije pri slikanju sitne kuglice što je padala ispred centimetarske skale ako je kuglica puštena kod znaka 0 na skali, a na fotografiji se slika kuglice za vrijeme ekspozicije razvukla od 80.00 cm do 105.8 cm? (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A. 0.06 s B. 0.04 s C. 0.12 s D. 0.24 s

Rezultat: A.

Zadatak 772 (Ana, gimnazija)

Tijelo je izbačeno početnom brzinom vertikalno uvis. Kolika mu je početna brzina, ako se ono nakon 10 s vratilo na mjesto izbačaja? Zanemarite otpor zraka. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 772

$$t = 10 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v_0 = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac prema gore (uvis) sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada. Zato je brzina v u času kad je prošlo vrijeme t dana ovim izrazom:

$$v = v_0 - g \cdot t.$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

Za slobodni pad tijelo treba isto toliko vremena koliko je trebalo da dostigne najvišu točku. Dakle, let do najviše točke traje koliko i pad s te točke.

Budući da je t ukupno vrijeme gibanja, let tijela do najviše točke jednak je polovici vremena t .

$$t_o = \frac{1}{2} \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ s} = 5 \text{ s.}$$

U najvišoj točki brzina tijela je nula pa vrijedi:

$$v = v_0 - g \cdot t_0 \Rightarrow [v = 0] \Rightarrow 0 = v_0 - g \cdot t_0 \Rightarrow v_0 - g \cdot t_0 = 0 \Rightarrow v_0 = g \cdot t_0 =$$

$$= 9.81 \frac{m}{s} \cdot 5 s = 49.05 \frac{m}{s}.$$

Vježba 772

Tijelo je izbačeno početnom brzinom vertikalno uvis. Kolika mu je početna brzina, ako se ono nakon 20 s vratilo na mjesto izbačaja? Zanemarite otpor zraka. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 98.1 m/s.

Zadatak 773 (Tomislav, maturant)

Tijelo pada ubrzanjem $0.5 \cdot g$. Koliki je iznos sile trenja koja djeluje na tijelo? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 773

$$a = 0.5 \cdot g, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F_{tr} = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Svako tijelo pada zbog djelovanja sile teže

$$G = m \cdot g.$$

Tijekom pada na nj djeluje sila trenja F_{tr} koja ima jednaki smjer, ali suprotnu orijentaciju. Prema drugom Newtonovu poučku iznos njihove rezultante je

$$G - F_{tr} = F \Rightarrow m \cdot g - F_{tr} = m \cdot a \Rightarrow m \cdot g - F_{tr} = m \cdot 0.5 \cdot g \Rightarrow -F_{tr} = 0.5 \cdot m \cdot g - m \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -F_{tr} = -0.5 \cdot m \cdot g \Rightarrow -F_{tr} = -0.5 \cdot m \cdot g \quad / \cdot (-1) \Rightarrow F_{tr} = 0.5 \cdot m \cdot g.$$

Vježba 773

Tijelo pada ubrzanjem $0.8 \cdot g$. Koliki je iznos sile trenja koja djeluje na tijelo? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $0.2 \cdot m \cdot g$.

Zadatak 774 (Tomislav, maturant)

Dva tijela masa $m_1 = 0.2 \text{ kg}$ i $m_2 = 0.3 \text{ kg}$ nalaze se na vodoravnoj podlozi. Tijela su povezana užetom (slika). Ako se trenje pri klizanju zanemari odredite:

- akceleraciju sustava kada na tijelo mase m_1 djeluje horizontalna sila $F = 1 \text{ N}$,
- napetost užeta pri djelovanju te sile.
- Ako uže može izdržati teret najveće mase $m = 2 \text{ kg}$, odredite pri kojoj će se maksimalnoj sili uže prekinuti dok ta sila djeluje na tijelo mase m_1 . (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)



Rješenje 774

$m_1 = 0.2 \text{ kg}$, $m_2 = 0.3 \text{ kg}$, $F = 1 \text{ N}$, $m = 2 \text{ kg}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $a = ?$,
 $F_2 = ?$, $F_m = ?$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

a)

