

Zadatak 741 (Vesna, maturantica)

Djevojčica se zatrči na zaleđeno jezero i počne klizati brzinom 5 m / s pa se zaustavi nakon 4 s. Koliko iznosi faktor trenja klizanja između cipela i leda? Za akceleraciju sile teže uzmite približnu vrijednost $g \approx 10 \text{ m / s}^2$.

Rješenje 741

$$v = 5 \text{ m / s}, \quad t = 4 \text{ s}, \quad g \approx 10 \text{ m / s}^2, \quad \mu = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = a \cdot t \Rightarrow a = \frac{v}{t},$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t . Ista formula vrijedi i kod jednoliko usporenog gibanja.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

Tu je trenje sila koja prisiljava djevojčicu da se zaustavi.

$$F_{tr} = F \Rightarrow \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow \mu \cdot m \cdot g = m \cdot \frac{v}{t} \Rightarrow \mu \cdot m \cdot g = m \cdot \frac{v}{t} / \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{v}{t \cdot g} = \frac{5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4 \text{ s} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.125.$$

Vježba 741

Djevojčica se zatrči na zaleđeno jezero i počne klizati brzinom 10 m / s pa se zaustavi nakon 8 s. Koliko iznosi faktor trenja klizanja između cipela i leda? Za akceleraciju sile teže uzmite približnu vrijednost $g \approx 10 \text{ m / s}^2$.

Rezultat: 0.125.

Zadatak 742 (Vesna, maturantica)

Horizontalna sila od 10 N djeluje na kutiju mase 1 kg. Kutija se giba po horizontalnoj podlozi akceleracijom od 3 m / s². Koliki je iznos sile trenja između kutije i podloge?

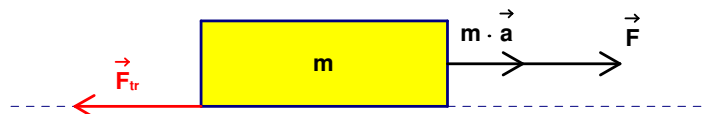
Rješenje 742

$$F = 10 \text{ N}, \quad m = 1 \text{ kg}, \quad a = 3 \text{ m/s}^2, \quad F_{tr} = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja.



Rezultanta $m \cdot a$ jednaka je razlici horizontalne sile F i sile trenja F_{tr} .

$$m \cdot a = F - F_{tr} \Rightarrow F_{tr} = F - m \cdot a = 10 \text{ N} - 1 \text{ kg} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 7 \text{ N}.$$

Vježba 742

Horizontalna sila od 15 N djeluje na kutiju mase 2 kg. Kutija se giba po horizontalnoj podlozi akceleracijom od 2 m/s^2 . Koliki je iznos sile trenja između kutije i podloge?

Rezultat: 11 N.

Zadatak 743 (Limes, maturant)

Kolika je vučna sila potrebna da automobil mase 1200 kg jednoliko ubrza od 0 m/s do 20 m/s za 10 s, ako pretpostavimo da se 40% od ukupne vučne sile potroši na trenje i otpor?

Rješenje 743

$$m = 1200 \text{ kg}, \quad v_1 = 0 \text{ m/s}, \quad v_2 = 20 \text{ m/s}, \quad t = 10 \text{ s}, \quad p = 40\% = 0.40, \quad F = ?$$

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za konačnu brzinu v :

$$v = v_0 + a \cdot t \Rightarrow a = \frac{v - v_0}{t}.$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja.

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 547\% = \frac{547}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Kako zapisati da se x smanji za $p\%$?

$$x - \frac{p}{100} \cdot x = \left(1 - \frac{p}{100}\right) \cdot x.$$

Prema drugom Newtonovu poučku je

$$\begin{aligned}
m \cdot a &= F - F_{tr} \Rightarrow [F_{tr} = p \cdot F] \Rightarrow m \cdot a = F - p \cdot F \Rightarrow m \cdot a = F \cdot (1 - p) \Rightarrow \\
&\Rightarrow F \cdot (1 - p) = m \cdot a \Rightarrow \left[a = \frac{v_2 - v_1}{t} \right] \Rightarrow F \cdot (1 - p) = m \cdot \frac{v_2 - v_1}{t} \Rightarrow \\
&\Rightarrow F \cdot (1 - p) = m \cdot \frac{v_2 - v_1}{t} \cdot \frac{1}{1 - p} \Rightarrow F = m \cdot \frac{v_2 - v_1}{t \cdot (1 - p)} = 1200 \text{ kg} \cdot \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \text{ s} \cdot (1 - 0.40)} = \\
&= 4000 \text{ N} = 4 \text{ kN}.
\end{aligned}$$

Vježba 743

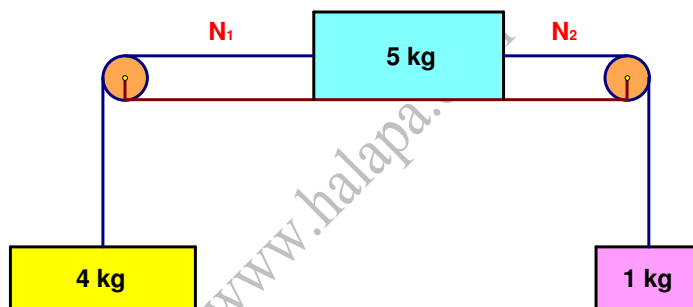
Kolika je vučna sila potrebna da automobil mase 1200 kg jednoliko ubrza od 10 m/s do 30 m/s za 10 s, ako pretpostavimo da se 40% od ukupne vučne sile potroši na trenje i otpor?

Rezultat: 4 kN.

Zadatak 744 (Limes, maturant)

Crtež prikazuje sustav od triju tijela. Zanimajte trenje s kolotutom i rastezanje niti, a za akceleraciju sile teže uzmite vrijednost $g \approx 10 \text{ m/s}^2$. Kolika je akceleracija sustava i kolike su sile napetosti niti N_1 i N_2 ako:

- nema trenja?
- faktor trenja između tijela mase 5 kg i stola je 0.1?