Akceleraciju ćemo naći iz osnovnog zakona gibanja:

$$a = \frac{F}{m}.$$

Sila F koja uzrokuje gibanje pokreće oba tijela, to je masa

$$m = m_1 + m_2.$$

Tako je

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{1 \text{ N}}{0.2 \text{ kg} + 0.3 \text{ kg}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

b)

Iznos sile F_2 koja djeluje na tijelo mase m_2 daje mu ubrzanje a pa iznosi

$$F_2 = m_2 \cdot a \Rightarrow \left[a = \frac{F}{m_1 + m_2} \right] \Rightarrow F_2 = m_2 \cdot \frac{F}{m_1 + m_2} = 0.3 \text{ kg} \cdot \frac{1 \text{ N}}{0.2 \text{ kg} + 0.3 \text{ kg}} = 0.6 \text{ N}.$$

Uočimo da je to napetost užeta.

c)

Budući da uže može izdržati teret najveće mase m , maksimalni iznos napetosti užeta jednak je težini tereta

$$G = m \cdot g.$$

Njoj će odgovarati vučna sila

$$\begin{aligned} m \cdot g &= m_2 \cdot \frac{F_m}{m_1 + m_2} \Rightarrow m_2 \cdot \frac{F_m}{m_1 + m_2} = m \cdot g \Rightarrow m_2 \cdot \frac{F_m}{m_1 + m_2} = m \cdot g \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow F_m = m \cdot g \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_2} = 2 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{0.2 \text{ kg} + 0.3 \text{ kg}}{0.3 \text{ kg}} = 32.7 \text{ N}. \end{aligned}$$

Vježba 774

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 775 (Željka, maturantica)

Dva su automobila krenula iz istog mjesta jedan za drugim u vremenskom razmaku od 80 sekundi s jednakim ubrzanjem 0.5 m/s^2 . Računajući od početka gibanja prvog automobila razmak između njih iznositi će 5 km nakon:

- A. 200 s B. 40 s C. 165 s D. 405 s

Rješenje 775

$$\Delta t = 80 \text{ s}, \quad a = 0.5 \text{ m/s}^2, \quad \Delta s = 5 \text{ km} = 5000 \text{ m}, \quad t = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

1. inačica

Neka je t vrijeme prvog automobila. Drugi je krenuo za Δt kasnije pa je njegovo vrijeme $t - \Delta t$. Sada je:

$$\begin{aligned} s_1 - s_2 = \Delta s &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t - \Delta t)^2 = \Delta s \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 0.5 \cdot t^2 - \frac{1}{2} \cdot 0.5 \cdot (t - 80)^2 = 5000 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 0.5 \cdot t^2 - \frac{1}{2} \cdot 0.5 \cdot (t - 80)^2 = 5000 \quad /: 4 \Rightarrow t^2 - (t - 80)^2 = 20000 \Rightarrow \\ &\Rightarrow t^2 - (t^2 - 160 \cdot t + 6400) = 20000 \Rightarrow t^2 - t^2 + 160 \cdot t - 6400 = 20000 \Rightarrow \\ &\Rightarrow t^2 - t^2 + 160 \cdot t - 6400 = 20000 \Rightarrow 160 \cdot t - 6400 = 20000 \Rightarrow 160 \cdot t = 20000 + 6400 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 160 \cdot t = 26400 \Rightarrow 160 \cdot t = 26400 \quad /: 160 \Rightarrow t = 165 \text{ s}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

Neka je t vrijeme drugog automobila. Prvi je krenuo za Δt ranije pa je njegovo vrijeme $t + \Delta t$. Sada je:

$$\begin{aligned} s_1 - s_2 = \Delta s &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t + \Delta t)^2 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \Delta s \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 0.5 \cdot (t + 80)^2 - \frac{1}{2} \cdot 0.5 \cdot t^2 = 5000 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 0.5 \cdot (t + 80)^2 - \frac{1}{2} \cdot 0.5 \cdot t^2 = 5000 \quad /: 4 \Rightarrow (t + 80)^2 - t^2 = 20000 \Rightarrow \\ &\Rightarrow t^2 + 160 \cdot t + 6400 - t^2 = 20000 \Rightarrow t^2 + 160 \cdot t + 6400 - t^2 = 20000 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 160 \cdot t + 6400 = 20000 \Rightarrow 160 \cdot t = 20000 - 6400 \Rightarrow 160 \cdot t = 13600 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 160 \cdot t = 13600 \quad /: 160 \Rightarrow t = 85 \text{ s}. \end{aligned}$$

Računajući od početka gibanja prvog automobila potreban razmak bit će nakon

$$t + \Delta t = 85 \text{ s} + 80 \text{ s} = 165 \text{ s}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 775

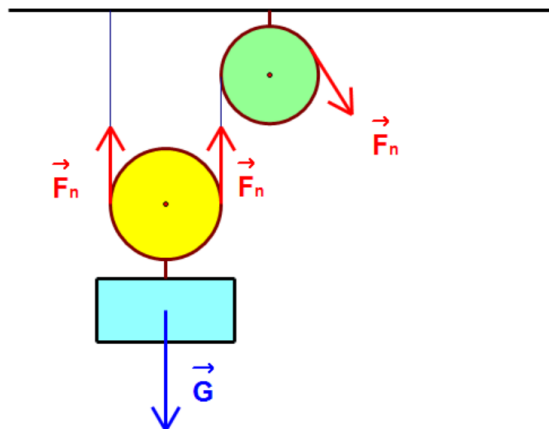
Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 776 (Željka, maturantica)

Crtež prikazuje predmet mase 80 kg koji dižemo pomoću kolotura. Odredite silu kojom moramo djelovati. (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A. 400 N B. 800 N C. 200 N D. 100 N



Rješenje 776

$$m = 80 \text{ kg}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F_n = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Na predmet djeluju:

- sila teža G
- dvije sile napetosti užeta F_n .

Rezultantna sila prema drugom Newtonovu poučku je

$$m \cdot a = 2 \cdot F_n - G \Rightarrow m \cdot a = 2 \cdot F_n - m \cdot g.$$

Kada se predmet giba stalnom brzinom akceleracija je jednaka nuli, $a = 0$ pa slijedi:

$$m \cdot 0 = 2 \cdot F_n - m \cdot g \Rightarrow 0 = 2 \cdot F_n - m \cdot g \Rightarrow 2 \cdot F_n - m \cdot g = 0 \Rightarrow 2 \cdot F_n = m \cdot g \Rightarrow$$

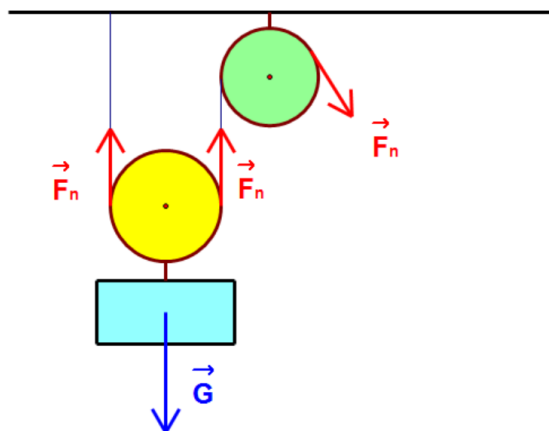
$$\Rightarrow 2 \cdot F_n = m \cdot g \quad /: 2 \Rightarrow F_n = \frac{1}{2} \cdot m \cdot g = \frac{1}{2} \cdot 80 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 400 \text{ N}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 776

Crtež prikazuje predmet mase 40 kg koji dižemo pomoću kolotura. Odredite silu kojom moramo djelovati. (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A. 400 N B. 800 N C. 200 N D. 100 N



Rezultat: C.