Rješenje 744

$m_1 = 4 \text{ kg}$, $m_2 = 5 \text{ kg}$, $m_3 = 1 \text{ kg}$, $g \approx 10 \text{ m/s}^2$, $\mu = 0.1$, $a = ?$, $N_1 = ?$, $N_2 = ?$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

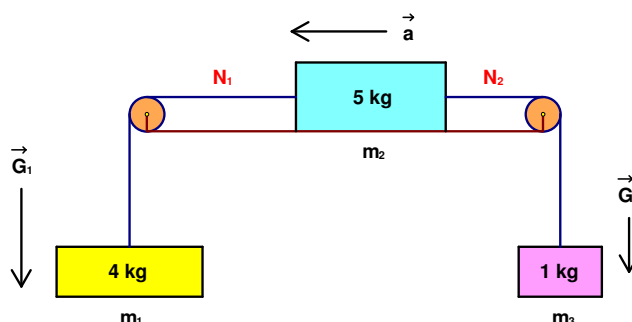
Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

a)



Akceleraciju ćemo naći iz osnovnog zakona gibanja:

$$a = \frac{F}{m}.$$

Sila F koja uzrokuje gibanje jednaka je razlici djelovanja sile teže na tijelo mase m_1 i tijelo mase m_3 , tj.

$$F = G_1 - G_3 \Rightarrow F = m_1 \cdot g - m_3 \cdot g \Rightarrow F = (m_1 - m_3) \cdot g.$$

Kako sila F pokreće sva tri tijela to je masa $m = m_1 + m_2 + m_3$. Tako je

$$a = \frac{(m_1 - m_3) \cdot g}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{(4 \text{ kg} - 1 \text{ kg}) \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{4 \text{ kg} + 5 \text{ kg} + 1 \text{ kg}} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

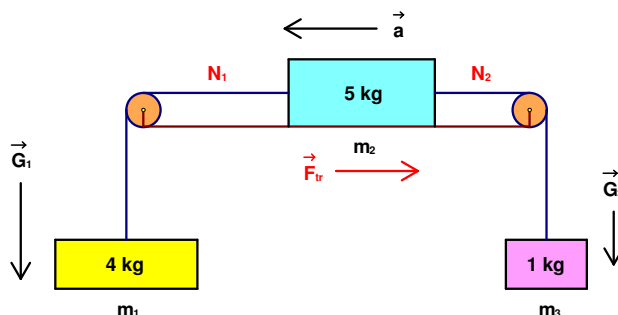
Napetosti niti su:

- $$N_1 = m_2 \cdot a + m_3 \cdot a + G_3 \Rightarrow N_1 = m_2 \cdot a + m_3 \cdot a + m_3 \cdot g \Rightarrow N_1 = (m_2 + m_3) \cdot a + m_3 \cdot g =$$

$$= (5 \text{ kg} + 1 \text{ kg}) \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 1 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 28 \text{ N}.$$
- $$N_2 = m_3 \cdot a + G_3 \Rightarrow N_2 = m_3 \cdot a + m_3 \cdot g \Rightarrow N_2 = m_3 \cdot (a + g) =$$

$$= 1 \text{ kg} \cdot \left(3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = 13 \text{ N}.$$

b)



Akceleraciju ćemo naći iz osnovnog zakona gibanja:

$$a = \frac{F}{m}.$$

Sila F koja uzrokuje gibanje jednaka je razlici djelovanja sile teže na tijelo mase m_1 i tijelo mase m_3

umanjena za trenje između tijela mase m_2 i podloge, tj.

$$F = G_1 - G_3 - F_{tr} \Rightarrow F = m_1 \cdot g - m_3 \cdot g - \mu \cdot m_2 \cdot g \Rightarrow F = (m_1 - m_3 - \mu \cdot m_2) \cdot g.$$

Kako sila F pokreće sva tri tijela to je masa $m = m_1 + m_2 + m_3$. Tako je

$$a = \frac{(m_1 - m_3 - \mu \cdot m_2) \cdot g}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{(4 \text{ kg} - 1 \text{ kg} - 0.1 \cdot 5 \text{ kg}) \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{4 \text{ kg} + 5 \text{ kg} + 1 \text{ kg}} = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Napetosti niti su:

- $$N_1 = m_2 \cdot a + m_3 \cdot a + G_3 + F_{tr} \Rightarrow N_1 = m_2 \cdot a + m_3 \cdot a + m_3 \cdot g + \mu \cdot m_2 \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_1 = m_2 \cdot (a + \mu \cdot g) + m_3 \cdot (a + g) =$$

$$= 5 \text{ kg} \cdot \left(2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 0.1 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) + 1 \text{ kg} \cdot \left(2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = 30 \text{ N}.$$
- $$N_2 = m_3 \cdot a + G_3 \Rightarrow N_2 = m_3 \cdot a + m_3 \cdot g \Rightarrow N_2 = m_3 \cdot (a + g) =$$

$$= 1 \text{ kg} \cdot \left(2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = 12.5 \text{ N}.$$

Vježba 744

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 745 (Tihomir, tehnička škola)

U zadnjoj sekundi slobodnog pada tijelo priđe polovicu visine. Nadite:

a) vrijeme padanja

b) visinu s koje je tijelo palo.

(ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 745

$$g \approx 9.81 \text{ m/s}^2, \quad t = ?, \quad h = ?$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je h visina pada.

Neka je t vrijeme za koje tijelo slobodno padne s visine h.

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Sekundu prije, tj. za vrijeme $t - 1$ ono je prevalilo pola puta.

$$\frac{1}{2} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t-1)^2.$$

Iz sustava jednačica izračunamo t.