Zadatak 777 (Mirela, medicinska škola)

Automobil mase 850 kg zaustavio se uslijed kvara na horizontalnoj cesti. Dva čovjeka pokušavaju ga gurati tako da djeluju paralelnim silama iste orijentacije. Jedan djeluje silom 275 N, a drugi silom 395 N na automobil. Sila trenja između ceste i automobila iznosi 560 N. Koliko iznosi akceleracija automobila?

Rješenje 777

$$m = 850 \text{ kg}, \quad F_1 = 275 \text{ N}, \quad F_2 = 395 \text{ N}, \quad F_{tr} = 560 \text{ N}, \quad a = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m}$$

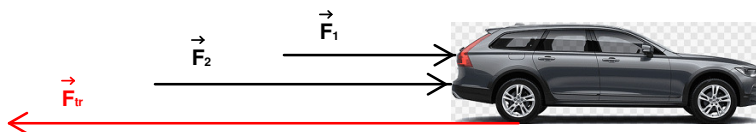
Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja.

Budući da na automobil djeluju paralelne sile iste orijentacije F_1 i F_2 , a sila trenja između ceste i automobila je F_{tr} , rezultantna sila na automobil iznosi:

$$F = F_1 + F_2 - F_{tr}$$

Akceleracije je

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = \frac{F_1 + F_2 - F_{tr}}{m} = \frac{275 \text{ N} + 395 \text{ N} - 560 \text{ N}}{850 \text{ kg}} = 0.129 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



Vježba 777

Automobil mase 850 kg zaustavio se uslijed kvara na horizontalnoj cesti. Dva čovjeka pokušavaju ga gurati tako da djeluju paralelnim silama iste orijentacije. Jedan djeluje silom 285 N, a drugi silom 385 N na automobil. Sila trenja između ceste i automobila iznosi 560 N. Koliko iznosi akceleracija automobila?

Rezultat: 0.129 m / s².

Zadatak 778 (Marija, gimnazija)

Dva motora krenu istodobno iz mjesta A i B jedan drugome u susret. Motor iz mjesta A ima brzinu 72 km/h i giba se jednoliko usporeno akceleracijom 2 m/s^2 . Motor iz mjesta B ima brzinu 36 km/h i giba se jednoliko ubrzano akceleracijom 2 m/s^2 . Udaljenost između mjesta A i B je 300 m.

- Odredite vrijeme susreta motora.
- Kako se mijenja udaljenost između motora tijekom vremena?

Rješenje 778

$v_1 = 72 \text{ km/h} = [72 : 3.6] = 20 \text{ m/s}$, $a = 2 \text{ m/s}^2$, $v_2 = 36 \text{ km/h} = [36 : 3.6] = 10 \text{ m/s}$,
 $d = 300 \text{ m}$, $t = ?$

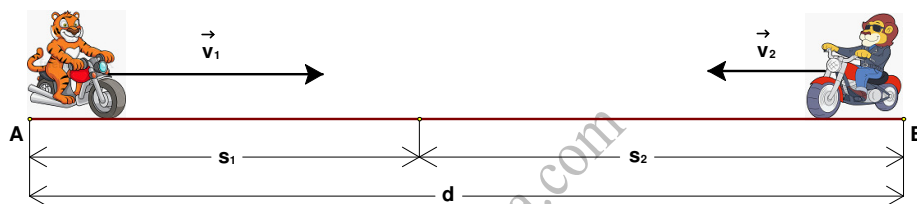
Za jednoliko **usporeno** pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za put s :

$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Za jednoliko **ubrzano** pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za put s :

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

a)



Neka je t traženo vrijeme. Za to vrijeme:

- motor iz mjesta A prijeći se put

$$s_1 = v_1 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

- motor iz mjesta B prijeći se put

$$s_2 = v_2 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

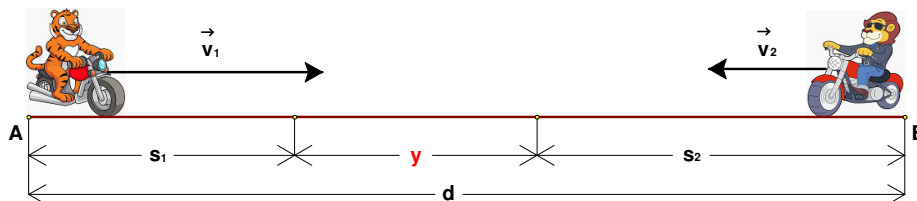
Trenutak susreta motora koji se dogodio nakon t vremena određen je uvjetom

$$s_1 + s_2 = d \Rightarrow v_1 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_2 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = d \Rightarrow v_1 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_2 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1 \cdot t + v_2 \cdot t = d \Rightarrow (v_1 + v_2) \cdot t = d \Rightarrow (v_1 + v_2) \cdot t = d \cdot \frac{1}{v_1 + v_2} \Rightarrow t = \frac{d}{v_1 + v_2} =$$

$$= \frac{300 \text{ m}}{20 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 10 \text{ s}.$$

b)



Neka je y udaljenost između motora.

$$s_1 + y + s_2 = d \Rightarrow y = d - s_1 - s_2 \Rightarrow y = d - (s_1 + s_2) \Rightarrow y = d - \left(v_1 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_2 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \right) \Rightarrow$$

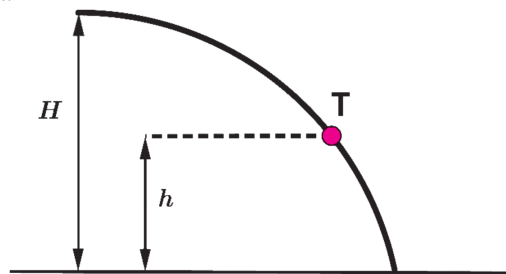
$$\Rightarrow y = d - \left(v_1 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_2 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \right) \Rightarrow y = d - (v_1 \cdot t + v_2 \cdot t) \Rightarrow y = d - (v_1 + v_2) \cdot t.$$

Vježba 778

Dva motora krenu istodobno iz mjesta A i B jedan drugome u susret. Motor iz mjesta A ima brzinu 72 km/h i giba se jednoliko usporeno akceleracijom 2 m/s^2 . Motor iz mjesta B ima brzinu 36 km/h i giba se jednoliko ubrzano akceleracijom 2 m/s^2 . Udaljenost između mjesta A i B je 600 m. Odredite vrijeme susreta motora.

Zadatak 779 (Mia, gimnazija)

Tijelo je izbačeno s visine H brzinom v_0 u horizontalnome smjeru. Na slici je prikazana staza tijela te točka T u kojoj se tijelo nalazi na visini h. Koji od navedenih izraza vrijedi za brzinu tijela v u točki T? Zanimarite otpor zraka.



A. $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot H$ B. $v^2 = 2 \cdot g \cdot h$
 C. $v^2 = 2 \cdot g \cdot (H - h)$ D. $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot (H - h)$

Rješenje 779

H, v_0 , h, $v^2 = ?$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h},$$

gdje je h visina pada.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici.

Horizontalni hitac je gibanje koje se sastoji od jednolikoga gibanja u horizontalnom smjeru brzinom v_0 i slobodnog pada. Brzine nakon vremena t jesu v_0 i $g \cdot t$, a rezultatnu brzinu možemo izračunati iz Pitagorina poučka jer su komponente međusobno okomite.