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ \frac{1}{2} \cdot h &= \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t-1)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjenje} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t-1)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t-1)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t-1)^2 \quad / \cdot \frac{4}{g} \Rightarrow t^2 = 2 \cdot (t-1)^2 \Rightarrow \left[(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^2 = 2 \cdot (t^2 - 2 \cdot t + 1) \Rightarrow t^2 = 2 \cdot t^2 - 4 \cdot t + 2 \Rightarrow 2 \cdot t^2 - 4 \cdot t + 2 = t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot t^2 - 4 \cdot t + 2 - t^2 = 0 \Rightarrow t^2 - 4 \cdot t + 2 = 0 \Rightarrow \left[\text{calculator icon} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1 = 3.414 \text{ s} \\ t_2 = 0.586 \text{ s} \text{ nema smisla, vrijeme je manje od 1 s} \end{array} \right\} \Rightarrow t = 3.414 \text{ s}.$$

b)

Visina s koje je tijelo palo iznosi:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (3.414 \text{ s})^2 = 57.17 \text{ m}.$$

Vježba 745

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 746 (Matrix, gimnazija)

Vozačica automobila pritisne "gas" pa nepomičan automobil za 4 sekunde postigne brzinu v jer se automobil tada ubrzavao pod djelovanjem stalne sile F . Koliko bi vremena trebalo za ubrzavanje automobila iz stanja mirovanja do jednake brzine v kada bi vozačica automobila pritisnula "gas" tako

da na automobil djeluje $\frac{1}{2} \cdot F$?

- A. 1 s B. 2 s C. 4 s D. 8 s

Rješenje 746

$$t_1 \approx 4 \text{ s}, \quad v_1 = v_2 = v, \quad F_1 = F, \quad F_2 = \frac{1}{2} \cdot F, \quad t_2 = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = a \cdot t \Rightarrow a = \frac{v}{t},$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile F , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase m .

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila F .

Dvije veličine y i x obrnuto su razmjerne ako je njihov umnožak stalan, tj. ako vrijedi:

$$y \cdot x = k \Rightarrow y = \frac{k}{x}.$$

(ako x poraste n puta tada se y smanji n puta, ako se x smanji n puta tada y poraste n puta).

1. inačica

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{aligned} F_1 &= m \cdot a_1 \\ F_2 &= m \cdot a_2 \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{aligned} F_1 &= m \cdot \frac{v_1}{t_1} \\ F_2 &= m \cdot \frac{v_2}{t_2} \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{aligned} F &= m \cdot \frac{v}{t_1} \\ \frac{1}{2} \cdot F &= m \cdot \frac{v}{t_2} \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{aligned} F &= m \cdot \frac{v}{t_1} \\ \frac{1}{2} \cdot F &= m \cdot \frac{v}{t_2} \cdot 2 \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \\
 \Rightarrow \left. \begin{aligned} F &= m \cdot \frac{v}{t_1} \\ F &= 2 \cdot m \cdot \frac{v}{t_2} \end{aligned} \right\} &\Rightarrow m \cdot \frac{v}{t_1} = 2 \cdot m \cdot \frac{v}{t_2} \Rightarrow m \cdot \frac{v}{t_1} = 2 \cdot m \cdot \frac{v}{t_2} \cdot \frac{t_1 \cdot t_2}{m \cdot v} \Rightarrow t_2 = 2 \cdot t_1 = \\
 &= 2 \cdot 4 \text{ s} = 8 \text{ s}.
 \end{aligned}$$

Odgovor je pod D.

2. inačica

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{aligned} F_1 \cdot t_1 &= m \cdot v_1 \\ F_2 \cdot t_2 &= m \cdot v_2 \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{aligned} F \cdot t_1 &= m \cdot v \\ \frac{1}{2} \cdot F \cdot t_2 &= m \cdot v \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot F \cdot t_2 = F \cdot t_1 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot F \cdot t_2 = F \cdot t_1 \cdot \frac{2}{F} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow t_2 = 2 \cdot t_1 = 2 \cdot 4 \text{ s} = 8 \text{ s}.
 \end{aligned}$$

Odgovor je pod D.

3. inačica

$$F \cdot t = m \cdot v \Rightarrow F \cdot t = m \cdot v \cdot \frac{1}{F} \Rightarrow t = \frac{m \cdot v}{F}.$$

Uočimo ako je umnožak $m \cdot v$ stalan vrijeme je obrnuto razmjerno sa silom.

$$t = \frac{m \cdot v}{F} \Rightarrow [m \cdot v = konst.] \Rightarrow t \sim \frac{1}{F}.$$

Ako se sila dva puta smanji vrijeme će se dva puta povećati.

$$t_2 = 2 \cdot t_1 = 2 \cdot 4 \text{ s} = 8 \text{ s}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 746

Vozačica automobila pritisne "gas" pa nepomičan automobil za 2 sekunde postigne brzinu v jer se automobil tada ubrzavao pod djelovanjem stalne sile F . Koliko bi vremena trebalo za ubrzavanje automobila iz stanja mirovanja do jednake brzine v kada bi vozačica automobila pritisnula "gas" tako

da na automobil djeluje $\frac{1}{2} \cdot F$?

- A. 1 s B. 2 s C. 4 s D. 8 s

Rezultat: C.

Zadatak 747 (Matrix, gimnazija)

Vozač automobila pritisne "gas" pa nepomičan automobil za 4 sekunde prijeđe 50 m jer se automobil ubrzavao pod djelovanjem stalne sile F . Koliki bi put prešao automobil da je pod djelovanjem jednake sile F ubrzavanje trajalo 8 sekunda?

- A. 50 m B. 100 m C. 150 m D. 200 m

Rješenje 747

$$t_1 \approx 4 \text{ s}, \quad s_1 = 50 \text{ m}, \quad F_1 = F_2 = F, \quad t_2 = 8 \text{ s}, \quad s_2 = ?$$

Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile F, a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase m.

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \Rightarrow v = \frac{2 \cdot s}{t},$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila F.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot s}{t^2},$$

gdje je s put tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Dvije veličine y i x upravno su razmjerne ako je njihov količnik stalan, tj. ako vrijedi:

$$\frac{y}{x} = k \Rightarrow y = k \cdot x.$$

(ako x poraste n puta i y poraste n puta, ako se x smanji n puta i y se smanji n puta).

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = m \cdot a_1 \\ F_2 = m \cdot a_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = m \cdot \frac{2 \cdot s_1}{t_1^2} \\ F = m \cdot \frac{2 \cdot s_2}{t_2^2} \end{array} \right\} \Rightarrow m \cdot \frac{2 \cdot s_2}{t_2^2} = m \cdot \frac{2 \cdot s_1}{t_1^2} \Rightarrow m \cdot \frac{2 \cdot s_2}{t_2^2} = m \cdot \frac{2 \cdot s_1}{t_1^2} \cdot \frac{t_2^2}{2 \cdot m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s_2 = s_1 \cdot \frac{t_2^2}{t_1^2} \Rightarrow s_2 = s_1 \cdot \left(\frac{t_2}{t_1} \right)^2 = 50 \cdot \left(\frac{8 \text{ s}}{4 \text{ s}} \right)^2 = 200 \text{ m}.$$

Odgovor je pod D.

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} F_1 \cdot t_1 = m \cdot v_1 \\ F_2 \cdot t_2 = m \cdot v_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F \cdot t_1 = m \cdot \frac{2 \cdot s_1}{t_1} \\ F \cdot t_2 = m \cdot \frac{2 \cdot s_2}{t_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{F \cdot t_1}{F \cdot t_2} = \frac{m \cdot \frac{2 \cdot s_1}{t_1}}{m \cdot \frac{2 \cdot s_2}{t_2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{F \cdot t_1}{F \cdot t_2} = \frac{m \cdot \frac{2 \cdot s_1}{t_1}}{m \cdot \frac{2 \cdot s_2}{t_2}} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{s_1 \cdot t_2}{s_2 \cdot t_1} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{s_1 \cdot t_2}{s_2 \cdot t_1} \cdot \frac{s_2 \cdot t_1}{t_1} \Rightarrow s_2 = s_1 \cdot \frac{t_2^2}{t_1^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s_2 = s_1 \cdot \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2 = 50 \cdot \left(\frac{8 \text{ s}}{4 \text{ s}}\right)^2 = 200 \text{ m.}$$

Odgovor je pod D.

3. inačica

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow [a = \text{konst.}] \Rightarrow s \sim t^2.$$

Uočimo ako je akceleracija stalna put s razmjernan je s kvadratom vremena t^2 .

Ako se vrijeme dva puta poveća ($8 \text{ s} : 4 \text{ s} = 2$) put će biti četiri puta veći ($2^2 = 4$).

$$s_2 = 4 \cdot s_1 = 4 \cdot 50 \text{ m} = 200 \text{ m.}$$

Odgovor je pod D.

Vježba 747

Vozač automobila pritisne "gas" pa nepomičan automobil za 4 sekunde prijeđe 25 m jer se automobil ubrzavao pod djelovanjem stalne sile F . Koliki bi put prešao automobil da je pod djelovanjem jednake sile F ubrzavanje trajalo 8 sekunda?

- A. 50 m B. 100 m C. 150 m D. 200 m

Rezultat: B.

Zadatak 748 (Terra, maturantica)

Tijelo mase 5 kg giba se stalnom brzinom iznosa 3 m / s. U jednom trenutku na tijelo počne djelovati sila 8 N u smjeru gibanja. Odredite koliki put prijeđe tijelo u tri sekunde djelovanja sile?

Rješenje 748

$$m = 5 \text{ kg}, \quad v_0 = 3 \text{ m / s}, \quad F = 8 \text{ N}, \quad t = 3 \text{ s}, \quad s = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m}.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila F .

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za put s :

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Tijelo se u početku giba stalnom brzinom v_0 . Kada na nj počne djelovati sila F ono mijenja način gibanja. Počinje se gibati jednoliko ubrzano s početnom brzinom v_0 .

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} \\ s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{m} \cdot t^2 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot \frac{8 \text{ N}}{5 \text{ kg}} \cdot (3 \text{ s})^2 = 16.2 \text{ m.}$$

Vježba 748

Tijelo mase 10 kg giba se stalnom brzinom iznosa 3 m / s. U jednom trenutku na tijelo počne djelovati sila 16 N u smjeru gibanja. Odredite koliki put prijeđe tijelo u tri sekunde djelovanja sile?

Rezultat: 16.2 m.

Zadatak 749 (Terra, maturantica)

Tijelo ispušteno s visine h udara o tlo brzinom v . Ispušteno s visine $2 \cdot h$ imat će brzinu:

A. $2 \cdot v$ B. $4 \cdot v$ C. $v \cdot \sqrt{2}$ D. $v \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$ E. $2 \cdot v \cdot \sqrt{2}$

Rješenje 749

$h, \quad v, \quad 2 \cdot h, \quad v_1 = ?$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0$ m/s i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81$ m/s². Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h},$$

gdje je h visina pada.

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \\ v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot 2 \cdot h} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{v_1}{v} = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot 2 \cdot h}}{\sqrt{2 \cdot g \cdot h}} \Rightarrow \frac{v_1}{v} = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot 2 \cdot h}{2 \cdot g \cdot h}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_1}{v} = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot 2 \cdot h}{2 \cdot g \cdot h}} \Rightarrow \frac{v_1}{v} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{v_1}{v} = \sqrt{2} \cdot v \Rightarrow v_1 = v \cdot \sqrt{2}.$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

$$v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot 2 \cdot h} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h \cdot 2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot \sqrt{2} \Rightarrow [v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}] \Rightarrow v_1 = v \cdot \sqrt{2}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 749

Tijelo ispušteno s visine h udara o tlo brzinom v . Ispušteno s visine $4 \cdot h$ imat će brzinu:

A. $2 \cdot v$ B. $4 \cdot v$ C. $v \cdot \sqrt{2}$ D. $v \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$ E. $2 \cdot v \cdot \sqrt{2}$

Rezultat: A.