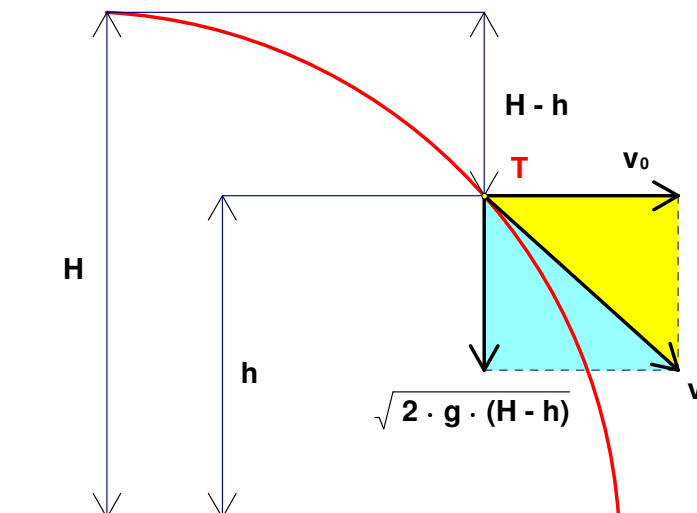
$$v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h} \quad , \quad v = \sqrt{v_0^2 + (g \cdot t)^2}.$$

Brzina v_0 je brzina u horizontalnom (vodoravnom) smjeru. Ona se s vremenom ne povećava, niti smanjuje. Tijelo se složeno giba kad istodobno obavlja dva ili više gibanja. Pri takvom gibanju vrijedi načelo **neovisnosti gibanja** koje glasi: Kad tijelo istodobno obavlja dva gibanja, giba se tako da se u svakom trenutku nalazi u točki do koje bi stiglo kad bi obavilo samo jedno gibanje u određenom vremenskom razmaku, a neovisno o tom gibanju istodobno i drugo gibanje u istome vremenskom razmaku.

Brzine nakon vremena t jesu v_0 i $\sqrt{2 \cdot g \cdot (H - h)}$, a rezultatnu brzinu v možemo izračunati iz Pitagorina poučka jer su komponente međusobno okomite.

$$v^2 = v_0^2 + \left(\sqrt{2 \cdot g \cdot (H - h)} \right)^2 \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot (H - h).$$

Odgovor je pod D.



Vježba 779

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 780 (Robi, maturant)

S vrha zgrade ispušten je kamen da slobodno pada. Jednu sekundu kasnije bačena je kugla početnom brzinom v_0 koja je dostigla kamen 3 s nakon njegova ispuštanja. Izračunajte početnu brzinu kugle. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 780

$$\Delta t = 1 \text{ s}, \quad t = 3 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v_0 = ?$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je h visina pada.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici.

Hitac prema dolje je složeno gibanje od jednolikoga gibanja brzinom v_0 i slobodnog pada u istom smjeru, stoga je put (visina) h dan izrazom

$$h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Ako je t vrijeme padanja kamena do susreta, onda je $t - \Delta t$ vrijeme padanja kugle. Kada kugla dostigne kamen oni će prijeći jednake putove, tj. bit će na jednakoj visini.

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ h_2 &= v_0 \cdot (t - \Delta t) + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{uvjet} \\ h_1 = h_2 \end{array} \right] \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = v_0 \cdot (t - \Delta t) + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = v_0 \cdot (t - \Delta t) + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t^2 - 2 \cdot t \cdot \Delta t + (\Delta t)^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = v_0 \cdot (t - \Delta t) + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 - g \cdot t \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = v_0 \cdot (t - \Delta t) + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 - g \cdot t \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 0 &= v_0 \cdot (t - \Delta t) - g \cdot t \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow -v_0 \cdot (t - \Delta t) = -g \cdot t \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow -v_0 \cdot (t - \Delta t) &= -g \cdot t \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 \quad / \cdot \frac{-1}{t - \Delta t} \Rightarrow v_0 = \frac{g \cdot t \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2}{t - \Delta t} \Rightarrow \\ \Rightarrow v_0 &= \frac{g \cdot \Delta t \cdot \left(t - \frac{1}{2} \cdot \Delta t\right)}{t - \Delta t} = \frac{9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 1 s \cdot \left(3 s - \frac{1}{2} \cdot 1 s\right)}{3 s - 1 s} = 12.26 \frac{m}{s}. \end{aligned}$$

Vježba 780

Odmor!

Rezultat: ...

www.halapa.com