Zadatak 750 (Terra, maturantica)

Tijelo ispušteno da slobodno pada prevali put x za vrijeme T . Dvostruki put tijelo prevali za vrijeme:

A. $T \cdot \sqrt{2}$ B. $\sqrt{2} \cdot T$ C. $4 \cdot T$ D. $2 \cdot T$ E. $2 \cdot \sqrt{T}$

Rješenje 750

$x, \quad T, \quad 2 \cdot x, \quad t = ?$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0$ m/s i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81$ m/s². Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je h visina pada.

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{1}{2} \cdot g \cdot T^2 \\ 2 \cdot x = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot g \cdot T^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot g \cdot T^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g \cdot T^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow g \cdot T^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \cdot \frac{2}{g} \Rightarrow 2 \cdot T^2 = t^2 \Rightarrow t^2 = 2 \cdot T^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^2 = 2 \cdot T^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow t = \sqrt{2 \cdot T^2} \Rightarrow t = T \cdot \sqrt{2}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 750

Tijelo ispušteno s visine h udara o tlo brzinom v . Ispušteno s visine $4 \cdot h$ imat će brzinu:

A. $2 \cdot v$ B. $4 \cdot v$ C. $v \cdot \sqrt{2}$ D. $v \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$ E. $2 \cdot v \cdot \sqrt{2}$

Rezultat: A.

Zadatak 751 (Ivan, tehnička škola)

Tijelo je bačeno vertikalno uvis početnom brzinom v_0 i poslije prijedjenih 300 m puta brzina mu iznosi 200 m/s. Poslije koliko će vremena tijelo pasti na zlo? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 751

$$v_0, \quad h = 300 \text{ m}, \quad v = 200 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad t = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac prema gore (uvis) sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada. Zato je brzina v u času kad je tijelo prešlo put h dana ovim izrazom:

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h.$$

Najviši domet što ga tijelo može postići pri vertikalnom hicu jest u času kad je $v = 0$. Onda je

$$v_0 = g \cdot t \Rightarrow t = \frac{v_0}{g}.$$

Let do najviše točke traje koliko i pad s te točke, tj. za slobodni pad tijelo treba isto toliko vremena koliko je trebalo da dostigne najvišu točku.

Početna brzina v_0 iznosi:

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h = v^2 \Rightarrow v_0^2 = v^2 + 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v_0 = \sqrt{v^2 + 2 \cdot g \cdot h} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{v^2 + 2 \cdot g \cdot h}.$$

Let do najviše točke traje koliko i pad s te točke, tj. za slobodni pad tijelo treba isto toliko vremena koliko je trebalo da dostigne najvišu točku.

$$t = 2 \cdot \frac{v_0}{g} \Rightarrow t = 2 \cdot \frac{\sqrt{v^2 + 2 \cdot g \cdot h}}{g} = 2 \cdot \frac{\sqrt{\left(200 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 300 \text{ m}}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 43.67 \text{ s}.$$

Vježba 751

Tijelo je bačeno vertikalno uvis početnom brzinom v_0 i poslije prijedjenih 0.3 km puta brzina mu iznosi 720 km/h. Poslije koliko će vremena tijelo pasti na zlo? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 43.67 s.

Zadatak 752 (Ivan, tehnička škola)

Jedno tijelo pada s visine 100 m, a drugo s visine 50 m.

- U kojem su omjeru njihova vremena padanja?
- U kojem su omjeru njihove brzine u trenutku pada na tlo?

Rješenje 752

$$h_1 = 100 \text{ m}, \quad h_2 = 50 \text{ m}, \quad t_1 : t_2 = ?, \quad v_1 : v_2 = ?$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0$ m/s i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81$ m/s². Za slobodni pad vrijede izrazi:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}, \quad v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h},$$

gdje je h visina pada.

a)

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g}} \\ t_2 &= \sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g}}}{\sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g}}} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{2 \cdot h_2}} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{2 \cdot h_2}} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{100 \text{ m}}{50 \text{ m}}} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{100 \text{ m}}{50 \text{ m}}} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow t_1 : t_2 = \sqrt{2} : 1.$$

b)

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} \\ v_2 &= \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}}{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_2}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h_1}{2 \cdot g \cdot h_2}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h_1}{2 \cdot g \cdot h_2}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{100 \text{ m}}{50 \text{ m}}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{100 \text{ m}}{50 \text{ m}}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow v_1 : v_2 = \sqrt{2} : 1.$$

Vježba 752

Jedno tijelo pada s visine 60 m, a drugo s visine 30 m.

- a) U kojem su omjeru njihova vremena padanja?
b) U kojem su omjeru njihove brzine u trenutku pada na tlo?

Rezultat: a) $t_1 : t_2 = \sqrt{2} : 1$, b) $v_1 : v_2 = \sqrt{2} : 1$.

Zadatak 753 (Bare, gimnazija)

Prvi vagon vlaka prošao je pored promatrača, koji stoji uz prugu, za 1 s, a drugi vagon za 1.5 s. Duljina vagona je 12 m. Nađite akceleraciju vlaka.

Rješenje 753

$$t_1 = 1 \text{ s}, \quad t_2 = 1.5 \text{ s}, \quad s = 12 \text{ m}, \quad a = ?$$

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje s početnom brzinom v_0 vrijedi formula za put s :

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Putovi koje je vlak prešao u oba vremenska intervala iznose:

$$\left. \begin{aligned} s &= v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 && \text{jedan vagon} \\ 2 \cdot s &= v_0 \cdot (t_1 + t_2) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_1 + t_2)^2 && \text{dva vagona} \end{aligned} \right\}.$$

Iz sustava jednadžba dobije se:

$$\left. \begin{aligned} s &= v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 \\ 2 \cdot s &= v_0 \cdot (t_1 + t_2) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_1 + t_2)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
& \left. \begin{aligned} \Rightarrow s &= v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 \quad / \cdot (- (t_1 + t_2)) \\ 2 \cdot s &= v_0 \cdot (t_1 + t_2) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_1 + t_2)^2 \quad / \cdot t_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\
& \left. \begin{aligned} -s \cdot (t_1 + t_2) &= -v_0 \cdot t_1 \cdot (t_1 + t_2) - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 \cdot (t_1 + t_2) \\ 2 \cdot s \cdot t_1 &= v_0 \cdot t_1 \cdot (t_1 + t_2) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1 \cdot (t_1 + t_2)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\
& \Rightarrow 2 \cdot s \cdot t_1 - s \cdot (t_1 + t_2) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1 \cdot (t_1 + t_2)^2 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 \cdot (t_1 + t_2) \Rightarrow \\
& \Rightarrow s \cdot (2 \cdot t_1 - t_1 - t_2) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1 \cdot (t_1 + t_2) \cdot (t_1 + t_2 - t_1) \Rightarrow \\
& \Rightarrow s \cdot (t_1 - t_2) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1 \cdot (t_1 + t_2) \cdot t_2 \Rightarrow s \cdot (t_1 - t_2) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1 \cdot t_2 \cdot (t_1 + t_2) \Rightarrow \\
& \Rightarrow s \cdot (t_1 - t_2) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1 \cdot t_2 \cdot (t_1 + t_2) \quad / \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot s \cdot (t_1 - t_2) = a \cdot t_1 \cdot t_2 \cdot (t_1 + t_2) \Rightarrow \\
& \Rightarrow a \cdot t_1 \cdot t_2 \cdot (t_1 + t_2) = 2 \cdot s \cdot (t_1 - t_2) \Rightarrow a \cdot t_1 \cdot t_2 \cdot (t_1 + t_2) = 2 \cdot s \cdot (t_1 - t_2) \quad / \cdot \frac{1}{t_1 \cdot t_2 \cdot (t_1 + t_2)} \Rightarrow \\
& \Rightarrow a = \frac{2 \cdot s \cdot (t_1 - t_2)}{t_1 \cdot t_2 \cdot (t_1 + t_2)} = \frac{2 \cdot 12 \text{ m} \cdot (1 \text{ s} - 1.5 \text{ s})}{1 \text{ s} \cdot 1.5 \text{ s} \cdot (1 \text{ s} + 1.5 \text{ s})} = -3.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.
\end{aligned}$$

Vlak usporava!



Vježba 753

Prvi vagon vlaka prošao je pored promatrača, koji stoji uz prugu, za 1.5 s, a drugi vagon za 1 s. Duljina vagona je 12 m. Nađite akceleraciju vlaka.

Rezultat: $a = 3.2 \text{ m} / \text{s}^2$, vlak ubrzava.

Zadatak 754 (Scan, gimnazija)

Tijelo bacimo vertikalno uvis sa zemlje. Na visini 10 m iznad tla ono ima brzinu 5 m / s. Nađite vrijeme za koje će tijelo ponovno pasti na zemlju. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$)

Rješenje 754

$$h = 10 \text{ m}, \quad v = 5 \text{ m} / \text{s}, \quad g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2, \quad t = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac prema gore (uvis) sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada. Najviši domet h_m što ga tijelo može postići pri vertikalnom hicu uvis jest put u času kad je $v = 0$. Onda je

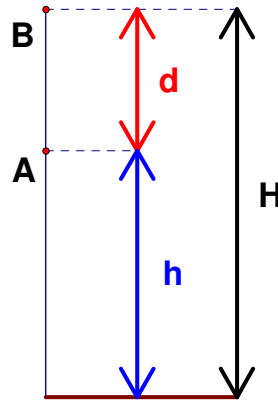
$$h_m = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}.$$

Let do najviše točke traje koliko i pad s te točke, tj. za slobodni pad tijelo treba isto toliko vremena koliko je trebalo da dostigne najvišu točku.

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}},$$

gdje je h visina pada.



U točki A tijelo ima brzinu v i do točke B (maksimalne visine) mora prijeći put d .

$$d = \frac{v^2}{2 \cdot g}.$$

Maksimalna visina H koju je tijelo postiglo iznosi:

$$H = h + d \Rightarrow H = h + \frac{v^2}{2 \cdot g}.$$

Iz točke B tijelo slobodno pada i za vrijeme t_1 past će na tlo.

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}.$$

Budući da mu je isto toliko trebalo i za penjanje, ukupno vrijeme je

$$\begin{aligned} t &= 2 \cdot t_1 \Rightarrow t = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} \Rightarrow t = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \left(h + \frac{v^2}{2 \cdot g} \right)}{g}} \Rightarrow t = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h + \frac{v^2}{g}}{g}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow t = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h + \frac{v^2}{g}}{g} \cdot \frac{g}{g}} \Rightarrow t = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h + v^2}{g^2}} \Rightarrow t = 2 \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h + v^2}}{\sqrt{g^2}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow t = \frac{2}{g} \cdot \sqrt{v^2 + 2 \cdot g \cdot h} = \frac{2}{9.81 \frac{m}{s^2}} \cdot \sqrt{\left(5 \frac{m}{s} \right)^2 + 2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 10 m} = 3.03 s. \end{aligned}$$

Vježba 754

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 755 (Scan, gimnazija)

Tijelo prijeđe put 63 m za 6 s pri čemu se njegova brzina poveća pet puta. Kolika je akceleracija tijela?

Rješenje 755

$$s = 63 \text{ m}, \quad t = 6 \text{ s}, \quad v_0, \quad v = 5 \cdot v_0, \quad a = ?$$

Jednoliko ubrzano (usporeno) gibanje po pravcu (jednoliko ubrzano (usporeno) pravocrtno gibanje) je gibanje tijela stalnom akceleracijom. Srednja akceleracija je količnik razlike brzina Δv u nekom vremenskom intervalu Δt i toga vremenskog intervala:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad \bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}.$$

Trenutna akceleracija a je omjer promjene brzine Δv u neizmjenjano malom vremenskom intervalu (trenutku) Δt i toga trenutka. Kada razmatramo slučajeve gibanja pri kojima se vrijednost akceleracije neće mijenjati, onda je:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}.$$

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje s početnom brzinom v_0 vrijedi formula za put s :

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{5 \cdot v_0 - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{4 \cdot v_0}{t} \Rightarrow \frac{4 \cdot v_0}{t} = a \Rightarrow \frac{4 \cdot v_0}{t} = a \cdot \frac{t}{4} \Rightarrow v_0 = \frac{a \cdot t}{4}.$$

Sada je:

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow s = \frac{a \cdot t}{4} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow s = \frac{a \cdot t^2}{4} + \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow s = \frac{a \cdot t^2}{4} + \frac{a \cdot t^2}{2} \cdot \frac{2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot s = a \cdot t^2 + 2 \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow 4 \cdot s = 3 \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow 3 \cdot a \cdot t^2 = 4 \cdot s \Rightarrow 3 \cdot a \cdot t^2 = 4 \cdot s \cdot \frac{1}{3 \cdot t^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{4 \cdot s}{3 \cdot t^2} = \frac{4 \cdot 63 \text{ m}}{3 \cdot (6 \text{ s})^2} = 2.33 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Vježba 755

Tijelo prijeđe put 63 m za 5 s pri čemu se njegova brzina poveća pet puta. Kolika je akceleracija tijela?

Rezultat: 3.36 m / s².

Zadatak 756 (Atom, gimnazija)

Tijelo se baci uvis, a zatim pada po istoj stazi. Dokažite da ima u bilo kojoj točki staze brzine jednake po iznosu, a suprotne po smjeru. Zanimarite otpor zraka. (ubrzanje slobodnog pada g)

Rješenje 756

$$g, \quad v_1, \quad v_2$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac prema gore (uvis) sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada. Najviši domet što ga tijelo može postići pri vertikalnom hicu jest u času kad je $v = 0$. Onda je

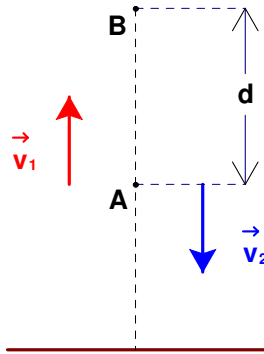
$$t = \frac{v_0}{g}, \quad h_m = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}.$$

Let do najviše točke traje koliko i pad s te točke, tj. za slobodni pad tijelo treba isto toliko vremena koliko je trebalo da dostigne najvišu točku.

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0$ m/s i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81$ m/s². Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}},$$

gdje je h visina pada.



Pretpostavimo tijelo u točki A ima brzinu v_1 u smjeru prema gore. Vrijeme t_1 potrebno da iz točke A dođe u B (maksimalna visina) je

$$t_1 = \frac{v_1}{g},$$

a prijedeni put

$$d = \frac{v_1^2}{2 \cdot g}.$$

Pri slobodnom padu od točke B do A utrošeno vrijeme t_2 iznosi:

$$t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot d}{g}} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g}}{g}} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g}}{g}} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{v_1^2}{g^2}} \Rightarrow t_2 = \frac{v_1}{g}.$$

Postignuta brzina na kraju vremena t_2 je

$$v_2 = g \cdot t_2 \Rightarrow v_2 = g \cdot \frac{v_1}{g} \Rightarrow v_2 = v_1. \blacksquare$$

Vježba 756

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 757 (MaxTV, gimnazija)

Dvije teške kugle bacimo vertikalno uvis jednakim početnim brzinama, jednu za drugom u vremenskom razmaku Δt . Kugle se sastanu poslije vremena t pošto je bačena **prva** kugla. Odredite početnu brzinu kugala. Otpor zraka zanemarite. (ubrzanje slobodnog pada g)

Rješenje 757

$$\Delta t, \quad t, \quad g, \quad v_0 = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac prema gore je složeno gibanje od jednolikoga gibanja brzinom v_0 i slobodnog pada u suprotnom smjeru, stoga je put (visina) h dan izrazom

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Nakon vremena t prva kugla nalazi se na visini

$$h_1 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Tada će druga kugla biti u zraku $t - \Delta t$ vremena i dostići visinu

$$h_2 = v_0 \cdot (t - \Delta t) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2.$$

Pri susretu je

$$\begin{aligned}h_1 = h_2 &\Rightarrow v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = v_0 \cdot (t - \Delta t) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2 \Rightarrow \\&\Rightarrow v_0 \cdot t - v_0 \cdot (t - \Delta t) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2 \Rightarrow v_0 \cdot (t - t + \Delta t) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t^2 - (t - \Delta t)^2) \Rightarrow \\&\Rightarrow v_0 \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - t + \Delta t) \cdot (t + t - \Delta t) \Rightarrow v_0 \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \Delta t \cdot (2 \cdot t - \Delta t) \Rightarrow \\&\Rightarrow v_0 \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \Delta t \cdot (2 \cdot t - \Delta t) \quad /: \Delta t \Rightarrow v_0 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (2 \cdot t - \Delta t) \Rightarrow v_0 = g \cdot \left(t - \frac{\Delta t}{2} \right).\end{aligned}$$

Vježba 757

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 758 (MaxTV, gimnazija)

Dvije teške kugle bacimo vertikalno uvis jednakim početnim brzinama, jednu za drugom u vremenskom razmaku Δt . Kugle se sastanu poslije vremena t pošto je bačena **druga** kugla. Odredite početnu brzinu kugala. Otpor zraka zanemarite. (ubrzanje slobodnog pada g)

Rješenje 758

$$\Delta t, \quad t, \quad g, \quad v_0 = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac prema gore je složeno gibanje od jednolikoga gibanja brzinom v_0 i slobodnog pada u suprotnom smjeru, stoga je put (visina) h dan izrazom

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Nakon vremena $t + \Delta t$ prva kugla nalazi se na visini

$$h_1 = v_0 \cdot (t + \Delta t) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t + \Delta t)^2.$$

Tada će druga kugla biti u zraku t vremena i dostići visinu

$$h_2 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Pri susretu je

$$\begin{aligned}h_1 = h_2 &\Rightarrow v_0 \cdot (t + \Delta t) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t + \Delta t)^2 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow \\&\Rightarrow v_0 \cdot (t + \Delta t) - v_0 \cdot t = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t + \Delta t)^2 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow v_0 \cdot (t + \Delta t - t) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot ((t + \Delta t)^2 - t^2) \Rightarrow \\&\Rightarrow v_0 \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t + \Delta t - t) \cdot (t + \Delta t + t) \Rightarrow v_0 \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \Delta t \cdot (2 \cdot t + \Delta t) \Rightarrow \\&\Rightarrow v_0 \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \Delta t \cdot (2 \cdot t + \Delta t) \quad /: \Delta t \Rightarrow v_0 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (2 \cdot t + \Delta t) \Rightarrow v_0 = g \cdot \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right).\end{aligned}$$

Vježba 758

Dvije teške kugle bacimo vertikalno uvis jednakim početnim brzinama, jednu za drugom u vremenskom razmaku 2 s. Kugle se sastanu dvije sekunde pošto je bačena **druga** kugla. Odredite početnu brzinu kugala. Otpor zraka zanemarite. (ubrzanje slobodnog pada g)

Rezultat: $v_0 = 30 \text{ m/s}$.

Zadatak 759 (Vedran, gimnazija)

Pri polijetanju zrakoplov ima brzinu 81 km/h. Duljina poletne staze je 100 m, težina letjelice 10000 N, a koeficijent trenja između kotača zrakoplova i staze 0.2. Kolika mora biti snaga avionskog motora? Gibanje na stazi je jednoliko ubrzano. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 759

$$v = 81 \text{ km/h} = [81 : 3.6] = 22.5 \text{ m/s}, \quad s = 100 \text{ m}, \quad G = 10000 \text{ N}, \quad \mu = 0.2, \\ g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad P = ?$$

Snaga se može izračunati izrazom

$$P = F \cdot v,$$

gdje je F sila u smjeru gibanja tijela, a v brzina tijela.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow a = \frac{v^2}{2 \cdot s}.$$

gdje su s i v put, odnosno brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G.$$

Vučna sila F koja djeluje na zrakoplov jednaka je zbroju sile trenja F_{tr} i sile ubrzanja F_1 .

Snaga avionskog motora iznosi:

$$P = F \cdot v \Rightarrow P = (F_{tr} + F_1) \cdot v \Rightarrow P = (\mu \cdot G + m \cdot a) \cdot v \Rightarrow P = \left(\mu \cdot G + \frac{G}{g} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot s} \right) \cdot v \Rightarrow \\ \Rightarrow P = G \cdot v \cdot \left(\mu + \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot s} \right) = 10000 \text{ N} \cdot 22.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \left(0.2 + \frac{\left(22.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 100 \text{ m}} \right) = \\ = 103056.19 \text{ W} \approx 103.1 \text{ kW}.$$



Vježba 759

Pri polijetanju zrakoplov ima brzinu 81 km / h. Duljina poletne staze je 0.1 km, težina letjelice 10 kN, a koeficijent trenja između kotača zrakoplova i staze 0.2. Kolika mora biti snaga avionskog motora? Gibanje na stazi je jednoliko ubrzano. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 103.1 kW.

Zadatak 760 (Filip, gimnazija)

Dva tijela mase m_1 i m_2 leže na glatkoj horizontalnoj površini i svezana su međusobno nitima koja mogu podnijeti najveću napetost T . Odredite najveću horizontalnu silu F kojom možete, djelujući na tijelo mase m_1 , djelovati na sustav, a da pritom nit ne pukne. Mijenja li se sila ako ima suprotan smjer i djeluje na tijelo mase m_2 ? Trenje zanemarite.

Rješenje 760

$m_1, m_2, T, F = ?$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Akceleraciju ćemo naći iz osnovnog zakona gibanja:

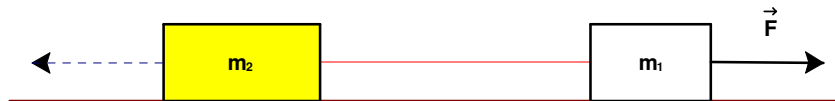
$$a = \frac{F}{m}.$$

Kako sila F pokreće oba tijela to je masa

$$m = m_1 + m_2.$$

Tako je

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} \Rightarrow F = (m_1 + m_2) \cdot a.$$



Kada se sustav giba udesno napetost je niti $m_2 \cdot a$ ili za najveću napetost

$$T = m_2 \cdot a \Rightarrow a = \frac{T}{m_2}.$$

Za najveću silu F izlazi:

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{T}{m_2} \\ F = (m_1 + m_2) \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow F = (m_1 + m_2) \cdot \frac{T}{m_2} \Rightarrow F = \frac{m_1 + m_2}{m_2} \cdot T.$$



Kada se sustav giba ulijevo napetost je niti $m_1 \cdot a$ ili za najveću napetost

$$T = m_1 \cdot a \Rightarrow a = \frac{T}{m_1}.$$

Za najveću silu F izlazi:

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{T}{m_1} \\ F = (m_1 + m_2) \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow F = (m_1 + m_2) \cdot \frac{T}{m_1} \Rightarrow F = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \cdot T.$$

Vježba 760

Odmor!

Rezultat: ...

www.halapa.com